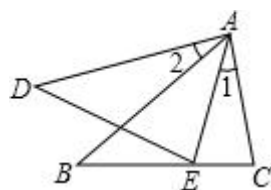


# 相似的判定 202404

一、选择题：本题共 14 小题，每小题 3 分，共 42 分。

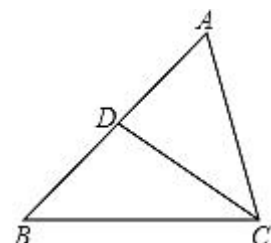
1. 如图，已知  $\angle 1 = \angle 2$ ，那么添加一个条件后，仍不能判定  $\triangle ABC$  与  $\triangle ADE$  相似

- 的是 ( ) A.  $\angle C = \angle AED$  B.  $\angle B = \angle D$  C.  $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$  D.  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

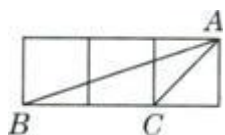


2. 如图，下列条件中不能判定  $\triangle ACD \sim \triangle ABC$  的是 ( )

- A.  $\angle ADC = \angle ACB$  B.  $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD}$  C.  $\angle ACD = \angle B$  D.  $AC^2 = AD \cdot AB$

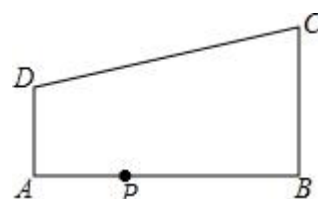


3. 如图，小正方形的边长均为 1，则图中三角形(阴影部分)与  $\triangle ABC$  相似的是 ( )



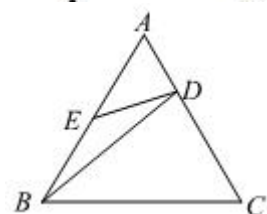
4. 如图，在直角梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 7$ ， $AD = 3$ ， $BC = 4$ 。

点  $P$  为  $AB$  边上一动点，若  $\triangle PAD$  与  $\triangle PBC$  是相似三角形，则满足条件的点  $P$  的个数是 ( ) A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



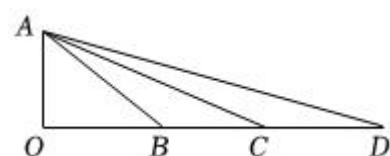
5. 如图，在正三角形  $ABC$  中，点  $D$ 、 $E$  分别在  $AC$ 、 $AB$  上，且  $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ ， $AE = BE$ ，

那么有  $\triangle AED \sim$  ( ) A.  $\triangle BED$  B.  $\triangle ABD$  C.  $\triangle CBD$  D.  $\triangle ABC$



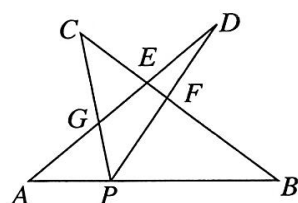
6. 如图， $\angle AOD = 90^\circ$ ， $OA = OB = BC = CD$ ，下列结论成立的是 ( )

- A.  $\triangle OAB \sim \triangle OCA$  B.  $\triangle OAB \sim \triangle ODA$  C.  $\triangle BCA \sim \triangle BAD$  D. 以上都不正确



7. 如图， $P$  为线段  $AB$  上的一点， $AD$  与  $BC$  交于点  $E$ ， $\angle CPD = \angle A = \angle B$ ， $BC$

与  $PD$  交于点  $F$ ， $AD$  交  $PC$  于点  $G$ ，则下列结论中错误的是 ( )

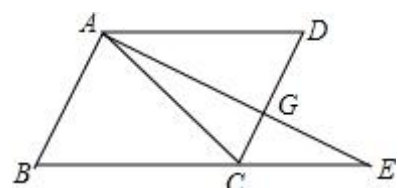


- A.  $\triangle APD \sim \triangle PGD$  B.  $\triangle APG \sim \triangle BFP$  C.  $\triangle PCF \sim \triangle BCP$  D.  $\triangle CGE \sim \triangle CBP$

