Лабораторная работа

«Цифровой осциллограф»

Радиофизическая лаборатория 2022-2023 уч. год.

УЛК-1 4.22 (Физтех.Цифра)

Целью курса «Радиофизическая лаборатория» является практические изучения разделов цифровой обработки сигналов, относящихся к вопросам дискретизации и спектрального анализа.

Задачи дисциплины

- изучение основ цифрового спектрального анализа с проведением компьютерного моделирования с помощью библиотек Numpy, Scipy, Matplotlib языка программирования Python;
- приобретение навыков анализа сигналов с помощью цифрового осциллографа;
- овладение алгоритмами расчета дискретного преобразования Фурье;
- получение необходимых базовых знаний для дальнейшего изучения цифрового спектрального анализа и цифровой фильтрации сигналов.

Курс «Радиофизическая лаборатория» является годовым.

Осенний семестр

- Выполняются две лабораторные работы.
- Недифференцированный зачет по итогам сдачи двух лабораторных работ.
- Необходимое и достаточное условие получения зачета в осеннем семестре: наличие положительных оценок по двум лабораторным работам.

Весенний семестр

- Выполняются две лабораторные работы.
- Дифференцированный зачет за курс по итогам сдачи четырех лабораторных работ (две из осеннего семестра, две из весеннего).
- Наличие положительных оценок по всем четырем работам является необходимым условием для зачета.

Занятия проходят в соответствии с расписанием на сайте института по четным или нечетным неделям.

На двух занятиях в семестре проходит сдача. Дату сдачи сообщает преподаватель на занятиях.

Осенний семестр 2022

Сентябрь '22

	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Н				1	2	3	4
Ч	5	6	7	8	9	10	11
Н	12	13	14	15	16	17	18
Ч	19	20	21	22	23	24	25
Н	26	27	28	29	30		

Октябрь '22

	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Н						1	2
Ч	3	4	5	6	7	8	9
Н	10	11	12	13	14	15	16
Ч	17	18	19	20	21	22	23
Н	24	25	26	27	28	29	30
Ч	31						

Ноябрь '22

	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Ч		1	2	3	4	5	6
Н	7	8	9	10	11	12	13
Ч	14	15	16	17	18	19	20
Н	21	22	23	24	25	26	27
Ч	28	29	30				

Декабрь '22

	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Ч				1	2	3	4
Н	5	6	7	8	9	10	11
Ч	12	13	14	15	16	17	18
Н	19	20	21	22	23	24	25
Ч	26	27	28	29	30	31	

нечетные недели

четные недели

зачетная неделя

Электронные ресурсы

Материалы размешаются в LMS и на сайте кафедры

http://kprf.mipt.ru/ ->

-> Учебные курсы –>

-> Радиофизическая лаборатория ->

->Группы Б01-001, Б01-002, Б01-003, Б01-004, Б01-005, Б01-006, Б01-008, Б01-009

- Для гостевой авторизации можно вводить пару **student** **student5xx**
- Сайт доступен из локальной сети института и через интернет.
- При сохранении .ipynb файлов с сайта обратите внимание, что расширение должно быть **.ipynb** а не **.ipynb.txt**.

Список рекомендуемой литературы

[1] Романюк Ю.А. Основы цифровой обработки сигналов. В 3-ч ч. Ч.1. Свойства и преобразования дискретных сигналов. Изд. 2-Е, . М.: МФТИ, 2007. 332 с.

[2] Романюк Ю.А. Дискретное преобразование Фурье в цифровом спектральном анализе. Учебное пособие. М.: МФТИ, 2007. 120 с.

[3] Солонина А.И. Цифровая обработка сигналов в зеркале Matlab. СПб.: БХВ-Петербург, 2021. 560 с.

Учебные пособия [1], [2], [3] есть в библиотеке МФТИ.

Подключение осциллографа

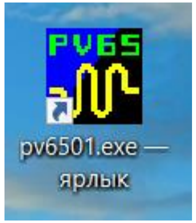
Программа не требует установки на компьютер, в ходе работы программа не изменяет содержимое системных файлов и не делает записей в системный реестр. В систему устанавливается только драйвер интерфейса USB.

