

数学周练 20230423 答案和解析

1. 【答案】B

【解析】解：A. $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，此选项错误，不符合题意；

B. $x^2 \cdot x^3 = x^5$ ，此选项正确，符合题意；

C. $(-a)^4 \div (-a^2) = a^4 \div (-a^2) = -a^2$ ，此选项错误，不符合题意；

D. $6^0 = 1$ ，此选项错误，不符合题意，

故选：B.

A.利用合并同类项法则计算可求解；B.运用同底数幂的乘法法则运算即可；C.运用同底数幂的除法法则计算即可；D.运用零指数幂的性质可得结果.

本题主要考查了合并同类项，同底数幂的乘法，同底数幂的除法，零指数幂等运算法则，熟练掌握各法则是解题的关键.

2. 【答案】B

【解析】解：小数 0.00000156 在小数点左边有 5 个 0，故 0.00000156 可用科学记数法表示为 1.56×10^{-6} ，

故选：B。

绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定。

本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定。

3. 【答案】D

【解析】解：∵ $AB \parallel CD \parallel EF$ ，

∴ $\angle 3 + \angle BOC = 180^\circ$ ， $\angle 1 = \angle BOF$ ，

又 $\angle BOF = \angle 2 + \angle BOC$ ，

∴ $\angle 1 = \angle 2 + 180^\circ - \angle 3$ ，即 $\angle 1 + \angle 3 - \angle 2 = 180^\circ$ 。

故选：D.

根据两直线平行，同旁内角互补可得 $\angle 3 + \angle BOC = 180^\circ$ ，再根据两直线平行，内错角相等可得

$\angle 1 = \angle BOF$ ，而 $\angle BOF = \angle 2 + \angle BOC$ ，整理可得 $\angle 1 + \angle 3 - \angle 2 = 180^\circ$ 。

本题主要考查平行线的性质，从复杂图形中找出内错角，同旁内角是解题的关键。

4. 【答案】A

【解析】解：原式 $= 4 - 2n - 2m + mn$

$$= 4 - 2(m + n) + mn$$

$$= 4 - 2 \times 3 + (-5)$$

$$= -7,$$

故选：A.

先去括号，整理，再整体代入即可。

本题考查了整式的混合运算，掌握运算法则是解题的关键。

5. 【答案】D

【解析】解：①平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，故原题说法错误；

②平面内，不相交的两条直线必平行，故原题说法错误；

③三角形的三条高线交于一点，应该是三条高线所在直线交于一点，故原题说法错误；

④直线外一点到已知直线的垂线段的长度叫做这点到直线的距离，故原题说法错误；

⑤过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，故原题说法错误。

错误的说法有5个，

故选：D.

根据三角形的高、点到直线的距离定义、平行公理、平行线定义进行分析即可。

此题主要考查了三角形的高、平行线，关键是注意点到直线的距离的定义。

6. 【答案】B

【解析】解：A、 $\angle 1 = \angle 2$ 不能判定任何直线平行，故本选项错误；

B、 $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore AB \parallel CD$ ，符合平行线的判定定理，故本选项正确；

C、 $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore AC \parallel BD$ ，故本选项错误；

D、 $\angle 1 = \angle 2$ 不能判定任何直线平行，故本选项错误。

故选：B.

根据平行线的判定定理对各选项进行逐一判断即可。

本题考查的是平行线的判定，熟知平行线的判定定理是解答此题的关键.

7.【答案】D

【解析】

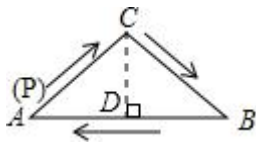
【分析】

本题考查了动点问题的函数图象. 用图象解决问题时，要理清图象的含义即会识图.

分类讨论：点 P 在边 AC 上时， s 随 t 的增大而减小；当点 P 在边 BC 上时， s 随 t 的增大而增大；当点 P 在线段 BD 上时， s 随 t 的增大而减小；当点 P 在线段 AD 上时， s 随 t 的增大而增大.

【解答】

解：如图，过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D .



因为在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ，

所以 $AD = BD$.

