

Examen Parcial 2: MAT0123

Profesora: Yandira Cuvero

La prueba tiene una duración de 70 minutos. Resultados sin procedimiento no tendrán calificación. No están permitidos ningún tipo de formularios, calculadora o aparatos electrónicos. Indique claramente sus respuestas. Sólo se pueden realizar preguntas sobre la redacción de las preguntas.

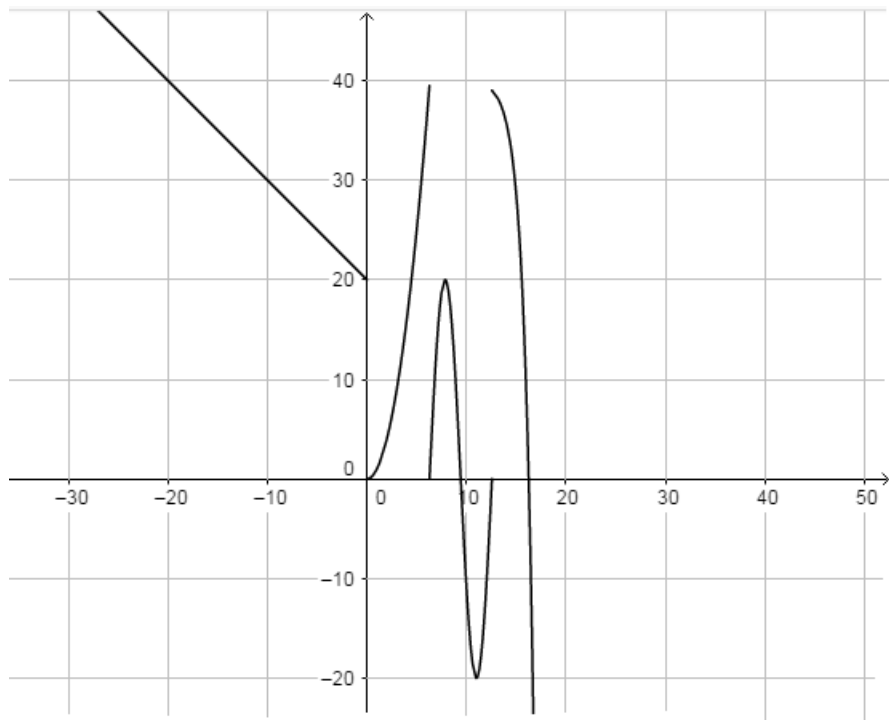
1. Definiciones

- (a) ¿Cuándo existe el límite en c de una función g ?
- (b) Si una función tiene dos puntos de salto o corte ¿Es continua? Justifique su respuesta.
- (c) ¿Cuándo una función es continua?

2. Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} -(x-2) & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 < x < 2\pi \\ \sin(x) & \text{si } 2\pi < x < 4\pi \\ e^{-x} & \text{si } x > 4\pi \end{cases}$$

Cuya gráfica está dada por:



Calcule los siguientes límites

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow (2\pi)^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow (4\pi)^-} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \end{aligned}$$

3. Grafique la función $f(x) = 3\sin(x - 1)$

4. Considere la función

$$g(x) = -x^2 + 5$$

(a) Indique la fórmula de la tasa de cambio

(b) Calcule la tasa de cambio de g en $t = 1$ si $\Delta t = 1$

(c) Calcule la tasa de cambio de g en $t = 1$ si $\Delta t = 2$

(d) ¿Con qué tasa varía más rápido la función g ? Con $\Delta t = 1$ o con $\Delta t = 2$.

5. Calcule los límites de

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos(x) + \sin(x) - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \ln(5)} e^x - 5 + e^{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - 1)}{x + 1}$$

6. Calcule la derivada de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = 3 + e^x + \sin(x) + x^5 + 8$

(b) $g(x) = (x + 3)^3$

(c) $h(x) = 5 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5$

7. Bonus: Calcule la derivada de

$$f(x) = \frac{\sin(x) \cos(x) e^x}{x^2}$$

8. Bonus: Una función es creciente si $f'(x) > 0$ para todos los $x \in R$. Indique si las siguientes funciones son crecientes o no. Justifique su respuesta.

(a) $f(x) = x$

(b) $g(x) = e^x$