

## 第四章 几何初步图形

### 知识点一、直线、射线与线段

#### 1. 直线、射线、线段的表示方法

- (1) 直线：用一个小写字母表示，如：直线  $l$ ，或用两个大些字母（直线上的）表示，如直线  $AB$ ，没有端点，无反向延长线和延长线。
- (2) 射线：是直线的一部分，用一个小写字母表示，如：射线  $l$ ；用两个大写字母表示，端点在前，如：射线  $OA$ 。注意：用两个字母表示时，端点的字母放在前边，一个端点，只有反向延长线。
- (3) 线段：线段是直线的一部分，用一个小写字母表示，如线段  $a$ ；用两个表示端点的字母表示，如：线段  $AB$ （或线段  $BA$ ），有两个端点，延长线和反向延长线都有。
- (4) 直线、射线、线段的主要区别：

类型	端点	延长线及反向延长线	用两个大写字母表示
直线	0 个	无	无顺序
射线	1 个	有反向延长线	第一个字母表示端点
线段	2 个	两者都有	无顺序

#### 2. 两个重要公理

- (1) 直线公理：经过两点有且只有一条直线。  
简称：**两点确定一条直线**。
- (2) 线段公理：两点的所有连线中，可以有无数种连法，如折线、曲线、线段等，这些所有的线中，线段最短。  
简单说成：**两点之间，线段最短**。

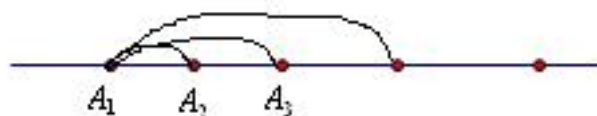
#### 3. 线段的中点

把一条线段分成相等线段的点叫作这条线段的中点。

#### 4. 数线段方法

如果一条直线上有  $n$  个点，含有  $(n-1)$  条基本线段（把相邻两点间的线段叫作基本线段），直线上的线段条数是：

$$(n-1) + (n-2) + (n-3) + \cdots + 3 + 2 + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$$



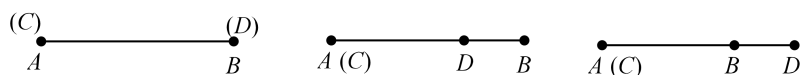
#### 5. 线段比较方法

- (1) 叠合法：比较两条线段  $AB$ ， $CD$  的长短，可把它们移到同一条直线上，  
如图：使一个端点  $A$  和  $C$  重合，另一个端点  $B$  和  $D$  落在直线上点  $A$ （或点  $C$ ）的同侧，

①若点  $B$ ， $D$  重合，则  $AB = CD$ ；

②若点  $D$  在线段  $AB$  上，则  $AB > CD$ ；

③若点  $D$  在线段  $AB$  外，则  $AB < CD$ 。



(2) 度量法：分别度量出每条线段的长度，再按长度的大小，比较线段的大小，  
线段的大小关系和它们的长度的大小关系是一致的。

### 方法技巧提炼

1. 当出现“最短距离”“缩短路程”这样的字眼时，要首先想到“两点之间线段最短”这个公理。

2. 同一平面内， $n$  条直线相交，最多会有  $\frac{n(n-1)}{2}$  个交点。

3. 解答距离之和最小值的时候，与数轴相结合，若是奇数点，则中间的那个点就是所求的位置，若是偶数点，则中间两个位置中任意一个点就是所求的位置。

### 知识点三、角

#### 1. 角的定义

定义 1：有公共端点的两条射线组成的图形叫作角，这个公共端点是角的顶点，  
这两条射线是角的两条边。角的大小只与开口的大小有关，而与角的边  
画出部分的长短无关。这是  $\angle$ ：角的边是射线而不是线段。

定义 2：角是由一条射线绕着它的端点旋转到另一个位置所形成的图形，处于初始位置的那条射线叫作角的始边，终止位置的那条射线叫作角的终边。

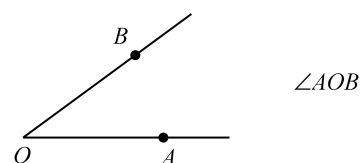
注意：由角的定义可知：

- (1) 角的组成部分为：两条边和一个顶点；
- (2) 顶点是这两条边的交点；
- (3) 角的两条边是射线，是无限延伸的。
- (4) 射线旋转时经过的平面部分称为角的内部，平面其余部分称为角的外部。

