Максимумът на точките, които можете да получите общо от всички домашни е 50, като това кореспондира с бонус от 0.5 към оценката за упражнения. В това домашно всяка задача носи по 5 точки. Успех.

Ще считаме, че навсякъде работим върху вероятностно пространство $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$.

Задача 1.

1. Да се докаже комбинаторно, че $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!} + k\frac{(n-1)!}{(n-k)!}$.
2. Да се пресметне вероятността при едновременно хвърляне на m зара и n монети да се паднат само шестици и езита, ако заровете и монетите са правилни.

Задача 2. Вероятностите за изгаряне на първа, втора и трета лампа са равни съответно на 0.2, 0.4 и 0.6. Вероятностите за излизане на прибора от строя при изгарянето на една, две и три лампи са равни съответно на 0.1, 0.4 и 0.7. Да се пресметне вероятността приборът да излезе от строя.

Задача 3. За даден експеримент се провеждат $Y \sim Poi(\lambda)$ независими опита, като всеки от тях може да бъде успешен с вероятност p и неуспешен с вероятност $1-p$. Да се намери разпределението на броя на успешните опити X.

Задача 4. Нека за случайните величини X и Y е дадено $\mathbb{E}[X] = 0$, $\mathbb{E}[Y] = -3$, $D(X) = 1$, $D(Y) = 4$ и $\rho_{X,Y} = -\sqrt{2}/2$. Да се пресметнат очакването и дисперсията на $Z = 3X - 4Y$.

Задача 5. Урна съдържа 2 бели, 2 черни и 6 зелени топки. Изваждат се една по една с връщане 20 топки. Каква е вероятността да изтеглим с 4 повече бели топки отколкото черни?

Задача 6. Нека целочислената случайна величина X има пораждаща функция $G(s) = \sum_{n=0}^{\infty} s^n \mathbb{P}(X = 0)$ и функция на разпределение $F(x) = \mathbb{P}(X < x)$. Да се изрази функцията $H(s) = \sum_{n=0}^{\infty} s^n F(s)$ чрез $G(s)$. Използвайки получения резултат, да се покаже, че

$$\mathbb{E}[X] = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}(X > n).$$