

八年级上期末数学综合模拟（六） 参考答案：

1. A

【分析】

【详解】在平面直角坐标系中，点（4，-3）关于x轴对称的点的坐标是（4，3）.

故选 A.

【点睛】关于x轴对称的两点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；关于y轴对称的两点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；关于原点对称的两点，横坐标和纵坐标都互为相反数.

2. A

【分析】根据众数的意义，即可求解.

【详解】解：为了提高销售量，商家最应关注鞋子型号的众数.

故选：A

【点睛】本题主要考查了众数，熟练掌握一组数据中出现次数最多的数是众数，众数反映了一组数据的多数水平是解题的关键.

3. B

【分析】①根据勾股定理判断；②根据无理数定义判断；③根据一次函数定点特征判断；④根据二元一次方程整数解判断.

【详解】①一个直角三角形的两边长分别是6和8，需要根据8是直角边和斜边两种情况讨论， \therefore 第三边长是10或 $2\sqrt{7}$ ，故①错误；

②无理数是无限不循环小数，但是无限小数有可能是循环小数，属于有理数，故②错误；

③ $y = kx + 3k + 4 = k(x + 3) + 4$ ， \therefore 无论 k 为何值时，直线 $y = kx + 3k + 4$ 都恒过定点（-3，4），故③错误；

④方程 $3x + 5y = 48$ 可化为 $x = 16 - \frac{5y}{3}$ ， \therefore 在自然数范围内的解有

$\begin{cases} x=16 \\ y=0 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x=11 \\ y=3 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x=6 \\ y=6 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x=1 \\ y=9 \end{cases}$ 共4个，故④正确

故选 B

【点睛】本题考查知识点比较多，涉及到勾股定理、无理数、一次函数、二元一次方程整数解等多个知识点，根据每一个命题结合知识点做出判断是解题的关键.

4. A

【分析】根据点 A 在 x 轴的下方，y 轴的右侧，可知点 A 在第四象限，根据到 x 轴的距离是 3，到 y 轴的距离是 2，可确定出点 A 的横坐标为 2，纵坐标为-3，据此即可得.

【详解】 \because 点 A 在 x 轴的下方，y 轴的右侧，

\therefore 点 A 的横坐标为正，纵坐标为负，

\therefore 到 x 轴的距离是 3，到 y 轴的距离是 2，

\therefore 点 A 的横坐标为 2，纵坐标为-3，

故选 A.

【点睛】本题考查了点的坐标，熟知点到 x 轴的距离是点的纵坐标的绝对值，到 y 轴的距离是横坐标的绝对值是解题的关键.

5. C

【分析】由 $\angle A=25^\circ$ ， $\angle F=40^\circ$ ，得到 $\angle FEB=65^\circ$ ，由 $AB \parallel CD$ ，得到 $\angle C=\angle FEB=65^\circ$.

【详解】解： $\because \angle A=25^\circ$ ， $\angle F=40^\circ$ ，

$\therefore \angle FEB=\angle A+\angle F=65^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle C=\angle FEB=65^\circ$.

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形外角性质，平行线的性质，解决问题的关键是熟练运用三角形外角性质和平行线的性质.

6. B

【分析】根据调查人数为 30 求出 x 的值，根据中位数和众数的定义解答即可；

【详解】 \because 调查人数为 30 人，

$\therefore x=30-2-5-8-6=9$ （人）

\because 20 出现了 9 次，出现的次数最多，

\therefore 这 30 名同学每天使用的零花钱的众数为 20 元；

\because 30 个数据中，第 15 个和第 16 个数分别为 15、20，它们的平均数为 17.5，

\therefore 这 30 名同学每天使用的零花钱的中位数为 17.5 元.

故选 B.

【点睛】本题考查了众数、中位数：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数. 把数据按照从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数；熟记众数和中位数的定义是解题关键.

7. D

【分析】根据方差的意义，即可求解.

