



$$\begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ v_5 & v_6 & v_7 & v_8 \\ v_9 & v_{10} & v_{11} & v_{12} \\ v_{13} & v_{14} & v_{15} & v_{16} \\ v_{17} & v_{18} & v_{19} & v_{20} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} & v_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{bmatrix}$$

这种做法把  $H$  矩阵看成了向量，通过解该向量的线性方程来恢复  $H$ ，又称直接线性变换法（Direct Linear Transform）。与本质矩阵相似，求出单应矩阵以后需要对其进行分解，才可以得到相应的旋转矩阵  $R$  和平移向量  $t$ 。

分解的方法包括数值法与解析法。与本质矩阵的分解类似，单应矩阵的分解同样会返回四组旋转矩阵与平移向量，并且同时可以计算出它们分别对应的场景点所在平面的法向量。如果已知成像的地图点的深度全为正值（即在相机前方），则又可以排除两组解。最后仅剩两组解，这时需要通过更多的先验信息进行判断。通常我们可以通过假设已知场景平面的法向量来解决，如场景平面与相机平面平行，那么法向量  $n$  的理论值为  $1^T$ 。

## 单应矩阵的意义

单应性在 SLAM 中具有重要意义。当特征点共面，或者相机发生纯旋转的时候，基础矩阵的自由度下降，这就出现了所谓的退化（degenerate）。

现实中的数据总包含一些噪声，这时候如果我们继续使用八点法求解基础矩阵，基础矩阵多余出来的自由度将会主要由噪声决定。

为了避免退化现象造成的影响，通常会同时估计基础矩阵  $F$  和单应矩阵  $H$ ，选择重投影误差比较小的那个作为最终的运动估计矩阵。