

初一年级数学学科第七次自测练习

使用时间：2023.5.17 自测时间：120 分钟

一、单选题（本大题共 10 小题，共 20 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 有“新材料之王”称号的石墨烯在新能源、电子信息、航天航空、生物医药等领域具有广阔的应用前景。石墨烯中每两个相邻碳原子间的键长为 0.000000000142 米，数 0.000000000142 用科学记数法表示是（ ）

A. 1.42×10^{-9} B. 0.142×10^{-10} C. 1.42×10^{-11} D. 1.42×10^{-10}

2. 下列计算正确的是（ ）

A. $a^7 \div a^5 = a^2$ B. $5a - 4a = 1$ C. $3a^2 \cdot 2a^3 = 6a^6$ D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

3. 下列各式中能用平方差公式运算的是（ ）

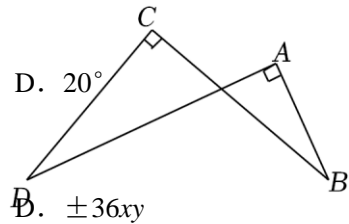
A. $(-a+b)(-a-b)$ B. $(a-b)(b-a)$ C. $(2a-3b)(3a+2b)$ D. $(a-b+c)(b-a-c)$

4. 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle A = 10^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状是（ ）

A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 等边三角形

5. 如图， $\angle C = \angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 25^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是（ ）

A. 55° B. 35° C. 25°



D. 20°
B. $\pm 36xy$

6. 若 $4x^2 + m + 9y^2$ 是一个完全平方式，那么 m 的值是（ ）

A. $6xy$ B. $\pm 12xy$ C. $36xy$

7. 如果三角形的两边长分别为 2 和 5，那么这个三角形的周长可能是（ ）

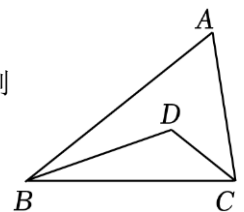
A. 10 B. 12 C. 14 D. 16

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 2\angle B$ ，则 $\angle A =$ （ ）

A. 60° B. 30° C. 45° D. 90°

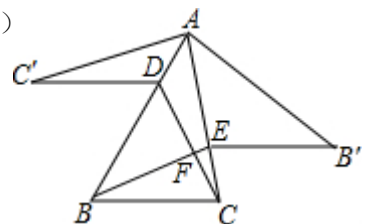
9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 D ，若 $\angle BDC = 120^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为（ ）

A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°



10. 如图，锐角 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是 AB 、 AC 边上的点， $\triangle ADC \cong \triangle ADC'$ ， $\triangle AEB \cong \triangle AEB'$ ，且 $C'D \parallel EB' \parallel BC$ ， BE 、 CD 交于点 F 。若 $\angle BAC = 35^\circ$ ，则 $\angle BFC$ 的大小是（ ）

A. 105° B. 110° C. 100° D. 120°



二、填空题（本大题共 8 小题，共 24 分）

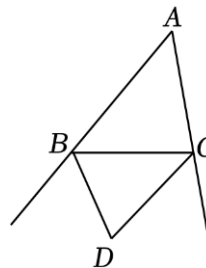
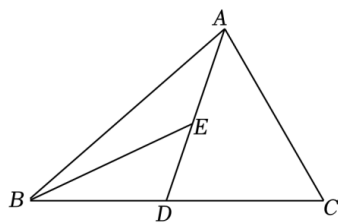
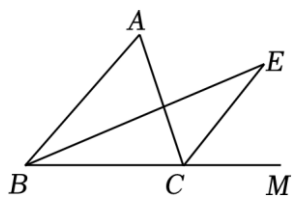
11. 已知 $2x+5y-3=2$ ，则 $4^x \cdot 32^y =$ _____.

12. 若 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边，化简： $|a+b-c|-|a-c-b| =$ _____.

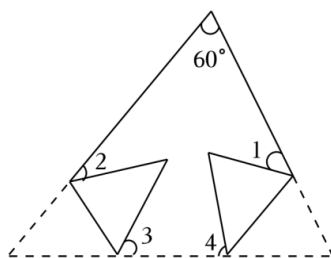
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BE 是 $\angle ABC$ 的平分线， CE 是 $\angle ACM$ 的平分线， BE 与 CE 相交于点 E ，若 $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle BEC$ 的度数是 _____.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D, E 分别是 BC, AD 的中点， $S_{\triangle ABC} = 16\text{cm}^2$ ，那么 $S_{\triangle ABE}$ 为 _____ cm^2 .

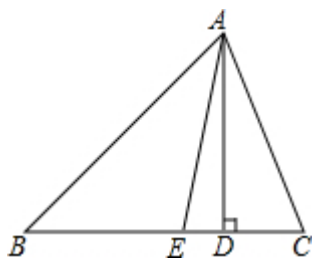
15. 如图， $\triangle ABC$ 的两个外角平分线交于点 D ，若 $\angle D = 65^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为 _____ $^\circ$.



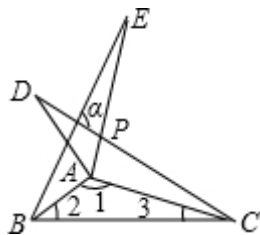
16. 如图，是把三角形的两个角翻折后的图形，则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ _____.



17. 如图， $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的高， AE 是三角形 $\angle BAC$ 的角平分线，若 $\angle EAD = 5^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为 _____.



18. 如图所示， $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADC$ 是 $\triangle ABC$ 分别沿着 AB, AC 边翻折 180° 形成的，若 $\angle 1 : \angle 2 : \angle 3 = 28 : 5 : 3$ ，则 $\angle \alpha$ 的度数为 _____.



三、解答题

19. (4分) 先化简, 再求值: $[(2x+y)^2 - 4(x-y)(x+y)] \div \frac{1}{2}y$, 其中 $x=1$, $y=2$.

20. (4分) 解不等式: $\frac{1+2x}{3} \geq x-1$.

21. 计算: (8分)

(1) 解方程组 $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1; \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$;

(2) 解不等式组, 并将解集在数轴上表示出来: $\begin{cases} x-1 < \frac{1+2x}{3} \\ x-3(x-2) \geq 4 \end{cases}$.

22 (6分). 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点 D 在 BC 的延长线上, 且 $AB=BD$, $DE \perp BD$ 于点 D , $BE \perp AC$ 于点 F .

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle BDE$.

