

*С. Г. Валеев, Л. А. Перова (г.Ульяновск)*

## **К ВОПРОСУ ПРИМЕНЕНИЯ АДАПТИВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕГРЕССИЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

*Анализируются результаты ряда вычислительных экспериментов по статическому моделированию экономических временных рядов адаптивными динамическими и многофакторными регрессиями. Численно исследуется устойчивость и эффективность моделей на примере набора данных.*

### **Введение**

Основной задачей экономического прогнозирования является предвидение наиболее вероятных проблем экономического развития в ближайшей и отдалённой перспективе, поиск возможных направлений экономического роста, обоснование наиболее предпочтительной стратегии развития в будущем. Результаты прогноза используются для выбора альтернатив развития, разработки рекомендаций для реализации оптимального варианта. В связи с чем актуальной становится задача разработки математических моделей и их программной реализации.

В настоящее время помимо аналитических часто используются статистические (регрессионные) модели, позволяющие получать значения экономических параметров на определенный будущий интервал времени. Однако они обладают серьезными недостатками, отмеченными в работе [1].

Представляет интерес применить для описания экономических и финансовых показателей метод адаптивного регрессионного моделирования (АРМ-подход) [1], позволяющий получить адаптивные регрессии (АР) – модели для отклика в пространстве факторов и адаптивные динамические регрессии (АДР) для описания временных рядов (ВР).

Последние обеспечивают по сравнению с классическими подходами повышение точности предсказания до нескольких раз. При высокой точности прогноза может быть обеспечено значительное повышение эффективности управления.

Помимо этого представляет интерес совместное использование адаптивных регрессий и адаптивных динамических регрессий. Новизна такого рассмотрения заключается в том, что обычно значения аргументов регрессионных моделей в будущем, за исключением задач планирования, неизвестны. В качестве будущих значений аргументов АР предлагается использовать прогностические значения, полученные по моделям соответствующих адаптивных динамических регрессий.

---

© С. Г. Валеев, Л. А. Перова, 2011

## **1. Адаптивная регрессия**

Для описания зависимостей  $Y$  и  $X$  от времени и зависимостей  $Y$  от набора  $X$ -ов могут быть использованы модели, называемые динамическими и множественными регрессиями. Для первого из них используется анализ временных рядов, для второго – регрессионный анализ.

При применении стандартных методов обработки временных рядов можно отметить причины неполной адекватности разрабатываемых, чаще всего однокомпонентных моделей: использование для оценки адекватности «внутренних» критериев качества, применение вычислительных схем обработки без анализа соблюдения условий нормальной схемы Гаусса-Маркова и адаптации к их нарушениям, использование упрощенных схем обработки временных рядов.

Традиционная методология регрессионного анализа характеризуется двумя моментами: структура модели принимается жестко заданной; оценивание параметров модели выполняется методом наименьших квадратов (МНК). В силу слабой адекватности таких моделей выявляются значительные неточности в прогнозировании. Отмеченные трудности могут быть разрешены применением подхода адаптивного регрессионного моделирования [1].

В системном АРМ-подходе [1] методы оценивания и поиска оптимальных структур могут меняться для обеспечения требуемых свойств оценок в соответствии со свойствами выборки данных. Дополнительными этапами АРМ относительно стандартной методологии являются: оценка адекватности модели наблюдениям и поиск ее оптимальной структуры; проверка соблюдения предположений МНК; адаптация вычислительной схемы к нарушению условий МНК применением набора приемов (замена исходной модели, методов оценивания и поиска оптимального набора слагаемых); использование набора мер (критериев) качества моделей, включая и многокритериальную концепцию, а так же оптимальных сценариев обработки данных.

В зависимости от поставленной цели и вычислительных возможностей можно применить одну или несколько мер (критериев) качества. Для модели, предназначенной для прогнозирования, реализован достаточно простой сценарий адаптации. Результатом считается тот набор оценок, которому соответствует минимальное значение ошибки прогноза.

## **2. Адаптивная динамическая регрессия**

При экономическом прогнозировании будущее развитие процесса характеризуется на основе гипотезы, что основные факторы и тенденции прошлого периода сохранятся на период прогноза или что можно обосновать и учесть направление их изменений в рассматриваемой перспективе. Надежды здесь возлагаются на инерционность экономических систем.

Одним из наиболее перспективных путей прогнозирования экономических временных рядов (ЭВР) может быть применение подхода

адаптивного динамического регрессионного моделирования (АДР-подхода). Последний является частным случаем АРМ-подхода [1]. При его применении формируется комплексная модель ВР, состоящая из набора оптимальных математических структур, каждая из которых описывает зависимость «остатков» своей ступени от времени. При АДР-подходе предусматривается: - оценивание качества построенных моделей по внутренним и внешним мерам качества, - анализ степени выполнения условий регрессионного анализа (РА) и метода наименьших квадратов (РА-МНК), – применение адаптивных процедур в случае необходимости. Его использование позволяет повысить степень адекватности моделей исследуемых временных рядов.

### 3. Методика получения адаптивных регрессий

С целью повышения степени адекватности известной модели РА

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad (1)$$

описывающей зависимость  $Y$  от ряда факторов (регрессоров)  $X_1, \dots, X_p$ , и, соответственно, точность прогнозирования используется следующая методика.

На первом шаге происходит постулирование модели. Выдвигается гипотеза о составе регрессоров и виде модели (1), т.е. модель (1) считается моделью-«гипотезой» адаптивной регрессии (АР). При выборе регрессоров обращают внимание на статистическую значимость их влияния на  $Y$ . Следующим этапом методики является оценивание параметров  $\beta_j$  с использованием устойчивых вычислительных схем МНК. При этом вычисляются внешние и внутренние статистики. Для вычисления внешних мер исходная выборка данных делится на две части – обучающую и контрольную. По обучающей выборке строится модель, по контрольной – внешние меры, характеризующие прогностические свойства модели.

Для анализа качества регрессии в зависимости от поставленной цели и вычислительных возможностей применяют одну или несколько мер (критериев) качества. На первом этапе и далее при отсутствии технологий получения внешних мер следует использовать в первую очередь F-статистику, позволяющую оценить статистическую значимость модели по известному правилу. На практике регрессия считается пригодной для прогнозирования, если выполняется неравенство  $F > 4F_T$ , где  $F$  – наблюдаемое, а  $F_T$  – табличное значения F-статистики для принятого уровня значимости (риска)  $\alpha$ .

