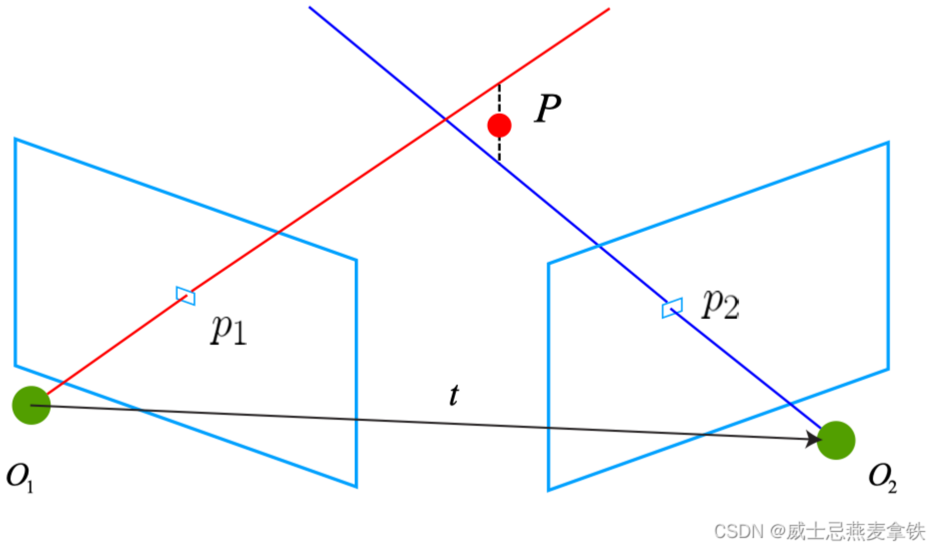
前面提到的对极几何约束和单应矩阵可以求出相机的运动，然后接下来我们可以通过三角测量来获取空间地图点的深度（如下图）。



现在有图像 I 1 I_1 I1 和 I 2 I_2 I2，对应的相机光心分别为 O 1 O_1 O1 和 O 2 O_2 O2。在 I 1 I_1 I1 中有特征点 p 1 p_1 p1，I 2 I_2 I2 中有特征点 p 2 p_2 p2，p 1 p_1 p1 和 p 2 p_2 p2 是相匹配的特征点。

理想情况下，直线 O 1 p 1 O_1p_1 O1p1 与 O 2 p 2 O_2p_2 O2p2 会相交于一点 P \boldsymbol{P} P，该点即是两个特征点所对应的地图点在三维场景中的位置。然而 由于噪声的影响，这两条直线往往无法相交。因此，通常通过最二小乘去求解。

按照对极几何中的定义，假设 x 1 \boldsymbol{x}_{1} x1 和 x 2 \boldsymbol{x}_{2} x2 是两个特征点的归一化坐标，那么它们满足：

s 1 x 1 = s 2 R x 2 + t (1) s_{1} \boldsymbol{x}_{1}=s_{2} \boldsymbol{R} \boldsymbol{x}_{2}+\boldsymbol{t} \tag{1} s1x1 = s2Rx2 + t(1)

现在 R \boldsymbol{R} R 和 t \boldsymbol{t} t 已知，我们要求的是两个特征点 p 1 p_1 p1 和 p 2 p_2 p2 的深度 s 1 s_1 s1 和 s 2 s_2 s2。

对（1）式左乘一个 x 1 ∧ \boldsymbol{x}_{1}^{\wedge} x1∧，则有：

s 1 x 1 ∧ x 1 = 0 = s 2 x 1 ∧ R x 2 + x 1 ∧ t (2) s_{1} \boldsymbol{x}_{1}^{\wedge} \boldsymbol{x}_{1}=0=s_{2} \boldsymbol{x}_{1}^{\wedge} \boldsymbol{R} \boldsymbol{x}_{2}+\boldsymbol{x}_{1}^{\wedge} \boldsymbol{t} \tag{2} s1x1∧x1 = 0 = s2x1∧Rx2 + x1∧t(2)