证明: (请将下面的证明过程补充完整)

$\because DE \perp BD$ (已知),

$\therefore \angle D = \underline{\quad \textcircled{1} \quad}$ (垂直定义),

$\therefore \angle DBE + \angle E = 90^\circ$ (直角三角形两锐角互余),

$\because BE \perp AC$ (已知),

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$ ($\underline{\quad \textcircled{2} \quad}$),

$\therefore \angle DBE + \angle ACB = 90^\circ$ ($\underline{\quad \textcircled{3} \quad}$),

$\therefore \angle ACB = \angle E$ ($\underline{\quad \textcircled{4} \quad}$),

$\because \angle ABC = 90^\circ$ (已知),

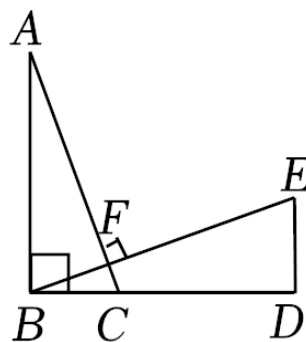
$\therefore \angle ABC = \angle D$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle E, & (\text{已知}) \\ \angle ABC = \angle D, & (\text{已知}) \\ AB = BD, & (\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BDE$ ($\underline{\quad \textcircled{5} \quad}$) (用字母表示).

(2) 线段 AB , DE , CD 之间的数量关系为 $\underline{\quad \textcircled{6} \quad}$ (直接填空).



23. (10 分) 按逻辑填写步骤和理由, 将下面的证明过程补充完整.

如图, 四边形 $ABCD$ 中, E 点在 AD 上, $\angle BAE = \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$, $BC = EC$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEC$.

证明:

$\because \angle BAE = \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$ (已知)

$\therefore \angle 2 + \angle D = 90^\circ$ (①)

$\angle 2 + \angle 1 = 90^\circ$

$\angle 3 + \angle 4 = \angle 4 + \angle 5$

$\therefore \angle 1 = \angle D$ (②)

$\angle 3 = \angle 5$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中

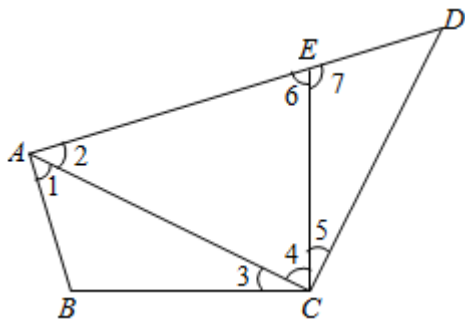
$\angle 1 = \angle D$ (③)

\angle ④ $= \angle$ ⑤ (已证)

⑥ $=$ ⑦ (已知)

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC$ (⑧) (用字母表示)

(2) 若 $\angle 3 = 30^\circ$, 则 $\angle B =$ ⑨ 度. (直接填空)



一、选择题答题区（20 分）

| | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 选项 | | | | | | | | | | |

二、填空题答题区（24 分）

11. _____ 12. _____ 13. _____ 14. _____

15. _____ 16. _____ 17. _____ 18. _____

三、解答题

19. 先化简，再求值： $[(2x+y)^2 - 4(x-y)(x+y)] \div \frac{1}{2}y$ ，其中 $x=1$ ， $y=2$ 。

20. 解不等式： $\frac{1+2x}{3} \geq x-1$ 。

21. 计算：

(1) 解方程组 $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$ ；

(2) 解不等式组，并将解集在数轴上表示出来： $\begin{cases} x-1 < \frac{1+2x}{3} \\ x-3(x-2) \geq 4 \end{cases}$ 。

22. ①_____ ②_____ ③_____

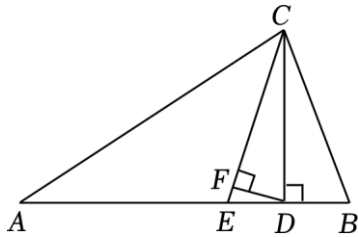
④_____ ⑤_____ ⑥_____

23. ①_____ ②_____ ③_____

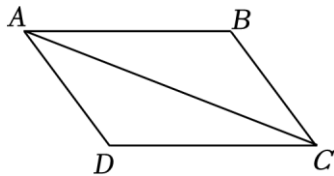
④_____ ⑤_____ ⑥_____ ⑦_____

⑧_____ ⑨_____

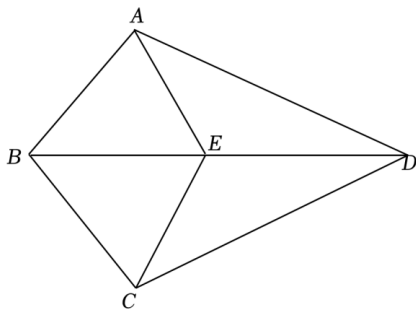
24. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=40^\circ$, $\angle B=56^\circ$, CE 平分 $\angle ACB$, $CD \perp AB$ 于点 D , $DF \perp CE$ 于点 F , 求 $\angle CDF$ 的度数.



25. (5分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = \angle D$, 连接 AC . 求证: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$.

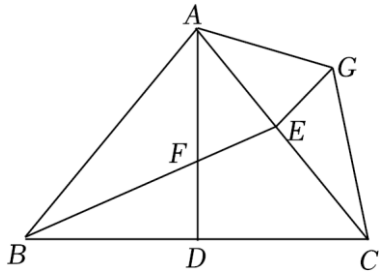


26. (6分) 如图, 点 E 在 BD 上, $AE=CE$, $AB=BC$. 求证: $AD=CD$.



27. (9分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$ 于点 D , E 为 AC 边上一点, 连接 BE 与 AD 交于点 F , G 为 $\triangle ABC$ 外一点, 满足 $\angle ACG = \angle ABE$, $\angle FAG = \angle BAC$, 连接 EG .

- (1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle ACG$; (2) 求证: $BE = CG + EG$.