①点 P 在边 AC 上时， s 随 t 的增大而减小. 故 A 、 B 错误；

②当点 P 在边 BC 上时， s 随 t 的增大而增大；

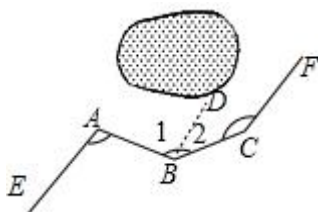
③当点 P 在线段 BD 上时， s 随 t 的增大而减小，点 P 与点 D 重合时， s 时点 P 在线段 BD 上的最小值，但不等于零. 故 C 错误；

④当点 P 在线段 AD 上时， s 随 t 的增大而增大. 故 D 正确.

故选：D.

8.【答案】B

【解析】解：过点 B 作 $BD \parallel AE$ ，



$\because AE \parallel CF$,

$\therefore AE \parallel BD \parallel CF$,

$\therefore \angle A = \angle 1$, $\angle 2 + \angle C = 180^\circ$,

$$\because \angle A = 100^\circ, \angle 1 + \angle 2 = \angle ABC = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ,$$

故选 B .

首先根据题意作辅助线：过点 B 作 $BD \parallel AE$ ，即可得 $AE \parallel BD \parallel CF$ ，则可求得： $\angle A = \angle 1$ ， $\angle 2 + \angle C = 180^\circ$ ，则可求得 $\angle C$ 的值.

此题考查了平行线的性质. 注意过一点作已知直线的平行线，再利用平行线的性质解题是常见做法.

9. 【答案】 B

【解析】

【分析】

本题考查的是二元一次方程组的解法有关知识，把 x, y 的值代入原方程组，可得关于 “ \otimes ”、“ \oplus ” 的二元一次方程组，解方程组即可.

【解答】

$$\text{解：将 } \begin{cases} x = \oplus \\ y = 1 \end{cases} \text{ 代入方程组，得到 } \begin{cases} \oplus + \otimes = 3 \text{ ①} \\ 3 \oplus - \otimes = 1 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{①} + \text{②，得 } 4 \oplus = 4,$$

$$\text{即 } \oplus = 1;$$

$$\text{将 } \oplus = 1 \text{ 代入 ②，得 } 3 - \otimes = 1,$$

$$\text{即 } \otimes = 2.$$

故选 B .

10. 【答案】 C

【解析】

【分析】

设共有 x 人， y 辆车，根据“如果每 3 人坐一辆车，那么有 2 辆空车；如果每 2 人坐一辆车，那么有 9 人需要步行”，即可得出关于 x, y 的二元一次方程组，此题得解.

本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组以及数学常识，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

【解答】

解：设共有 x 人， y 辆车，

$$\text{依题意得：} \begin{cases} 3(y-2) = x \\ 2y+9 = x \end{cases}.$$

故选：C.

11. 【答案】58

【解析】解：∵长方形 $ABCD$ ，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DEG = \alpha, \angle AFH = \beta,$$

$$\therefore \angle DEG + \angle AFH = \alpha + \beta = 119^\circ,$$

$$\text{由折叠得：} \angle DEM = 2\angle DEG, \angle AFM = 2\angle AFH,$$

$$\therefore \angle DEM + \angle AFM = 2 \times 119^\circ = 238^\circ,$$

$$\therefore \angle FEM + \angle EFM = 360^\circ - 238^\circ = 122^\circ,$$

在 $\triangle EFM$ 中，

$$\angle EMF = 180^\circ - (\angle FEM + \angle EFM) = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ,$$

故答案为：58.

根据平行线的性质得到 $\angle DEG + \angle AFH = 119^\circ$ ，由折叠得： $\angle DEM = 2\angle DEG$ ， $\angle AFM = 2\angle AFH$ ，

从而得到 $\angle DEM$ 与 $\angle AFH$ 的和．利用两个平角求出 $\angle FEM$ 与 $\angle EFM$ 的和，最后根据三角形内角和等于 180° 即可求出答案．

本题考查了平行线的性质和三角形内角和定理，解决本题的关键是掌握平行线的性质．

12. 【答案】 ± 3

$$\text{【解析】解：} \because (a-2018)^2 + (2020-a)^2 = [(a-2019)+1]^2 + [(a-2019)-1]^2 = 2(a-2019)^2 + 2 = 20.$$

$$\therefore (a-2019)^2 = 9.$$

$$\therefore a-2019 = \pm 3.$$

故答案是： ± 3 .

将 $(a-2018)$ 、 $(2020-a)$ 分别转化为含有 $(a-2019)$ 的形式，然后利用完全平方公式解答．

本题考查完全平方公式，熟练掌握完全平方公式并能够灵活应用是解决此题的关键．

13.【答案】55 或 20

【解析】

【分析】

本题考查了平行线的性质的应用，注意：如果一个角的两边分别和另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补.

