

Точната формула за оценка се формира в зависимост от резултатите. За приблизителна, може да използвате $2 + \text{брой точки}$. Време за работа: 3 часа. Успех.

Ще считаме, че навсякъде работим върху вероятностно пространство $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

Задача 1. (1.5 т.) На урок по танци отиват 10 двойки. За опознавателна игра, 20-те човека се разделят по случаен на начин на два отбора - А и В.

1. (0.5 т.) Колко е очакваният брой хора в отбор А? Колко е очакваният брой двойки, които са в един отбор след разделянето?
2. (0.5 т.) Ако някой не е доволен, че е разделен с партньора си, може да поиска ново разделяне. Ако конкретен човек иска нови разделяния докато се озове в отбор заедно с партньора си, колко средно разделяния ще са нужни?
3. (0.5 т.) Да си представим ситуация в която всички двойки изискват да се паднат заедно, но не го споделят, а чакат докато това се случи при случайните разделяния? Колко средно разделяния ще са нужни, за да се получи такава конфигурация? Колко ще е средният брой на двойките в отбор А?

Задача 2. (1 т.) В торба има два вида зарове с 6 страни, на които са написани числата от 1 до 6 - стандартни и такива, за които вероятността да се падне 6 е 40 %, а за останалите страни по 12 %. Тъй като нямаме никаква представа по колко зара има в торбата, предполагаме, че вероятността да изтеглим стандартен зар е 50%. За да придобием по-добра представа, теглим 1 зар и го хвърляме, връщаме го и повтаряме същото. Ако са се паднали 2 6-ци, как бихте променили вижданията си за разпределението на заровете в торбата?

Задача 3. (1 т.) Метод за решаване на двубои във футбола е изпълняването на дузпи. Можем да считаме, че това се случва по следния начин: първо се изпълняват 5 кръга по 1 дузпа за всеки отбор. Ако има равенство след тях, се продължава докато някой от отборите отбележи, а другият - не.

Да предположим, че играчите на единия от отборите отбелязват с вероятност 75 %, а на другия - с вероятност 80%. Приемаме също, че изпълненията са независими.

1. (0.25 т.) Каква е вероятността през първите 5 рунда двата отбора да са отбелязвали в едни и същи рундове?
2. (0.25 т.) Каква е вероятността след първите 5 кръга да има равенство? А след първите 10 кръга?
3. (0.5 т.) Какъв е очакваният брой дузпи, които ще се изпълнят общо от двата отбора?

Задача 4. (0.5 т.) Избираме случайна точка X върху отсечката OA с дължина 1. След това избираме случайна точка Y върху отсечката XA . Каква е вероятността да можем да съставим триъгълник от отсечките OX , XY и YA ?