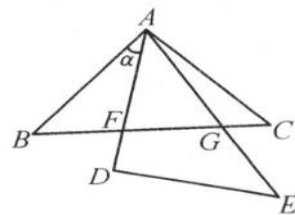
8. 如图，点  $E$  是  $\square ABCD$  的边  $BC$  延长线上的一点， $AE$  和  $CD$  交于点  $G$ ， $AC$

是  $\square ABCD$  的对角线，则图中相似三角形共有 ( )

- A. 2 对 B. 3 对 C. 4 对 D. 5 对

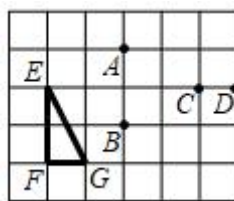
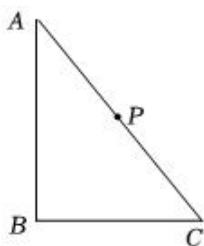
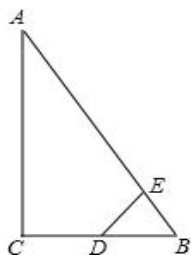


9. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEA$ 是两个全等的等腰直角三角形， $\angle BAC = \angle D = 90^\circ$ ，两条直角边 $AB, AD$ 重合，把 $AD$ 绕点 $A$ 逆时针旋转 $\angle \alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ 到如图所示的位置时， $BC$ 分别与 $AD, AE$ 相交于点 $F, G$ ，则图中共有\_\_\_\_\_对相似三角形(相似比不等于1)( ) A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



10. 如图， $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $BC = 2cm$ ， $D$ 为 $BC$ 的中点，若动点 $E$ 以 $1cm/s$ 的速度从 $A$ 点出发，沿着 $A \rightarrow B$ 的方向运动，设 $E$ 点的运动时间为 $t$ 秒( $0 \leq t < 4$ )，连接 $DE$ ，当以 $B, D, E$ 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似时， $t$ 的值为( )

- A. 2 B. 2.5 或 3.5 C. 2 或 3.5 D. 2 或 2.5



11. 如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，点 $P$ 在边 $AC$ 上，过 $P$ 画直线截 $\triangle ABC$ 使截得的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，这样的直线最多可画( ) A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

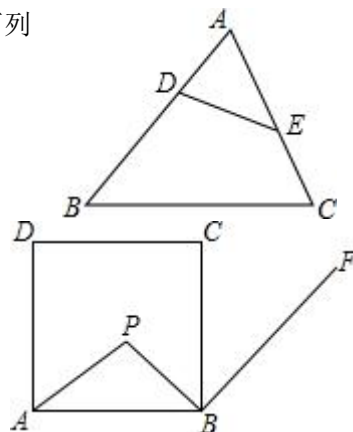
12. 如图，在 $5 \times 6$ 的方格纸中，画有格点 $\triangle EFG$ ，下列选项中的格点，与 $E, G$ 两点构成的三角形中和 $\triangle EFG$ 相似的是( ) A. 点 $A$  B. 点 $B$  C. 点 $C$  D. 点 $D$

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 $D, E$ 分别在 $AB, AC$ 边上， $DE$ 与 $BC$ 不平行，那么下列条件中，不能判断 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 的是( )

- A.  $\angle ADE = \angle C$  B.  $\angle AED = \angle B$  C.  $\frac{AD}{EC} = \frac{DE}{BD}$  D.  $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

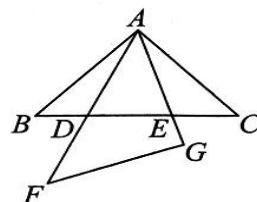
14. 如图，点 $P$ 是边长为5的正方形 $ABCD$ 内一点，且 $PB = 2$ ， $PB \perp BF$ ，垂足为点 $B$ ，请在射线 $BF$ 上找一点 $M$ ，使得以 $B, M, C$ 为顶点的三角形与 $\triangle ABP$

- 相似，则 $BM$ 等于( ) A. 2 或  $\frac{25}{2}$  B. 2 C.  $\frac{25}{2}$  D. 2 或  $\frac{15}{2}$