После выбора глобального критерия качества, например, меры  $S_\Delta$ , характеризующей, что особенно важно, точность прогнозирования, необходимо найти оптимальную структуру АР, которой соответствует  $\min S_\Delta$ . Алгоритм поиска такой модели зависит от размерности  $p$  (количества регрессоров в первоначальной МР (1)). Такими алгоритмами структурно-параметрической идентификации (СПИ) могут быть алгоритмы пошаговой регрессии и другие, включая алгоритм полного перебора.

Для модели-«гипотезы» (1) и АР, оптимальной по критерию  $\min S_{\Delta}$ , выполняется проверка соблюдения условий применения вычислительной схемы РА - МНК и дальнейшая адаптация к нарушениям. Оценивая параметры параллельно или последовательно методами, предназначенными для снижения мультиколлинеарности и робастного оценивания, можно добиться улучшения свойств оценок параметров  $\hat{\beta}$  модели, оптимальной по  $S_{\Delta}$ . Результатом считается тот набор оценок  $\hat{\beta}$ , которому соответствует значение ошибки прогноза СКО  $S_{\Delta} < \min S_{\Delta}$ , полученной на этапе СПИ.

#### 4. Методика получения адаптивных динамических регрессий

Временной ряд – это процесс  $Y(t)$ , наблюдаемый в равноотстоящие дискретные моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_n$ :

$$Y(t) = f(t) + p(t) + e(t), \quad t = t_1, t_2, \dots, t_n, \quad (2)$$

где  $f(t)$  – неслучайная функция тренда;  $p(t)$  – случайная с элементами регулярности функция;  $e(t)$  – нерегулярная случайная компонента.

ДРМ-подход позволяет строить прецизионные модели временных рядов (ВР), что показано, например, в работе [2]; при этом точность прогнозирования таких моделей в несколько раз выше, чем при использовании стандартных методик.

При применении ДРМ-подхода формируется комплексная модель ВР, состоящая из набора оптимальных математических структур, каждая из которых описывает зависимость «остатков» своей ступени от времени. Такую модель можно назвать адаптивной динамической регрессией (АДР-моделью). В ней основным аргументом является время, а окончательный вид формируется в результате вычислительной адаптации к свойствам остатков той или иной ступени к нарушениям условий применения МНК.

Методика получения АДР включает несколько этапов [3]. На первом шаге выполняется фрактальный анализ для выявления степени регулярности, затем применяются алгоритмы, повышающие точность моделирования при аномальных данных и статистически незначимых слагаемых в структурах комплексной модели. Используется набор наиболее вероятных структур (алгебраические и тригонометрические тренды, авторегрессии, структуры авторегрессионной условной гетероскедастичности, линейный фильтр Калмана, мартингал). На заключительном этапе реализуются сценарии автоматизированного моделирования.

#### 5. Программное обеспечение

Для численных экспериментов использовались два программных пакета, вкратце описываемые ниже.

*Программное обеспечение «Автоматизированная система динамического регрессионного моделирования – техническая версия» (АС ДРМ-Т) [4] предназначено для разработки комплексных моделей техногенных ВР с последующим их использованием для прогноза динамики ряда. Пакет*

состоит из базовой части и программных модулей, расширяющих возможности динамического моделирования по обработке ВР: «Авторегрессия-скользящее среднее», «Авторегрессионная модель условной гетероскедастичности».

*Программный пакет «Система поиска оптимальных регрессий» (СПОР)* [5] является специализированной системой, реализующей стратегию статистического (регрессионного) моделирования. Основное назначение системы – получение регрессионных моделей процессов или явлений с последующим их использованием для прогноза выходных характеристик (откликов) и реализации некоторых функций управления в интерактивном (дисплейном) и пакетном режимах работы.

## 6. Описание исходных данных

Данные представляют собой набор ежедневных измерений десяти показателей доходности акционерного предприятия за период с января 2009 года по июнь 2011 года. У матрицы данных отсекается часть за последние 74 дней (10% от всей выборки). Первая часть использовалась для построения исходной модели-гипотезы; вторая часть (последние по времени измерения) - для оценки точности прогнозирования.

## 7. Адаптивное динамическое моделирование и исследование эффективности АДР

*Моделирование и прогнозирование ЭВР.* Для каждого из 10 показателей по соответствующей методике получены АДР-модели по 90% данных и прогнозы на 10%-ом интервале времени в условное будущее, для которого уже имелись контрольные измерения.

Для показателя  $X_1$  в качестве иллюстрации приводится достаточно полная информация: описание состава комплексной модели, оценка внешней точности  $S_\Delta$  по 10% выборке данных от конца ряда измерений, полный вид математической модели, графики наблюдений и аппроксимирующей кривой, полученной по модели, графики прогноза и измеренных (исходных) значений на 10%-ый интервал времени с указанием дат. Для остальных показателей математические модели (ввиду обилия данных) не представлены.

*Показатель  $X_1$ .* В состав комплексной модели включены: тренд, гармонический тренд, авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью в остатках, модель в виде фильтра Калмана.

Оценка внешней точности  $S_\Delta$  по 10% выборке данных составляет 19,27.

Полный вид математической модели представлен ниже:

$$Y(t)=135,82+0,096654*t-3,1244E-5*t^2+1,1672E16*\sin((2*\pi*t)/2+180)+0,13531*\sin((2*\pi*t)/3+259,25)+0,16405*\sin((2*\pi*t)/4+243,84)+0,28374*\sin((2*\pi*t)/5-68,773)+0,34019*\sin((2*\pi*t)/6+63,904)+0,31945*\sin((2*\pi*t)/7+226,97)+0,096381*\sin((2*\pi*t)/8-33,505)+0,45401*\sin((2*\pi*t)/9+116,64)+0,2077*\sin((2*\pi*t)/10+266,69)+0,32646*\sin((2*\pi*t)/11+$$



