

11) Выберем некоторое произвольное подмножество A , состоящее из k элементов. Тогда, посчитаем, сколько подмножеств B , которые с ним не пересекаются. Рассчитаем это таким образом: у нас осталось $n - k$ элементов, которые не принадлежат A , нам нужно выбрать произвольное количество элементов из этой группы, чтобы получить не пересекающееся с ним подмножество $B \rightarrow \sum_{b=0}^{n-k} C_{n-k}^b = 2^{n-k}$ (по биному Ньютона).

Для каждого k , очевидно, существует C_n^k множеств $A \rightarrow$ существует $C_n^k \cdot 2^{n-k}$ пар непересекающихся множеств для одного из k . Тогда, для всех: $\sum_{k=0}^n C_n^k \cdot 2^{n-k} = \sum_{k=0}^n C_n^{n-k} \cdot 2^{n-k} = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot 2^k = 3^n$ (по биному Ньютона). Также, необходимо разделить на 2, т. к. каждую пару мы учли дважды $\rightarrow \frac{3^n}{2}$

Всего подмножеств $2^n \rightarrow$ кол-во способов выбрать пару подмножеств: $\frac{2^n(2^n - 1)}{2}$ (делим на 2, т. к. каждую пару учли дважды). Тогда, искомая вероятность: $\frac{3^n \cdot 2}{2 \cdot 2^n \cdot (2^n - 1)} = \frac{3^n}{2^n(2^n - 1)}$

Ответ: $\frac{3^n}{2^n(2^n - 1)}$