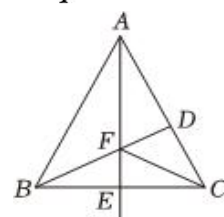


## 二、填空题：

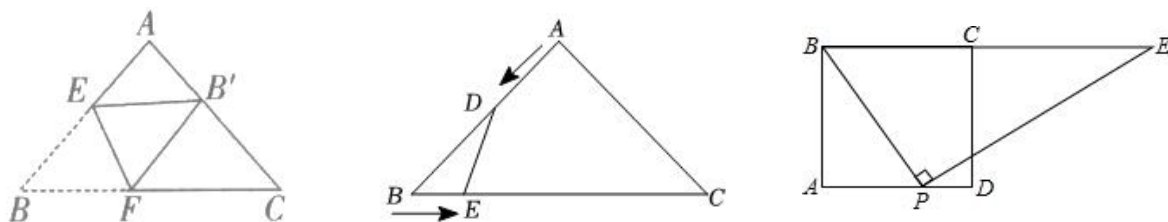
15. 两块完全相同的等腰直角三角板 $ABC$ 和 $GAF$ 按如图所示摆放，其中 $\angle BAC = \angle AGF = 90^\circ$ 。请写出图中所有与 $\triangle ABE$ 相似的三角形：\_\_\_\_\_。



16. 如图，等腰三角形 $ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ，该三角形的两条高 $BD$ 与 $AE$ 交于点 $F$ ，连接 $CF$ ，点 $P$ 为射线 $AE$ 上一个动点，连接 $BP$ ，若 $AD = 3$ ，当 $\triangle ABP$ 与 $\triangle BFC$ 相似时， $AP$ 的长为\_\_\_\_\_。



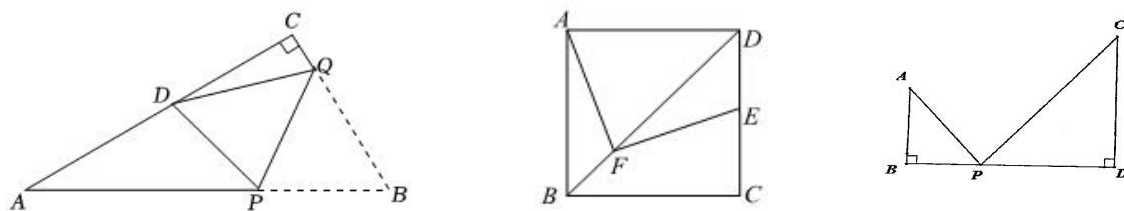
17. 将三角形纸片 $ABC$ 按如图所示的方式折叠,使点 $B$ 落在边 $AC$ 上,记为点 $B'$ ,折痕为 $EF$ ,已知 $AB = AC = 8$ ,  $BC = 10$ ,若以点 $B'$ 、 $F$ 、 $C$ 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似,那么 $BF$ 的长度是\_\_\_\_\_.



18. 如图,在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10\text{cm}$ , $BC = 16\text{cm}$ ,点 $D$ 由点 $A$ 出发沿 $AB$ 方向向点 $B$ 匀速运动,同时点 $E$ 由点 $B$ 出发沿 $BC$ 方向向点 $C$ 匀速运动,它们的速度均为 $1\text{cm/s}$ ,连接 $DE$ ,设运动时间为 $ts(0 < t < 10)$ ,当 $\triangle BDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似时, $t$ 的值为\_\_\_\_\_s.

19. 如图,正方形 $ABCD$ 中, $P$ 为 $AD$ 上一点, $BP \perp PE$ 交 $BC$ 的延长线于点 $E$ ,若 $AB = 6$ , $AP = 4$ ,则 $CE$ 长为\_\_\_\_\_.

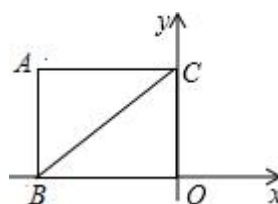
20. 如图, $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$ , $AC = 4$ , $BC = 3$ ,点 $P$ 、 $Q$ 分别为 $AB$ 、 $BC$ 上的动点,将 $\triangle PQB$ 沿 $PQ$ 折叠,使点 $B$ 们对应点 $D$ 恰好落在边 $AC$ 上,当 $\triangle APD$ 与 $\triangle ABC$ 相似时, $AP$ 长\_\_\_\_\_.