根据平行线性质的得出 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ①, $\angle A = \angle B$ ②, 求出 $\angle A = 3\angle B - 40^\circ$ ③, 把③分别代入①②求出即可.

【解答】

解： $\because \angle A$ 与 $\angle B$ 的两边分别平行，

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ \text{ ①或 } \angle A = \angle B \text{ ②},$$

$$\because \angle A \text{ 比 } \angle B \text{ 的 } 3 \text{ 倍少 } 40^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 3\angle B - 40^\circ \text{ ③},$$

当 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ①成立时：

$$\text{把③代入①得：} 3\angle B - 40^\circ + \angle B = 180^\circ,$$

$$\angle B = 55^\circ;$$

当 $\angle A = \angle B$ ②成立时：

$$\text{把③代入②得：} 3\angle B - 40^\circ = \angle B,$$

$$\angle B = 20^\circ;$$

故答案为：55 或 20.

14.【答案】2.5 或 14.5

【解析】解：动点 P 在 BC 上运动时，对应的时间为 0 到 4 秒，易得： $BC = 2\text{cm/秒} \times 4 \text{秒} = 8(\text{cm})$ ；

动点 P 在 CD 上运动时，对应的时间为 4 到 6 秒，易得： $CD = 2\text{cm/秒} \times (6 - 4)\text{秒} = 4(\text{cm})$ ；

动点 P 在 DF 上运动时，对应的时间为 6 到 9 秒，易得： $DE = 2\text{cm/秒} \times (9 - 6)\text{秒} = 6(\text{cm})$ ，

故图甲中的 BC 长是 8cm ， $DE = 6\text{cm}$ ， $EF = 6 - 4 = 2(\text{cm})$

$$\therefore AF = BC + DE = 8 + 6 = 14(\text{cm}),$$

$$\therefore b = 9 + (EF + AF) \div 2 = 17,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AB \cdot 2t = 15 \text{ 或 } \frac{1}{2}AB(BC + CD + DE + EF + AF - 2t) = 15,$$

解得 $t = 2.5$ 或 14.5 .

故答案为：2.5 或 14.5.

根据题意得：动点 P 在 BC 上运动的时间是 4 秒，又由动点的速度，可得 BC 、 AF 的长；再根据三角形的面积公式解答即可．

本题考查动点问题的函数图象，解题的关键是读懂图意，明确横轴与纵轴的意义．

15.【答案】解：(1) $\begin{cases} x + y = 3 & \textcircled{1} \\ x - y = 1 & \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 得： $2x = 4$ ，

解得： $x = 2$ ，

把 $x = 2$ 代入 $\textcircled{1}$ 得， $2 + y = 3$ ，

解得： $y = 1$ ，

所以原方程组的解是： $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ ；

(2) 整理得： $\begin{cases} m + 7n = 36 & \textcircled{1} \\ m + 5n = 30 & \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 得： $2n = 6$ ，

解得： $n = 3$ ，

把 $n = 3$ 代入 $\textcircled{1}$ 得： $m + 21 = 36$ ，

解得： $m = 15$ ，

所以原方程组的解是： $\begin{cases} m = 15 \\ n = 3 \end{cases}$ ．

【解析】 本题考查了二元一次方程组的解法；熟练掌握代入消元法和加减消元法是解题的关键．

(1) 用加减消元法即可得解；

(2) 整理后把二元一次方程组转化成一元一次方程，求出 n 的值，再代入求出 m 即可．

16.【答案】解：(1) $(-1)^{2021} + (\pi - 3)^0 + (-\frac{1}{2})^{-2}$

$= -1 + 1 + 4$

$= 4$ ．

(2) $(-3x^2y)^2 \cdot 6xy^3 \div 9x^3y^4$

$= 9x^4y^2 \cdot 6xy^3 \div 9x^3y^4$

$= 54x^5y^5 \div 9x^3y^4$

$= 6x^2y$ ．

【解析】(1)首先计算零指数幂、负整数指数幂、乘方，然后从左向右依次计算，求出算式的值即可.

(2)首先计算乘方，然后从左向右依次计算，求出算式的值即可.

此题主要考查了实数的运算，注意运算顺序；以及整式的混合运算，有乘方、乘除的混合运算中，要按照先乘方后乘除的顺序运算，其运算顺序和有理数的混合运算顺序相似.