1) Скопируйте директорию PV6501 в удобное Вам место на винчестере.
2) Подключите прибор к USB. Когда Windows обнаружит устройство, укажите «Установка из указанного места» на директорию …/PV6501/Driver.
3) Запустите файл PV6501.exe. При первом включении проведите калибровку уровня нуля устройства.

При работе создается файл PV6501.ini, в котором хранятся текущие настройки оболочки. Если вы хотите вернуться к значениям по умолчанию, удалите этот файл.

Подключение на компьютерах в аудитории:

1) Запустить файл PV6501.exe из папки Signal2_PV6501.



2) Подключить осциллограф без щупов через USB к компьютеру.

3) Выполнить калибровку нуля устройства.

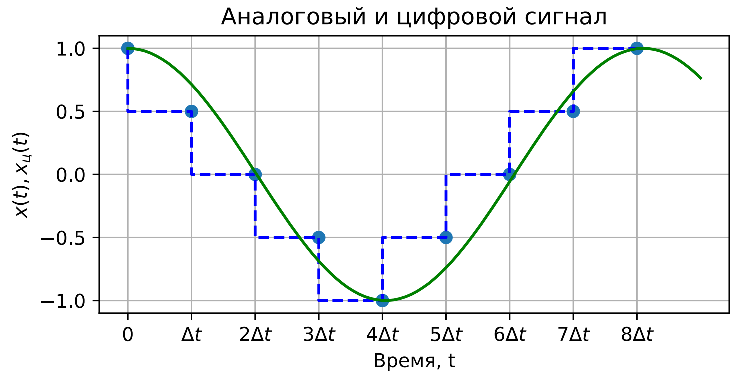
4) Отключить осциллограф от компьютера, подключить щупы.

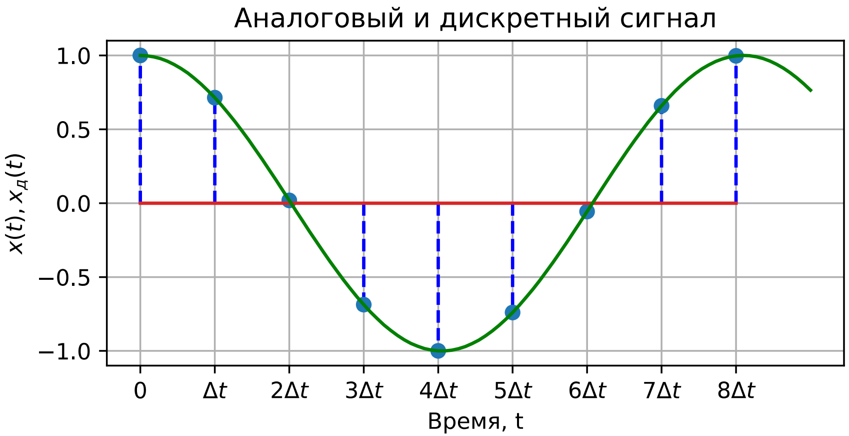
5) Запустить файл PV6501.exe из папки Signal2_PV6501.

6) Подключить осциллограф с подключенными щупами через USB к компьютеру.

Классификация сигналов: аналоговые, дискретные, цифровые.

Под ***сигналом*** обычно понимают величину, отражающую состояние физической системы. Поэтому естественно рассматривать сигналы как функции, заданные в физических координатах. Примером могут служить одномерные сигналы, заданные как функции времени $x(t)$, двумерные сигналы заданные на плоскости $I(x, y)$. В качестве сигналов могут выступать различные величины. Пример одномерного сигнала — зависимость напряжения в сети от времени $U(t) = A \cdot \cos(2\pi f_0 t)$. Далее мы будем рассматривать в основном одномерные сигналы.