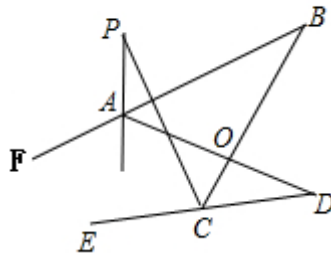
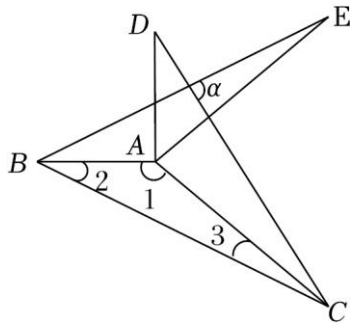


附加题 (20分)

28. 如图, $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADC$ 是 $\triangle ABC$ 分别沿着 AB , AC 边翻折 180° 形成的,

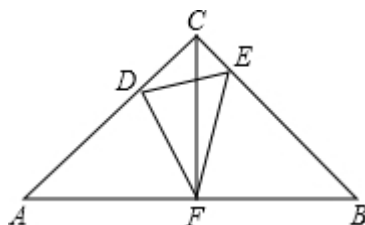
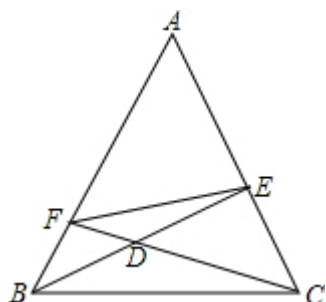
若 $\angle 1 : \angle 2 : \angle 3 = 28 : 5 : 3$, 求 $\angle \alpha$ 的度数为_____.

29. 如图, 直线 AP 平分 $\angle BAD$ 的外角 $\angle FAD$, CP 平分 $\angle BCD$ 的外角 $\angle BCE$, 若 $\angle ABC = 36^\circ$, $\angle ADC = 16^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为_____.



30. 设 E 、 F 是 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 上的点，线段 BE 、 CF 交于 D ，已知 $\triangle BDF$ ， $\triangle BCD$ ， $\triangle CDE$ 的面积分别为 3，7，7，则四边形 $AEDF$ 的面积为_____.

31. 如图，把两块大小相同的含 45° 的三角板 ACF 和三角板 CFB 如图所示摆放，点 D 在边 AC 上，点 E 在边 BC 上，且 $\angle CFE = 13^\circ$ ， $\angle CFD = 32^\circ$ ，则 $\angle DEC$ 的度数为_____.



32. 阅读下面的问题及解答.

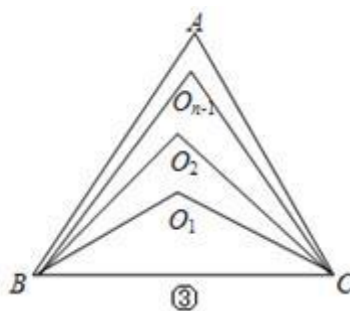
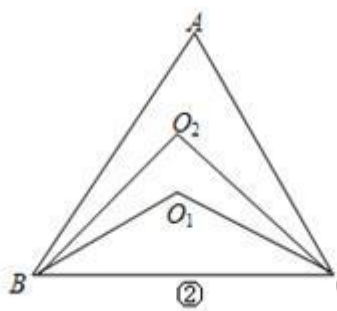
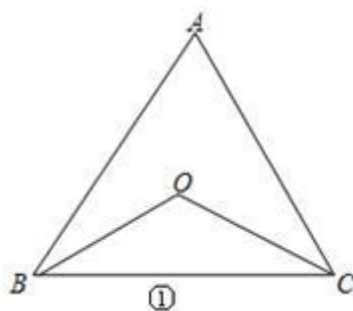
已知：如图①，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线交于 O 点，

$$\text{则 } \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 180^\circ + \frac{1}{2}\angle A;$$

如图②，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的三等分线交于 O_1 、 O_2 ，

$$\text{则 } \angle BO_1C = \frac{2}{3} \times 180^\circ + \frac{1}{3}\angle A, \quad \angle BO_2C = \frac{1}{3} \times 180^\circ + \frac{2}{3}\angle A,$$

根据以上信息，回答下列问题：



(1) 你能猜想出它的规律吗？(n 等分时，内部有 $(n - 1)$ 个点). $\angle BO_1C =$ _____ (用 n 的代数式表示)， $\angle BO_{n-1}C =$ _____ (图③).

参考答案与试题解析

1. 有“新材料之王”称号的石墨烯在新能源、电子信息、航天航空、生物医药等领域具有广阔的应用前景. 石墨烯中每两个相邻碳原子间的键长为 0.000000000142 米, 数 0.000000000142 用科学记数法表示是 ()

- 【解答】**解: $0.000000000142=1.42\times 10^{-10}$.

【解答】解: $\because a^7 \div a^5 = a^{7-5} = a^2$,

故选: A.

- 【解答】**解：A、两数的和乘以这两个数的差等于这两个数的平方差，故 A 正确；

D、不是两数的和乘以这两个数的差等于这两个数的平方差，故 D 错误；

故选：A.

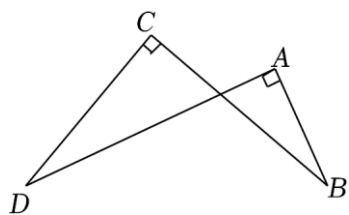
4. 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle A=10^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状是（ ）

A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 等边三角形

【解答】解： $\because \angle A=10^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，
 $\therefore \angle C=180^\circ - \angle A - \angle B=180^\circ - 10^\circ - 60^\circ =110^\circ$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 是钝角三角形.

故选：A.

5. 如图， $\angle C=\angle A=90^\circ$ ， $\angle B=25^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是（ ）



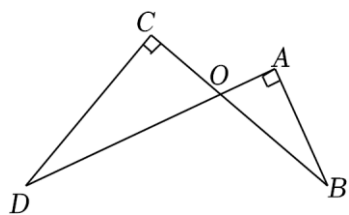
A. 55° B. 35° C. 25° D. 20°

【解答】解：如图，记 AD 和 BC 相交于点 O ，

在 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 中，

$\because \angle A=\angle C=90^\circ$ ， $\angle AOB=\angle COD$ ， $\angle B=25^\circ$ ，
 $\therefore \angle D=\angle B=25^\circ$.

故选：C.



6. 若 $4x^2+m+9y^2$ 是一个完全平方式，那么 m 的值是（ ）

A. $6xy$ B. $\pm 12xy$ C. $36xy$ D. $\pm 36xy$

【解答】解： $\because 4x^2+m+9y^2=(2x)^2+m+(3y)^2$ 是一个完全平方式，
 $\therefore m=\pm 12xy$ ，

故选：B.

7. 如果三角形的两边长分别为2和5，那么这个三角形的周长可能是（ ）

A. 10 B. 12 C. 14 D. 16

【解答】解：设三角形的第三边长是 x ，周长是 l ，

$\therefore 5-2<x<5+2$ ，

$$\therefore 3 < x < 7,$$

$$\therefore 3+2+5 < x+2+5 < 7+2+5,$$

$$\therefore 10 < l < 14,$$

故选：B.