17.【答案】解：当 $x + y = a$ ， $xy = b$ ，

$$(1)x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = a^2 - 2b;$$

$$(2)(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = (x + y)^2 - 4xy = a^2 - 4b;$$

$$(3) \because m + n - p = -6,$$

$$\therefore (m - p + n)^2 = 6^2, \text{ 即 } (m - p)^2 + 2(m - p) \cdot n + n^2 = 36,$$

$$\because (m - p) \cdot n = -2,$$

$$\therefore (m - p)^2 + n^2 = (m - p + n)^2 - 2(m - p) \cdot n = 36 - 2 \times (-2) = 36 + 4 = 40.$$

【解析】(1)(2)根据完全平方公式即可求出答案；

(3)把 $(m - p)$ 看作一个整体，就转化为(1)，再利用(1)的方法求解即可.

本题考查完全平方公式，解题的关键是熟练运用完全平方公式，本题属于基础题型.

18.【答案】(1)300

(2)1 3.5 3.75 7.5

(3)2.5 或 3.5

【解析】解：(1)由图象得， A ， B 两地之间的距离为 300km ，

故答案为：300；

$$(2) \because t = 3 \text{ 时}, S = 0,$$

$$\therefore \text{当 } t = 3 \text{ 时}, \text{ 两车相遇, 此时乙车行驶的路程是 } 80 \times 3 = 240(\text{km}), \text{ 甲车行驶的路程是 } 300 - 240 = 60(\text{km}),$$

$$\therefore a = 60 \div 60 = 1(\text{h}),$$

$$\because \text{甲车停车修理了 } 2.5 \text{ 小时},$$

$$\therefore b = 1 + 2.5 = 3.5(\text{h}),$$

$$\because c \text{ 表示乙车到达目的地的时间},$$

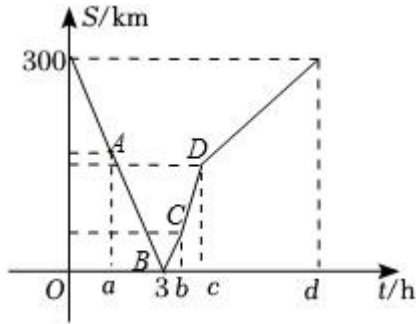
$$\therefore c = 300 \div 80 = 3.75(\text{h}),$$

$\because d$ 表示甲车到达目的地,

$$\therefore d = 300 \div 60 + 2.5 = 7.5(h),$$

故答案为: 1, 3.5, 3.75, 7.5;

(3)如图,



由(2)得, 当 $a = 1$ 时, $S = 300 - 60 - 80 = 160$, 故 $A(1, 160)$,

$B(3, 0)$,

当 $b = 3.5$ 时, $S = 80 \times (3.5 - 3) = 40$, 故 $C(3.5, 40)$,

线段 AB 表示甲车停车后, 乙车独自行驶,

$$\therefore t = (160 - 40) \div 80 + 1 = 2.5,$$

线段 BC 表示两车相遇后, 乙车独自行驶,

由 C 的坐标可得, 此时 $t = 3.5$,

答: 两车相距 $40km$ 时, $t = 2.5$ 或 3.5 .

故答案为: 2.5 或 3.5.

(1)由图象可得 A 、 B 两地的距离;

(2)根据图象可得点 A 表示甲车出现故障, 点 B 表示两车相遇, 点 C 表示甲车修好故障, 点 D 表示乙车到达目的地可得答案;

(3)由甲、乙两车距 $40km$, 分两种情况可求解.

本题考查了一次函数的应用, 主要利用了路程、时间、速度三者之间的关系, 判断出点 B 为两车相遇是解题的关键.

19.【答案】解: (1) BF 与 DE 的位置关系为互相平行, 理由:

$$\because \angle AGF = \angle ABC = 70^\circ,$$

$$\therefore FG \parallel CB,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

又 $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$\therefore DE \parallel BF$.

(2) $\because DE \perp AC$, $\angle 2 = 150^\circ$,

$$\angle 2 = 180^\circ - [180^\circ - (\angle C + \angle CED)] = \angle C + \angle CED,$$

$$\therefore \angle C = \angle 2 - \angle CED = 150^\circ - 90^\circ = 60^\circ,$$

又 $\because \angle ABC = 70^\circ$,

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle C = 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ.$$

【解析】(1)依据 $FG \parallel CB$,即可得出 $\angle 1 = \angle 3$,再根据 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,即可得到 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$,进而判定 $DE \parallel BF$.

