

九年级 数学学科

(本试卷共 23 道题 满分 120 分 考试时间 120 分钟)

命题人: 王乃越

审校人: 徐艳军

考生注意: 所有试题必须在答题卡指定区域内作答, 在本试卷上作答无效

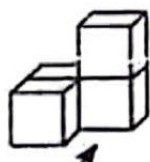
第一部分 选择题 (共 30 分)

一、选择题: (本题共 10 小题, 每题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的)

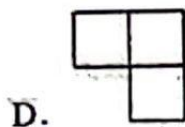
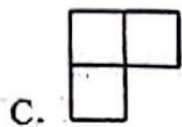
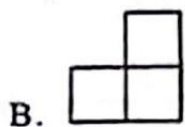
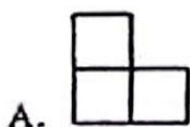
1. 中国是最早采用正负数表示相反意义的量, 并进行负数运算的国家. 若把气温零上 7°C 记作 $+7^{\circ}\text{C}$, 则 -1°C 表示气温为 (▲)

A. 零上 1°C B. 零下 1°C C. 零上 8°C D. 零下 8°C

2. 如图是一个由 4 个相同的小立方块搭成的几何体, 这个几何体的左视图是 (▲)



正面



3. 春节期间, 贴春联、送祝福一直是我们的优良传统. 下列用篆书书写的春联中“五福临门”四个字, 其中可以看成中心对称图形的是 (▲)



4. 下列运算正确的是 (▲)

A. $3a^2 - 2a = a$

B. $-(a-2) = -a-2$

C. $3a+2a=5a$

D. $3(a-1) = 3a-1$

5. 关于一元二次方程 $x^2+x+3=0$ 根的情况, 下列说法正确的是 (▲)

A. 有两个不相等的实数根

B. 有两个相等的实数根

C. 只有一个实数根

D. 没有实数根

6. 若 $a < b$, 则下列结论成立的是 (▲)

A. $a+2 > b+2$

B. $1-a > 1-b$

C. $3a > 3b$

D. $-2a < -2b$

7. 如图, 一次函数 $y=x+m$ 的图象与 x 轴交于点 $(-3, 0)$, 则不等式 $x+m < 0$ 的解集为 (▲)

A. $x > -3$

B. $x < -3$

C. $x > 3$

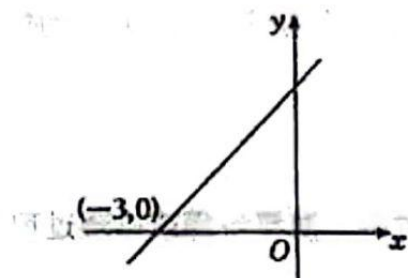
D. $x < 3$

8. 《九章算术》是我国古代重要的数学专著之一，其中记录的一道题译为：把一份文件用慢马送到900里外的城市，需要的时间比规定时间多1天；如果用快马送，所需的时间比规定时间少3天. 已知快马的速度是慢马速度的2倍，根据题意列方程为 $\frac{900}{x+1} \times 2 = \frac{900}{x-3}$ ，其中 x 表示 (▲)

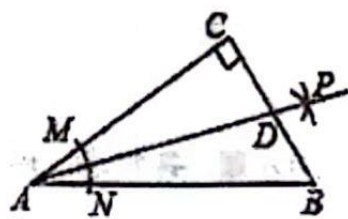
A. 快马的速度 B. 慢马的速度 C. 总路程 D. 规定的时间

9. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，以顶点 A 为圆心，任意长为半径作弧，分别交 AC ， AB 于点 M ， N ，再分别以点 M ， N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧，两弧交于点 P ，作射线 AP 交边 BC 于点 D ，若 $CD=3$ ， $AB=10$ ，则 $\triangle ABD$ 的面积是 (▲)

A. 30 B. 24 C. 15 D. 12



第7题图



第9题图

10. 定义一种对正整数 n 的“ F ”运算：①当 n 为奇数时， $F(n)=3n+1$ ；②当 n 为偶数时， $F(n)=\frac{n}{2^k}$ （其中 k 是使 $F(n)$ 为奇数的正整数）……两种运算交替进行，例如，