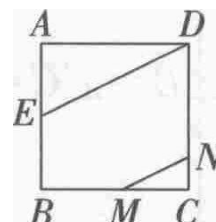
21. 如图,有一正方形 $ABCD$ ,边长为 $6\sqrt{2}$ , $E$ 是边 $CD$ 上的中点,对角线 $BD$ 上有一动点 $F$ ,当 $\triangle ABF$ 与 $\triangle DEF$ 相似时, $BF$ 的值为\_\_\_\_\_.

22. 如图, $AB \perp BD$ , $CD \perp BD$ , $AB = 6$ , $CD = 16$ , $BD = 20$ ,动点 $P$ 从 $B$ 向 $D$ 运动,当 $\triangle PAB$ 与 $\triangle PCD$ 相似时, $BP$ 的长度为\_\_\_\_\_.

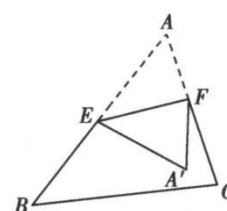
23. 如图,平面直角坐标系中,矩形 $ABOC$ 的边 $BO$ , $CO$ 分别在 $x$ 轴, $y$ 轴上, $A$ 点的坐标为 $(-8,6)$ ,点 $P$ 在矩形 $ABOC$ 的内部,点 $E$ 在 $BO$ 边上,满足 $\triangle PBE \sim \triangle CBO$ ,当 $\triangle APC$ 是等腰三角形时, $P$ 点坐标为\_\_\_\_\_.



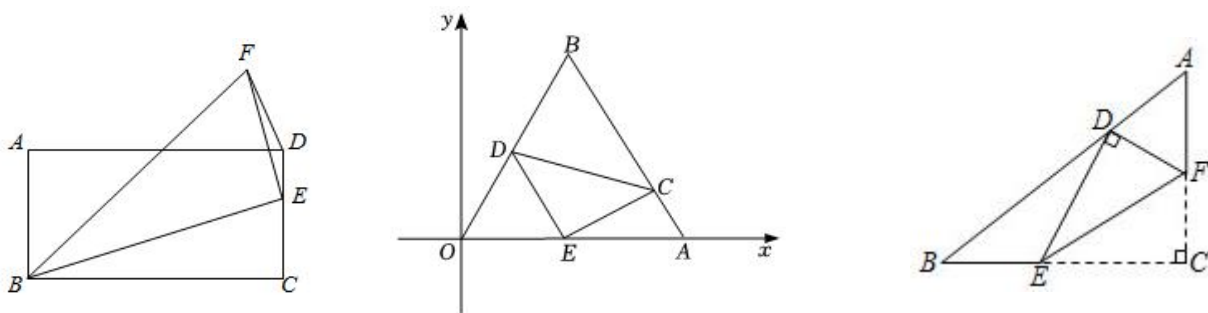
24. 如图正方形 $ABCD$ 的边长为 $2$ , $AE = EB$ , $MN = 1$ ,线段 $MN$ 的两个端点 $M$ , $N$ 分别在 $BC$ , $CD$ 上滑动.当 $CM =$ \_\_\_\_\_时, $\triangle AED$ 与以 $M$ , $N$ , $C$ 为顶点的三角形相似.



25. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 8$ , $BC = 7$ , $AC = 6$ , $E$ 是 $AB$ 的中点, $F$ 是 $AC$ 边上一个动点.将 $\triangle AEF$ 沿 $EF$ 折叠,使点 $A$ 落在 $A'$ 处,如果 $\triangle AEF$ 与原 $\triangle ABC$ 相似,则 $EF$ 的长为\_\_\_\_\_.