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=2\angle B$ ，则 $\angle A=$ ()

A. 60° B. 30° C. 45° D. 90°

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = 2\angle B,$$

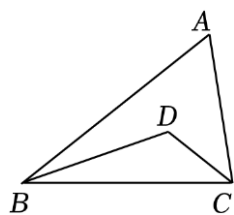
$$\therefore 3\angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 60^\circ.$$

故选：A.

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 D ，若 $\angle BDC=120^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为 ()



A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

【解答】解： \because 在 $\triangle BCD$ 中， $\angle DBC + \angle DCB + \angle BDC = 180^\circ$

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

$\because BD$ 和 CD 是 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 的角平分线，

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC, \quad \angle DCB = \frac{1}{2}\angle ACB,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB),$$

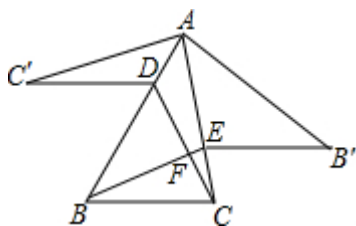
$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 2(\angle DBC + \angle DCB) = 2 \times 60^\circ = 120^\circ.$$

又 $\because \triangle ABC$ 中， $\angle ABC + \angle ACB + \angle A = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

故选：B.

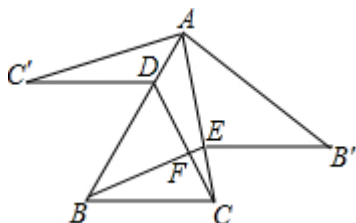
10. 如图，锐角 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是 AB 、 AC 边上的点， $\triangle ADC \cong \triangle ADC'$ ， $\triangle AEB \cong \triangle AEB'$ ，且 $C'D \parallel EB' \parallel BC$ ， BE 、 CD 交于点 F 。若 $\angle BAC=35^\circ$ ，则 $\angle BFC$ 的大小是 ()



- A. 105° B. 110° C. 100° D. 120°

【解答】解：设 $\angle C' = \alpha$ ， $\angle B' = \beta$ ，
 $\because \triangle ADC \cong \triangle ADC'$ ， $\triangle AEB \cong \triangle AEB'$ ，
 $\therefore \angle ACD = \angle C' = \alpha$ ， $\angle ABE = \angle B' = \beta$ ， $\angle BAE = \angle B'AE = 35^\circ$ ，
 $\therefore \angle C'DB = \angle BAC' + \angle C'DA = 35^\circ + \alpha$ ， $\angle CEB' = 35^\circ + \beta$.
 $\because C'D \parallel EB' \parallel BC$ ，
 $\therefore \angle ABC = \angle C'DB = 35^\circ + \alpha$ ， $\angle ACB = \angle CEB' = 35^\circ + \beta$ ，
 $\therefore \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ ，即 $105^\circ + \alpha + \beta = 180^\circ$.
 则 $\alpha + \beta = 75^\circ$.
 $\because \angle BFC = \angle BDC + \angle DBE$ ，
 $\therefore \angle BFC = 35^\circ + \alpha + \beta = 35^\circ + 75^\circ = 110^\circ$.

故选：B.



二. 填空题（共 8 小题）

11. 已知 $2x + 5y - 3 = 2$ ，则 $4^x \cdot 32^y = \underline{32}$.

【解答】解： $\because 2x + 5y - 3 = 2$ ，
 $\therefore 2x + 5y = 5$ ，
 $\therefore 4^x \cdot 32^y$
 $= (2^2)^x \cdot (2^5)^y$
 $= 2^{2x} \cdot 2^{5y}$
 $= 2^{2x+5y}$
 $= 2^5$
 $= 32$ ，

故答案为：32.

12. 若 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边，化简： $|a+b-c| - |a-c-b| = \underline{2a-2c}$.

【解答】解： $\because a+b > c, b+c > a,$

$$\therefore a+b-c > 0, a-(c+b) < 0,$$

$$\therefore |a+b-c| - |a-c-b|$$

$$= |a+b-c| - |a-(c+b)|$$

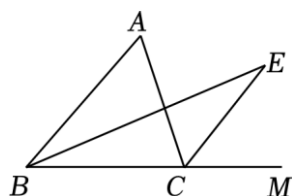
$$= a+b-c - (c+b-a)$$

$$= a+b-c-c-b+a$$

$$= 2a-2c.$$

故答案为： $2a-2c$.

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BE 是 $\angle ABC$ 的平分线， CE 是 $\angle ACM$ 的平分线， BE 与 CE 相交于点 E ，若 $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle BEC$ 的度数是 $\underline{30^\circ}$.



【解答】解： $\because BE$ 是 $\angle ABC$ 的平分线， CE 是 $\angle ACM$ 的平分线，

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle ACE = \angle MCE = \frac{1}{2} \angle ACM,$$

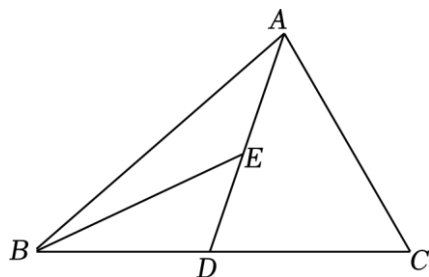
$$\text{又} \because \angle ACM = \angle A + \angle ABC, \quad \angle MCE = \angle BEC + \angle CBE,$$

$$\therefore 2(\angle BEC + \angle CBE) = \angle A + \angle ABC,$$

$$\therefore \angle BEC = \frac{1}{2} \angle A = 30^\circ.$$

故答案为： 30° .

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D, E 分别是 BC, AD 的中点， $S_{\triangle ABC} = 16\text{cm}^2$ ，那么 $S_{\triangle ABE}$ 为 $\underline{4}\text{cm}^2$.



【解答】解： $\because S_{\triangle ABC} = 16\text{cm}^2$ ， D 是 BC 的中点，

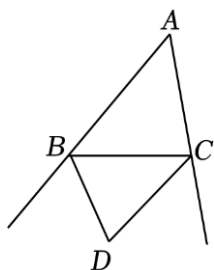
$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 8\text{cm}^2,$$

$\because E$ 是 AD 的中点,

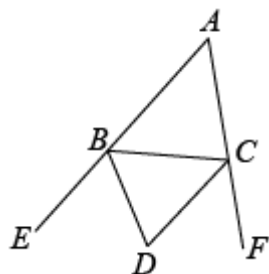
$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = 4 \text{ cm}^2,$$

故答案为: 4.

