${ m CEM}$ практикум, ${ m CH},\,2022/23$

- **Задача 1.** Да се симулира хвърляне на зар и да се намери приближение на вероятността за падане на шестица.
- Задача 2. В отдел на фирма работят 20 човека. За Коледа те решават да си разменят подаръци. В кутия слагат 20 листчета, на всяко от които има едно име. Всеки тегли листче (без да го връща) и подарява на този, чието име е изтеглил. Каква е вероятността поне един да изтегли своето име?
- **Задача 3.** Каква е вероятността в група от 25 човека поне двама да имат рожден ден на един и същи ден от годината?
- **Задача 4.** Студент се явява на изпит с конспект от 20 въпроса. От тях не знае само 3 въпроса. На изпита си тегли 2 въпроса от конспекта. Каква е вероятността да знае само един от изтеглените въпроси?
- **Задача 5.** Иван има 5 ключа, но не знае кой е за неговата стая. Той пробва последователно с всеки от тях, като помни кой ключ е пробвал. Каква е вероятността да отключи с петия ключ?
- Задача 6. На всеки от върховете на равностранен триъгълник има една мравка. Всяка мравка избира произволно един от другите два върха и тръгва към него. За единица време всяка мравка изминава разстоянието от един връх до друг. Две мравки могат да се разминат ако тръгнат една срещу друга. Каква е вероятността след единица време да има по една мравка на всеки връх?
- Задача 7. Имаме 3 карти: първата е бяла от двете страни, втората е черна от двете страни, а третата е бяла от едната и черна от другата страна. Всяка карта е поставена в затворена кутия. Избираме произволна кутия, отваряме я и виждаме, че горната страна на картата в нея е бяла. Каква е вероятността другата страна на картата също да е бяла?
- **Задача 8.** В кутия има 5 топки, номерирани от 1 до 5. Вадим произволна топка и я връщаме в кутията. Отново вадим произволна топка. Каква е вероятността да извадим два пъти една и съща топка?
- **Задача 9.** В кутия има 3 различни чифта чорапи. Вадим в тъмното 2 чорапа. Каква е вероятността да са чифт?
- **Задача 10.** Група от 20 човека, измежду които са Иван и Георги, е подредена по случаен начин в редица. Каква е вероятността Иван и Георги да са един до друг?
- **Задача 11.** Тесте от 52 карти е разбъркано и е раздадено на 4 играчи. Каква е вероятността всеки играч да има едно асо?
- **Задача 12.** Парола, състояща се от 5 малки букви, е генерирана по случаен начин (буквата на всяка позиция е избрана равновероятно измежду буквите a, b, \ldots, z). Каква е вероятността всички букви в паролата да са различни?

- **Задача 13.** На първия етаж на административна сграда 7 души чакат асансьора. Всеки от тях отива в някой от офисите в сградата. Сградата има 16 етажа и на всеки етаж има равен брой офиси (на първия етаж няма офиси).
 - а) Каква е вероятността поне двама от чакащите да отиват на един и същи етаж?
- б) Ако Вие сте един от седемте, каква е вероятността поне един от останалите 6 да отива на Вашия етаж?

* * *

- **Задача 14.** Хвърляме зар 10 пъти. Каква е вероятността да се паднат само 2 шестици? Каква е вероятността да се паднат не повече от 2 шестици? Каква е вероятността да се паднат 2 или повече шестици?
- **Задача 15.** Хвърляме зар докато се падне шестица. Каква е вероятността да хвърляме не повече от 10 пъти? Каква е вероятността да хвърляме поне 6 пъти?
- **Задача 16.** Хвърляме зар докато се паднат три шестици. Каква е вероятността да хвърляме не повече от 20 пъти?
- Задача 17. Фенерче работи с 2 батерии. Иван има 8 батерии, от които 5 са нови и 3 са изтощени, но не знае кои точно. Ако пробва с 2 случайно избрани батерии, каква е вероятността фенерчето да проработи?
- **Задача 18.** Машинописка прави средно по една грешка на всеки 500 думи. На една страница има 300 думи. Каква е вероятността машинописката да направи не повече от 2 грешки на 5 страници? Каква е вероятността да направи между 1 и 3 грешки (включително) на 5 страници?
- **Задача 19.** На студенти е даден тест от 10 въпроса, всеки с по 4 възможни отговора, един от които е верен. Иван се явява на теста без да е учил и огражда произволно отговори. Каква е вероятността да е отговорил вярно на поне 5 от въпросите?
- Задача 20. За клинично проучване са необходими доброволци имащи определен ген, който се среща с вероятност 0.1. Каква е вероятността да се тестват 5 или повече доброволци до намиране на първия доброволец с въпросния ген? Каква е вероятността да се тестват 50 или повече доброволци до намиране на 10 доброволци с въпросния ген?
- **Задача 21.** Средно веднъж на 90 дни в софийското метро възниква технически проблем, който води до спиране на движението на влаковете за поне 20 минути. Каква е вероятността за 360 дни да възникне такъв проблем повече от 3 пъти?
- **Задача 22.** Теглим 10 случайно избрани карти от тесте с 52 карти (без връщане). Каква е вероятността да изтеглим поне 2 купи?
- **Задача 23.** Теглим 10 пъти по една случайно избрана карта от тесте с 52 карти (с връщане). Каква е вероятността да изтеглим поне 2 купи?