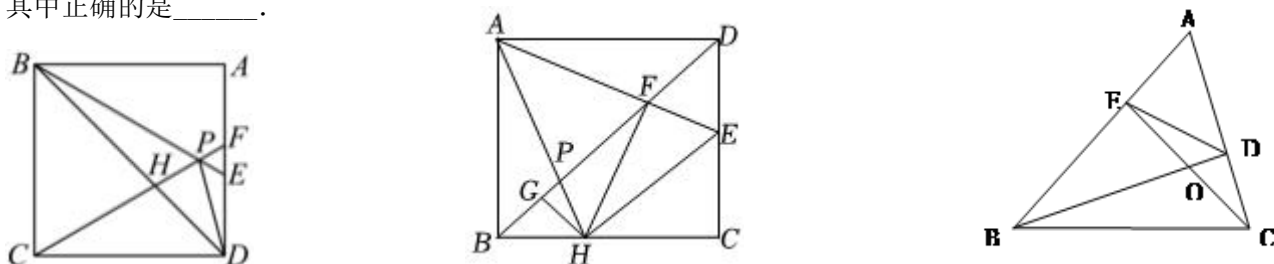
26. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中,  $BC = 4$ ,  $AB = 2$ ,  $Rt \triangle BEF$ 的顶点 $E$ 在边 $CD$ 上, 且 $\angle BEF = 90^\circ$ ,  $EF = \frac{1}{2}BE$ ,  $DF = \frac{3}{4}\sqrt{5}$ , 则 $BE =$ \_\_\_\_\_.



27. 如图, 在平面直角坐标系 $xOy$ 中. 边长为 3 的等边 $\triangle OAB$ 的边 $OA$ 在 $x$ 轴上,  $C$ 、 $D$ 、 $E$ 分别是 $AB$ 、 $OB$ 、 $OA$ 上的动点, 且满足 $BD = 2AC$ ,  $DE \parallel AB$ , 连接 $CD$ 、 $CE$ , 当点 $E$ 坐标为\_\_\_\_\_时,  $\triangle CDE$ 与 $\triangle ACE$ 相似.

28. 如图, 在 $Rt \triangle ABC$ 中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 5$ ,  $BC = 4$ , 点 $E$ 、 $F$ 分别在边 $BC$ 、 $AC$ 上, 沿 $EF$ 所在的直线折叠 $\angle C$ , 使点 $C$ 的对应点 $D$ 恰好落在边 $AB$ 上, 若 $\triangle EFC$ 和 $\triangle ABC$ 相似, 则 $BD$ 的长为\_\_\_\_\_.

29. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中,  $\triangle BPC$ 是等边三角形,  $BP$ 、 $CP$ 的延长线分别交 $AD$ 于点 $E$ 、 $F$ , 连 $BD$ 、 $DP$ ,  $BD$ 与 $CF$ 相交于点 $H$ , 给出下列结论: ① $BE = 2AE$ ; ② $\triangle DFP \sim \triangle BPH$ ; ③ $\triangle PFD \sim \triangle PDB$ ; ④ $DP^2 = PH \cdot PC$ . 其中正确的是\_\_\_\_\_.



30. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中,  $AB = 4$ , 点 $E$ 为 $CD$ 上一动点,  $AE$ 交 $BD$ 于点 $F$ , 过点 $F$ 作 $FH \perp AE$ , 交 $BC$ 于 $H$ , 连接 $AH$ 交 $BD$ 于点 $P$ , 过 $H$ 作 $HG \perp BD$ 于点 $G$ , 下列结论: ① $AF = FH$ , ② $\triangle CEH$ 的周长是 7, ③ $BD = 2FG$ , ④ $\triangle AFP \sim \triangle AHE$ . 其中正确的是\_\_\_\_\_ (写正确结论的序号).

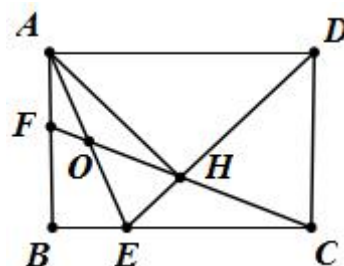
31. 如图,  $BD$ 、 $CE$ 是三角形 $ABC$ 的高,  $BD$ 、 $CE$ 的交点是 $O$ , 图中相似三角形有\_\_\_\_\_对.

32. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中,  $BC = \sqrt{2}AB$ ,  $\angle ADC$ 的平分线交边 $BC$ 于点 $E$ ,  $AH \perp DE$ 于点 $H$ , 连接 $CH$ 并延长交边 $AB$ 于点 $F$ , 连接 $AE$ 交 $CF$ 于点 $O$ , 给出下列命题:

① $AD = DE$       ② $HO = \frac{1}{2}AE$

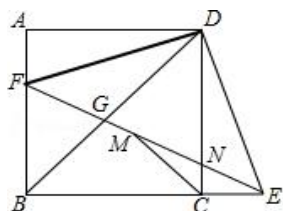
③ $\triangle AEH \sim \triangle CFB$       ④ $DH = 2\sqrt{2}EH$

其中正确命题的序号是\_\_\_\_\_ (填上所有正确命题的序号).