$$\begin{aligned}
& 140,47) + 0,68505 * \sin((2 * \pi * t) / 12 + 138,43) + 0,076016 * \sin((2 * \pi * t) / 13 - 61,189) + \\
& 0,46409 * \sin((2 * \pi * t) / 14 - 42,895) + 0,39762 * \sin((2 * \pi * t) / 15 + 54,966) + 0,46615 * \\
& \sin((2 * \pi * t) / 16 + 127,18) + 0,98033 * \sin((2 * \pi * t) / 18 + 268,84) + 0,80501 * \\
& \sin((2 * \pi * t) / 19 + 112,75) + 0,5127 * \sin((2 * \pi * t) / 22 + 197,13) + 0,42346 * \\
& \sin((2 * \pi * t) / 23 + 61,439) + 0,19514 * \sin((2 * \pi * t) / 26 + 175,01) + 1,6182 * \\
& \sin((2 * \pi * t) / 29 + 100,94) + 1,6126 * \sin((2 * \pi * t) / 33 + 217,56) + 1,7976 * \sin((2 * \pi * t) / 36 + \\
& 196,38) + 2,2033 * \sin((2 * \pi * t) / 43 + 172,21) + 2,6598 * \sin((2 * \pi * t) / 48 + \\
& 174,71) + 3,0527 * \sin((2 * \pi * t) / 55 + 221,27) + 4,5961 * \sin((2 * \pi * t) / 82 + \\
& 212,33) + 7,8028 * \sin((2 * \pi * t) / 164 + 183,31) + 0,86512 * Y(t-1) + 0,12681 * Y(t-2) + \\
& -0,07985 * e(t-1) + n(t) + s(t) + e(t),
\end{aligned}$$

где первые три слагаемых формируют квадратичный полином, следующие 28 слагаемых образуют тригонометрический полином; параметры с аргументами  $Y$  и  $e(t-1)$  являются коэффициентами GARCH-модели, параметры  $s(t)$  (независимая случайная величина) и  $n(t)$  (гауссовский белый шум) – фильтр Калмана,  $e(t)$  – остатки.

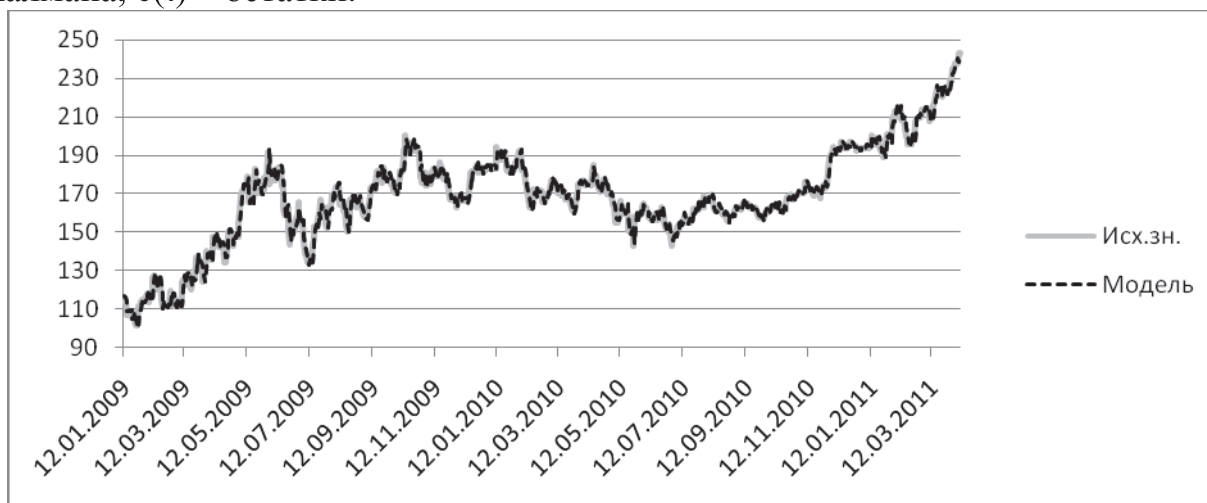


Рис 1. Графики наблюдений и аппроксимирующей кривой для  $X_1$ .

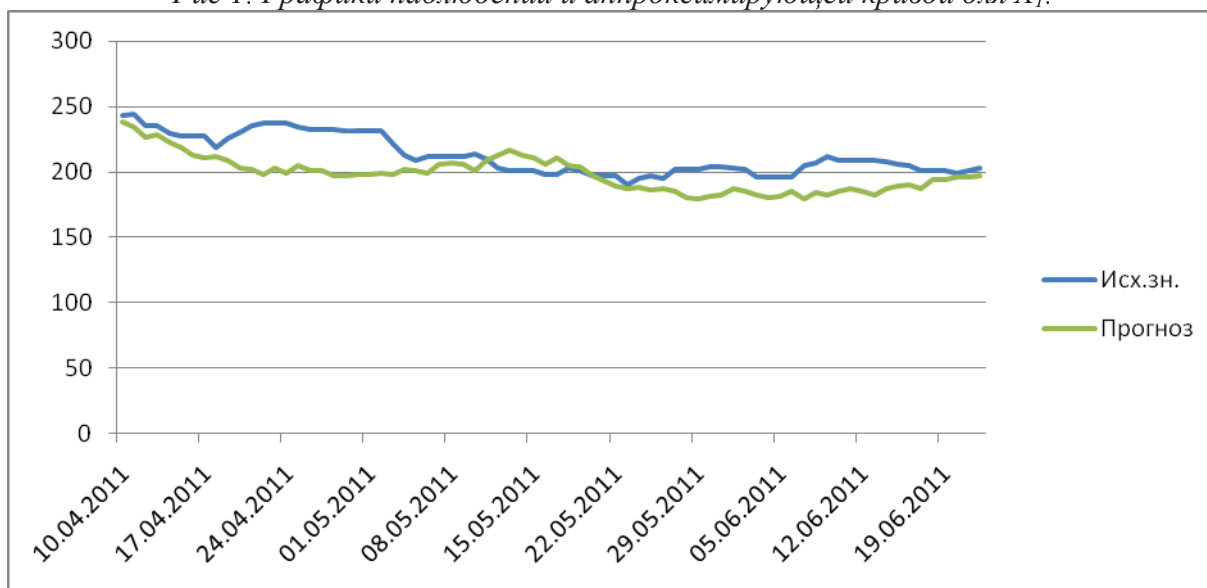


Рис 2. Графики прогноза и исходных контрольных значений для  $X_1$ .

Полученная комплексная модель АДР достаточно хорошо аппроксимирует исходный ряд, что видно из графиков (Рис.1). Точность прогнозирования характеризуется внешней оценкой на 10%-ом интервале времени в условное будущее. Из графиков следует, что прогноз улавливает общий тренд.

Для показателей  $X_2, \dots, X_{10}$  приведены только описание состава комплексной модели, оценка внешней точности  $S_{\Delta}$  по 10%-ой выборке, графики прогноза и измеренных (исходных) значений на 10%-ый интервал времени с указанием дат.