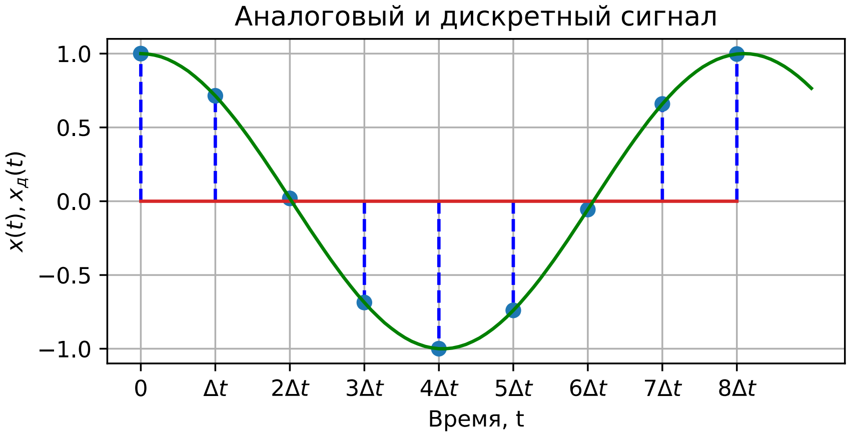


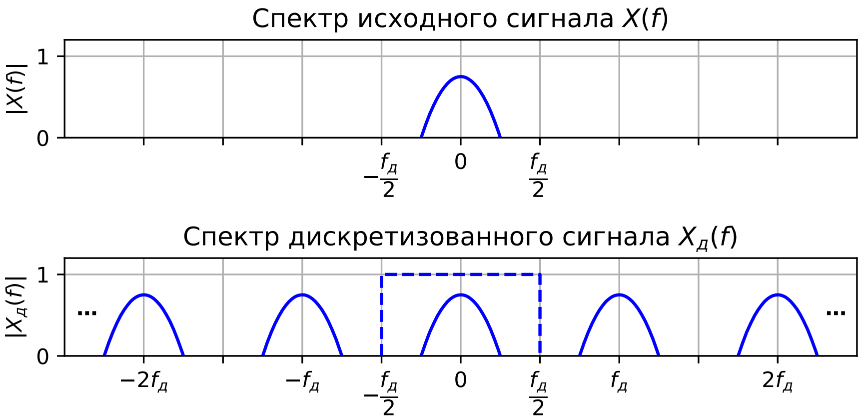
Аналоговые или континуальные сигналы $x(t)$ описываются непрерывными и кусочно-непрерывными функциями, причем как сама функция, так и ее аргумент могут принимать любые значения в пределах некоторого интервала.

Дискретные сигналы, могут быть описаны в виде счетного набора отсчетов (значений) в заданные моменты времени $k\Delta t$, $k \in Z$, где Δt — шаг дискретизации. Частота дискретизации $f_д$ (размерность в Гц) — это величина, обратная шагу дискретизации $f_д = 1/\Delta t$.

Цифровые сигналы, помимо того, что они являются дискретными, могут принимать лишь конечное число значений, соответствующих уровням квантования. Процесс преобразования аналогового сигнала в цифровой состоит из дискретизации и квантования, которые осуществляются аналого-цифровым преобразователем (АЦП). Обычно число уровней квантования 2^m, где m — разрядность АЦП.

Дискретизация аналогового сигнала взятием отсчетов





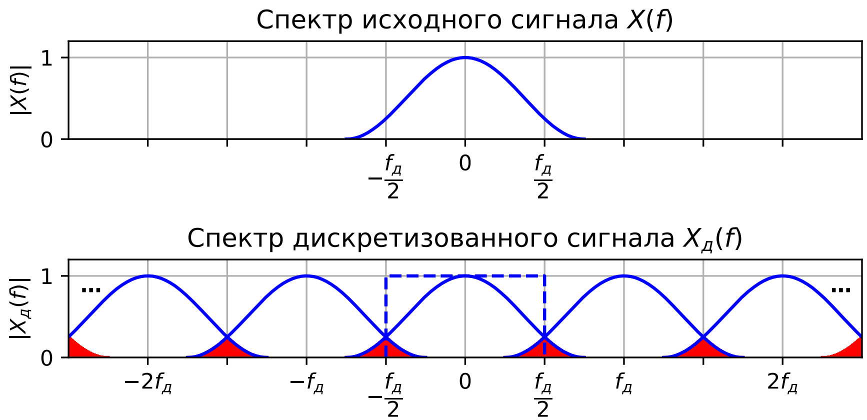
Эффект наложения

Если спектр аналогового сигнала до дискретизации не был ограничен интервалом $\left[-f_{\text{д}}/2,\, f_{\text{д}}/2\right]$, то возникает ***эффект наложения*** (англ. **aliasing,** элайзинг, алиасинг).