15. 如图, $\triangle ABC$ 的两个外角平分线交于点 D , 若 $\angle D = 65^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 50 $^\circ$.



【解答】解: 如图所示.



$$\because \angle EBC = \angle A + \angle ACB, \quad \angle FCB = \angle A + \angle ABC,$$

$$\therefore \angle EBC + \angle FCB = \angle A + \angle ACB + \angle A + \angle ABC = 180^\circ + \angle A.$$

$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的外角平分线、 CD 是 $\angle ACB$ 的外角平分线,

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle EBC, \quad \angle DCB = \frac{1}{2} \angle FCB,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2} \angle EBC + \frac{1}{2} \angle FCB = \frac{1}{2} (180^\circ + \angle A),$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB) = 180^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ + \angle A) = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A),$$

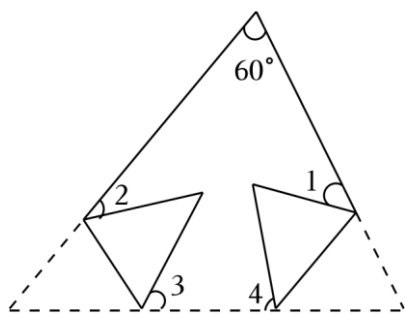
$$\because \angle BDC = 65^\circ,$$

$$\therefore 65^\circ = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A),$$

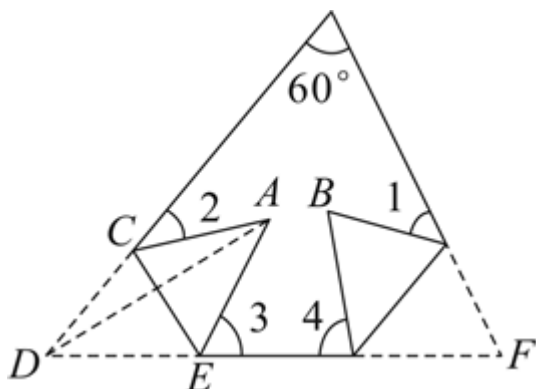
解得: $\angle A = 50^\circ$.

故答案为: 50.

16. 如图, 是把三角形的两个角翻折后的图形, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ 240 $^\circ$.



【解答】解：如图，连接 AD ，



由翻折的性质得： $\angle CAE = \angle CDE$ ， $\angle B = \angle F$ ，

$$\therefore \angle CAE + \angle B = \angle CDE + \angle F = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ ,$$

$$\text{又} \because \angle 2 = \angle CAD + \angle CDA, \angle 3 = \angle EAD + \angle EDA,$$

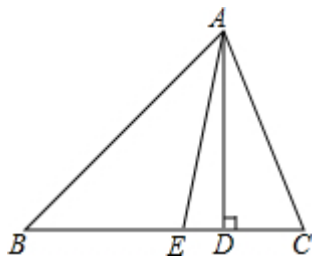
$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = \angle CAD + \angle CDA + \angle EAD + \angle EDA = \angle CAE + \angle CDE = 2\angle CAE,$$

同理可得： $\angle 1 + \angle 4 = 2\angle B$ ，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 2\angle CAE + 2\angle B = 2 \times 120^\circ = 240^\circ ,$$

故答案为： 240° ．

17. 如图， $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的高， AE 是三角形 $\angle BAC$ 的角平分线，若 $\angle EAD = 5^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ，
则 $\angle C$ 的度数为 60° ．



【解答】解： $\because AD$ 是 BC 边上的高， $\angle EAD = 5^\circ$ ，

$$\therefore \angle AED = 85^\circ ,$$

$$\because \angle B = 50^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AED - \angle B = 85^\circ - 50^\circ = 35^\circ ,$$

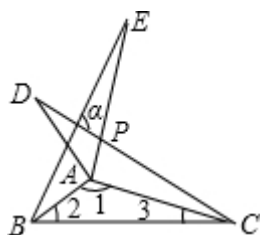
$\because AE$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线,

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BAE = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle B - \angle BAC = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ.$$

故答案为 60° .

18. 如图所示, $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADC$ 是 $\triangle ABC$ 分别沿着 AB , AC 边翻折 180° 形成的, 若 $\angle 1: \angle 2: \angle 3 = 28: 5: 3$, 则 $\angle \alpha$ 的度数为 80° .



【解答】解: 设 $\angle 3 = 3x$, 则 $\angle 1 = 28x$, $\angle 2 = 5x$,

$$\because \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore 28x + 5x + 3x = 180^\circ, \text{ 解得 } x = 5^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 140^\circ, \angle 2 = 25^\circ, \angle 3 = 15^\circ,$$

$\because \triangle ABE$ 是 $\triangle ABC$ 沿着 AB 边翻折 180° 形成的,

$$\therefore \angle 1 = \angle BAE = 140^\circ, \angle E = \angle 3 = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = 360^\circ - \angle BAE - \angle BAC = 360^\circ - 140^\circ - 140^\circ = 80^\circ,$$

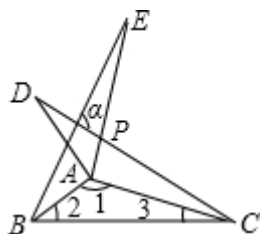
又 $\because \triangle ADC$ 是 $\triangle ABC$ 沿着 AC 边翻折 180° 形成的,

$$\therefore \angle ACD = \angle E = 15^\circ,$$

$$\text{而 } \angle \alpha + \angle E = \angle EAC + \angle ACD,$$

$$\therefore \angle \alpha = \angle EAC = 80^\circ.$$

故答案为: 80° .



三. 解答题 (共 9 小题)

19. 先化简, 再求值: $[(2x+y)^2 - 4(x-y)(x+y)] \div \frac{1}{2}y$, 其中 $x=1$, $y=2$.

【解答】解: $[(2x+y)^2 - 4(x-y)(x+y)] \div \frac{1}{2}y$

$$= (4x^2+4xy+y^2 - 4x^2+4y^2) \cdot \frac{2}{y}$$

$$= (4xy+5y^2) \cdot \frac{2}{y}$$

$$= 4xy \cdot \frac{2}{y} + 5y^2 \cdot \frac{2}{y}$$

$$= 8x+10y,$$

当 $x=1$, $y=2$ 时, 原式 $= 8 \times 1 + 10 \times 2 = 28$.