*Показатель  $X_2$ .* В состав комплексной модели включены: тренд, гармонический тренд, авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью в остатках, модель в виде фильтра Калмана.

Оценка внешней точности  $S_{\Delta}$  по 10% выборке данных от конца ряда измерений составляет 5,27.

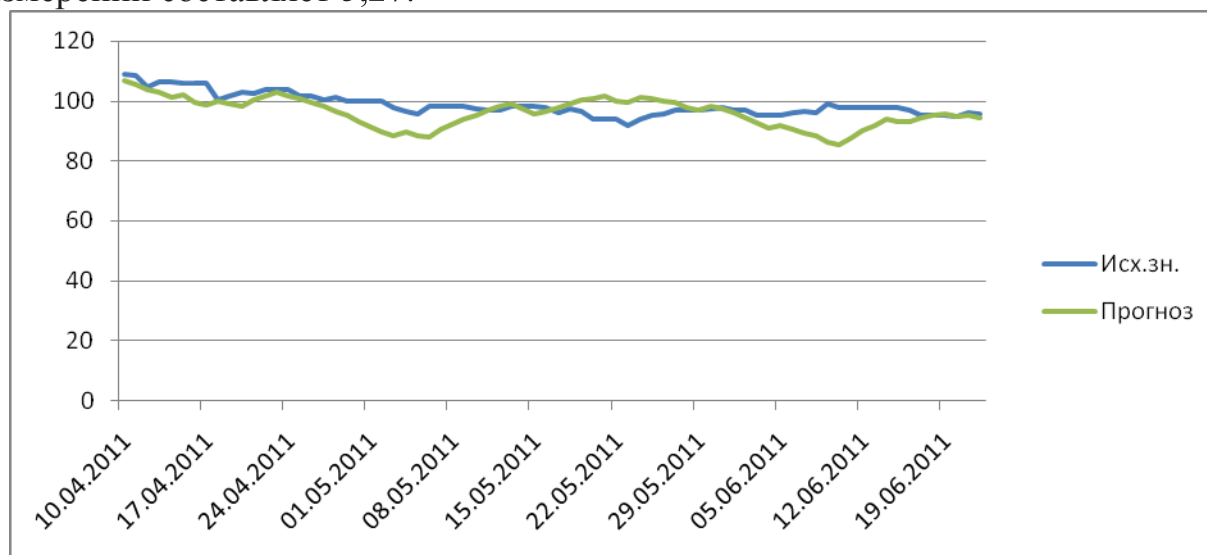


Рис 3. Графики прогноза и исходных контрольных значений для  $X_2$ .

*Показатель  $X_3$ .* В состав комплексной модели включены: тренд, гармонический тренд, авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью в остатках, модель в виде фильтра Калмана.

Оценка внешней точности  $S_{\Delta}$  по 10% выборке данных от конца ряда измерений составляет 81,46.

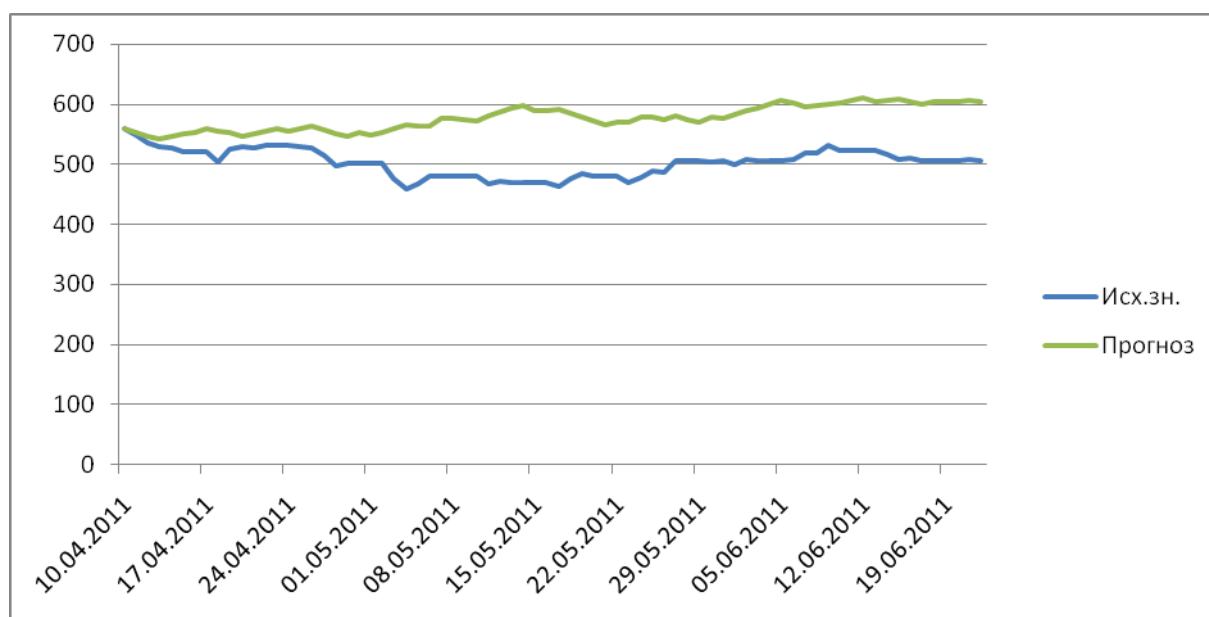


Рис 4. Графики прогноза и исходных контрольных значений для  $X_3$ .

**Показатель  $X_4$ .** В состав комплексной модели включены: тренд, гармонический тренд, авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью в остатках, модель в виде фильтра Калмана.

Оценка внешней точности  $S_{\Delta}$  по 10% выборке данных от конца ряда измерений составляет 56,56.

