не связанные напрямую с ресурсными, где существует серьезная конкурентная борьба с иностранными ТНК.

Новые экономические реалии во всех странах ставят вопросы о необходимости совершенствования механизма государственного регулирования внешнеэкономических интеграционных процессов. Глобальный финансовый кризис создал возможности некоторым российским компаниям для усиления позиций на международном рынке. Данная тенденция может быть полезна для экономики страны в целом и стать источником модернизации экономики, способствовать росту новых отраслей при взвешенной государственной политике. Необходимо отстаивать интересы национальных корпораций при

стимулировании вкладов ими денег в НИОКР, переноса и развития иностранных технологий.

- 1. Вафина Н.Х. Транснационализация производства в свете теории самоорганизации экономических систем. М., 2002.
- 2. Кузнецов С. Капитальный вывоз // Прямые инвестиции. 2011. № 8.
- 3. Полтерович В. Большинство инноваций в России это имитация технологий. URL: http://nanoportal.ru/nanoarticles/interview/polterovich 170908/.
- 4. MNEs from emerging markets: new players in the world FDI market / ed. by K.P. Sauvant, V. Govitrikar and K. Davies. 2011. January. URL: http://www.vcc.columbia.edu.
  - 5. URL: http://www.cbr.ru/statistics/?Prtid=svs.

УДК 331 **Х.Я. Галиуллин** 

## АДАПТИВНЫЕ РЕГРЕССИИ В ПРИМЕНЕНИИ К УПРАВЛЕНИЮ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ ТРУДА

В работе рассматриваются адаптивные регрессии применительно к управлению эффективностью труда, при этом выясняются возникающие трудности применения адаптивных моделей регрессии, а также выделяются элементы данного моделирования как показателя эффективности труда, его производительности. Применение адаптивного регрессионного моделирования, базирующегося на широком использовании автоматизированной системы и специального программного обеспечения, позволяет устранить ограничения стандартной методологии. Полученные при этом модели названы адаптивными регрессиями. Рассматриваются элементы АРМ-подхода в приложении к анализу одного из показателей эффективности труда, в частности на предприятиях легкой промышленности. Представлен алгоритм диагностики остатков с целого проверки соблюдения требований для применения метода наименьших квадратов.

Ключевые слова: адаптивные модели регрессии, управление эффективностью труда.

Kh. Ya. Galiullin

## ADAPTIVE REGRESSION APPLIED TO THE MANAGEMENT OF LABOR EFFICIENCY

The paper considers adaptive regresses with reference to management of efficiency of labor, examines challenges of applying adaptive models of regress and defines elements of the given modeling as an indicator of efficiency of work, its productivity. The use of adaptive regression modeling, based on extensive use of automated systems and special software, addresses the limitations of standard methodology. The obtained models are called adaptive regressions. The author considers the elements of the ARM-approach in the application to the analysis of one of the indicators of efficiency of labor, particularly in light industry. An algorithm for diagnosis of residues with a verification of the requirements for the application of the method of least squares is given.

Key words: adaptive regression model, performance management.

В ранее изданной работе [2] нами отмечался ряд ограничений в применении для управления эффективностью труда широко распространенных регрессионных моделей. Основной их недостаток – значительные ошибки при прогнозировании в силу слабой адекватности модели наблюдениям, причинами которой являются:

- использование для оценки адекватности модели так называемых «внутренних» критериев качества (среднеквадратической ошибки S, коэффициента детерминации  $R^2$ , F-статистики), характеризующих аппроксимационные, а не прогностические свойства модели;
- применение регрессионных процедур обработки без анализа соблюдения условий нормальной схемы Гаусса-Маркова (условий метода наименьших квадратов МНК) и адаптации их к нарушениям.

Отмеченные трудности могут быть разрешены за счет применения подхода адаптивного регрессионного моделирования [1] (АРМ-подход). Получаемые при этом модели мы будем называть адаптивными регрессиями. Ниже рассматриваются элементы АРМ-подхода в приложении к анализу одного из показателей эффективности труда (ЭТ), в частности на предприятиях легкой промышленности.