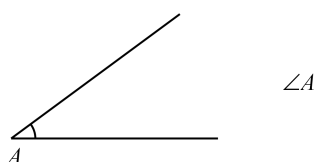
#### 2. 角的表示方法

(1) 利用三个大写字母来表示，如图：

注意：顶点一定要写在中间。也可记为  $\angle BOA$

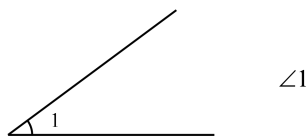


(2) 利用一个大写字母来表示，如图

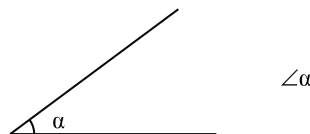


注：用一个大写字母来表示角，这个大写字母一定要表示角的顶点，且以它为顶点的角有且只有一个。

(3) 用数字来表示角，如图：



(4) 用希腊字母来表示角，如图：



### 3. 角的度量及换算

角的度量单位是度、分、秒. 把平角分成180等份，每一份就是一度的角，记做 $1^\circ$ . 把一度的角60等分，每一份叫作1分的角，记做 $1'$ . 把一分的角60等分，每一份叫作1秒的角，记做 $1''$ .

$$1 \text{ 度} = 60 \text{ 分} (1^\circ = 60') \quad 1 \text{ 分} = 60 \text{ 秒} (1' = 60'')$$

### 4. 角平分线

定义：从一个角的顶点出发，把它分成两个相等角的射线叫作这个角的平分线.  
用尺规做已知角的平分线方法.

### 5. 余角和补角

- (1) 如果两个角的和是一个平角，那么这两个角叫作互为补角. 简称“互补”.
- (2) 如果两个角的和是一个直角，那么这两个角叫作互为余角，简称“互余”.
- (3) 补角、余角的性质：同角或等角的（余）补角相等.

### 6. 方位角

方位角一般以正北、正南为基准，描述物体运动方向. 即“北偏东 $\times\times$ 度”、“北偏西 $\times\times$ 度”、“南偏东 $\times\times$ 度”、“南偏西 $\times\times$ 度”，方位角 $\alpha$ 的取值范围 $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ . “北偏东45度”为东北方向，“北偏西45度”为西北方向，“南偏东45度”为东南方向，“南偏西45度”为西南方向.

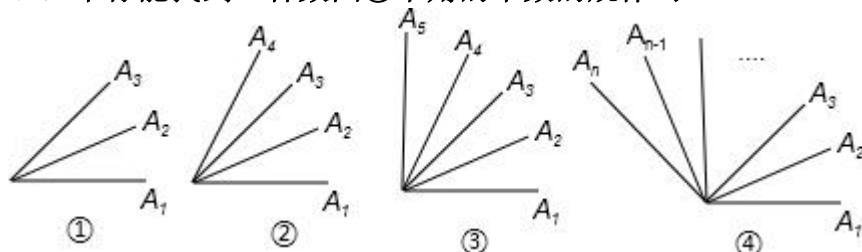
### 7. 钟表问题

研究时钟的长针（分针）与短针（时针）成直线、成直角与重合等问题，叫作时钟问题. 注意：分针每分钟走 $\frac{360}{60} = 6$ 度，时针每分钟走 $\frac{30}{60} = 0.5$ 度，分针每分钟比时针多走 $(6 - 0.5)$ 度.

## 8、角的计数

(1) 数一数图①中共有\_\_\_\_\_个角，图②中共有\_\_\_\_\_个角；图③中共有\_\_\_\_\_个角。

(2) 从(1)中你能找到一种数图④中角的个数的规律吗？



【分析】(1) 图①中共有 3 个角，图②中共有 6 个角，图③中共有 10 个角。

(2) 找规律，先罗列前三个图形中角的度数： $\because 1+2=3$ ， $1+2+3=6$ ， $1+2+3+4=10$ ，

$$\therefore \text{第 } n \text{ 个图形共有: } 1+2+3+\cdots+(n-1) = \frac{(n-1)(1+n-1)}{2} = \frac{n(n-1)}{2}.$$

【答案】(1) 3, 6, 10 (2)  $1+2+3+\cdots+(n-1) = \frac{(n-1)(1+n-1)}{2} = \frac{n(n-1)}{2}.$