取 $n=12$ ，则有 $12 \xrightarrow[\text{第1次}]{F\textcircled{O}} 3 \xrightarrow[\text{第2次}]{F\textcircled{O}} 10 \xrightarrow[\text{第3次}]{F\textcircled{O}} 5 \cdots$ ，按此规律继续计算，第2024次“ F ”运算的结果是 (▲)

A. $\frac{3}{2^{2022}}$ B. 37 C. 1 D. 4

第二部分 非选择题 (共90分)

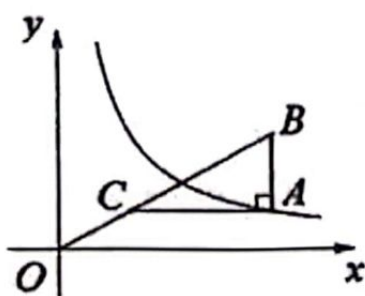
二、填空题：(本题共5小题，每题3分，共15分)

11. 计算： $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$

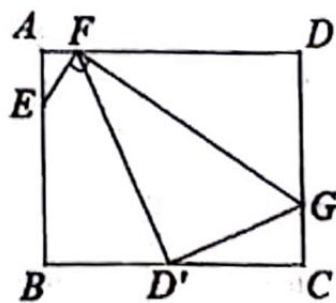
12. 在平面直角坐标系中，将点 $A(-2, 3)$ 先向右平移1个单位长度，再向下平移4个单位长度得到点 B ，则点 B 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$

13. 春节期间，小明和小亮分别从三部影片《飞驰人生2》、《热辣滚烫》、《第二十条》中随机选择一部观看，则他们选择的影片相同的概率为 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$

14. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的边 $AC \parallel x$ 轴, $\angle BAC = 90^\circ$, BC 的延长线过原点 O , 且 $BC = 2OC$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 A , 若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的面积是 2, 则 k 的值为 ▲ .



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 5$, E 是 AB 边上一点, 且 $AE = 1$, F 是 AD 边上一动点, 作 $\angle EFG = 90^\circ$, 交 CD 边于点 G , 将 $\triangle FDG$ 沿着 FG 所在直线折叠, 点 D 的对应点 D' 恰好落在 BC 边上, 则 DF 的长为 ▲ .

三、解答题 (本题共 8 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

16. 计算 (每题 5 分, 共 10 分)

$$(1) -1^{2024} + |2-5| + 16 + (-\frac{1}{2})^{-3}; \quad (2) (\frac{x^2}{x+1} - x) \div \frac{x}{x^2-1}.$$

17. (本小题 8 分)

因强降雨天气, 有 500 名群众被困, 某救援队前往救援, 已知 3 艘小型船和 2 艘大型船一次可救援 125 名群众, 1 艘小型船和 3 艘大型船一次可救援 135 名群众.

- (1) 每艘小型船和每艘大型船各能坐多少名群众?
- (2) 设计一种方案, 使得安排 m 艘小型船和 n ($n < 6$) 艘大型船, 恰好一次救援完, 且每艘船都坐满. (写出一种方案即可)

18. (本小题 8 分)

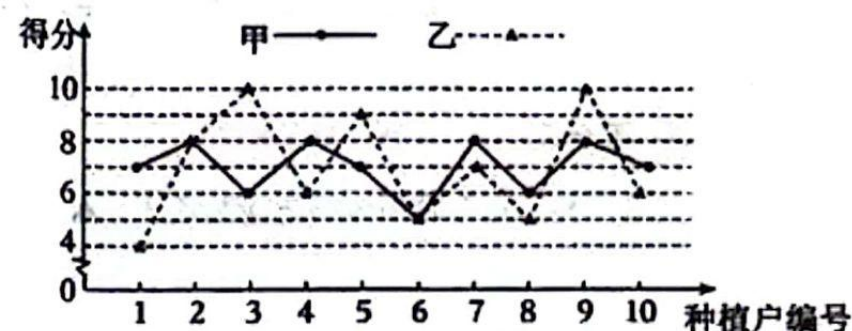
蓬勃发展的快递业，为全国各地的新鲜水果及时走进千家万户提供了极大便利. 不同的快递公司在配送、服务、收费和投递范围等方面各具优势. 草莓种植户小丽经过初步了解，打算从甲、乙两家快递公司中选择一家合作，为此小丽收集了 10 家草莓种植户对两家公司的相关评价，并整理、描述、分析，下面给出了部分信息：

