

Вопрос по выбору. Эффект Керра.

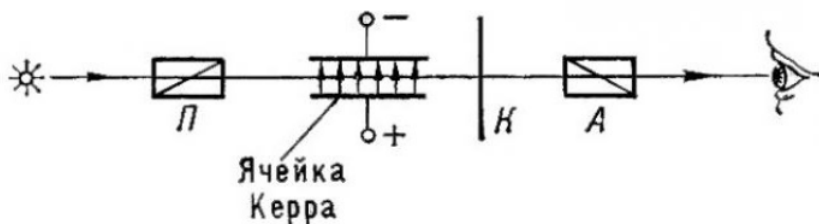
Радькин Кирилл, Б01-005

30.05.22

Электрооптический эффект Керра — это возникновение двойного лучепреломления в оптически изотропных веществах под действием внешнего однородного электрического поля. Оптически изотропная среда, помещенная в однородное электрическое поле, становится анизотропной и приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого направлена вдоль поля.

Изначально эффект наблюдал Джон Керр на стекле в 1875 году, но последующие исследования показали, что явление наблюдается также и на жидкостях, и в газах.

Обнаружить эффект можно, поместив между скрещенными поляроидами плоский конденсатор, заполненный исследуемым веществом. В отсутствие электрического поля свет не проходит через систему, но при его включении возникает двойное преломление, вследствие чего свет становится поляризованным эллиптически и частично проходит через второй поляроид. На рисунке также изображен компенсатор К, предназначенный для измерения разности фаз между лучами.



Далее предполагаем, что внешнее поле E_0 однородно, а лучи распространяются перпендикулярно к нему. Очевидно, что разность $n_e - n_o$ является функцией компонент E_0 . Так как среда без поля является изотропной, то эта функция не может зависеть от знака E_0 , то есть не должна изменяться при замене «-» на «+». Поэтому ее разложение может содержать только четные степени. В простейшем случае $n_e - n_o = kE_0^2$. Эта

формула была подтверждена экспериментально. Разность фаз в таком случае будет следующей:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)l = 2\pi B l E^2$$

где коэффициент $B = \frac{k}{\lambda}$ называется постоянной Керра. Например, при 20°C нитробензол имеет $B = 2,2 \cdot 10^{-5}$ ед. СГСЭ, что при напряжении 1500 В и расстоянии между пластинами 1 мм даст разность фаз $\varphi = \frac{\pi}{2}$, что дает пластинку в четверть длины волны.

Явление Керра объясняется анизотропией самих молекул. Количественная теория была развита Ланжевеном в 1910 году. Ее смысл в следующем: молекулы среды изотропны и распределены хаотически, поэтому поляризация среды отсутствует — $P = 0$. Под действием внешнего поля молекулы приобретают дипольный момент, который не обязательно направлен по полю. Одновременно поле стремится ориентировать молекулы вдоль своего направления. Тепловое же движение, напротив, стремится это обратить. Результатом является некоторая средняя ориентация молекул, которая и определяет степень анизотропии.

Найдем сначала распределение числа молекул по направлениям. Обозначим поляризуемость молекулы β . Под действием поля она приобретает дипольный момент $p = \beta E_0 \cos \theta \vec{s}$, направленный вдоль оси молекулы, \vec{s} — единичный вектор, в том же направлении. Воспользуемся сферическими координатами.

$$\begin{cases} s_x &= \sin \theta \cos \varphi \\ s_y &= \sin \theta \sin \varphi \\ s_z &= \cos \theta \end{cases}$$

Тогда:

$$\begin{cases} p_x &= \beta E_0 s_x s_z \\ p_y &= \beta E_0 s_y s_z \\ p_z &= \beta E_0 s_z^2 \end{cases}$$

Подсчитаем энергию диполя во внешнем поле. Она складывается из деформации молекулы (формирование диполя, $u = \frac{1}{2}q\varphi = \frac{1}{2}q\frac{q}{r^2} = \frac{1}{2}pE_0$) и разворота диполя ($u = (\vec{p}\vec{E}_0)$).

$$u = u_{\text{деф}} + u_{\text{ориент}} = \frac{1}{2}pE_0 - pE_0 = -\frac{1}{2}pE_0 = -\frac{1}{2}p_z E_0 = -\frac{1}{2}\beta E_0^2 s_z^2$$

Используя это выражение, запишем распределение Больцмана для молекул:

$$dN = A \exp\left(\frac{-u}{kT}\right) d\Omega = A \exp\left(\frac{pE_0}{2kT}\right) d\Omega$$

Здесь A — нормировочный множитель, $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ — элемент телесного угла.

Так как $pE_0 \ll kT$, то можно разложить экспоненту:

$$\exp\left(\frac{pE_0}{2kT}\right) \approx 1 + \frac{pE_0}{2kT} = 1 + \frac{a}{2}s_z^2$$

$$\text{где } a = \frac{\beta E_0^2}{kT}$$

$$\text{Тогда } dN = A \left(1 + \frac{a}{2}s_z^2\right) d\Omega$$

Найдём нормировочный множитель:

$$N = A \int_0^\pi \left(1 + \frac{a}{2}\cos^2\theta\right) \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 4\pi A \left(1 + \frac{a}{6}\right)$$

$$A = \frac{N}{4\pi} \left(1 - \frac{1}{6}\right)$$

Искомое распределение имеет следующий вид:

$$dN = N \left[1 + \frac{a}{2} \left(s_z^2 - \frac{1}{3}\right)\right] \frac{d\Omega}{4\pi}$$

Далее найдем диэлектрическую проницаемость для волны. Как и ранее, считаем, что волна распространяется перпендикулярно полю. Рассмотрим 2 случая:

1. Волна поляризована вдоль E_0 . Это значит, что $E_z \neq 0$, $E_x = E_y = 0$, $p_z = \beta E_z s_z^2$. Вектор поляризации среды имеет вид:

$$\begin{aligned} P_z &= \int p_z dN = \frac{1}{4\pi} N \beta E_z \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{a}{2} \left(s_z^2 - \frac{1}{3}\right)\right) s_z^2 \sin\theta d\theta d\varphi = \\ &= \frac{1}{3} N \beta E_z \left(1 + \frac{2}{15} a\right) = \alpha_{zz} E_z \end{aligned}$$

Учитывая, что $E_z = 4\pi P_z = \varepsilon_{zz} E_z$, получаем

$$\varepsilon_{zz} = 1 + 4\pi\alpha_{zz} = 1 + \frac{4\pi}{3}N\beta + \frac{8\pi}{45}N\beta\alpha$$

Эта компонента имеет вид $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}^0 + \varepsilon_{zz}^2 E_0^2$

Тогда для показателя преломления имеем $n_z = \sqrt{\varepsilon_{zz}} = n_z^0 + n_z^2 E_0^2$,

где $n_z^0 = 1 + \frac{2\pi}{3}N\beta$, $n_z^2 = \frac{4\pi}{45} \frac{N\beta^2}{kT}$

2. Теперь пусть поле E перпендикулярно полю в конденсаторе и направлено по оси x . Тогда:

$$\begin{cases} p_x &= \beta E_x s_x^2 \\ p_y &= \beta E_x s_x s_y \\ p_z &= \beta E_x s_x s_z \end{cases}$$

Аналогично

$$\begin{aligned} P_x &= \int p_x dN = \frac{1}{4\pi} N\beta E_x \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{a}{2} \left(s_z^2 - \frac{1}{3}\right)\right) s_x^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \\ &= \frac{1}{3} N\beta E_x \left(1 - \frac{1}{15}a\right) \end{aligned}$$

$$P_y = \int p_y dN = \frac{1}{4\pi} N\beta E_x \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{a}{2} \left(s_z^2 - \frac{1}{3}\right)\right) s_x s_y \sin \theta d\theta d\varphi = 0$$

$$P_z = \int p_z dN = \frac{1}{4\pi} N\beta E_x \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{a}{2} \left(s_z^2 - \frac{1}{3}\right)\right) s_x s_z \sin \theta d\theta d\varphi = 0$$

Учитывая, что $E_x + 4\pi P_x = \varepsilon_{xx} E_x$ получаем:

$$\varepsilon_{xx} = 1 + 4\pi\alpha_{xx} = 1 + \frac{4\pi}{3}N\beta - \frac{4\pi}{45}N\beta\alpha$$

Тогда для показателя преломления имеем $n_x = \sqrt{\varepsilon_{xx}} = n_x^0 + n_x^2 E_0^2$,
где $n_x^0 = 1 = \frac{2\pi}{3} N\beta$, $n_x^2 = \frac{-2\pi}{45} \frac{N\beta^2}{kT}$

Ясно, что если бы мы направили поле E по оси y , то аналогичным образом получили бы подобные формулы:

$$P_x = 0, P_y = \frac{1}{3} N\beta E_y \left(1 - \frac{1}{15} a\right), P_z = 0$$

а также

$$\varepsilon_y y = 1 + 4\pi\alpha_{xx} = 1 + \frac{4\pi}{3} N\beta - \frac{4\pi}{45} N\beta\alpha$$

Полученный результат означает, что выбранные оси являются главными, и тензор проницаемости в них приводится к диагональному виду.

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

Причем $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} \neq \varepsilon_{zz}$ — как и в одноосном кристалле.

Это означает, что величина $n_x = \sqrt{\varepsilon_{xx}}$ имеет смысл показателя преломления для обыкновенного луча, а $n_z = \sqrt{\varepsilon_{zz}}$ — необыкновенного.

Учитывая, что в отсутствие внешнего поля показатель преломления среды есть:

$$n = n_x^0 = n_z^0 = 1 + \frac{2\pi}{3} N\beta$$

можно записать формулы в виде:

$$n_e - n = \frac{4\pi}{45} N\beta\alpha, n_0 - n = \frac{-2\pi}{45} N\beta\alpha$$

или

$$\frac{n_e - n}{n_0 - n} = -2$$

Это равенство хорошо выполняется для большинства веществ.

Далее находим разность $n_e - n_0 = \frac{2\pi}{15} N \beta \alpha = \frac{n-1}{5} \frac{\beta E_0^2}{kT}$

Получили выражение для постоянной Керра:

$$B = \frac{n-1}{5\lambda_0 kT} \beta$$

Теория Ланжевена имеет небольшую проблему. Постоянная Керра получается всегда положительная не только для полностью анизотропных молекул, но и для молекул с произвольным тензором поляризуемости. Эта проблема была устранена в 1916 году Борном, который распространил ее на полярные молекулы со значительными постоянными дипольными моментами, направления которых могут не совпадать с направлениями наибольшей поляризуемости молекул. Так как собственный момент велик по сравнению с индуцируемыми моментами, то ориентация в таком случае будет определяться именно собственными моментами. Направление наибольшей поляризации среды может составлять с ним значительный угол, и если их направления взаимно перпендикулярны, то постоянная Керра считается отрицательной.

Научно-техническое применение эффекта Керра основано на том, что явление имеет чрезвычайно быстрое время установления и исчезновения. Это обусловлено быстрым процессом поляризации и поворота молекул во внешнем поле – порядка 10^{-9} секунд. На основе эффекта Керра были придуманы быстродействующие затворы и модуляторы света, применяемые в лазерной технике для управления режима работы лазеров.