(2)依据三角形内角和定理和邻补角性质,即可得到 $\angle A$ 的度数.

本题主要考查了平行线的判定与性质以及三角形内角和定理的运用,平行线的判定是由角的数量关系判断两直线的位置关系,平行线的性质是由平行关系来寻找角的数量关系.

20.【答案】解:(1) t ; s ;

(2)2; 6;

(3)设 t 秒时,小明第一次追上朱老师,根据题意得:

$$6t = 200 + 2t, \text{解得 } t = 50(s),$$

$$\text{则 } 50 \times 6 = 300(\text{米}),$$

所以当小明第一次追上朱老师时,求小明距起点的距离为 300 米.

【解析】

【分析】

本题考查了函数的图象:对于一个函数,如果把自变量与函数的每一对对应值分别作为点的横、纵坐标,那么坐标平面内由这些点组成的图形就是这个函数的图象.会利用函数图象获取信息.

(1)利用函数的定义求解;

(2)根据函数图象,得到朱老师在 110 秒跑了 220 米,小明 70 秒跑了 420 米,然后根据速度公式分别计算他们的速度;

(3)设 t 秒时,小明第一次追上朱老师,利用路程相等得到 $6t = 200 + 2t$,解方程求出 t ,然后计算 $6t$ 即可.

【解答】

解：(1)在上述变化过程中，自变量是 t ，因变量是 s ；

(2)朱老师的速度 $\frac{420-200}{110} = 2$ (米/秒)，小明的速度为 $\frac{420}{70} = 6$ (米/秒)；

故答案为(1) t, s ；(2)2, 6；

(3)见答案.

21.【答案】解：(1)根据角平分线定义设 $\angle EOC = x$ ，

则得到 $2(70 - \frac{1}{2}x) + \frac{3}{2}x = 180^\circ$ ，

解得 $x = 80^\circ$ ，

$\therefore \angle EOC = 80^\circ$ ；

(2) $\angle 1, \angle 2$ ；

(3) $\because \angle AOC = \angle BOD$ ，

$\because OE \perp AB, OF \perp CD$ ，

$\therefore \angle BOE = \angle DOF = 90^\circ$ ，

又 $\because \angle AOC = \frac{2}{7}\angle EOF$ ，

$\therefore \angle AOE + \angle AOF = \angle EOF$ ，即 $90^\circ + 180^\circ - 90^\circ - \frac{2}{7}\angle EOF = \angle EOF$ ，

$\therefore \angle EOF = 140^\circ$

$\therefore \angle AOC = 140^\circ \times \frac{2}{7} = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle EOC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

【解析】

【试题解析】

【分析】

本题考查了根据角平分线的性质和已知条件列方程求解，方程思想是解决问题的基本思考方法. 关键根据角平分线定义得出所求角与已知角的关系转化求解.

(1)利用角平分线的定义设 $\angle EOC = x$ ，列方程求出 $\angle EOC$ ；

(2)根据补角的概念求解即可；

(3)根据垂直的定义，得出 $\angle BOE = \angle DOF = 90^\circ$ ，再根据 $\angle AOC$ 与 $\angle EOF$ 的关系，列出方程，求得 $\angle AOC$ 的度数，进而可得 $\angle EOC$ 的度数.

【解答】

解：(1)见答案；

(2)由图可知 $\angle DOC + \angle 1 = 180^\circ$,

$\because OD$ 平分 $\angle AOB$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle DOC + \angle 2 = 180^\circ$,

即 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 都与 $\angle DOC$ 互补.

故答案为 $\angle 1$ 、 $\angle 2$;

(3)见答案.

22.【答案】解: (1)设A型汽车每辆的进价为 x 万元, B型汽车每辆的进价为 y 万元,

依题意, 得:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 80 \\ 3x + 2y = 95 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 25 \\ y = 10 \end{cases}$$

答: A型汽车每辆的进价为 25 万元, B型汽车每辆的进价为 10 万元;

(2)设购进A型汽车 m 辆, 购进B型汽车 n 辆,

依题意, 得: $25m + 10n = 200$,

解得: $m = 8 - \frac{2}{5}n$,

$\because m, n$ 均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} m_1 = 6 \\ n_1 = 5 \end{cases}, \begin{cases} m_2 = 4 \\ n_2 = 10 \end{cases}, \begin{cases} m_3 = 2 \\ n_3 = 15 \end{cases}$$

\therefore 共 3 种购买方案:

方案一: 购进A型车 6 辆, B型车 5 辆;

方案二: 购进A型车 4 辆, B型车 10 辆;

方案三: 购进A型车 2 辆, B型车 15 辆;

(3)方案一获得利润: $8000 \times 6 + 5000 \times 5 = 73000$ (元);

方案二获得利润: $8000 \times 4 + 5000 \times 10 = 82000$ (元);

方案三获得利润: $8000 \times 2 + 5000 \times 15 = 91000$ (元).