33. 如图，正方形 $ABCD$ 中， $F$ 为 $AB$ 上一点， $E$ 是 $BC$ 延长线上一点，且 $AF = EC$ ，连接 $EF$ ， $DE$ ， $DF$ ， $M$ 是 $FE$ 中点，连接 $MC$ ，设 $FE$ 与 $DC$ 相交于点 $N$ 。则 4 个结论：

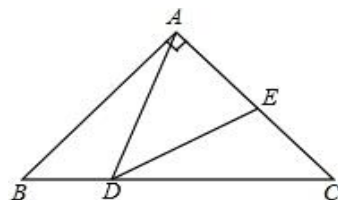
① $DN = DG$ ；② $\triangle BFG \sim \triangle EDG \sim \triangle BDE$ ；③ $CM$ 垂直 $BD$ ；④若 $MC = \sqrt{2}$ ，则 $BF = 2$ ；正确的结论有\_\_\_\_\_。



三、解答题：本题共 15 小题，共 120 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

34. (本小题 8 分)

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，点 $D$ 是 $BC$ 边上一点，过点 $D$ 作 $\angle ADE = 45^\circ$ ， $DE$ 交 $AC$ 于点 $E$ ，求证： $\triangle ABD \sim \triangle DCE$ 。



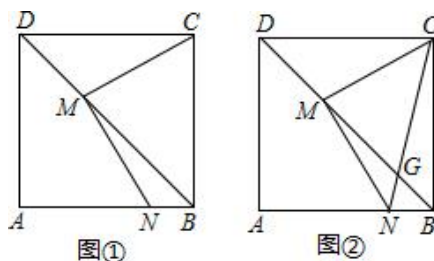
35. (本小题 8 分)

如图①，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $M$ 为对角线 $BD$ 上任意一点(不与 $B$ 、 $D$ 重合)，连接 $CM$ ，过点 $M$ 作 $MN \perp CM$ ，交线段 $AB$ 于点 $N$ 。

(1) 求证： $MN = MC$ ；

(2) 若 $DM : DB = 2 : 5$ ，求证： $AN = 4BN$ ；

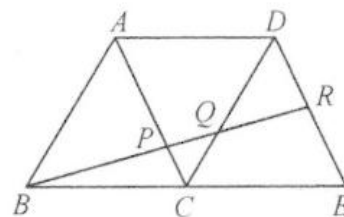
(3) 如图②，连接 $NC$ 交 $BD$ 于点 $G$ 。若 $BG : MG = 3 : 5$ ，求 $NG \cdot CG$ 的值。



36. (本小题 8 分)

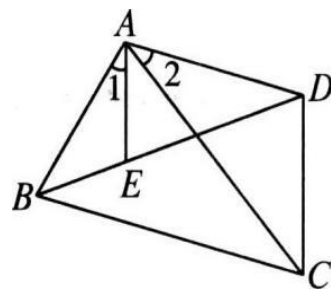
如图，四边形 $ABCD$ 和四边形 $ACED$ 都是平行四边形， $R$ 是 $DE$ 的中点，连接 $BR$ ，分别与 $AC$ ， $CD$ 交于点 $P$ ， $Q$ 。

(1) 求证： $\triangle ABP \sim \triangle DQR$ 。(2) 求 $\frac{BP}{QR}$ 的值。



37. (本小题 8 分)如图, 已知 $E$ 是四边形 $ABCD$ 的对角线 $BD$ 上的一点, 且

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}, \angle 1 = \angle 2. \text{求证: } \angle ABC = \angle AED.$$