【详解】解：∵ $s_{\text{甲}}^2 = 3.6$ ， $s_{\text{乙}}^2 = 6$ ， $s_{\text{丙}}^2 = 10$ ， $s_{\text{丁}}^2 = 3.2$ ，

$$\therefore s_{\text{丁}}^2 < s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2 < s_{\text{丙}}^2,$$

∴ 这四名同学数学成绩最稳定的是丁.

故选：D

【点睛】本题主要考查了方差的意义，方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

8. D

【分析】根据一次函数图像的性质、一次函数图像所在的象限、一次函数图像与直线的交点以及三角形面积公式进行分析判断即可.

【详解】解：A、由于一次函数 $y=2x-4$ 中的 $k=2>0$ ， $b=-4<0$ ，所以 y 随 x 的增大而增大，故 A 错误，不符合题意.

B、由于一次函数 $y=2x-4$ 中的 $k=2>0$ ， $b=-4<0$ ，所以函数图像经过第一、三、四象限，故 B 错误，不符合题意.

C、直线 $y=2x-4$ ，令 $y=0$ 可得 $2x-4=0$ ，解得： $x=2$ ，函数图像与 x 轴的交点坐标为 $(2, 0)$ ，故 C 错误，不符合题意.

D、直线 $y=2x-4$ ，令 $x=0$ 可得 $y=-4$ ，函数图像与坐标轴围成的三角形面积为： $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ ，故 D 正确，符合题意.

故答案为 D.

【点睛】本题主要考查了一次函数图像的性质、一次函数图像所在的象限、一次函数图像与直线的交点以及三角形面积公式等知识点，掌握一次函数的增减性、与坐标轴的交点坐标是解题的关键.

9. A

【分析】根据若每车乘坐 3 人，则 2 辆车无人乘坐；若每车乘坐 2 人，则 9 人无车可乘，即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组，继而求解.

【详解】解：设共有 x 辆车， y 人，

根据题意得出：

$$\begin{cases} 3(x-2) = y \\ 2x+9 = y \end{cases}$$

故选 A.

【点睛】本题主要考查由实际问题抽象出二元一次方程组，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

10. B

【分析】根据平行线的性质，极差的定义，外角的定义，平面直角坐标系中点的特点逐项进行判断即可.

【详解】解：A. 两直线平行，同位角相等，原命题为假命题，故 A 不符合题意；

B. 一组数据 3, 0, 2, 1, 6, 2 的极差为 6，原命题为真命题，故 B 符合题意；

C. 三角形的一个外角大于任意一个与它不相邻的内角，原命题为假命题，故 C 不符合题意；

D. 在平面直角坐标系中，点 $(4, -2)$ 到 x 轴的距离是 2，原命题为假命题，故 D 不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题主要考查了命题真假的判断，解题的关键是熟练掌握平行线的性质，极差的定义，外角的定义，平面直角坐标系中点的特点.

11. C

【分析】根据题意和函数图象中的数据，可以判断各个小题中的结论是否正确，从而可以解答本题.

【详解】解：由图可得，

乙车出发 1.5 小时后甲已经出发一段时间，故①错误；

两人相遇时，他们离开 A 地 20km，故②正确；

甲的速度是 $(80 - 20) \div (3 - 1.5) = 40$ (km/h)，乙的速度是 $40 \div 3 = \frac{40}{3}$ (km/h)，故③正确；

当乙车出发 2 小时时，两车相距： $[20 + 40 \times (2 - 1.5)] - \frac{40}{3} \times 2 = \frac{40}{3}$ (km)，故④错误；

故选：C.

【点睛】本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

12. 92

【分析】根据加权平均数的定义即可求解.

【详解】依题意得本学期数学学期综合成绩是 $90 \times \frac{3}{3+3+4} + 90 \times \frac{3}{3+3+4} + 95 \times \frac{4}{3+3+4} = 92$

故答案为：92.

【点睛】此题主要考查加权平均数，解题的关键是熟知加权平均数的求解方法.

