

音乐和数学

Le Yang
yangle0125@qq.com

Doe, a deer, a female deer.
Ray, a drop of golden sun.
Me, a name I call myself.
Far, a long long way to run.
Sew, a needle pulling thread.
La, a note to follow Sew.
Tea, a drink with jam and bread.
...
— Do Re Mi

1 从标准音高说起

根据中学物理知识我们知道，声音的音调是由发声体震动的频率决定的。听起来很简单，但你能告诉我——以众所周知的“Do Re Mi”为例——Do 应该唱多高吗？换句话说，“Do”这个音的频率，应该是多少呢？你可能会说，应该跟钢琴弹出来的标准音一样高。那么，就以位于钢琴键盘正中央的 C 键为例，其音高又应该是多少呢？

你可能觉得我在胡搅蛮缠，但这的确是个问题。举例来说，1720 年英国音笛演奏中央 A 的频率为 380Hz，而巴赫在汉堡市、莱比锡及魏玛等地使用的管风琴则以 480Hz 表示同一个音符，这两者约差四个半音。换句话说，1720 年的英国音笛演奏的 A 音在巴赫的时代，会被认为是 F 音。韩德尔在 1740 年使用对应为 A 音的音叉，其频率为 422.5Hz，但在 1780 年时他使用同样对应 A 的音叉则有不同的频率：409Hz，后者低了将近一个半音。1815 年，德累斯顿歌剧院中使用的 A 频率为 423.2Hz，七年之后，同一个地方使用的 A 音却升高为 435Hz。在米兰的斯卡拉大剧院中，这个中央 C 上的 A 甚至高到 451Hz。举了这么多例子，我的意思是说，在不同的年代，甚至是同一年代的不同地区，对某个特定音符的音高，是没有一个固定标准的。

不过，混乱的局面肯定不能就这样一直持续下去。时间来到 1859 年，这年的 2 月 16 日，法国政府通过了一项法案定义中央 C 上方的 A 为 435Hz。这是把音高尺度标准化的第

一个尝试。80 年后的 1939 年，一个国际会议提出，把中央 C 上方的 A 定为 440Hz。到了 1955 年，国际标准化组织采用了这个标准，将其订为 ISO 16。从此，A440 就成为钢琴、小提琴以及其他乐器的频率校准标准并一直沿用到现在。

好了，现在我们知道了，按照现行的国际标准，键盘中央 C 上方的 A 音符的音高为 440Hz。但是，这仍然没有回答我一开始提出的问题。我的问题是，中央 C 的音高应该是多少呢？这并不是一个简单的问题。如果说 440Hz 这个标准称为“绝对音高”，那么根据这个“绝对音高”去定出其他音符的频率的问题，就需要我们知道相邻音符之间的“相对音高”。