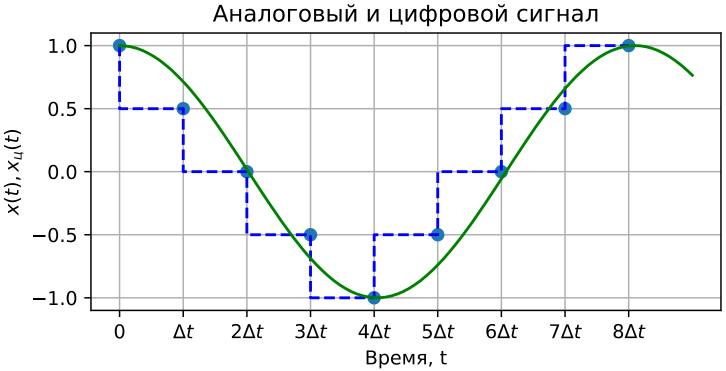
Спектр дискретизованного сигнала $X_{\text{д}}(f)$ связан со спектром исходного аналогового сигнала до дискретизации $X(f)$ соотношением:

$$X_{\text{д}}(f) = \frac{\mathrm{T}}{\Delta t} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f - m f_{\text{д}}),$$

где Δt — шаг дискретизации, T — нормировочная константа.



Квантование дискретизованного сигнала по уровню



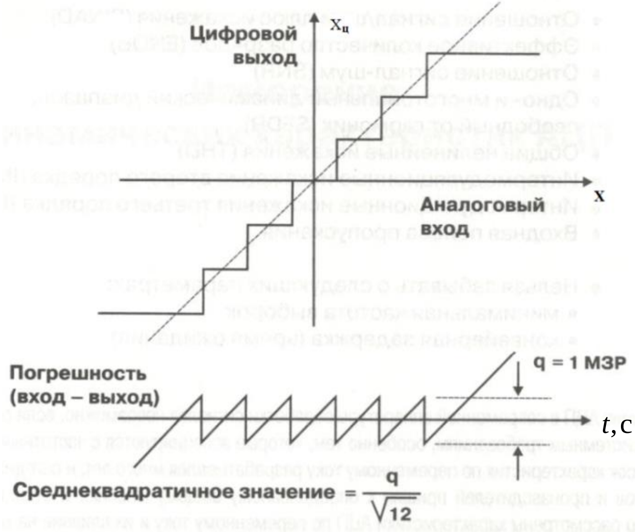
Аналого-цифровой преобразователь (АЦП)

Процесс преобразования аналогового сигнала в цифровой состоит из дискретизации и квантования, которые осуществляются аналого-цифровым преобразователем (АЦП). Обычно число уровней квантования 2^n, где n — разрядность АЦП.

АЦП осциллографа Signal 6501 8 битное (восьмиразрядное).

$2^8 = 256$ состояний.

Шум квантования n-разрядного АЦП



Погрешность квантования обозначим через $e = x\text{-}x_ц$. Как видно из графика, максимальная погрешность при преобразовании сигнала равна $(\pm 1/2)$МЗР (*младшего значащего разряда*). Погрешность квантования сигнала с размахом, большим нескольких МЗР, можно аппроксимировать некоррелированной пилообразной ломанной с амплитудой от пика до пика, равной q – весу МЗР.

Пилообразная погрешность $-\frac{q}{2} < e(t) < \frac{q}{2}$

Из графика видно, что фактическая погрешность квантования с равной вероятностью может появиться в любой точке диапазона $(\pm 1/2)\,q$. Шум квантования не коррелирован с входным сигналом и имеет равномерное распределение в пределах шага квантования

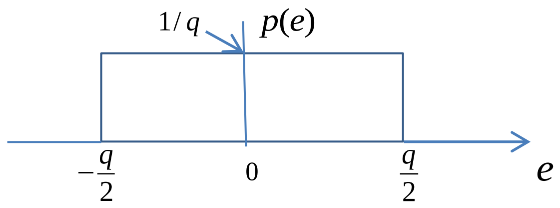


Рис. 2. Плотность вероятности $p(e)$ ошибки квантования.

