

3.2.4 Свободные колебания в электрическом контуре

Радькин Кирилл Б01-005

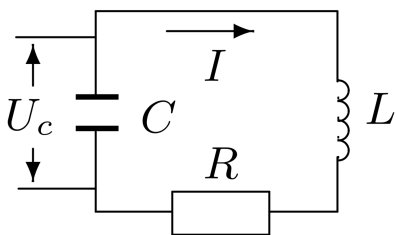
9.12.21

Цель работы: исследование свободных колебаний в колебательном контуре

В работе используются: генератор импульсов, электронное реле, магазин сопротивлений, магазин емкостей, индуктивность, электронный осциллограф, универсальный мост

Теоретическое введение

Основное уравнение колебательного контура



$$\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega_0^2 I = 0 \quad (1)$$

Где $\gamma = \frac{R}{2L}$ — коэффициент затухания, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ — собственная частота контура. Решением этого уравнения являются затухающие колебания:

$$I = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta) \quad (2)$$

Рис. 1. Колебательный контур

Здесь $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$. Можно записать решение (1) и для напряжения:

$$U_C = U_0 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta) \quad (3)$$

В контуре со слабым затуханием ($\omega \simeq \omega_0$) верна **формула Томпсона** для периода:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \simeq \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (4)$$

Режим работы контура, при котором $\gamma = \omega_0$, называется **критическим**. Его сопротивление равно

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5)$$

Потери затухающих колебаний принято характеризовать через **добротность** и **логарифмический декремент затухания**:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad - \quad \text{Добротность, потери энергии} \quad (6)$$

$$\Theta = \frac{1}{n} \gamma T = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}} \quad - \quad \text{Лог. декремент, потери амплитуды} \quad (7)$$

Экспериментальная установка

Исследуемый колебательный контур состоит из индуктивности L , ёмкости C и резистора R (рис. 1). Конденсатор контура заряжается короткими одиночными импульсами, после каждого из которых в контуре возникают свободные затухающие колебания. Подав напряжение с конденсатора на осциллограф, можно по картине, возникающей на экране осциллографа, определить период колебаний в контуре, исследовать затухание колебаний и определить основные параметры колебательного контура.

Картину колебаний можно представить не только в координатах (U, t) , но и в координатах (U, \dot{U}) , или, как говорят, на фазовой плоскости. В этих координатах кривая незатухающих колебаний ($\gamma = 0$) имеет вид эллипса (или окружности - при одинаковых амплитудах U и \dot{U}), а картина реальных колебаний изображается сворачивающейся спиралью.

Схема подключения осциллографа для изучения колебаний на фазовой плоскости представлена на рис. 2. На вертикальный вход осциллографа подаётся напряжение U_C с конденсатора, а на горизонтальный — напряжение с резистора U_R .

На рис. 3 приведена схема для исследования свободных колебаний в контуре типа рис. 1. Колебания наблюдаются на экране осциллографа.

Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54. С выхода генератора по коаксиальному кабелю импульсы поступают на колебательный контур через электронное реле, смонтированное в отдельном блоке (или на выходе генератора). Реле содержит диодный тиристор D и ограничительный резистор R_1 . Импульсы заряжают конденсатор C . После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура, и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Входное сопротивление осциллографа велико ($\simeq 1$ МОм), так что его влиянием на контур можно пренебречь.