Элементы адаптивного регрессионного моделирования.

Описание эффективности труда регрессией в пространстве факторов. В качестве показателя ЭТ рассмотрим производительность труда (ПТ). Одним из вариантов представления ПТ является его описание в виде функции У от аргументов (факторов, регрессоров), таких, например, как [3]:

- $x_1$  возраст работника, лет;
- $x_2$  общий стаж работы, лет;
- $x_{3}^{-}$  стаж работы по специальности, лет;
- $x_{4}$  уровень образования, балл;
- $x_{5}$  семейное положение, балл;
- $x_{_{6}}$  жилищные условия, балл;
- $x_{j}^{-}$  продолжительность административного отпуска, дней;

 $x_{\rm g}$  – количество дней задержки заработной платы.

Традиционная методология характеризуется двумя моментами:

- 1) структура модели принимается как жестко заданная;
  - 2) оценивание параметров модели выполняется МНК.

В ряде работ, являющихся исключением из этого правила, отсутствует системный подход. Стандартная методология не соответствует возросшим запросам практики и не использует современные возможности современной статистики, приводя, с одной стороны, к формальному увеличению точности результатов и рассмотрению статистически незначимых элементов, с другой стороны (в условиях нарушения ряда предположений МНК) — к неоптимальным оценкам параметров и ухудшению прогностических свойств моделей.

С точки зрения современной прикладной статистики используемая методология обработки данных не в полной мере соответствует наблюдательному материалу, приводя при реализации к моделям, оценки параметров которых не удовлетворяют требованиям состоятельности, несмещенности, эффективности.

В предлагаемом системном АРМ-подходе методы оценивания и поиска оптимальных структур могут меняться для обеспечения требуемых свойств оценок в соответствии со свойствами выборки данных.

Дополнительными этапами APM относительно стандартной методологии являются:

- 1) оценка адекватности модели наблюдениям и поиск ее оптимальной структуры;
  - 2) проверка соблюдения предположений МНК;
- 3) адаптация вычислительной схемы к нарушению условий МНК применение набора приемов (замена исходной модели, методов оценивания и поиска оптимального набора слагаемых);
- 4) использование набора мер (критериев) качества моделей, включая и многокритериальную концепцию, а также оптимальных сценариев обработки данных.

Применение адаптивного регрессионного моделирования, базирующегося на широком использовании автоматизированной системы и специального программного обеспечения, позволяет устранить ограничения стандартной методологии.

Запишем нашу функцию в виде матричной модели регрессионного анализа (*PA*):

$$Y = X \beta + \varepsilon, \tag{1}$$

где Y — вектор наблюдений размера  $(n \times 1)$ , содержащий n наблюдаемых значений  $y_1, y_2, ..., y_n$  зависимой переменной или отклика Y(Y- случайная величина); X- регрессионная матрица размера  $(n \times p)$ , содержащая  $x_{10} = x_{20} = ... = x_{n0} = 1$  и элементы  $x_{ij}$  как i-е наблюдения (i = 1, n) над регрессорами  $x_{ij}$  (j = 1, p - 1)  $(x_{ij} - \text{неслу-})$ 

чайная величина), p – количество регрессоров;  $\beta$  – вектор размера ( $p \times 1$ ) истинных неизвестных параметров  $\beta_j$  ( $j = \overline{\mathbf{0}, p - 1}$ ), подлежащих оцениванию ( $\beta_j$  – неслучайная величина);  $\varepsilon$  – вектор флуктуаций (ошибок) размера ( $n \times 1$ ), содержащий неизвестные погрешности наблюдений  $\varepsilon_j$  ( $\varepsilon_j$  –случайная величина).

Модель вида (1) назовем моделью множественной регрессии (МР-моделью, или просто МР). Важно подчеркнуть, что МР — это гипотеза о виде и составе зависимости ПТ от регрессоров  $x_1 - x_8$ .