- **Задача 24.** Пациент в болница се нуждае от кръводарител с кръвна група AB. Известно е, че 7% от населението е с кръвна група AB. Потенциални кръводарители се тестват в болницата за определяне на кръвната им група.
- а) Каква е вероятността да се тестват не повече от 10 души до откриване на кръводарител с кръвна група AB?
- б) Каква е вероятността измежду първите 50 тествани да има поне двама с кръвна група AB?
- **Задача 25.** Броят клиенти, които посещават офис на банка за един ден, е Поасоново разпределен с параметър $\lambda=18$.
- а) Каква е вероятността офисът на банката да бъде посетен от поне 20 клиенти за един ден?
- б) Каква е вероятността между 15 и 25 клиенти (включително) да посетят офиса на банката за един ден?

* * *

- **Задача 26.** Генерирайте 500 случайни числа от равномерно разпределение в интервала (2,3). Начертайте хистограма на генерираните числа и на същата картинка добавете графика на плътността f(x). Повторете същото с 5000 случайни числа.
- **Задача 27.** Генерирайте 500 случайни числа от експоненциално разпределение с параметър $\lambda = 1/7$. Начертайте хистограма на генерираните числа и на същата картинка добавете графика на плътността f(x). Повторете същото с 5000 случайни числа.
- **Задача 28.** Генерирайте 500 случайни числа от нормално разпределение с параметри $\mu=0,\,\sigma=1.$ Начертайте хистограма на генерираните числа и на същата картинка добавете графика на плътността f(x). Повторете същото с 5000 случайни числа.
- Задача 29. Количеството (в милилитри) на душ гел в опаковка е равномерно разпределено в интервала (248, 255). Каква е вероятността произволно избрана опаковка да съдържа по-малко от 250 мл душ гел? Каква е вероятността в поне 3 от 10 случайно избрани опаковки да има по-малко от 250 мл душ гел? Намерете v, такова че произволно избрана опаковка съдържа поне v мл душ гел с вероятност 0.95.
- Задача 30. Времето на живот (в хиляди часове) на лазерен диод е експоненциално разпределено с параметър $\lambda=1/10$. Каква е вероятността времето на живот на произволно избран лазерен диод да надвишава 10 хиляди часа? Каква е вероятността времето на живот на произволно избран лазерен диод да е между 7 и 11 хиляди часа? Намерете t, такова че времето на живот на лазерен диод е поне t с вероятност 0.97.
- Задача 31. Времето от зареждане до изтощаване на батерия на лаптоп при обичайна работа е нормално разпределено със средно 260 минути и стандартно отклонение 50 минути. Каква е вероятността батерия да се изтощи след повече от 4 часа работа? Каква е вероятността батерия да се изтощи след между 3 и 5 часа работа? Намерете t, такова че батерия се изтощава след повече от t минути с вероятност 0.9.

Задача 32. Количеството кашкавал, което се изразходва в дадена пицария за една седмица, е нормално разпределено със средно 41 кг и стандартно отклонение 5 кг. Каква е вероятността в произволно избрана седмица пицарията да изразходи над 51 кг кашкавал? Колко кашкавал трябва да има в запас в дадена седмица, така че да е достатъчно с вероятност 0.99?

Задача 33. Количеството бира (в литри), което Иван изпива за една седмица, е експоненциално разпределено с параметър 1/3. Каква е вероятността Иван да изпие повече от 10 литра бира за една седмица? Каква е вероятността в най-много 3 от следващите 5 седмици Иван да изпие повече от 10 литра бира? Предполагаме, че количеството изпита бира в дадена седмица е независимо от това в предишните седмици.

Задача 34. Обемът течност, който автомат за безалкохолни напитки налива в една чаша, е нормално разпределен със средно 205 мл и стандартно отклонение 2 мл. Каква е вероятността автоматът да налее в една чаша по-малко от 200 мл? Каква е вероятността автоматът да налее в една чаша между 200 и 205 мл?

Задача 35. Времето, през което потребител разглежда интернет страница преди да премине на друга страница, е експоненциално разпределено със средно 5 секунди. Каква е вероятността страница да бъде разглеждана от потребител повече от 10 секунди? След колко време 50% от потребителите са преминали на друга страница?

* * *

* * *