$\because 73000 < 82000 < 91000$,

\therefore 购进A型车 2 辆, B型车 15 辆获利最大, 最大利润是 91000 元.

【解析】本题考查了二元一次方程组的应用以及二元一次方程的应用, 解题的关键是: (1)找准等量关系, 正确列出二元一次方程组; (2)找准等量关系, 正确列出二元一次方程; (3)根据(2)中的结果和题意, 可以分别计算出各种方案获得的利润, 从而可以得到最大利润.

$$\therefore \angle GDF = 180^\circ - \angle HFD = 70^\circ,$$

$$\because DG \text{ 平分 } \angle CDF,$$

$$\therefore \angle CDG = \angle GDF = 70^\circ,$$

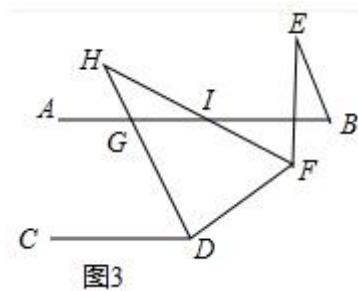
$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BGD = \angle CDG = 70^\circ$$

$$\because BE \parallel DG,$$

$$\therefore \angle B = \angle BGD = 70^\circ;$$

②如图 3 中, 设 $\angle H = y$, $\angle CDH = \angle FDH = x$, 则 $\angle B = 3y$,



由题意, $\angle DFH = \angle EFH = 70^\circ$,

而 $\angle AGH = \angle CDH = x$,

$$\angle AGH = \angle H + \angle HIG = \angle H + \angle FIB,$$

$$\therefore \angle FIB = \angle AGH - \angle H = x - y,$$

$$\text{则有 } \begin{cases} x + y + 70^\circ = 180^\circ \\ 70^\circ + (x - y) = 3y + 30^\circ \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 80^\circ \\ y = 30^\circ \end{cases},$$

$$\therefore \angle CDF = 2x = 160^\circ.$$

【解析】 本题考查平行线的性质, 角平分线的定义, 三角形内角和定理, 三角形的外角的性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线构造平行线解决问题, 学会利用参数构建方程组解决问题.

(1)如图 1, 作 $EF \parallel AB$, 利用平行线的性质即可证明.

(2)①如图 2, 作 $FH \parallel BE$, 利用平行线的性质以及角平分线的定义解决问题即可.

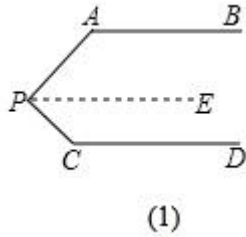
②如图 3 中, 设 $\angle H = y$, $\angle CDH = \angle FDH = x$, 则 $\angle B = 3y$, 构建方程组即可解决问题.

24. 【答案】 解:

图(1)中, $\angle APC + \angle PAB + \angle PCD = 360^\circ$,

理由：

如图(1)，过点 P 作 $PE \parallel AB$ ，



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel CD \parallel PE,$$

$$\therefore \angle APE = 180^\circ - \angle PAB, \quad \angle CPE = 180^\circ - \angle PCD,$$

$$\therefore \angle APC = \angle APE + \angle CPE$$

$$= 180^\circ - \angle PAB + 180^\circ - \angle PCD$$

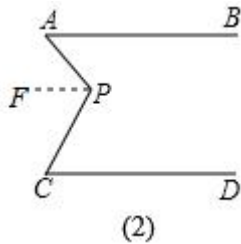
$$= 360^\circ - \angle PAB - \angle PCD,$$