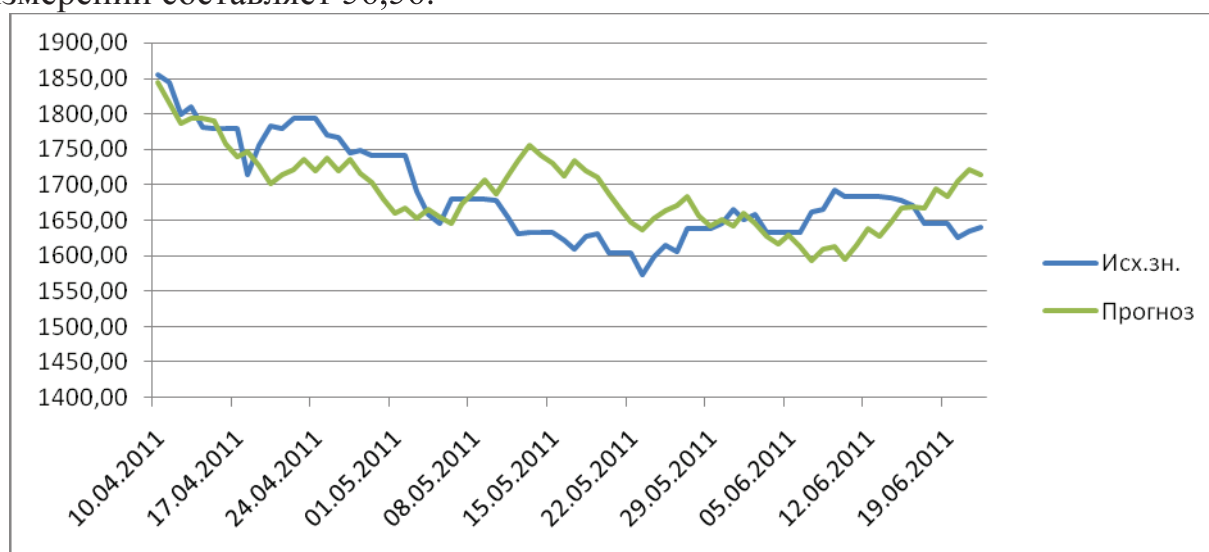


Рис 5. Графики прогноза и исходных контрольных значений для  $X_4$ .

**Показатель  $X_5$ .** В состав комплексной модели включены: тренд, гармонический тренд, авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью в остатках, модель в виде фильтра Калмана.

Оценка внешней точности  $S_{\Delta}$  по 10% выборке данных от конца ряда измерений составляет 105,75.



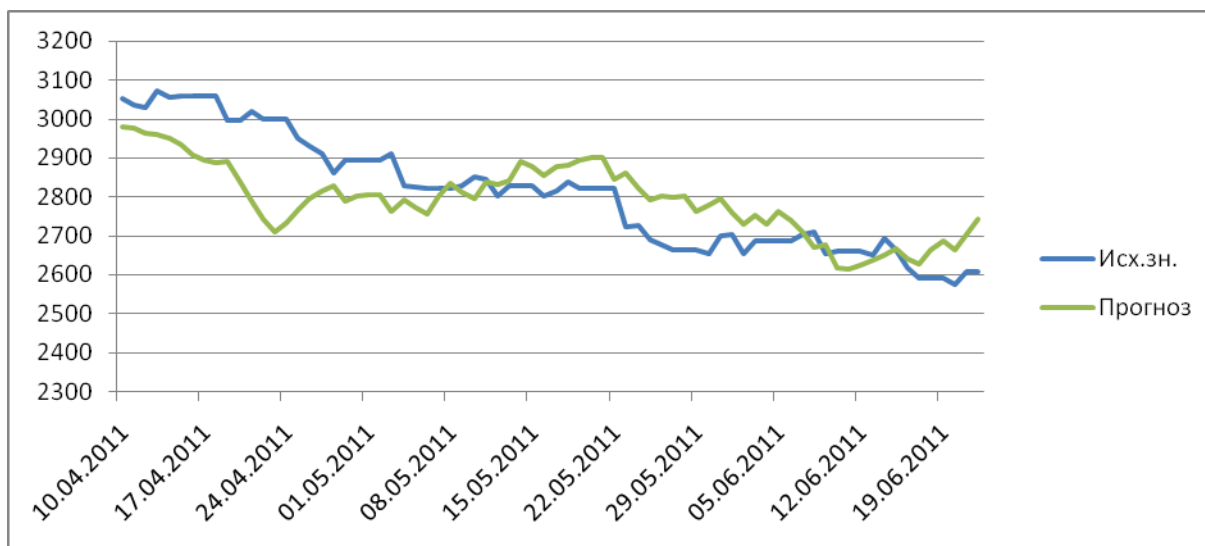


Рис 6. Графики прогноза и исходных контрольных значений для  $X_5$ .

**Показатель  $X_6$ .** В состав комплексной модели включены: тренд, гармонический тренд, авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью в остатках, модель в виде фильтра Калмана.

Оценка внешней точности  $S_\Delta$  по 10% выборке данных от конца ряда измерений составляет 197,75.

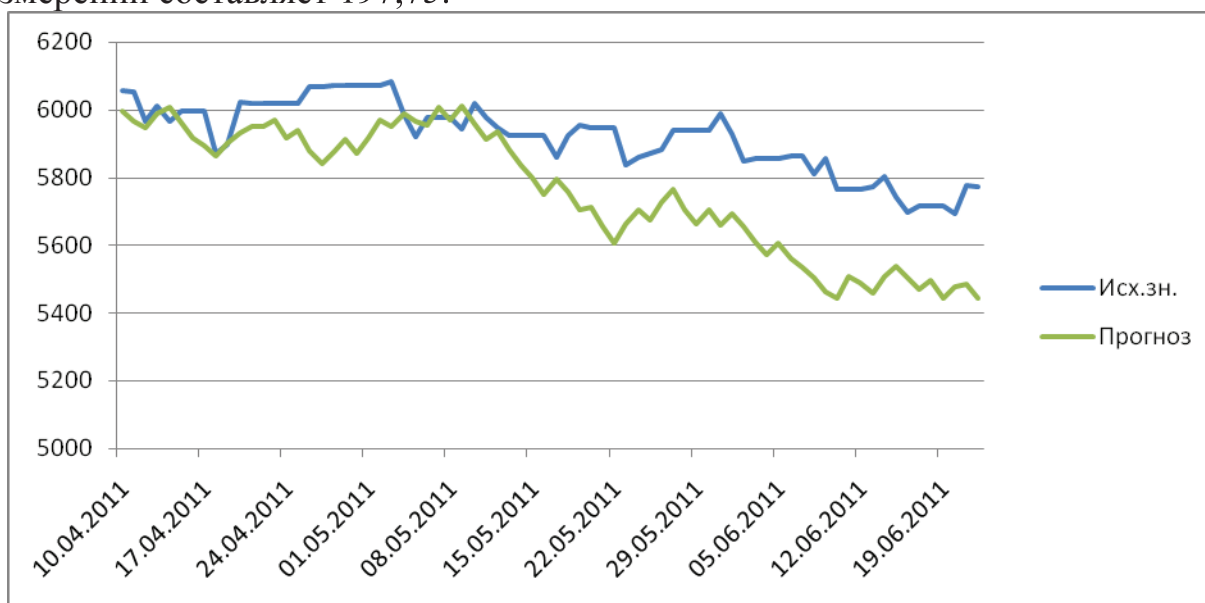


Рис 7. Графики прогноза и исходных контрольных значений для  $X_6$ .