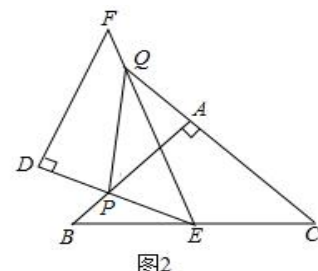
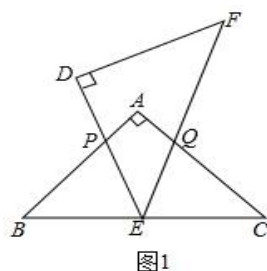


38. (本小题 8 分)

如图,  $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是两个全等的等腰直角三角形,  $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$ ,  $\triangle DEF$ 的顶点 $E$ 与 $\triangle ABC$ 的斜边 $BC$ 的中点重合, 将 $\triangle DEF$ 绕点 $E$ 旋转, 旋转过程中, 线段 $DE$ 与线段 $AB$ 相交于点 $P$ , 线段 $EF$ 与射线 $CA$ 相交于点 $Q$ .

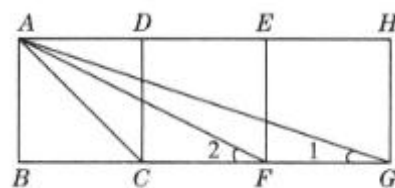
(1)当点 $Q$ 在线段 $CA$ 上时, 如图 1, 求证:  $\triangle BPE \sim \triangle CEQ$ .

(2)当点 $Q$ 在线段 $CA$ 的延长线上时, 如图 2,  $\triangle BPE$ 和 $\triangle CEQ$ 是否相似? 说明理由; 若 $BP = 1$ ,  $CQ = \frac{9}{2}$ , 求 $PQ$ 的长.



39. (本小题 8 分)如图, 四边形 $ABCD$ ,  $CDEF$ ,  $EFGH$ 都是边长相等的正方形.

(1)  $\triangle ACF$ 与 $\triangle GCA$ 相似吗? 说说你的理由. (2) 求 $\angle 1 + \angle 2$  的度数.

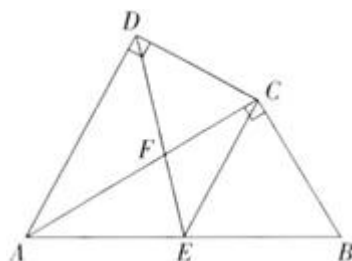


40. (本小题 8 分)如图, 四边形 $ABCD$ 中,  $AC$ 平分 $\angle DAB$ ,  $\angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$ ,  $E$ 为 $AB$ 的中点.

(1)求证:  $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ ;

(2)求证:  $CE \parallel AD$ ;

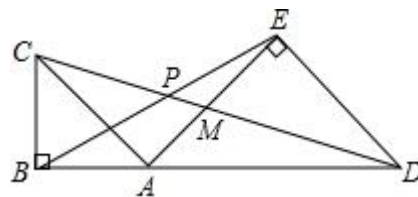
(3)若 $AB = 6$ ,  $AD = 4$ , 求 $\frac{AF}{AC}$ 的值.



41. (本小题 8 分) 如图, 点  $A$  在线段  $BD$  上, 在  $BD$  的同侧作等腰直角  $\triangle ABC$  和等腰直角  $\triangle ADE$ ,  $\angle ABC = \angle AED = 90^\circ$ ,  $CD$  与  $BE$ 、 $AE$  分别交于点  $P$ 、 $M$ . 求证:

(1)  $\triangle BAE \sim \triangle CAD$ ;

(2) 若  $BC = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ,  $PC = \frac{3}{2}$ , 求  $PM$  长.

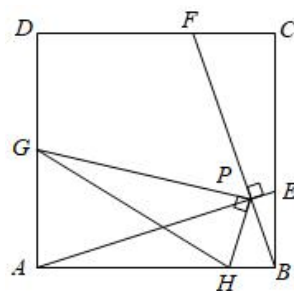


42. (本小题 8 分)

如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E$ ,  $F$  分别为边  $BC$ ,  $CD$  上的点, 且  $AE \perp BF$  于点  $P$ ,  $G$  为  $AD$  的中点, 连接  $GP$ , 过点  $P$  作  $PH \perp GP$  交  $AB$  于点  $H$ , 连接  $GH$ .