13. -6

【分析】先求出 $A(1, m)$ 关于 y 轴的对称点的坐标，再求得直线 $y = 5x + 2$ 向下平移 3 个单位的解析式，将对称点的坐标代入解析式即可

【详解】解： $A(1, m)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为 $A'(-1, m)$

直线 $y = 5x + 2$ 向下平移 3 个单位后直线的解析式为 $y = 5x - 1$

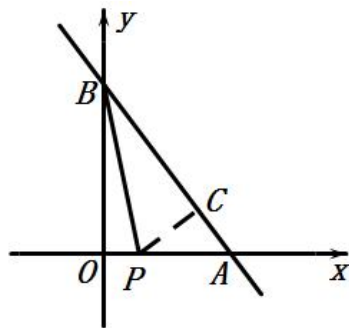
$\because A'(-1, m)$ 在 $y = 5x - 1$ 上 $\therefore m = 5 \times (-1) - 1 = -6$ 故答案为：-6

【点睛】本题考查了一次函数的性质以及关于 y 轴的对称点的坐标，熟练掌握相关知识是解题的关键

14. $(\frac{8}{3}, 0)$

【分析】过 P 作 $PC \perp AB$ 于 C ，设 $OP = x$ ，由一次函数解析式求出点 A 、 B 坐标，进而求得 OA 、 OB 、 AB ，由折叠性质得 $PC = OP = x$ ， $BC = OB$ ，在 $Rt\triangle APC$ 中，由勾股定理即可求解.

【详解】解：过 P 作 $PC \perp AB$ 于 C ，设 $OP = x$ ，



当 $x = 0$ 时， $y = 8$ ，

当 $y = 0$ 时，由 $0 = -\frac{4}{3}x + 8$ 得： $x = 6$ ，

$\therefore OA = 6$ ， $OB = 8$ ，

$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ ，

由折叠性质得： $PC = OP = x$ ， $BC = OB = 8$ ，

$\therefore AP = 6 - x$ ， $AC = AB - BC = 10 - 8 = 2$ ，

在 $Rt\triangle APC$ 中，由勾股定理得：

$$x^2 + 2^2 = (6-x)^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{8}{3},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } \left(\frac{8}{3}, 0\right),$$

$$\text{故答案为: } \left(\frac{8}{3}, 0\right).$$

【点睛】本题考查了翻折变换、一次函数图象与 x 轴的交点问题、勾股定理、解一元一次方程，解答的关键是掌握翻折的性质，运用勾股定理列出方程解决问题.

$$15. \sqrt{5} - 1.$$

【分析】直接利用勾股定理得出三角形斜边长即可得出 A 点对应的实数.

$$\text{【详解】解: 由图形可得: } -1 \text{ 到 } A \text{ 的距离为 } \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5},$$

$$\text{则数轴上点 } A \text{ 表示的实数是: } \sqrt{5} - 1.$$

$$\text{故答案为: } \sqrt{5} - 1.$$

【点睛】此题主要考查了实数与数轴，勾股定理，正确得出 -1 到 A 的距离是解题关键.

$$16. \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

【分析】两个一次函数图象的交点坐标就是两函数组成的方程组的解.

$$\text{【详解】解: } \because \text{一次函数 } y=kx \text{ 和 } y=-x+3 \text{ 的图象交于点 } (1, 2),$$

$$\therefore \text{二元一次方程组 } \begin{cases} y=kx \\ x+y=3 \end{cases} \text{ 的解是 } \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}.$$

$$\text{故答案为: } \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}.$$

【点睛】本题主要考查了一次函数与二元一次方程组，关键是掌握二元一次方程（组）与一次函数的关系.

$$17. 34^\circ/34 \text{度}$$

【分析】利用折叠性质得 $\angle ADE = \angle A'DE = 45^\circ$ ， $\angle AED = \angle A'ED$ ，再根据三角形外角性质得 $\angle CED = 74^\circ$ ，利用邻补角得到 $\angle AED = 106^\circ$ ，则 $\angle A'ED = 106^\circ$ ，然后利用 $\angle A'EC = \angle A'ED - \angle CED$ 进行计算即可.

$$\text{【详解】解: } \because \angle BDA' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADA' = 90^\circ,$$

$\because \triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠, 使点 A 落在图中的 A' 处,

$$\therefore \angle ADE = \angle A'DE = 45^\circ, \quad \angle AED = \angle A'ED,$$

$$\because \angle CED = \angle A + \angle ADE = 28^\circ + 45^\circ = 73^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = 107^\circ,$$

$$\therefore \angle A'ED = 107^\circ,$$

$$\therefore \angle A'EC = \angle A'ED - \angle CED = 107^\circ - 73^\circ = 34^\circ.$$

故答案为: 34° .