Модели множественной регрессии (МР-модели) широко используются для описания различных зависимостей практически во всех областях науки и техники. Наиболее распространены алгебраические полиномы одного или более порядка по ряду переменных (регрессоров), кусочно-полиномиальные описания (сплайны), ортогональные полиномиальные модели и др.

Следует различать модели МР по назначению – по цели их построения. В большинстве случаев МР предназначены для предсказаний (прогнозирования) значений изучаемой выходной характеристики (отклика). В ряде случаев интерес вызывают их оцениваемые параметры или и то, и другое. Модели первого вида по назначению назовем прогностическими, второго и третьего соответственно – параметрическими и смешанного типа.

Очевидно, наша модель (1) в виде алгебраического полинома первой степени по переменным  $x_1 - x_8$  предназначена для прогнозирования.

Итак, на этапе постулирования модель ПТ в виде алгебраического полинома (1) при APM-подходе считается гипотезой, подлежащей проверке и уточнению как, вообще говоря, по классу базисных функций, так и по количеству и составу слагаемых.

Оценивание коэффициентов регрессии (1). Наиболее распространенным методом оценивания параметров (элементов вектора  $\beta$ ) модели (1) является МНК. Считается, что МНК-оценки  $\widehat{\beta}_j$  ( $j=\overline{\mathbf{0},\mathbf{p}}$ ) являются оптимальными оценками (состоятельными, несмещенными и эффективными). Однако в приложениях забывается тот факт, что таковыми они могут быть при соблюдении ряда условий, вкратце обозначенных в теореме Гаусса-Маркова. Полный перечень условий рассмотрен в ранее изданной нами работе [1]. Если они нарушены,  $\widehat{\beta}_j$  не будут оптимальными: МНК-оценки в этом случае будут обременены заметными случайными и систематическими ошибками, обременяющими прогноз  $\hat{Y}$  для ПТ.

Несоответствие условий применения МНК (гипотез по выборке данных, по векторам  $\beta$ , Y,  $\varepsilon$  и матрице X) реальным данным и модели (1) отражаются в определенной мере (но не полностью) в критериях качества модели прогноза:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\mathbf{\beta}}$$
 (2)

В стандартном регрессионном анализе (PA), как уже отмечалось, в качестве критериев используются статистики F,  $R^2$ , S, из которых наиболее надежной следует считать F-статистику. Ее применение обосновано при нормальном распределении  $\varepsilon$ .

Подводя итоги по этапу оценивания, резюмируем, что при APM-подходе основное внимание уделяется соблюдению условий PA-MHK (в пределах точности измерений), обеспечивающему получение оптимальных оценок прогноза для функции ПТ. Помимо «внутренних» статистик  $F,\ R^2,\ \sigma$  в APM-подходе используются «смешанные» и внешние критерии, мало зависящие или полностью не зависящие от данных, по которым строится модель.

Диагностика соблюдения условий РА-МНК. Рассмотрим вкратце алгоритм диагностики остатков с целого проверки соблюдения требований для применения МНК. Очевидно, до его применения нам неизвестно, в какой степени гипотеза о виде модели для ПТ соответствует (адекватна) наблюдениям. Получив после обработки данных (путем перебора конкурирующих моделей) оптимальную модель по *F*-критерию или, если это возможно, по критерию минимума внешней средней квадратичной ошибки (СКО)  $S_{\Delta}$ , необходимо исследовать соответствующие статистики и остатки этой модели на соблюдение условий МНК. Если эти условия существенно нарушены, оценки параметров модели вида (1)  $\beta$  не могут считаться оптимальными; соответственно результаты будут обременены существенными случайными и систематическими ошибками. На примере проверки трех основных условий можно показать, как реализуются алгоритмы диагностики. Наиболее «уязвимыми» требованиями являются независимость параметров (отсутствие мультиколлинеарности), их статистическая значимость и нормальность распределения остатков. Несоблюдение первых двух условий приводит к случайным и систематическим ошибкам, нарушение последнего - к ошибкам при оценке качества модели по F-критерию и при построении интервальных оценок. Диагностика независимости оцениваемых параметров проводится по элементам корреляционной матрицы  $K(\vec{\beta})$ , получаемой в модели (2) из ковариационной матрицы  $D(\vec{\beta})$ . В целом о наличии мультиколлинеарности можно судить по значению определителя  $det \ K(\vec{\beta})$ . Его отличие от (1) сигнализирует о степени нарушения условия независимости. Статистическая значимость параметров моделей вида (1), (2) оценивается на принятом уровне значимости по известным t-статистикам; гипотеза о нормальности распределения проверяется (в зависимости от объема выборки) по одному или нескольким критериям ( $\chi^2$ , Колмогорова-Смирнова и др.). Не меньшего внимания требуют и другие условия МНК.