Из рис. 2 видно, что ошибка квантования имеет среднее значение

$$M[e]=\int_{-q/2}^{q/2} ep(e)de=0$$

и дисперсию

$$\sigma_e^2=M[e-M[e]]^2=M[e^2]=\int_{-q/2}^{q/2} e^2 p(e)de=\frac{1}{q}\int_{-q/2}^{q/2} e^2 de=\frac{q^2}{12}.$$

Среднеквадратичное значение шума квантования

$$\sigma_e=\frac{q}{\sqrt{12}}=\frac{q}{2\sqrt{3}}.$$

Пилообразная погрешность создаёт гармоники, лежащие дальше полосы $[0, f_Д/2]$ - первой полосы Найквиста. Однако все высшие гармоники должны переноситься (эффект наложения) в эту полосу и, затем суммируясь, произвести шум с действующим значением $\frac{q}{2\sqrt{3}}$.

Пусть на входе АЦП с диапазоном напряжения входного сигнала

$$\mathrm{Vin}=\left[-\frac{q\cdot 2^n}{2},\ \frac{q\cdot 2^n}{2}\right]$$

действует полномасштабная синусоида

$$x(t)=\frac{q\cdot 2^n}{2}\sin 2\pi ft.$$

Среднеквадратичное значение входного сигнала

$$\sigma_x=\frac{q\cdot 2^n}{2\sqrt{2}}.$$

Отношение «сигнал/шум» (SNR)

Среднеквадратичное значение входного сигнала

$$\sigma_x = \frac{q \cdot 2^n}{2\sqrt{2}}.$$

Среднеквадратичное значение шума квантования

$$\sigma_e = \frac{q}{\sqrt{12}} = \frac{q}{2\sqrt{3}}.$$

Отсюда получаем отношение «сигнал/шум» (Signal to Noise Ratio)

$$SNR = 20\lg\left[\frac{q \cdot 2^n / 2\sqrt{2}}{q / 2\sqrt{3}}\right] = =20\lg 2^n + 20\lg\sqrt{2/3} = [6,02n + 1.76]\,\text{дБ}.$$

Относительный уровень шума квантования

$$\gamma = 20\lg\left[\frac{q / 2\sqrt{3}}{q \cdot 2^n / 2\sqrt{2}}\right] = =20\lg\frac{1}{2^n\sqrt{1,5}} = -20\lg(2^n\sqrt{1,5}) = -[6,02n + 1.76]\,\text{дБ}.$$

Для восьмиразрядного АЦП, используемого в блоке «Signal 6501», относительный уровень шума квантования в дБ будет

$$\gamma = -[6,02n + 1.76]\,\text{дБ} \approx -50\,\text{дБ}.$$

Проводить измерения сигналов и их спектров ниже этого уровня бессмысленно.

Устройство блока Signal 6501

Осциллограф позволяет проводить измерения однократных и периодических сигналов в диапазоне напряжений ± 16 В, в диапазоне частот 0…20 МГц.

Генератор позволяет генерировать функциональные, импульсные и ГКЧ сигналы в диапазоне 0…10 МГц.

Частотомер позволяет измерять частоту периодических сигналов диапазоне 2…30 МГц (со входа внешней синхронизации до 250 МГц).

Принцип работы осциллографа заключается в следующем. Подаваемые на вход усилителя вертикального отклонения сигналы нормируются и усиливаются до необходимой величины. Усиленные сигналы поступают на вход АЦП, где происходит их преобразование в эквивалентный цифровой код. Данные после АЦП накапливаются в буферном ОЗУ.

В режиме внутренней синхронизации сигнал с входа подается на усилитель синхронизации для формирования синхронизирующих импульсов.