(1) 求证:  $BE = CF$ ;

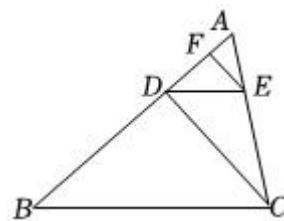
(2) 若  $AB = 6$ ,  $BE = \frac{1}{3}BC$ , 求  $GH$  的长.



43. (本小题 8 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $CD \parallel EF$ ,  $AF = 1$ ,  $AD = 3$ ,  $AE = 2$ .

(1) 求  $AC$  的长;

(2) 若  $AB = 9$ , 求证:  $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ .



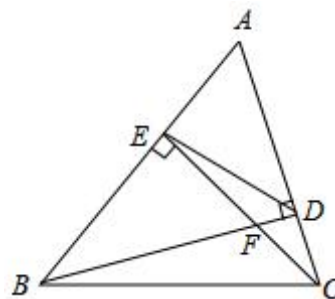
44. (本小题 8 分)

如图,  $\triangle ABC$  中,  $BD \perp AC$  于点  $D$ ,  $CE \perp AB$  于点  $E$ ,  $BD$ ,  $CE$  交于点  $F$ , 连接  $DE$ .

(1) 求证:  $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ ;

(2) 求证:  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ;

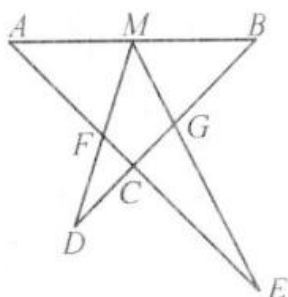
(3) 若  $BE = CE = \sqrt{5}$ ,  $CD = 1$ , 求  $DF$  的长.





45. (本小题 8 分)

如图,  $M$  为线段  $AB$  上一点,  $AE$  与  $BD$  交于点  $C$ ,  $\angle DME = \angle A = \angle B = \alpha$ , 且  $DM$  交  $AE$  于点  $F$ ,  $ME$  交  $BD$  于点  $G$ .



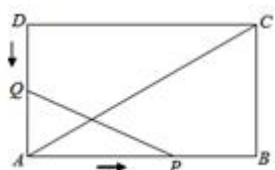
(1) 写出图中的三对相似三角形.

(2) 连接  $FG$ , 当  $AM = MB$  时, 求证:  $\triangle MFG \sim \triangle BMG$ .

(3) 在(2)条件下, 若  $\alpha = 45^\circ$ ,  $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $AF = 3$ , 求  $FG$  的长.

46. (本小题 8 分)

如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 12\text{cm}$ ,  $BC = 6\text{cm}$ , 点  $P$  沿  $AB$  边从点  $A$  开始向点  $B$  以  $2\text{cm/s}$  的速度移动, 点  $Q$  沿  $DA$  边从点  $D$  开始向点  $A$  以  $1\text{cm/s}$  的速度移动, 如果  $P$ 、 $Q$  同时出发, 用  $t(\text{s})$  表示移动的时间 ( $0 \leq t \leq 6$ ), 那么:



(1) 当  $t$  为何值时,  $\triangle QAP$  是等腰直角三角形?

(2) 当  $t$  为何值时, 以点  $Q$ 、 $A$ 、 $P$  为顶点的三角形与  $\triangle ABC$  相似?

48. (本小题 8 分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 12\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ . 点  $E$ 、 $F$ 、 $G$  分别从点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点同时出发, 沿矩形的边按逆时针方向移动. 点  $E$ 、 $G$  的速度均为  $2\text{cm/s}$ , 点  $F$  的速度为  $4\text{cm/s}$ , 当点  $F$  追上点  $G$  (即点  $F$  与点  $G$  重合) 时, 三个点随之停止移动. 设移动开始后第  $t$  秒时,  $\triangle EFG$  的面积为  $S(\text{cm}^2)$ .

(1) 当  $t = 1$  时,  $S$  的值是多少?

(2) 写出  $S$  和  $t$  之间的函数解析式, 并指出自变量  $t$  的取值范围;

(3) 若点  $F$  在矩形的边  $BC$  上移动, 当  $t$  为何值时, 以点  $E$ 、 $B$ 、 $F$  为顶点的三角形与以点  $F$ 、 $C$ 、 $G$  为顶点的三角形相似? 请说明理由.