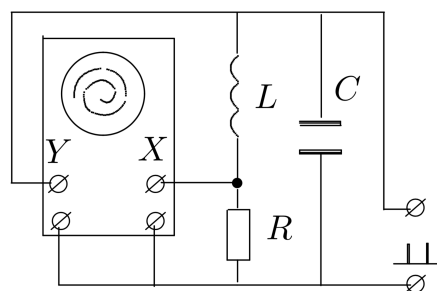


Рис. 2. Фазовый режим

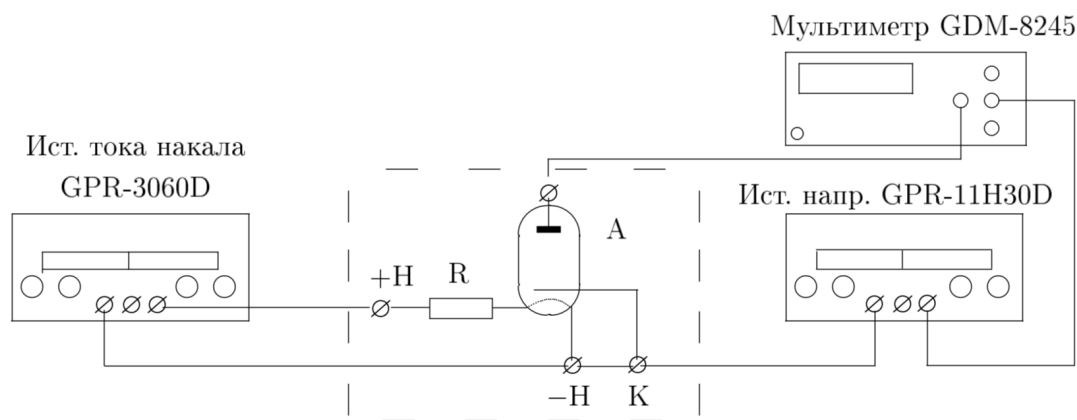


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

Для получения устойчивой картины затухающих колебаний используется режим ждущей развёртки с синхронизацией внешними импульсами, поступающими с выхода «синхроимпульсы» генератора.

Ход работы

1. Настроим установку
2. Установим на магазине сопротивлений величину $R = 0$; на магазине емкостей — величину $C = 0.02$ мкФ.
3. Прокалибруем горизонтальную ось осциллографа по известному периоду повторения импульсов: для этого
 - подберем частоту развёртки осциллографа, при которой расстояние x_0 между импульсами, поступающими с генератора занимает почти весь экран
 - измерим на экране расстояние x , которое занимают несколько полных периодов n , рассчитаем период колебаний контура: $T = \frac{T_0 \cdot x}{n \cdot x_0}$

Изменяя емкость от 0.02 мкФ до 0.9 мкФ, проведем измерения периодов:

C , мкФ	T , мс
0.02	0.45
0.03	0.59
0.04	0.94
0.05	0.78
0.06	0.85
0.07	0.85
0.08	0.95
0.09	1.06

4. Приняв $L = 200$ мГн, рассчитаем емкость C , при которой частота собственных колебаний контура будет равна $\nu_0 = 5$ кГц: $C = 5$ нФ. Рассчитаем также $R_{кр} = 12$ кОм.
5. Установим на магазине емкость, близкую к рассчитанной. Увеличивая сопротивление от 0 до $R_{кр}$, зафиксируем сопротивление, при котором колебательный режим переходит в апериодический: $R_{крэксп} = 8.8$ кОм.
6. Установим сопротивление $R \simeq 0.1 \cdot R_{крэксп}$, получим картину затухающих колебаний (рис. 4).

Для расчета логарифмического декремента затухания Θ по формуле $\Theta = \frac{1}{n} \cdot \frac{U_k}{U_{k+n}}$, измерим амплитуды, разделенные целым числом периодов n .

R , Ом	n	U_k	U_{k+n}	Θ
900	3	2	0.4	0.54
1100	3	2.2	0.4	0.57
1300	2	2.4	0.6	0.69
1500	2	2.6	0.5	0.82
1700	2	2.7	0.4	0.95
1900	2	2.8	0.4	0.97
2100	2	2.9	0.3	1.13
2300	2	3	0.2	1.35
2500	2	3	0.2	1.35

7. Настроим осциллограф для наблюдения затухающих колебаний на фазовой плоскости и пронаблюдаем за изменением спирали при увеличении R от $0.1 \cdot R_{кр}$ до $0.3 \cdot R_{кр}$ (одна из спиралей на рис. 5).