20. 解不等式: $\frac{1+2x}{3} \geq x-1$.

【解答】解: 去分母, 得: $1+2x \geq 3x-3$,

移项, 得: $2x-3x \geq -3-1$,

合并同类项, 得: $-x \geq -4$,

系数化为 1, 得: $x \leq 4$.

21. 计算:

(1) 解方程组 $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$;

(2) 解不等式组, 并将解集在数轴上表示出来: $\begin{cases} x-1 < \frac{1+2x}{3} \\ x-3(x-2) \geq 4 \end{cases}$.

【解答】解: (1) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \text{ ①} \\ 3x - 4y = 2 \text{ ②} \end{cases}$,

① $\times 9$ 得: $3x - \frac{9}{4}y = 9$ ③,

② - ③ 得: $-\frac{7}{4}y = -7$,

解得: $y=4$,

把 $y=4$ 代入②得: $3x - 16 = 2$,

解得: $x=6$,

故原方程组的解是: $\begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases}$;

(2) $\begin{cases} x-1 < \frac{1+2x}{3} \text{ ①} \\ x-3(x-2) \geq 4 \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得: $x < 4$,

解不等式②得: $x \leq 1$,

在数轴上表示为:



故原不等式组的解集是： $x \leq 1$.

22. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点 D 在 BC 的延长线上，且 $AB = BD$ ， $DE \perp BD$ 于点 D ， $BE \perp AC$ 于点 F .

(1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle BDE$.

证明：(请将下面的证明过程补充完整)

$\because DE \perp BD$ (已知)，

$\therefore \angle D = 90^\circ$ (垂直定义)，

$\therefore \angle DBE + \angle E = 90^\circ$ (直角三角形两锐角互余)，

$\because BE \perp AC$ (已知)，

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$ (垂直定义)，

$\therefore \angle DBE + \angle ACB = 90^\circ$ (直角三角形两锐角互余)，

$\therefore \angle ACB = \angle E$ (同角的余角相等)，

$\because \angle ABC = 90^\circ$ (已知)，

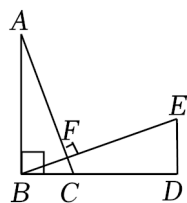
$\therefore \angle ABC = \angle D$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 中，

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle E, & (\text{已知}) \\ \angle ABC = \angle D, & (\text{已知}) \\ AB = BD, & (\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BDE$ (AAS) (用字母表示).

(2) 线段 AB ， DE ， CD 之间的数量关系为 $AB = DE + CD$ (直接填空).



【解答】(1) 证明： $\because DE \perp BD$ (已知)，

$\therefore \angle D = 90^\circ$ (垂直定义)，

$\therefore \angle DBE + \angle E = 90^\circ$ (直角三角形两锐角互余)，

$\because BE \perp AC$ (已知)，

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$ (垂直定义)，

$\therefore \angle DBE + \angle ACB = 90^\circ$ (直角三角形两锐角互余),

$\therefore \angle ACB = \angle E$ (同角的余角相等),

$\because \angle ABC = 90^\circ$ (已知),

$\therefore \angle ABC = \angle D$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle E, & (\text{已知}) \\ \angle ABC = \angle D, & (\text{已知}) \\ AB = BD, & (\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BDE$ (AAS).

(2) 解: $AB = DE + CD$,

理由: 由 (1) 证得, $\triangle ABC \cong \triangle BDE$,

$\therefore AB = BD, BC = DE$,

$\because BD = CD + BC$,

$\therefore AB = CD + DE$.

故答案为: (1) 90° ; 垂直定义; 直角三角形两锐角互余; 同角的余角相等; AAS;

(2) $AB = DE + CD$.

23. 按逻辑填写步骤和理由, 将下面的证明过程补充完整.

如图, 四边形 $ABCD$ 中, E 点在 AD 上, $\angle BAE = \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$, $BC = EC$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEC$.

证明:

$\because \angle BAE = \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$ (已知)

$\therefore \angle 2 + \angle D = 90^\circ$ (直角三角形的两锐角互余)

$\angle 2 + \angle 1 = 90^\circ$

$\angle 3 + \angle 4 = \angle 4 + \angle 5$

$\therefore \angle 1 = \angle D$ (同角的余角相等)

$\angle 3 = \angle 5$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中

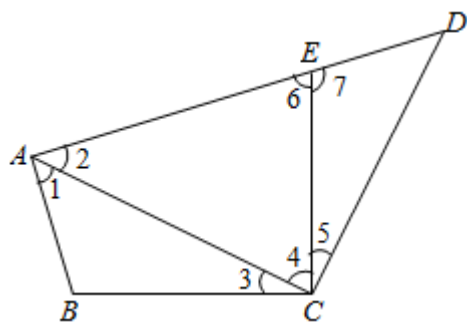
$\angle 1 = \angle D$ (已证)

\angle 3 $= \angle$ 5 (已证)

BC $=$ EC (已知)

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC$ (AAS) (用字母表示)

(2) 若 $\angle 3 = 30^\circ$ ，则 $\angle B =$ 105 度. (直接填空)



【解答】解：(1) 根据 $\angle ACD = 90^\circ$ 可知 $\triangle ACD$ 是直角三角形，

$\therefore \angle 2 + \angle D = 90^\circ$ 的理由为直角三角形的两锐角互余，

故答案为：直角三角形的两锐角互余.

再根据 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 可得 $\angle 1 = \angle D$ 的理由为同角的余角相等，

故答案为：同角的余角相等.

\therefore 在证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 全等时，

$\angle 1 = \angle D$ ，是前面已经证明的结论，故此处的理由应该是已证，

故答案为：已证.

根据括号中的提示和三角形全等要用的条件，

可知应该填的内容为 $\angle 3 = \angle 5$ ， $BC = EC$ ，

故答案为：3，5， BC ， EC .

\therefore 三角形的全等的证明方法为 AAS，

故答案为：AAS.

(2) $\because \triangle ABC \cong \triangle DEC$.