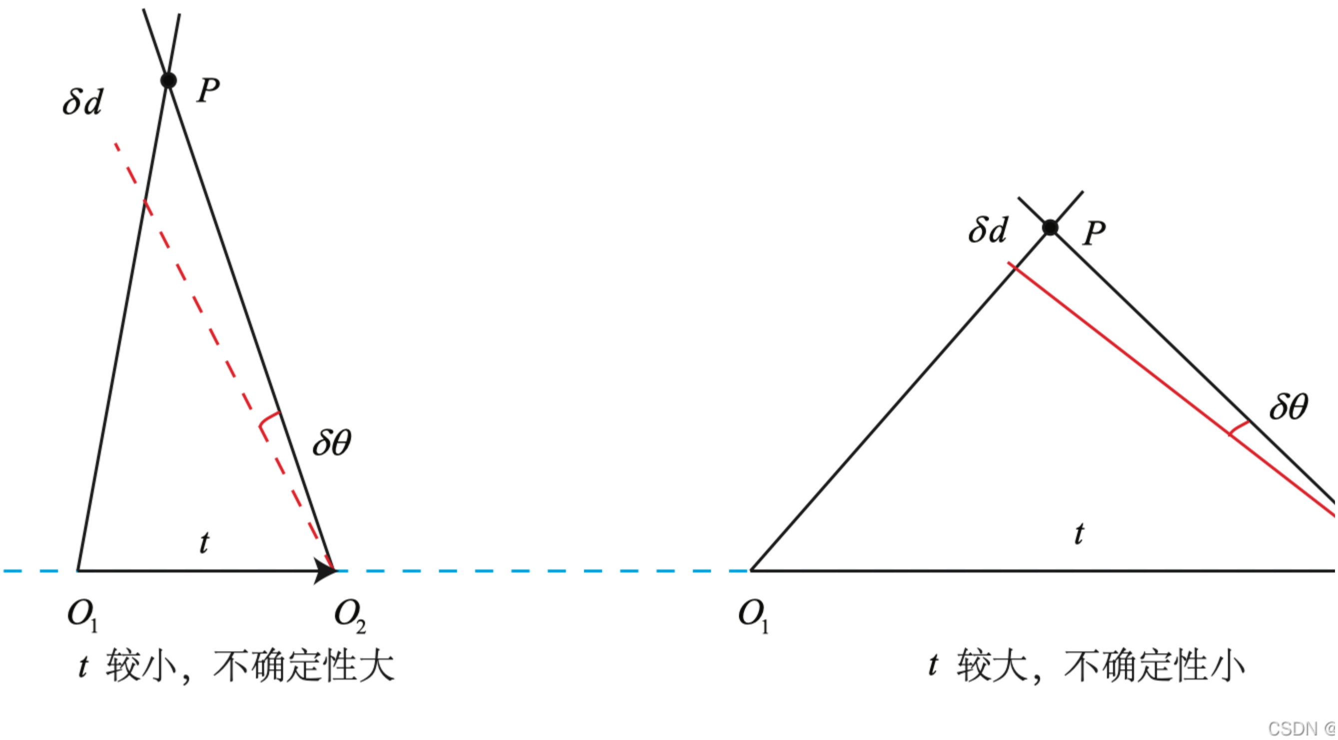
该式左侧为零，右侧是一个只包含未知量 s 2 s_2 s2 的一个方程，可以根据它直接求得 s 2 s_2 s2，然后再代入到（1）式中可以求出 s 1 s_1 s1。

当然，由于噪声的存在，我们估得的 R \boldsymbol{R} R 和 t \boldsymbol{t} t，不一定精确使（2）式为零（两条直线往往无法相交）。所以更常见的做法求最小二乘解而不是零解。

关于三角测量的讨论

三角测量是由**平移**得到的，有平移才会有对极几何中的三角形，才谈得上三角测量。因 此，**纯旋转是无法使用三角测量的**，因为对极约束将永远满足。

在平移存在的情况下，我 们还要关心三角测量的不确定性，这会引出一个三角测量的矛盾。



如上图所示。当平移很小时，像素上的不确定性将导致较大的深度不确定性。也就是说，如果特征点运动一个像素 δ x \delta x δx，使得视线角变化了一个角度 δ θ \delta \theta δθ，那么测量到深度值将有 δ d \delta d δd 的变化。从几何关系可以看到，当 t 较大时，δ d \delta d δd 将明显变小，这说明平移较大时，在同样的相机分辨率下，三角化测量将更精确。

因此，要增加三角化的精度，有两种方法：

1. 提高特征点的提取精度，也就是提高图像分辨率。但这会导致图像变大，提高计算成本。
2. 另一方式是使平移量增大。但是，平移量增大，会导致图像的外观发生明显的变化，比如箱子原先被挡住的侧面显示出来了，比如反射光 发生变化了，等等。外观变化会使得特征提取与匹配变得困难。

总而言之，在增大平移，会导致匹配失效；而平移太小，则三角化精度不够——这就是三角化的矛盾。