a. 配送速度得分 (满分 10 分)：

甲：6 7 7 8 8 8 8 9 9 10

乙：7 7 8 8 8 9 9 9 10 10

b. 服务质量得分统计图 (满分 10 分)：



c. 配送速度和服务质量得分统计表：

项目 统计量 快递公司	配送速度得分		服务质量得分	
	平均数	中位数	平均数	中位数
甲	m	8	7	7
乙	8.5	8.5	7	n

根据以上信息，回答下列问题：

- 求出表中 m , n 的值；
- 在甲乙两家快递公司中，如果某公司服务质量得分的 10 个数据的波动越小，则认为种植户对该公司的评价越一致. 据此推断：甲、乙两家公司中，种植户对_____的服务质量的评价更一致 (填“甲”或“乙”)；
- 根据以上数据，小丽应该选择哪一家快递公司？请说明理由. (写出一条理由即可)

19. (本小题 8 分)

我们在物理学科中学过：光线从空气射入水中会发生折射现象（如图 1），我们把 $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

称为折射率（其中 α 代表入射角， β 代表折射角）。

观察实验

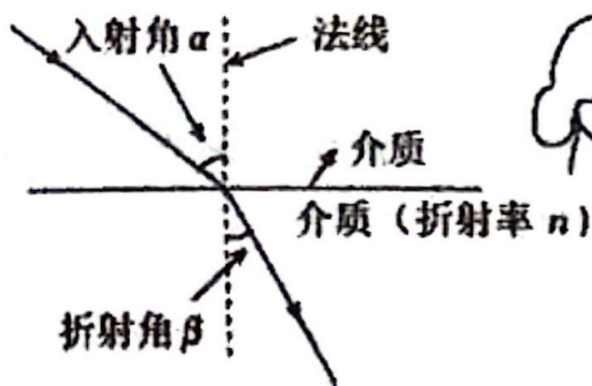
为了观察光线的折射现象，设计了图 2 所示的实验，利用激光笔 MN 发射一束红光，容器中不装水时，光斑恰好落在 B 处，加水至 EF 处，光斑左移至 C 处。图 3 是实验的示意图，

四边形 $ABFE$ 为矩形， GH 为法线，测得 $BF = 36\text{cm}$ ， $DF = 48\text{cm}$ 。（参考数据： $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$ ，

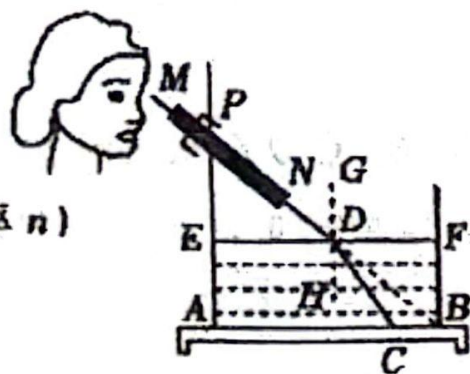
$\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$ ， $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$ ）

(1) 求入射角 α 的度数；

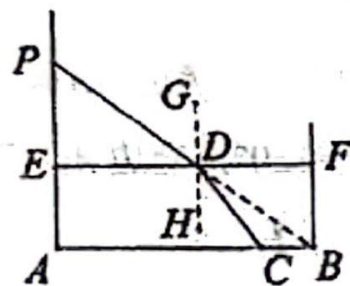
(2) 若光线从空气射入水中的折射率 $n = \frac{4}{3}$ ，求光斑移动的距离 BC 。



第 19 题图 1



第 19 题图 2



第 19 题图 3

20. (本小题 8 分)

