1a) Для системы $\{\neg, \to\}$:
$\overline{A} \to B = A \vee B$,
$\overline{A \to \overline{B}} = A \wedge B => \{\neg, \to\} \iff \{\neg . \vee, \wedge, \}$, а такая система полна

Для системы $\{1, \oplus\}$:
$1 \oplus 1 = 0 => \{1, 0, \oplus\} =>$ можем построить палином Жегалкина $=>$ система полна

Для системы $\{\neg, \equiv\}$:
$x \equiv x = 1, x \equiv \overline{x} = 0, x \equiv y \equiv 0 = x \oplus y => \{\neg, \equiv\} \iff \{1, \oplus\}$, а такая система - полна (см. выше)

1b) Обозначим $M(f) = 1$, если f принадлежит M, и соответственно $M(f) = 0$, если f не принадлежит $M =>$
$K(f) = S(f) \wedge M(f) \vee L(f) \setminus M(f) \vee T_0(f) \setminus S(f)$ (для удобства опустим (f))
$K = S \wedge M \vee L \vee \overline{M} \vee T_0 \vee \overline{S} = S \vee L \vee \overline{M} \vee T_0 \vee \overline{S} = 1 =>$ любая булева функция принадлежит K $=>$ система полна

2) Если система $\{f_1 ... f_n\}$ - полна, тогда:

- $\exists f_k \notin T_0 => \exists f_k^* \notin T_1 (f_k(\overline{0}) = 1 => f_k^*(\overline{1}) = \overline{f_k(\overline{0})} = 0$,
- $\exists f_k \notin T_1 => \exists f_k^* \notin T_0$ (аналогично см.выше)
- $\exists f_k \notin S => \exists f_k^* \notin S$ (предположим обратное, тогда $f_k^{**} = f_k^*$, кроме того: $f_k^* * = f_k => f_k = f_k^*$ - противоречие)
- $\exists f_k \notin M => \exists p, q (p > q) : f_k(p) < f_k(q) => f_k(\overline{p}) \geqslant f_k(\overline{q}) => \overline{f_k(\overline{p})} < \overline{f_k(\overline{q})} => f_k^*(p) < f_k^*(q) => f_k^* \notin M$
- $\exists f_k \notin L => f_k(\vec{x}) \neq a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + C_a => f_k(\overline{\vec{x}}) \neq a_1 \overline{x_1} + a_2 \overline{x_2} + ... + C_a$
  Т.к. $\overline{x} = x + 1 => f_k(\overline{\vec{x}}) \neq a_1 x_1 + a_2 x_2 + .. + C_a + a_1 + a_2 + ... + a_n =>$
  $\overline{f_k(\overline{\vec{x}})} \neq a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + C_a + a_1 + ... + a_n + 1$
  Заменим $\overline{f_k(\overline{\vec{x}})} = f_k^*$, $C_a + a_1 + ... + a_n + 1 = C_a^1 =>$
  $f_k^* \neq a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + C_a^1 => f_k^* \notin L$

Таким образом, система $\{f_1^* ... f_n^*\}$ не лежит целиком ни в одной из систем $T_0, T_1, L, S, M =>$ такая система полна
3)

- Если $a_1 = a_2 = ... = 0 =>$ получаем две функции: для $C = 1$ и $C = 0$
- Если $a_1^2 + a_2^2 + ... \neq 0$, вспоминаем, что любая симметрическая функция существенно зависит от всех своих переменных. В нашем случае это означает, что: $a_1 = a_2 = ... = 1 =>$ получаем еще две функции: для $C = 1$ и $C = 0$

Таким образом, существует 4 такие функции
4) $x_1 + x_2 + ... + x_n = 1$, если в наборе $x_1 x_2 .. x_n$ нечетное кол-во единиц. По индукции легко доказывается, что ровно в половине таких наборов кол-во единиц - нечетное. Таким образом, ровно в половине строк таблицы истинности должна стоять единица (в 2^{n-1} строках). В остальных 2^{n-1} строках может стоять все что угодно $=>$ кол-во функций равно $2^{2^{n-1}}$
6a) $PAR = x_1 + x_2 + ... + x_n$