**Показатель  $X_7$ .** В состав комплексной модели включены: тренд, гармонический тренд, авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью в остатках, модель в виде фильтра Калмана.

Оценка внешней точности  $S_\Delta$  по 10% выборке данных от конца ряда измерений составляет 32,23.

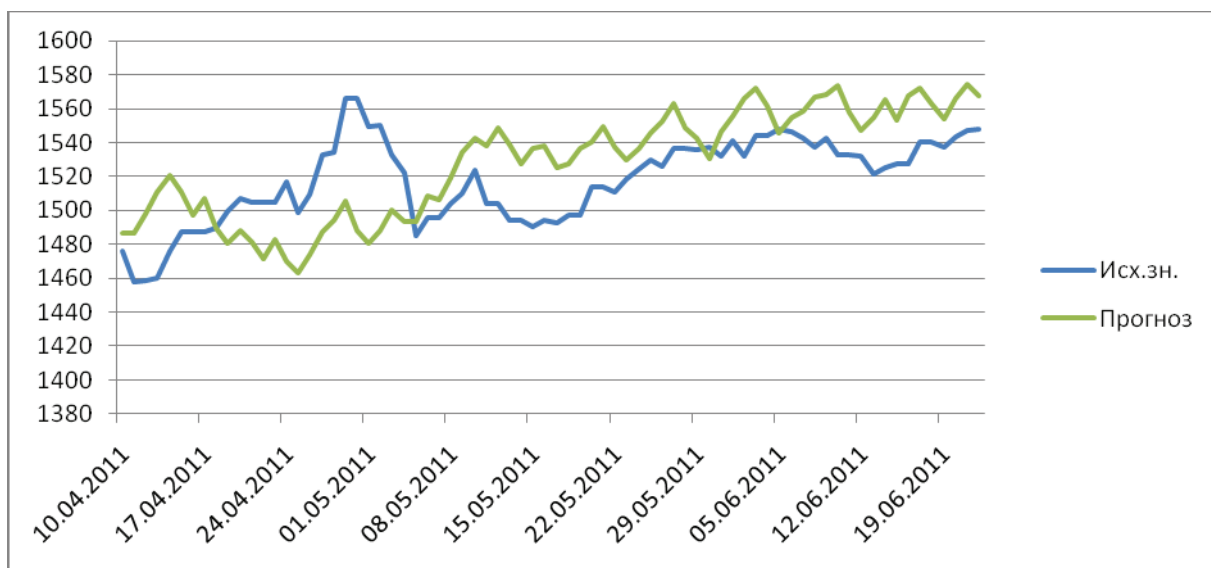


Рис 8. Графики прогноза и исходных контрольных значений для  $X_7$ .

**Показатель  $X_8$ .** В состав комплексной модели включены: тренд, гармонический тренд, авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью в остатках, фильтрация Калмана.

Оценка внешней точности  $S_\Delta$  по 10% выборке данных от конца ряда измерений составляет 5,63.

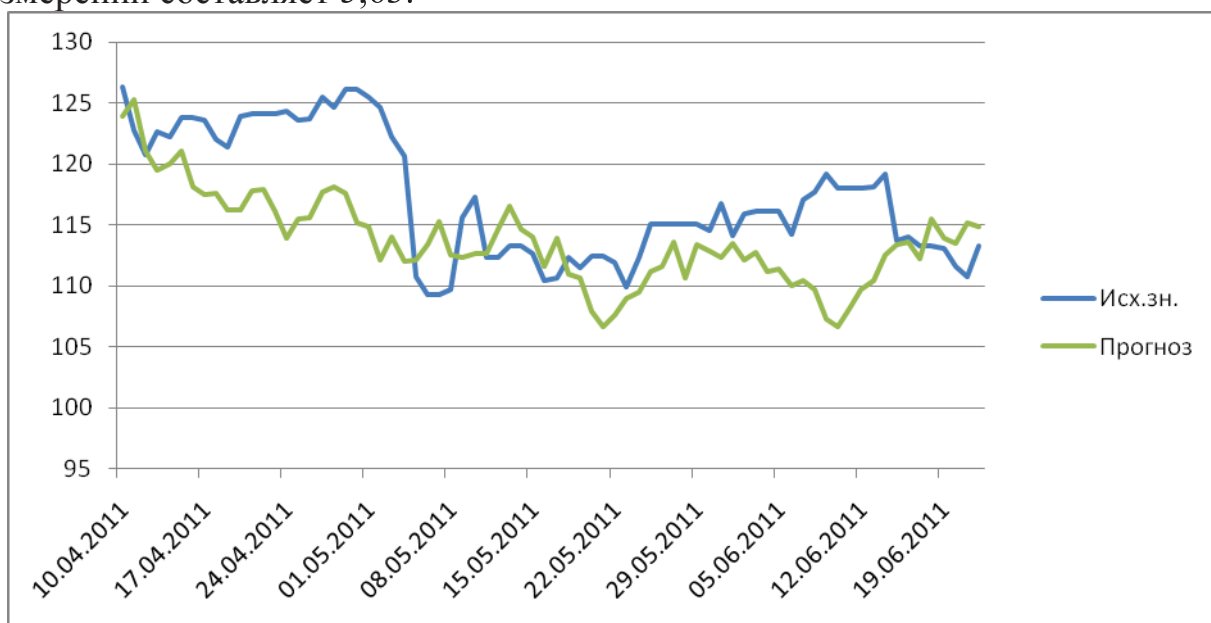


Рис 9. Графики прогноза и исходных контрольных значений для  $X_8$ .

**Показатель  $X_9$ .** В состав комплексной модели включены: тренд, гармонический тренд, авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью в остатках, фильтрация Калмана.

Оценка внешней точности  $S_\Delta$  по 10% выборке данных от конца ряда измерений составляет 11,34.