Компьютер управляет всеми режимами работы осциллографа, осуществляет считывание информации из буферного ОЗУ, ее обработку и передачу в видеопамять компьютера для наблюдения на экране монитора.

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой спектр дискретизованного сигнала? Проиллюстрировать эффект наложения ([1], п.7.1) на частотной оси для синусоидальных сигналов.

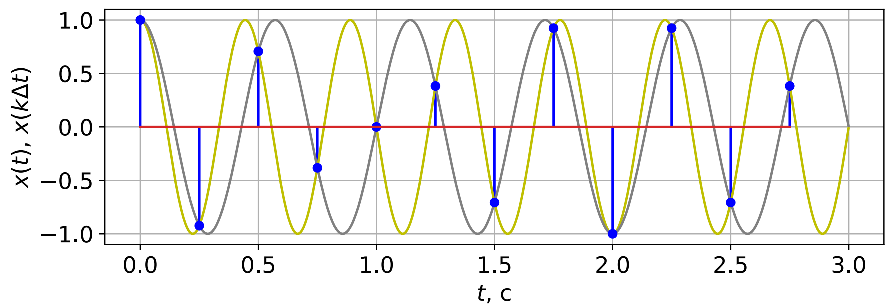
Спектр дискретизованного сигнала $X_д(f)$ связан со спектром исходного аналогового сигнала до дискретизации $X(f)$ соотношением:

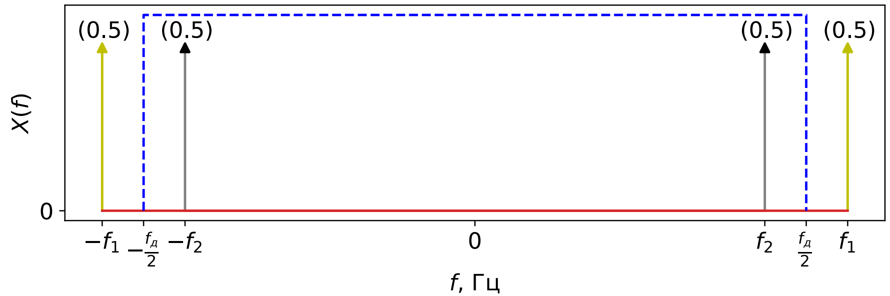
$$X_д(f) = \frac{\mathrm{T}}{\Delta t}\sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f - mf_д),$$

где Δt — шаг дискретизации, T — нормировочная константа.

При дискретизации с частотой $f_Д$ отсчетов в секунду мы не можем различить дискретизованные значения синусоиды частотой f_0 Гц и синусоиды частотой $(f_0 + n f_Д)$ Гц, если n — любое положительное или отрицательное целое число.

Пример. Дискретизованные косинусоиды с частотами $f_1 = 2,25$ Гц и $f_2 = 1,75$ Гц не различимы при частоте дискретизации $f_Д = 4$ Гц.





2. Дискретное во времени преобразование Фурье (ДВПФ) ([1], п. 2.3, стр. 10-11). Основные особенности. В чём отличие ДВПФ от непрерывного пре-образования Фурье (НПФ)?

НПФ (Непрерывное преобразование Фурье)

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\exp(-j2\pi f t)dt,$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)\exp(j2\pi f t)df.$$

ДВПФ (Дискретное во времени преобразование Фурье)

$$X_{д}(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\exp(-j2\pi fk\Delta t).$$

$$x[k] = \frac{1}{f_{д}}\int_{-f_{д}/2}^{f_{д}/2} X(f)\exp(j2\pi fk\Delta t)df.$$

3. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) ([1], п. 2.5, стр. 21 – 28). Циклический сдвиг сигнала и его спектра (стр. 23).

Пусть $x[k]$ — последовательность отсчетов сигнала либо длиной в N отсчетов, либо периодическая с периодом N. Тогда прямое и обратное дискретное преобразование Фурье (ДПФ) последовательности $x[k]$ определяется следующим образом

$$X[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[k]\exp\left(-j\frac{2\pi}{N}nk\right),$$

$$x[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} X[n]\exp\left(j\frac{2\pi}{N}nk\right).$$

Запись ДПФ с нормирующем множителем $1/N$:

$$\tilde{X}[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x[k]\exp\left(-j\frac{2\pi}{N}nk\right),$$

$$x[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{X}[n]\exp\left(j\frac{2\pi}{N}nk\right).$$

Для того, чтобы различать две записи, будем использовать обозначения $\tilde{X}[n]$ и $X[n]$. Очевидно, что $\tilde{X}[n] = \frac{1}{N}X[n]$.