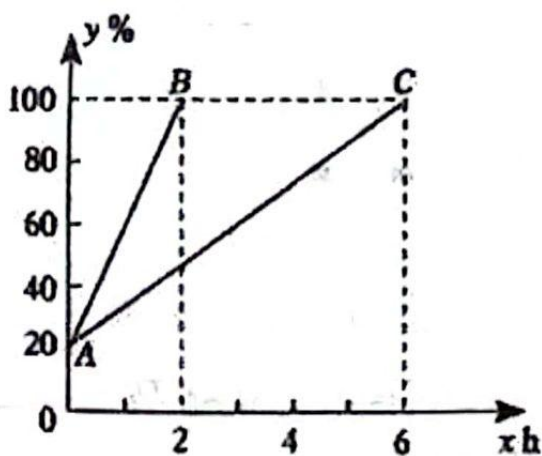
用充电器给某手机充电时, 其屏幕画面显示目前电量为 20% (如图 1). 经测试, 在用快速充电器和普通充电器对该手机充电时, 其电量 y (单位: %) 与充电时间 x (单位: h) 的函数图象分别为图 2 中的线段 AB , AC . 根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 求线段 AC 对应的函数表达式;

(2) 先用普通充电器充电 a h 后, 感觉充电较慢, 再改为快速充电器充满电, 一共用时 4h, 通过计算在图 2 中画出电量 y (单位: %) 与充电时间 x (单位: h) 的函数图象, 并标注出 a 所对应的值.



第 20 题图 1



第 20 题图 2

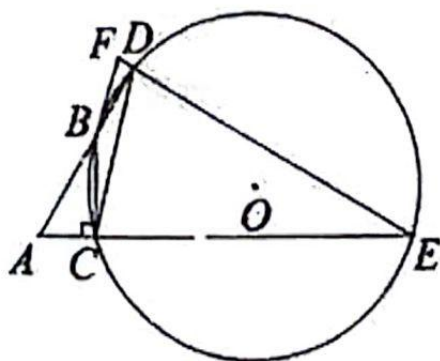
21. (本小题 9 分)

如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 与 $\odot O$ 交于点 B , C , $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=60^\circ$, 延长 AB , AC 与 $\odot O$ 分别交于点 D , E , 连接 CD , ED , 延长 ED 至点 F , 使 $\angle FBD=\angle BCD$.

(1) 求 $\angle CED$ 的度数;

(2) 求证: BF 与 $\odot O$ 相切;

(3) 若 $\odot O$ 的半径为 6, 求 CD 的长.



第 21 题图

22. (本小题 12 分)

问题提出:

如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $BC=2$, D 为射线 AC 上的动点, 以 CD 为一边作矩形 $CDEF$, 其中点 E , F 分别在射线 AB , 射线 CB 上, 设 AD 长为 x , 矩形 $CDEF$ 面积为 y (x, y 均可以等于 0).

问题探究:

(1) 如图 1, 当点 D 从点 A 运动到点 C 时,

①求线段 DE 的长 (用含 x 的代数式表示);

②求 y 关于 x 的函数解析式, 并通过列表、描点、连线, 在图 2 中画出它的图象:

x	0	1	2	3	4
y	0	1.5	2	m	n

表中 m 的值为_____, n 的值为_____;

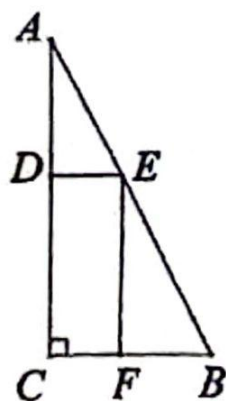
(2) 当点 D 运动到线段 AC 的延长线上时,

①直接用含 x 的代数式表示 DE 的长: $DE=$ _____;

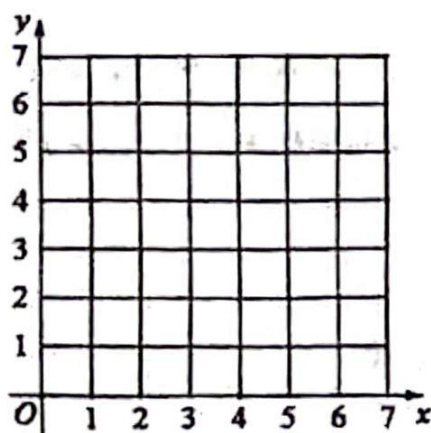
②求 y 关于 x 的函数解析式;