$$\therefore \angle APC + \angle PAB + \angle PCD = 360^\circ;$$

图(2)中， $\angle APC = \angle PAB + \angle PCD$ ，

理由：

如图(2)，过点 P 作 $PF \parallel AB$ ，



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel CD \parallel PF,$$

$$\therefore \angle APF = \angle PAB, \quad \angle CPF = \angle PCD,$$

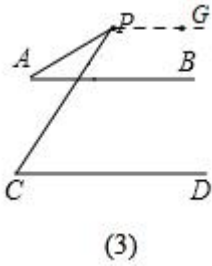
$$\therefore \angle APC = \angle APF + \angle CPF = \angle PAB + \angle PCD,$$

$$\text{即 } \angle APC = \angle PAB + \angle PCD;$$

图(3)中， $\angle PCD = \angle PAB + \angle APC$ ，

理由：

如图(3)，过点 P 作 $PG \parallel AB$ ，



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel CD \parallel PG,$$

$$\therefore \angle APG = 180^\circ - \angle A, \angle CPG = 180^\circ - \angle C,$$

$$\because \angle APC = \angle APG - \angle CPG,$$

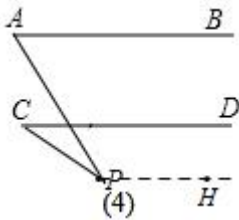
$$\therefore \angle APC = (180^\circ - \angle A) - (180^\circ - \angle C) = \angle C - \angle A,$$

$$\text{即 } \angle PCD = \angle PAB + \angle APC;$$

图(4)中， $\angle PAB = \angle PCD + \angle APC$ ，

理由：

如图(4)，过点 P 作 $PH \parallel AB$ ，



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel CD \parallel PH,$$

$$\therefore \angle APH = 180^\circ - \angle A, \angle CPH = 180^\circ - \angle C,$$

$$\because \angle APC = \angle CPH - \angle APH,$$

$$\therefore \angle APC = (180^\circ - \angle C) - (180^\circ - \angle A) = \angle A - \angle C,$$

$$\text{即 } \angle PAB = \angle PCD + \angle APC.$$

【解析】 本题考查了平行线的性质.

图(1)，过点 P 作 $PE \parallel AB$ ，根据两直线平行，同旁内角互补表示出 $\angle APE$ ， $\angle CPE$ ，然后根据 $\angle APC = \angle APE + \angle CPE$ 整理即可；

图(2), 过点 P 作 $PF \parallel AB$, 根据两直线平行, 内错角相等可得 $\angle APF = \angle A$, $\angle CPF = \angle C$, 然后根据 $\angle APC = \angle APF + \angle CPF$ 解答;

图(3), 过点 P 作 $PG \parallel AB$, 根据两直线平行, 同旁内角互补表示出 $\angle APG$, $\angle CPG$, 然后根据 $\angle APC = \angle APG - \angle CPG$ 解答.

图(4), 过点 P 作 $PH \parallel AB$, 根据两直线平行, 同旁内角互补表示出 $\angle APH$, $\angle CPH$, 然后根据 $\angle APC = \angle CPH - \angle APH$ 解答.

25. 【答案】解: (1) $\angle AOC$, $\angle EOF$, $\angle BOD$; $\angle EOD$, $\angle AOF$

(2) $\angle BOE = \angle DOF$, 理由如下:

$$\because \angle EOF = \angle BOD = \angle AOC = 30^\circ,$$

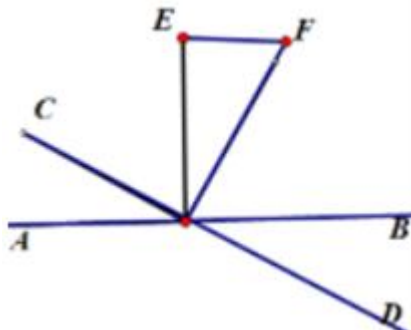
$$\therefore \angle EOF = \angle BOE + \angle BOF = 30^\circ, \angle BOD = \angle DOF + \angle BOF = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BOE = \angle DOF;$$

(3) \because 直线 AB 与直线 CD 相交于 O , $\angle AOC = 30^\circ$,

$$\therefore \angle BOC = 150^\circ,$$

①当直角三角板旋转在直线 AB 的上方时, 如图所示:



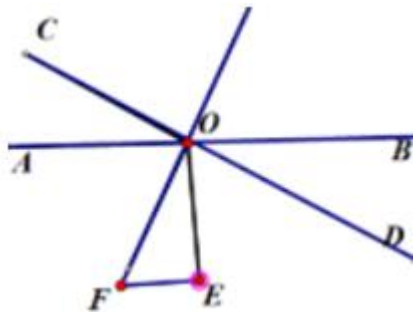
\because 直线 OF 恰好平分 $\angle BOC$,

$$\therefore \angle COF = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ,$$

$$\therefore 10x = 75,$$

解得 $x = 7.5$;

②当直角三角板旋转到在直线 AB 的下方时, 如图所示:



\because 直线 OF 恰好平分 $\angle BOC$

\therefore 直线 OF 绕点 O 顺时针旋转的度数为 $75^\circ + 180^\circ = 255^\circ$,

$\therefore 10x = 255$,

解得 $x = 25.5$

答：第 7.5 秒或第 25.5 秒直线 OF 恰好平分 $\angle BOC$.

