Домашно 1

Зад. 1. 1. От 10 стандартни тестета от 52 карти се тегли по една карта. Намерете вероятността в получената ръка от 10 карти

а) да няма повтарящи се

б) да има поне 3 аса

в) да има 4 спатии, 3 купи и 1 пика

г) броят на черните карти да с точно 4 повече от броя на червените, ако е известно, че черните карти са повече от червените

* а) Вероятността да няма повтарящи се в получена ръка от 10 тегления по 1 карта от 10 стандартни тестета от 52 карти е
* б) Вероятността да има поне 3 аса в получената ръка ще изчислъм с това че ще намерим вероятността да има по-малко от 3 аса в ръката.

За да намерим вероятността да получим по-малко от 3 аса, като използваме биномното разпределение, можем да получин сумата от вероятността да получим 0, 1 и 2 аса.

P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)

X е броят аса, а P(X) е вероятностната на биномното разпределение.

Вероятнстта да получим точно 0, 1 и 2 аса е:

P(X = 0) == 0,449

P(X = 1) = = 0,374

P(X = 2) = = 0,14

Така че вероятността да получим по-малко от 3 аса е:

P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2), или P(X < 3) = 0,963, което означава че вероятността да има поне 3 аса в получената рака е P(X ≥ 3) 1- P(X < 3) = 1 - 0,963 = 0,037

* в)

Зад. 2. Дете има в левия си джоб 4 монети от 1 евро и 3 монети от 2 евра, а в десния си джоб 2 монети от 1 евро и 1 монета от 2 евра. Дететео прехвърля 2 монети от левия си в десния си джоб, след това връща обратно 2 монети от десния в левия. Накрая, детето вади монета от десния си джоб. Каква е вероятноста тя да е монета от 1 евро?

Зад. 3. По две от страните на правилен зар са оцветени в съответно бяло, зелено и червено. върляме този зар два пъти. Нека X е броят на падналите се бели, а Y - на падналите се червени страни. Да се намерят съвместното разпределение на X и Y, независими ли са, ковариацията им, P(X = 1|Y = 1) и P(X > Y).

* Съвместното разпределение на X и Y може да се намери чрез използване на концепцията за условна вероятност. Тъй като зарът е честен, вероятността да получите бяла, зелена или червена страна при всяко едно хвърляне е 1/3. Следователно общата вероятност да получите бяло при първото хвърляне и червено при второто хвърляне е (1/3) \* (1/3) = 1/9. По подобен начин можем да намерим общата вероятност да получим други комбинации от бяло и червено.

P(X = 1, Y = 1) = P(X = 1|Y = 1) \* P(Y = 1) = (2/9) \* (2/9) = 4/81

Можем да намерим другата обща вероятност по подобен начин.

За да проверим дали X и Y са независими, можем да използваме формулата P(X = x и Y = y) = P(X = x) \* P(Y = y). Ако това уравнение е вярно за всички възможни стойности на x и y, тогава X и Y са независими. Тъй като знаем, че вероятността да получим бяла, зелена или червена страна при всяко едно хвърляне е 1/3, следва, че вероятността да получим x бели и y червени при две хвърляния е (1/3)^x \* ( 1/3)^y.

Ковариацията на X и Y може да се изчисли с помощта на формулата cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y), където E(X) и E(Y) са очакваните стойности на X и Y съответно, а E(XY) е очакваната стойност на произведението на X и Y.

E(X) = 1 \* 2/9 + 2 \* 4/81 = 2/9

E(Y) = 1 \* 2/9 + 2 \* 4/81 = 2/9

E(XY) = 1 \* 4/81 + 2 \* 16/729 = 20/729

cov(X, Y) = 20/729 - (2/9)^2 = -4/243

Тъй като ковариацията е отрицателна, това означава, че X и Y са отрицателно корелирани.

накрая,

P(X = 1|Y = 1) = P(X = 1, Y = 1) / P(Y = 1) = 4/81 / (2/9) = 2/9

P(X > Y) = P(X = 2, Y = 0) + P(X = 1, Y = 1) = 16/729 + 4/81 = 20/729.

Домашно 2

Зад. 1.

2. Да се пресметне вероятността при едновременно хвърляне на м зара и н монети да се паднат само шестици и езита, ако заровете и монетите са правилни.

* По условие, че заровете и монетите са правилни и независими един от друг и че резултатът от един зар или хвърляне на монета не влияе на резултата от друг зар или хвърляне на монета.

Вероятността при хвърляне на зар да се падне 6 е 1/6, а вероятността при хрърляне на монета да се падне ези е 1/2. За да изчислим вероятността m зара и n монети да попаднат съответно на 6 и ези, можем да използваме формулата за вероятността от независими събития:

P(m зара попадат на 6 и n монети попадат на ези) = (1/6)^m \* (1/2)^n