Рис. 4. Затухающие колебания

8. Рассчитаем экспериментальные и теоретические значения периодов и построим график (рис. 6) $T_{\text{эксп}} = f(T_{\text{теор}})$

$T_{\text{эксп}}, \text{ мс}$	$T_{\text{теор}}, \text{ мс}$
0.45	0.39
0.59	0.49
0.95	0.56
0.79	0.63
0.85	0.69
0.85	0.74
0.96	0.79
1.06	0.84

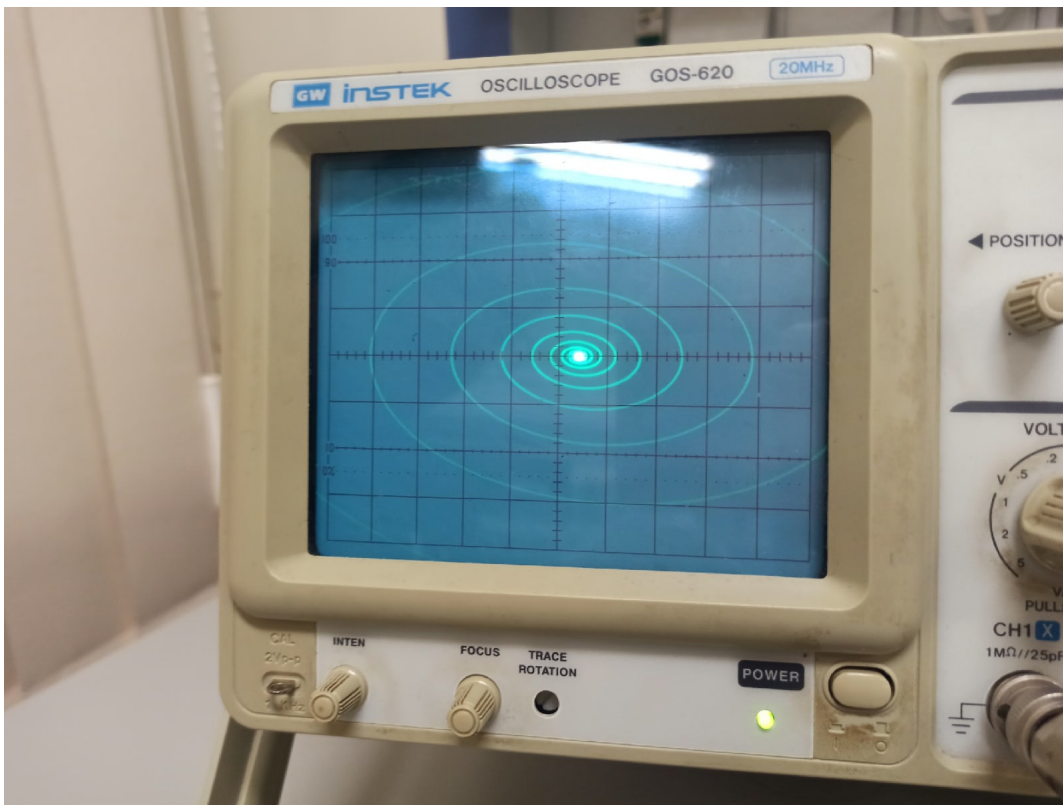


Рис. 5. Спираль

9. Рассчитаем значения Θ и $R_{\text{конт}} = R_l + R$. Построим график в координатах $\frac{1}{\Theta^2} = f\left(\frac{1}{R_{\text{конт}}^2}\right)$ (рис. 7). Определим $R_{\text{кр}}$ по наклону прямой: $R_{\text{кр}} = 11623 \text{ Ом}$.