Адаптация. При существенном несоблюдении требований МНК необходимо применять соответствующие вычислительные схемы адаптации. Последовательность их использования определяет сценарий обработки данных. Для рассмотренных выше нарушений трех условий (на матрицу X, векторы  $\beta$  и  $\varepsilon$  для модели (1)) можно соответственно применить:

- для обеспечения независимости столбцов X: гребневое («ридж») оценивание, метод регуляризации параметра, линейное или нелинейное программирование и др.;
- для устранения дублирующих слагаемых модели или незначимых компонент вектора  $\beta$ : методы пошаговой регрессии, полного перебора;

– для снижения влияния выбросов, порождающих ненормальность распределения остатков: робастное (устойчивое) оценивание методом Хубера и др.

Для прогностических моделей ПТ разработан сценарий, включающий следующие этапы:

- оцениваются параметры, статистики и критерии качества для модели – «гипотезы» и выполняется диагностика остатков;
- при малой размерности модели (до 20 слагаемых) методом полного перебора идентифицируется модель ПТ, оптимальная по выбранному критерию качества (желательно по  $S_{\Delta}$ ); тем самым устраняются статистически незначимые и сильно коррелирующие между собой слагаемые модели;
- параметры оптимальной по  $S_{\Delta}$  модели заново переопределяются методами гребневого и робастного оценивания; если при этом СКО  $S_{\Delta}$  снижается, то за окончательный вариант принимается модель с соответствующими параметрами. Для контроля на последнем шаге остатки для принятой модели заново подвергаются диагностике. При анализе других условий схема адаптации и вычислительный инструментарий расширяются.

Методология адаптивного регрессионного моделирования. АРМ-подход на начальном этапе предусматривает применение в качестве исходных линейной по оцениваемым параметрам модели и вычислительной схемы МНК; на последующих этапах:

- проверку соблюдения условий применения РА-МНК, ранжирование нарушений по степени искажения свойств оптимальных оценок  $\hat{\beta}_{i}$  или  $\hat{Y}$  в зависимости от назначения модели (прогноз, описание, описание и прогноз);
- последовательную адаптацию к нарушениям путем применения соответствующих процедур;
- повторную проверку нарушений и ранжирование их при необходимости. В эту схему вписывается решение большинства проблем, возникающих при решении задач МНК в различных приложениях, таких как многокритериальность, многооткликовость, полимодальность, нелинейность, нестационарность и др. Основными элементами АРМ-подхода, формирующими оптимальные оценки параметров модели и прогноза, являются выборка, функция, методы оценивания и структурной идентификации, а также вычислительные сценарии адаптации. Их выбор является либо предрешенным, либо результатом поиска по заданному одному или множеству критериев путем вычислительных экспериментов.

*<sup>1.</sup> Валеев С.Г.* Регрессионное моделирование при обработке наблюдений. М., 1991.

<sup>2.</sup> Валеев С.Г., Галиуллин Х.Я. Методология прогнозирования и планирования показателей производительности труда // Научные труды II международ. науч.-практич. конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы приборостроения, информатики, экономики и права». М., 1999. Кн. «Экономика». Ч. I.

<sup>3.</sup> Саган О.И. Совершенствование управления производительностью труда рабочих на предприятиях текстильной промышленности с учетом социальных факторов: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2007.