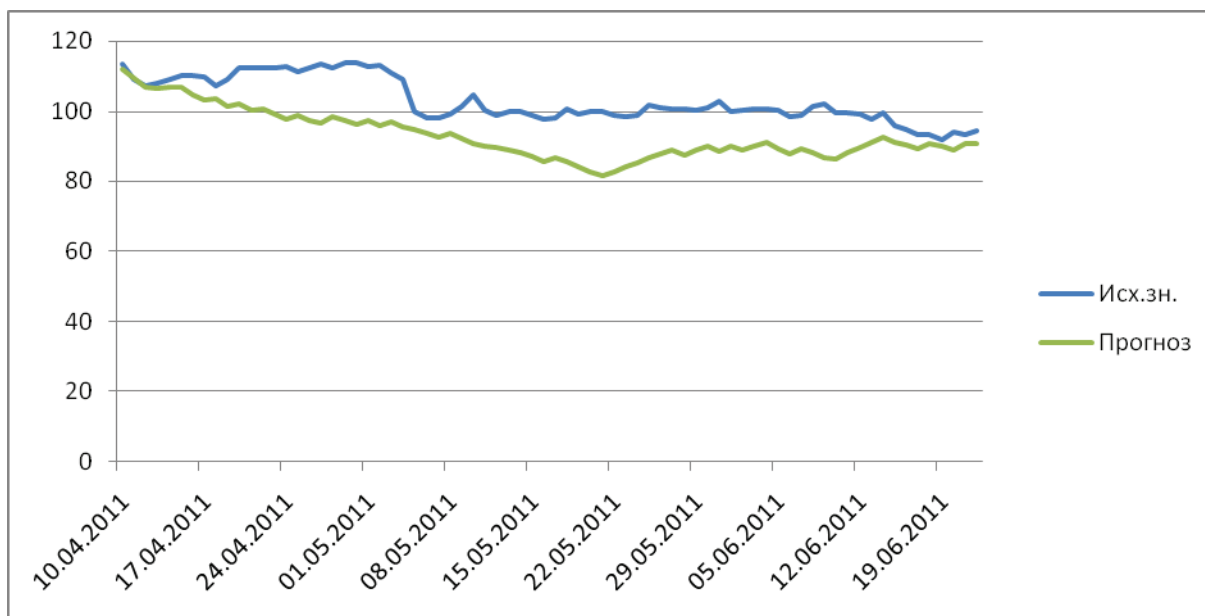


Рис 10. Графики прогноза и исходных контрольных значений для  $X_9$ .

Показатель  $X_{10}$ . В состав комплексной модели включены: тренд, гармонический тренд, авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью в остатках, фильтрация Калмана.

Оценка внешней точности  $S_\Delta$  по 10% выборке данных от конца ряда измерений составляет 1,32.

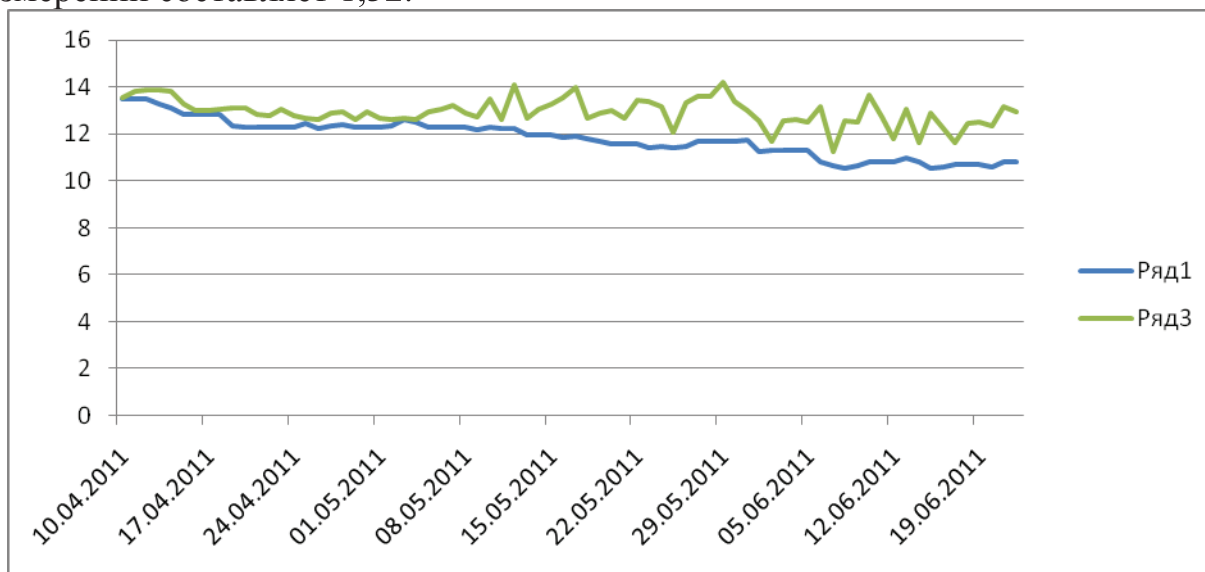


Рис 11. Графики прогноза и исходных контрольных значений для  $X_{10}$ .

Из анализа графиков и по результатам расчетов можно сделать следующие выводы:

1. Результаты фрактального анализа свидетельствуют о трендоустойчивости ВР по всем показателям.
2. Прогнозируемость тенденции сохраняются на весь 10%-ый интервал прогнозирования.

3. По показателям  $X_1, X_3, X_4, X_7, X_9$  горизонт прогнозирования, практически пригодный для управленческих решений, составляет неделю; по показателям  $X_5, X_6, X_8$  – две недели; по показателям  $X_2, X_{10}$  – три недели. В практической деятельности могут быть полезны как результаты долгосрочного прогнозирования на 10%-ый интервал, определяющие тенденции развития процесса, так, и в особенности, краткосрочного прогноза, необходимые для оперативных решений.

В дальнейшем планируется изучить вопросы устойчивости горизонта прогнозирования, сокращения числа гармоник (без потери точности) по результатам проверки статистических гипотез о равенстве дисперсий, автоматизации расчетов, учета «предвестников» катастрофического изменения процессов.

*Оценка эффективности АДР- и АРПСС-моделей.* Полученные модели сравнивались с результатами применения других статистических пакетов по точности аппроксимации и прогнозирования. В частности, был выбран известный пакет STATISTICA, с помощью которого для всех показателей строились модели АРПСС(1,0,1). Среднеквадратичные отклонения по внешним и внутренним критериям, полученные в АСДРМ-Т, заметно меньше, чем ошибки, полученные для моделей авторегрессии-проинтегрированного скользящего среднего (таблица 1.).