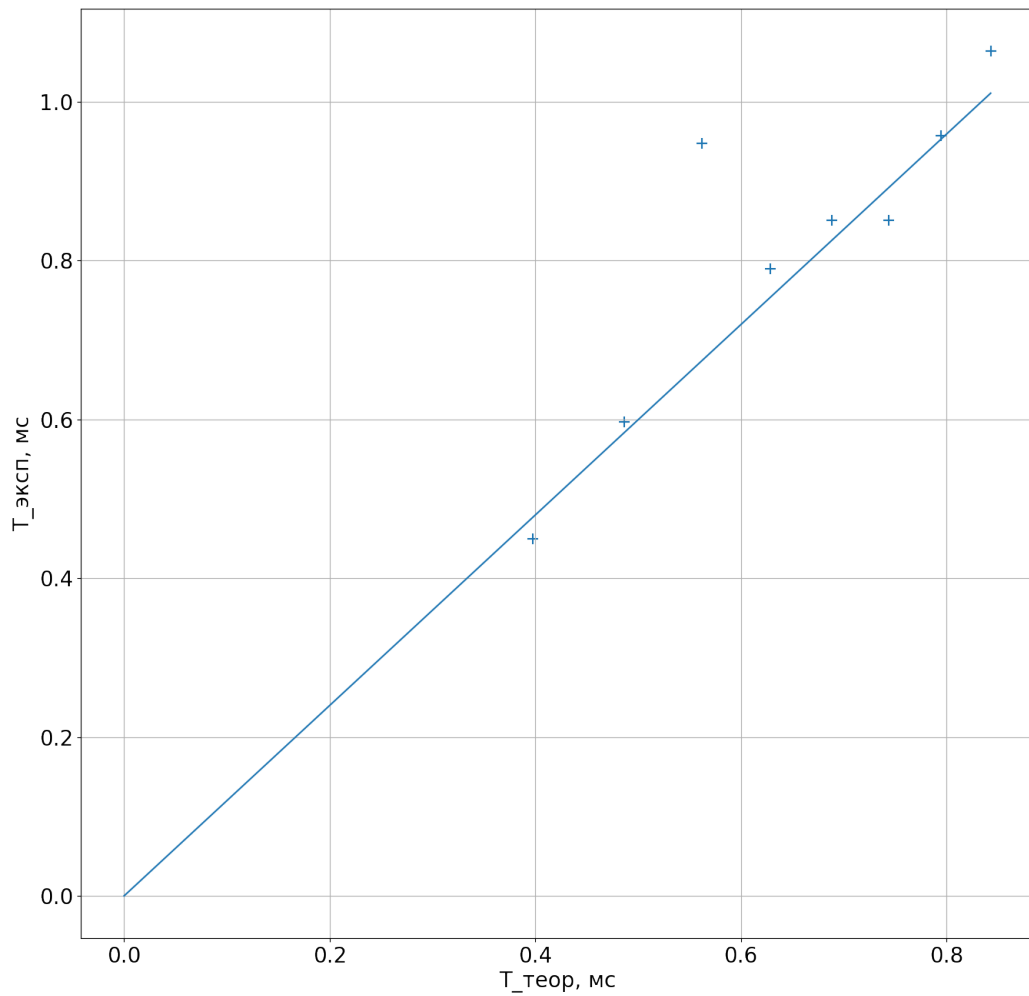


Рис. 6. $T_{\text{эксп}}$ от $T_{\text{теор}}$

10. Рассчитаем $R_{\text{кр}}$ по формуле $R_{\text{кр}} = 2 \cdot \frac{L}{C}$ и сравним с ранее рассчитанными значениями.

$$R_{\text{кртеор}} = 12649 \text{ Ом}$$

$$R_{\text{крграф}} = 11623 \text{ Ом}$$

$$R_{\text{крэксп}} = 8800 \text{ Ом}$$

11. Рассчитаем добротность контура для максимального и минимального значений Θ и сравним с расчетом Q через параметры R, L, C .