【解析】

【分析】

本题考查了角的计算，旋转的性质，等式的性质，一元一次方程的应用，分类讨论的数学思想，熟练掌握角平分线的定义和旋转的性质.

(1) 利用余角和补角的定义和性质即可解答；

(2) 利用 $\angle EOF = \angle BOD = \angle AOC = 30^\circ$ 得 $\angle EOF = \angle BOE + \angle BOF = 30^\circ$, $\angle BOD = \angle DOF + \angle BOF = 30^\circ$ 即可判断 $\angle BOE$ 与 $\angle DOF$ 之间的数量关系；

(3) 分两种情况讨论：①当直角三角板旋转在直线 AB 的上方时和当直角三角板旋转在直线 AB 的下方时，先根据角平分线的定义和 $\angle BOC = 150^\circ$ 求得 $\angle COF$ 的度数，再分别根据直线 OF 绕点 O 顺时针旋转的度数得方程解方程即可解答.

【解答】

解：(1) $\because \angle EOF = \angle BOD = \angle AOC = 30^\circ$ ，三角板绕着点 O 顺时针旋转 90° ，

$\therefore \angle COE = 60^\circ$, $\angle EOD = \angle AOF = 120^\circ$,

\therefore 与 $\angle COE$ 互余的角有 $\angle EOF$, $\angle BOD$, $\angle AOC$;

与 $\angle COE$ 互补的角有 $\angle EOD$, $\angle AOF$;

故答案为： $\angle AOC$, $\angle EOF$, $\angle BOD$; $\angle EOD$, $\angle AOF$;

(2) 见答案;

(3) 见答案.

26. **【答案】** 4 1

【解析】解：(1) $\because (a - 4b)^2 + (a + b - 5)^2 = 0$,

$$\therefore \begin{cases} a - 4b = 0 \\ a + b - 5 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases},$$

故答案为 4; 1;

(2) 设 A 灯光射线转动 x 秒时, 两灯的光射线互相平行.

① 当灯 A 光射线转第 1 轮时,

$$\text{有 } 4x = x + 24,$$

解得 $x = 8$;

$$\text{② 当灯 A 光射线转第 2 轮时, 有 } 4x - 180 + x + 24 = 180,$$

解得 $x = 67.2$;

$$\text{③ 当灯 A 光射线转第 3 轮时, 有 } 4x - 360 = x + 24,$$

解得 $x = 128$.

综上: $x = 8$ 或 67.2 或 128 秒时, 两灯的光射线互相平行

$$(3) \text{ 设 A 灯转动 } x \text{ 秒, } \angle BAC = 60^\circ - (180^\circ - 4x) = 4x - 120^\circ,$$

$$\because CD \perp AC,$$

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ - \angle BCA, \angle BCA = \angle PBC + \angle CAN = x + 180^\circ - 4x = 180^\circ - 3x,$$

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ - \angle BCA = 90^\circ - (180^\circ - 3x) = 3x - 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC : \angle BCD = (4x - 120) : (3x - 90) = 4 : 3.$$

(1) 根据偶次方的非负性可得关于 a, b 的二元一次方程组, 解方程组即可求解 a, b 的值;

(2) 设 A 灯光射线转动 x 秒时, 两灯的光射线互相平行, 可分三种情况: ① 当灯 A 光射线转第 1 轮时;

② 当灯 A 光射线转第 2 轮时; ③ 当灯 A 光射线转第 3 轮时, 列方程, 解方程即可求解;

(3) 设 A 灯转动 x 秒, 则 $\angle BAC = 4x - 120^\circ$, 由垂直的定义可得 $\angle BCD = 3x - 90^\circ$, 进而可求解.

本题主要考查解二元一次方程组, 偶次方的非负性, 平行线的性质, 分类讨论是解题的关键.