$\therefore AC = DC$ ，

$\because \angle ACD = 90^\circ$ ，

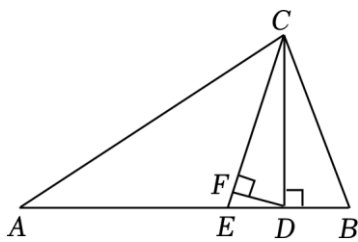
$\therefore \triangle ACD$ 为等腰直角三角形，

$\therefore \angle D = 45^\circ = \angle 1$ ，

$\because \angle 3 = 30^\circ$ ，

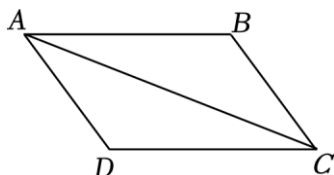
$\therefore \angle B = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$.

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 56^\circ$ ， CE 平分 $\angle ACB$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ， $DF \perp CE$ 于点 F ，求 $\angle CDF$ 的度数.



【解答】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=40^\circ$ ， $\angle B=56^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACB=180^\circ - \angle A - \angle B=180^\circ - 40^\circ - 56^\circ =84^\circ$ ，
 $\because CE$ 平分 $\angle ACB$ ，
 $\therefore \angle BCE=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 84^\circ =42^\circ$ ．
 $\because CD\perp AB$ ，
 $\therefore \angle BDC=90^\circ$ ，
 $\therefore \angle BCD=90^\circ - \angle B=90^\circ - 56^\circ =34^\circ$ ，
 $\therefore \angle DCE=\angle BCE - \angle BCD=42^\circ - 34^\circ =8^\circ$ ．
 $\because DF\perp CE$ ，
 $\therefore \angle CFD=90^\circ$ ，
 $\therefore \angle CDF=90^\circ - \angle DCF=90^\circ - 8^\circ =82^\circ$ ．

25. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD\parallel BC$ ， $\angle B=\angle D$ ，连接 AC ．求证： $\triangle ABC\cong\triangle CDA$ ．

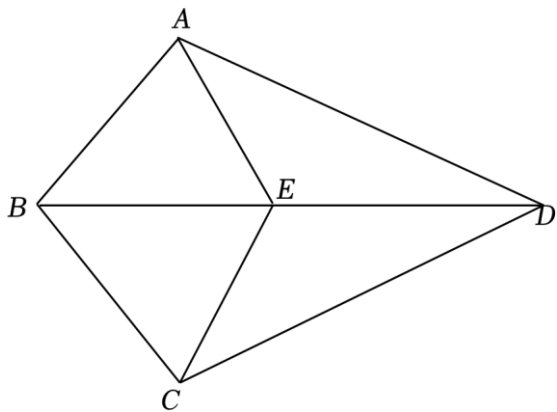


【解答】证明： $\because AD\parallel BC$ ，
 $\therefore \angle DAC=\angle BCA$ ，
 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

$$\begin{cases} \angle B=\angle D \\ \angle BCA=\angle DAC \\ AC=CA \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ABC\cong\triangle CDA$ (AAS)．

26. 如图，点 E 在 BD 上， $AE=CE$ ， $AB=BC$ ．

求证： $AD=CD$ ．



【解答】证明：在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases} AB=CB \\ BE=BE, \\ AE=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBE$ (SSS),

$\therefore \angle ABE = \angle CBE$,

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中，

$$\begin{cases} AB=CB \\ \angle ABD=\angle CBD, \\ BD=BD \end{cases}$$

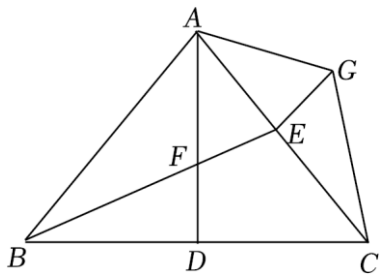
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$ (SAS),

$\therefore AD = CD$.

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ， E 为 AC 边上一点，连接 BE 与 AD 交于点 F ， G 为 $\triangle ABC$ 外一点，满足 $\angle ACG = \angle ABE$ ， $\angle FAG = \angle BAC$ ，连接 EG 。

(1) 求证： $\triangle ABF \cong \triangle ACG$ ；

(2) 求证： $BE = CG + EG$ 。



【解答】(1) 证明： $\because \angle BAC = \angle FAG$,

$\therefore \angle BAC - \angle CAD = \angle FAG - \angle CAD$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAG$,

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACG$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAD = \angle CAG \\ AB = AC \\ \angle ABF = \angle ACG \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACG$ (ASA);

(2) 证明: $\because \triangle ABF \cong \triangle ACG$,

$\therefore AF = AG, BF = CG$,

$\because AB = AC, AD \perp BC$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$,

$\because \angle BAD = \angle CAG$,

$\therefore \angle CAD = \angle CAG$,

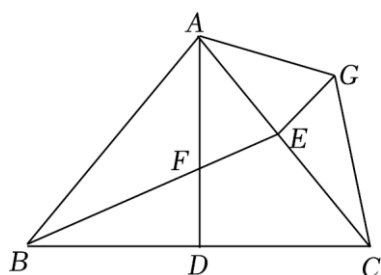
在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AEG$ 中,

$$\begin{cases} AF = AG \\ \angle FAE = \angle GAE \\ AE = AE \end{cases}$$

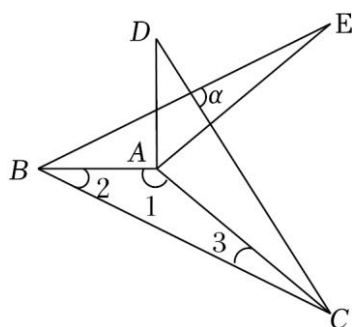
$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AEG$ (SAS).

$\therefore EF = EG$,

$\therefore BE = BF + FE = CG + EG$.



28. 如图, $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADC$ 是 $\triangle ABC$ 分别沿着 AB, AC 边翻折 180° 形成的, 若 $\angle 1: \angle 2: \angle 3 = 28: 5: 3$, 求 $\angle \alpha$ 的度数.



【解答】 解: 根据题意设 $\angle 1 = 28x$, 则 $\angle 2 = 5x$, $\angle 3 = 3x$,

则 $28x+5x+3x=180^\circ$,

解得 $x=5^\circ$,

则 $\angle 1=140^\circ$, $\angle 2=25^\circ$, $\angle 3=15^\circ$,

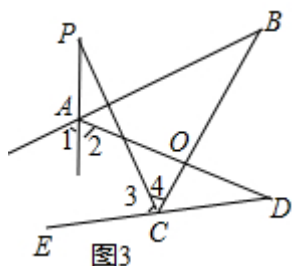
由折叠的性质可知: $\triangle ABE \cong \triangle ADC \cong \triangle ABC$,

$\therefore \angle 2 = \angle EBA = 25^\circ$, $\angle 3 = \angle ACD = 15^\circ$,

$\therefore \angle EBC = 50^\circ$, $\angle BCD = 30^\circ$,

$\therefore \angle \alpha = \angle EBC + \angle BCD = 80^\circ$.