$$\text{Через } Q = \frac{\pi}{\Theta}:$$

$$Q_{\text{max}} = 5.86, Q_{\text{min}} = 2.32$$

$$\text{Через } Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}:$$

$$Q_{\text{max}} = 6.91, Q_{\text{min}} = 2.51$$

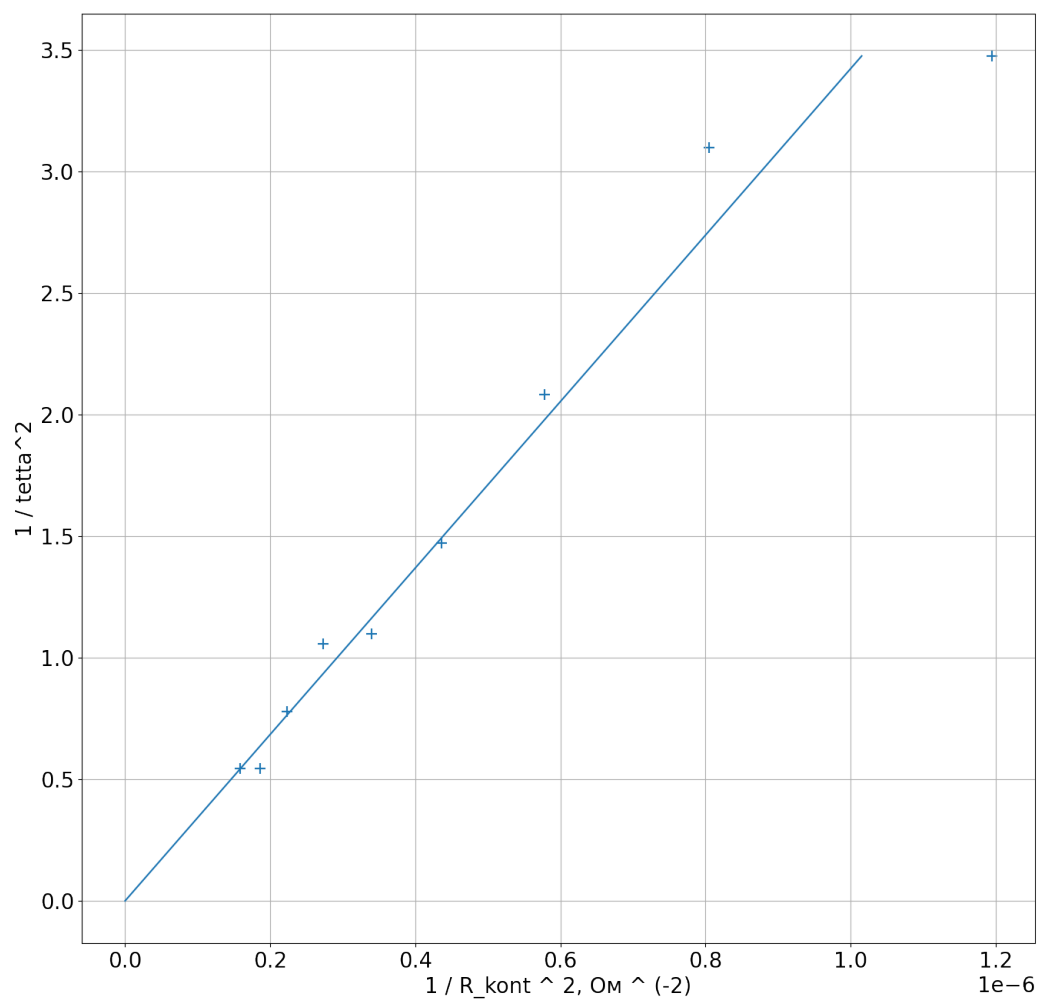


Рис. 7. $\frac{1}{\Theta^2} = f\left(\frac{1}{R_{\text{конт}}^2}\right)$