**Таблица 1.**

Сравнение внутренней и внешней СКО при АДР-моделировании (АСДРМ-Т) и АРПСС-моделировании (STATISTICA)

	$X_1$		$X_2$		$X_3$		$X_4$		$X_5$	
	внеш	внут	внеш	внут	внеш	внут	внеш	внут	внеш	внут
АСДРМ-Т	19,27	1,31	5,27	0,61	81,46	2,77	56,56	7,57	105,75	16,48
STATISTICA	23,47	6,07	5,89	1,91	35,38	9,69	150,88	44,95	317,26	103,91

	$X_6$		$X_7$		$X_8$		$X_9$		$X_{10}$	
	внеш	внут	внеш	внут	внеш	внут	внеш	внут	внеш	внут
АСДРМ-Т	197,75	24,03	32,23	3,80	5,63	0,49	11,34	0,52	1,32	0,24
STATISTICA	510,44	185,22	77,16	34,40	8,47	1,20	19,56	1,17	1,57	0,64

## 8. Оценка точности прогнозирования по АР и АДР

Для восстановления зависимостей между характеристиками параметров строились адаптивные регрессии, получаемые на основе АРМ-подхода и соответствующего программного обеспечения [1, 5]. Всем этим АР, идентифицированным по оптимальному сценарию обработки пакета СПОР, соответствовали минимальные значения среднеквадратичных ошибок прогнозирования (СКО)  $S_{\Delta}$  для контрольной части, которая составила 30 значений на будущее (таблица 2).

Таблица 2.

Значения ошибки прогнозирования при АР-моделировании.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$
$S_{\Delta}$	30,36	5,34	10,46	43,65	191,99	268,92	38,42	9,83	10,40	1,44

Каждый из столбцов матрицы данных можно рассматривать как массив значений временного ряда (ВР). В этом случае мы получаем набор из десяти дискретных случайных процессов. Для построения модели ВР использовался пакет АС ДРМ-Т [3]. Для обработки ВР применялся автоматический сценарий построения наилучшей аппроксимирующей модели по критерию наименьшего внешнего среднеквадратического отклонения.

Алгоритм сценария обработки ВР представляет собой последовательность вызываемых функциональных процедур. На каждом этапе проверяются свойства временного ряда. Из построенных моделей выбирается одна по минимуму среднеквадратического отклонения. На последнем этапе проверяется соблюдение условий применения МНК.

В ходе вычислительных экспериментов было образованы десять ВР по 740 наблюдений. Найденные оптимальные модели АДР содержат трендовую, гармоническую, ARCH-составляющие и модель в виде фильтра Калмана. Ниже для каждого параметра представлены значения СКО  $S_{\Delta}$ .

Адаптивные регрессии используются для описания взаимосвязей между параметрами ЭВР и восстановления зависимостей между ними. Подставляя в правые части АР-моделей, описывающих, например, показатель доходности  $Y$  от ряда других показателей, их значения прогнозируемые по моделям ЭВР, мы получаем значение  $Y$  на будущие моменты проведения измерений, что может обеспечивать эффективное оперативное управление.

Рассмотрим эту ситуацию на примере показателей доходности при условии, что элементы матрицы регрессоров – это значения прогноза, полученные по АДР-моделям. Полученные значения ошибок представлены ниже.

Таблица 3.

Значения ошибки прогнозирования при АР-моделировании с применением АДР-подхода.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$
$S_{\Delta}$	30,23	4,96	11,2	40,31	194,79	265,1	38,34	9,84	10,32	1,7

Таблица 4.

Значения ошибки прогнозирования при АДР-моделировании.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$
$S_{\Delta}$	24	5,6	55,34	44,26	141,04	105,12	36,62	6,55	10,92	0,57

Сравнивая значения  $S_{\Delta}$  в таблицах 2 и 3 видим, что для параметров  $X_1$ ,  $X_5$ ,  $X_6$ ,  $X_7$ ,  $X_8$ ,  $X_9$  они практически идентичны. Следовательно, при подстановке

прогнозов, получаемых по моделям временных рядов вместо реальных значений аргументов, точность прогнозирования не снижается.

Значения внешней ошибки прогнозирования для параметров  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_4$ ,  $X_9$ , приведенные в таблице 3, меньше чем при АДР-подходе (таблица 4), применяемом к ЭВР. Что подчеркивает перспективность использования при прогнозировании (в ряде случаев) вместо АДР АР-модели как функционалы, учитывающие зависимость основного показателя от ряда других в виде функций времени.

### **Заключение**

По итогам вычислительных экспериментов показана эффективность применения АДР для прогнозирования будущих значений параметров ЭВР, а также перспективы совместного использования адаптивной регрессии и адаптивных динамических регрессий, что может обеспечить принятие корректных управленческих решений с упреждением по времени.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Валеев С. Г. Регрессионное моделирование при обработке наблюдений / С. Г. Валеев. – М.: Наука, 1991. – 272 с. (Валеев С.Г. Регрессионное моделирование при обработке данных / С. Г. Валеев.-2-е изд., доп. и перераб. – Казань: ФЭН, 2001. – 296 с.)
2. Валеев С. Г. Статистическое моделирование временных рядов изменений координат геоцентра / Валеев С. Г., Кузин С. П., Татевян С. К., Фасхутдинова В. А. // Геодезия и картография, 2010. – №10. – С. 9-14.
3. Валеев С. Г. Программное обеспечение обработки временных рядов техногенных характеристик / Валеев С. Г., Кувайскова Ю. Е. // Обзорные прикладной и промышленной математики, 2009. – Т. 16, Вып.6. – С.1038-1039.
4. Валеев С. Г. Адаптация пакета АС ДРМ к решению экономических и производственных задач / С. Г. Валеев, Ю. Е. Кувайскова // Вопр. соврем. науки и практики. – Ун-т им. В. И. Вернадского, 2008. – №2(12). – С. 60-63.
5. Валеев С. Г. Программная система поиска оптимальных регрессий / Валеев С. Г., Кадырова Г. Р., Турченко А. А. // Вопросы современной науки и практики. – Университет им. В. И. Вернадского, 2008. – №4(14), Том 2. Серия технические науки. – С. 97-101.