Сигналы $x[k]$ и $y[k]$	N –точечные ДПФ $\tilde{X}[n]$ и $\tilde{Y}[n]$	N –точечное ДПФ $X[n]$ и $Y[n]$
Теорема запаздывания		
$x[k-m]_N$	$\tilde{X}[n]\exp\left(-j\frac{2\pi}{N}nm\right)$	$X[n]\exp\left(-j\frac{2\pi}{N}nm\right)$
Теорема смещения		
$x[k]\exp\left(\pm j\frac{2\pi}{N}n_0k\right)$, $n_0 \in \mathbb{Z}$	$\tilde{X}[n\mp n_0]_N$	$X[n\mp n_0]_N$

4. Соответствие между ДПФ и рядом Фурье([1], п. 3).

Дискретные экспоненциальные функции (ДЭФ)

Функции ДЭФ определяются следующим образом:

$$\varphi_n[k] = W_N^{nk} = \exp\left(j\frac{2\pi}{N} nk \right).$$

Здесь n и k – целые числа, $n, k = 0, 1, \ldots, N-1$, т. е. число функций в системе равно числу отсчетов каждой функции. Система ДЭФ является ортонормированной и полной в пространстве $\mathbf{l}_2^{\mathbf{N}}$.

Основные свойства ДЭФ.

1. ДЭФ являются комплекснозначными функциями.

2. Матрица $\left\| W_N^{nk} \right\|$ является симметричной.

3. Система ДЭФ периодична с периодом N по обеим переменным.

4. Система ДЭФ ортогональна:

$$\sum_{k=0}^{N-1} \varphi_n[k]\varphi_m^*[k] = \sum_{k=0}^{N-1} W_N^{nk}\, W_N^{-mk} = \begin{cases} N, & n = m, \\ 0, & n \neq m. \end{cases}$$

5. Система ДЭФ мультипликативная:

$$W_N^{nk}\, W_N^{mk} = W_N^{lk},$$

где $l = (n+m)_{\operatorname{mod} N}$, т. е. индексы суммируются по модулю N.

6. Ряд Фурье по этой системе

$$x[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{X}[n] W_N^{nk},$$

где коэффициенты Фурье

$$\tilde{X}[n] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[k] W_N^{-nk}.$$

Эти два соотношения определяют пару (прямое и обратное) дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

Пример. Вычислить 10-точечное ДПФ для периодической последовательности

$$x[k] = \exp(-j2\pi k \frac{3}{10}).$$

Учтем, что

$$\exp(-j2\pi k \frac{3}{10}) = \exp(j2\pi k - j2\pi k \frac{3}{10}) = \exp(j2\pi k \frac{7}{10}).$$

Обратное ДПФ:

$$x[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{X}[n] \exp(j2\pi k \frac{n}{10}) = \exp(j2\pi k \frac{7}{10}).$$

Отсюда

$$\tilde{X}[n] = \begin{cases} 1, & n = 7 + 10m, m \in Z, \\ 0, & n \neq 7 + 10m, m \in Z. \end{cases}$$

5. Соответствие между ДПФ и НПФ([1], п. 4).

6. Связь ДПФ и ДВПФ ([1], п. 5).

7. Временная и частотная оси ДПФ([1], п. 6).

8. Особенности Фурье-анализа методом ДПФ([1], п. 7).

9. Особенности применения окон при спектральном анализе методом ДПФ ([1], п. 8).

10. Понятие о быстром преобразовании Фурье (БПФ) ([1],п. 10).

$O(Nlog(N))$ и $O(N^2)$ для случая $N = 2^m$

11. Что показывает цифровой осциллограф в режиме анализатора спектра?

Оценку спектра сигнала по последовательности его отсчетов.