29. 如图 3,



$\because AP$ 平分 $\angle BAD$ 的外角 $\angle FAD$, CP 平分 $\angle BCD$ 的外角 $\angle BCE$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$,

$\therefore \angle PAD = 180^\circ - \angle 2$, $\angle PCD = 180^\circ - \angle 3$,

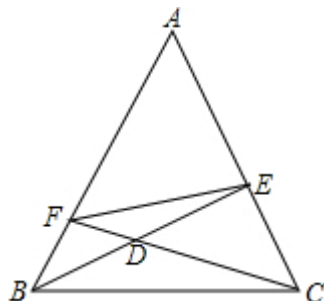
$\therefore \angle P + (180^\circ - \angle 1) = \angle D + (180^\circ - \angle 3)$,

$\angle P + \angle 1 = \angle B + \angle 4$,

$\therefore 2\angle P = \angle B + \angle D$,

$\therefore \angle P = \frac{1}{2} (\angle B + \angle D) = \frac{1}{2} \times (36^\circ + 16^\circ) = 26^\circ$;

30. 设 E 、 F 是 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 上的点, 线段 BE 、 CF 交于 D , 已知 $\triangle BDF$, $\triangle BCD$, $\triangle CDE$ 的面积分别为 3, 7, 7, 则四边形 $AEDF$ 的面积为_____.



【解答】 解: 连接 AD , 如下图所示:

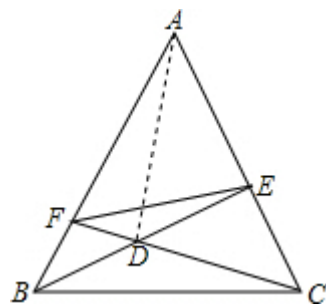
设 $S_{\triangle ADF} = x$, $S_{\triangle ADE} = y$,

$$\text{则 } \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{x}{y+7} = \frac{FD}{CD} = \frac{3}{7}, \quad \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{y}{x+3} = \frac{DE}{BD} = \frac{7}{7},$$

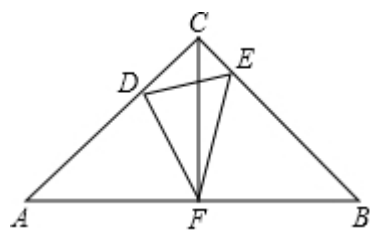
解得 $x=7.5$, $y=10.5$,

故四边形 $AFDE$ 的面积 $=x+y=7.5+10.5=18$.

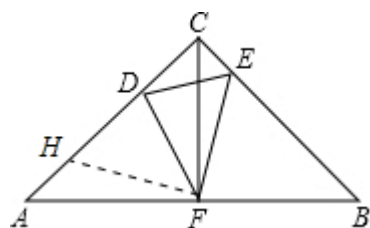
故答案为: 18.



31. 如图, 把两块大小相同的含 45° 的三角板 ACF 和三角板 CFB 如图所示摆放, 点 D 在边 AC 上, 点 E 在边 BC 上, 且 $\angle CFE=13^\circ$, $\angle CFD=32^\circ$, 则 $\angle DEC$ 的度数为_____.



【解答】解: 作 $FH \perp FE$ 交 AC 于 H .



$$\because \angle AFC = \angle EFH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFH = \angle CFE = 13^\circ,$$

$$\because \angle A = \angle FCE = 45^\circ, \quad FA = FC,$$

$$\therefore \triangle FAH \cong \triangle FCE,$$

$$\therefore FH = FE,$$

$$\because \angle DFE = \angle CFE + \angle DFC = 13^\circ + 32^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DFH = \angle DFE = 45^\circ, \quad \because DF = DF,$$

$$\therefore \triangle DFE \cong \triangle DFH,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle DHF = \angle A + \angle AFH = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle FEB = \angle CFE + \angle FCE = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = 180^\circ - 58^\circ - 58^\circ = 64^\circ,$$

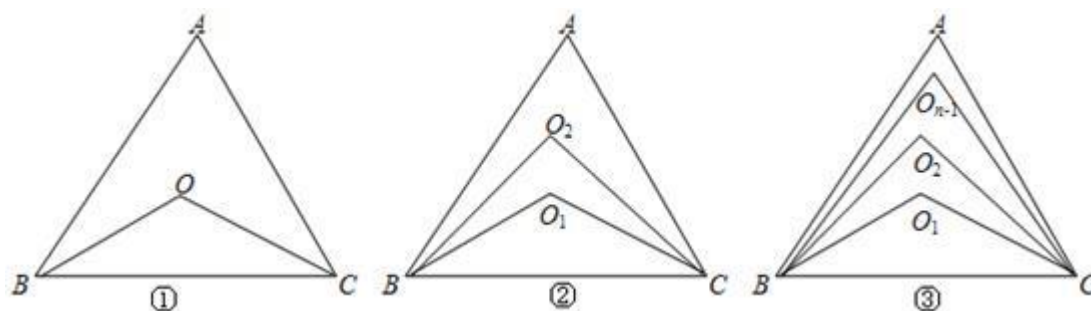
故答案为 64° .

32. 阅读下面的问题及解答.

已知: 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线交于 O 点, 则 $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 180^\circ + \frac{1}{2}\angle A$;

如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的三等分线交于 O_1 、 O_2 , 则 $\angle BO_1C = \frac{2}{3} \times 180^\circ + \frac{1}{3}\angle A$, $\angle BO_2C = \frac{1}{3} \times 180^\circ + \frac{2}{3}\angle A$,

根据以上信息, 回答下列问题:



(1) 你能猜想出它的规律吗? (n 等分时, 内部有 $(n-1)$ 个点). $\angle BO_1C = \underline{\hspace{2cm}}$ (用 n 的代数式表示),

$\angle BO_{n-1}C = \underline{\hspace{2cm}}$ (图③).

解: (1) $\angle BO_1C = \frac{n-1}{n} \times 180^\circ + \frac{1}{n}\angle A$,

$\angle BO_{n-1}C = \frac{1}{n} \times 180^\circ + \frac{n-1}{n}\angle A$.