Основи електротехнике 1 - Задаци са вежби - Скрипта

Марко Жутић, Иван Јаневски

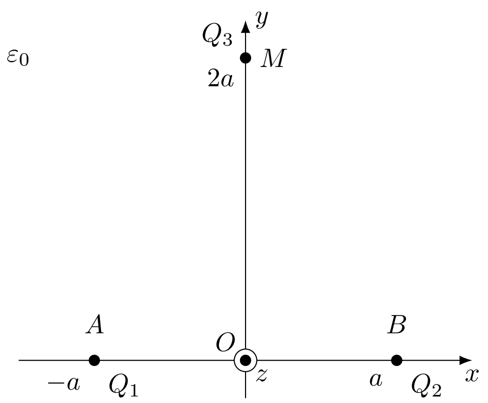
Октобар 2022

Садржај

Вежбе

Прва недеља

4. Три мала тела, наелектрисања $Q_1 = Q_2 = 20$ pC и $Q_3 = -50$ pC, налазе се у ваздуху у тачкама $A(-a,0,0)$, $b(a,0,0)$ и $M(0,2a,0)$, где је $a = 0,2$ m, као на слици 4.1. Израчунати вектор силе на тело наелектрисања Q_3



Слика 4.1

Решење

6. Два мала тела налазе се у ваздуху, на великом међусобном растојању d. Тела се наелектришу укупним наелектрисањем Q тако да су наелектрисања тела истог знака. При томе је наелектрисање једног тела Q_1, а другог $Q_2 = Q - Q_1$. Одредити при ком односу наелектрисања Q_1/Q ће електростатичке силе између ових тела бити најјаче.

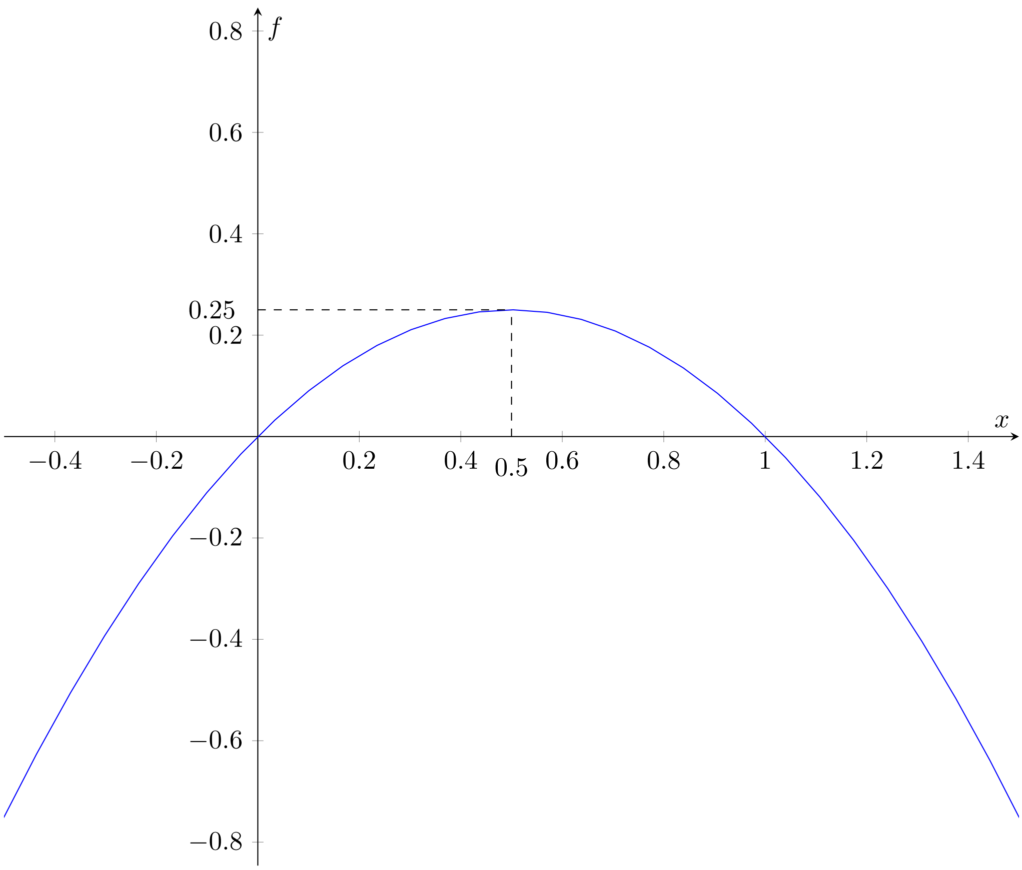
Решење

$$|\mathbf{F_{12}}| = |\mathbf{F_{21}}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}|Q_1 Q_2| = \frac{Q_1(Q-Q_1)}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$$

$$|\mathbf{F}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 d^2} Q \cdot \frac{Q_1}{Q_2}\left(Q - Q \cdot \frac{Q_1}{Q_2}\right) = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\frac{Q_1}{Q}\left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)$$

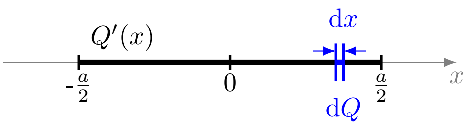
$$f\left(\frac{Q_1}{Q}\right) = \frac{Q_1}{Q}\left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right),\ 0 \le \frac{Q_1}{Q} \le 1$$

$$\boxed{\left(\frac{Q_1}{Q}\right)_{\text{opt}} = 0,5},\quad \boxed{|\mathbf{F}|_{\max} = \frac{Q^2}{16\pi\varepsilon_0 d^2}}$$



14. Дуж сегмента $x \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right]$, распоређена су наелектрисања тако да је њихова подужна (линијска) густина одређена изразом $Q'(x) = 8Q_0'\left|\frac{x^3}{a^3}\right|$, где су Q_0' и a позитивне константне величине. Одредити укупну количину наелектрисања на посматраном сегменту.

Решење



Одлучимо се да интегралимо у смеру x-осе јер је тада $\mathrm{d}\ell = \mathrm{d}x$

$$Q' = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\ell},\ \mathrm{d}\ell > 0$$
$$Q' = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}x},\ \underline{\mathrm{d}x > 0}$$

Поставимо линијски интеграл:

$$\mathrm{d}Q = Q'\mathrm{d}x \qquad Q = \int_L Q'\mathrm{d}x = \int_{-a/2}^{a/2} 8Q_0'\frac{|x^3|}{a^3}\mathrm{d}x \qquad |x^3| = \begin{cases} -x^3, & x < 0 \\ x^3, & x > 0 \end{cases}$$

Решимо интеграл у средини:

$$Q = \frac{8Q_0'}{a^3}\int_{-a/2}^{a/2}|x^3|\mathrm{d}x = \frac{8Q_0'}{a^3}\underbrace{2\cdot\int_0^{a/2}x^3\mathrm{d}x}_{\int_{-a/2}^{0}(-x^3)\mathrm{d}x+\int_0^{a/2}x^3\mathrm{d}x} = \frac{\cancelto{4}{16}Q_0'}{a^3}\frac{x^4}{\cancel{4}}\Big|_0^{a/2} = \frac{4Q_0'}{\cancel{a^3}}\frac{\cancel{a^4}}{16} = \frac{Q_0'a}{4}$$

Коначно решење: $\boxed{Q = \frac{Q_0'a}{4}}$