问题解决:

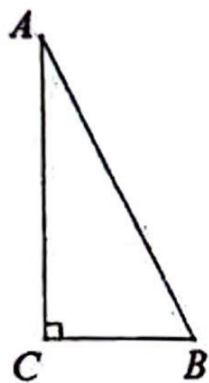
(3) 若从上至下存在三个不同位置的点 D_1, D_2, D_3 , 对应的矩形 $CDEF$ 面积均相等, 当 $AD_3=2AD_2-AD_1$ 时, 求矩形 CD_3EF 的面积.



第 22 题图 1



第 22 题图 2



第 22 题备用图

23. (本小题 12 分)

【问题初探】

(1) 李老师在数学课上提出了一个问题:

如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(m, 4)$, 点 B 的坐标为 $(4, n)$, 其中 $m \geq 0, n \geq 0$, 连接 OA, OB, AB , 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于点 C , 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴于点 D , 当 $\angle AOB = 45^\circ$ 时, 试用含 m, n 的代数式表示 AB 的长度.

“乘风破浪”小组的思路是: 如图 2, 利用旋转变换构造 45° 特殊角的思路, 延长 BD 至 E , 使 $DE = CA$, 连接 OE , 相当于将 $\triangle OAC$ 绕点 O 顺时针方向旋转 90° 至 $\triangle OED$ 的位置, 可得 $\triangle OAC \cong \triangle OED$, 从而得到 $\angle EOB = 45^\circ$, 把问题转化成探索线段 AB 与 BE 的数量关系, 请写出完整的解题过程:

【类比分析】

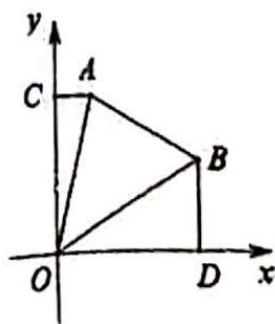
(2) 李老师总结了“乘风破浪”小组的解法是运用了转化的数学思想, 将分离的普通角拼成了我们熟悉的特殊角, 为了让学生进一步体会这一思想方法, 李老师又提出了一个问题, 请你解答:

如图 3, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AC = 6$, 点 D 是 BC 的中点, E 是 AB 边上一动点, 连接 DE , 作 $\angle EDF = 120^\circ$, 交边 AC 于点 F , 当 $BE = 2$ 时, 求 CF 的长:

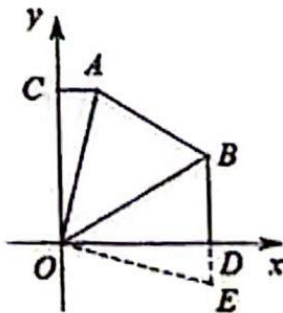
【拓展应用】

(3) 最后, 李老师留了一道作业题, 编制一道利用此种数学思想方法解决问题的题目, “披荆斩棘”小组编制的题目如下, 请你解答:

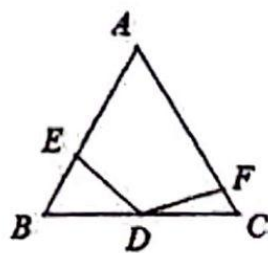
如图 4, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标是 $(0, 3)$, B 是 x 轴上的一动点, 将 AB 绕点 A 逆时针方向旋转 150° 并延长至二倍得到线段 AC , 当 $OB = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 时, 求点 C 的横坐标.



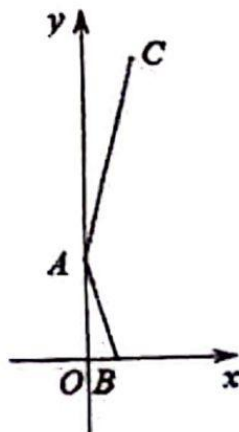
第 23 题图 1



第 23 题图 2



第 23 题图 3



第 23 题图 4