【点睛】本题考查了折叠的性质, 三角形外角的性质, 三角形内角和定理等, 理解题意, 熟练掌握综合运用各个知识点是解题关键.

$$18. \quad N(8+5\sqrt{2}, -5\sqrt{2}) \text{ 或 } (8-5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}) \text{ 或 } (10, -2).$$

【分析】把点 $A(8,0)$ 代入一次函数 $y=kx+8$ 中, 即可求出 k ; 然后令 $x=6$, 代入一次函数解析式, 即可求得 y , 从而得出点 C 坐标; 设 $D(m,0)$, 根据利用 $BD=CD$, 利用勾股定理求得点 D 的坐标, 然后分两种情况: ①当 $\triangle AMN \cong \triangle ACD$ 时, ②当 $\triangle AMN \cong \triangle ADC$ 时, 分别求解即可.

【详解】解: 点 $A(8,0)$ 代入 $y=kx+8$, 得

$$8k+8=0,$$

$$\text{解得: } k=-1,$$

$$y = -x + 8,$$

$$\text{当 } x=6 \text{ 时, 则 } y = -6 + 8 = 2,$$

$$\therefore C(6,2);$$

$$\text{令 } x=0, \text{ 则 } y = -x + 8 = 8,$$

$$\therefore B(0,8),$$

$$\text{设 } D(m,0), \text{ 则 } BD^2 = m^2 + 8^2,$$

$$\because C(6,2),$$

$$\therefore CD^2 = (6-m)^2 + 2^2,$$

$$\because BD = CD,$$

$$\therefore m^2 + 8^2 = (6-m)^2 + 2^2,$$

解得： $m = -2$ ，

$$\therefore D(-2, 0);$$

$$\because A(8, 0), C(6, 2), D(-2, 0),$$

$$\therefore AC^2 = (8-6)^2 + (2-0)^2 = 8, \quad AD^2 = [8-(-2)]^2 = 100,$$

\because 点 M 是 x 轴上的动点，点 N 在直线 AB 上，

设 $N(n, -n+8)$ 且与点 C 不重合，

分两种情况：①当 $\triangle AMN \cong \triangle ACD$ 时，则 $AN = AD$

$$\therefore AN^2 = AD^2, \text{ 即 } (8-n)^2 + (-n+8)^2 = 100,$$

$$\text{解得： } n_1 = 8+5\sqrt{2}, \quad n_2 = 8-5\sqrt{2},$$

$$\therefore -n+8 = -5\sqrt{2} \text{ 或 } -n+8 = 5\sqrt{2},$$

$$\therefore N(8+5\sqrt{2}, -5\sqrt{2}) \text{ 或 } (8-5\sqrt{2}, 5\sqrt{2});$$

②当 $\triangle AMN \cong \triangle ADC$ 时，则 $AN = AC$ ，

$$\therefore AN^2 = AC^2, \text{ 即 } (8-n)^2 + (-n+8)^2 = 8,$$

$$\text{解得： } n_1 = 6, \quad n_2 = 10,$$

$$\therefore -n+8 = 2 \text{ 或 } -n+8 = -2,$$

\because 点 N 与点 C 不重合，

$$\therefore N(10, -2),$$

综上，存在点 N (点 N 与点 C 不重合)，使 $\triangle AMN$ 与 $\triangle ACD$ 全等，点 N 的坐标为 $N(8+5\sqrt{2}, -5\sqrt{2})$

或 $(8-5\sqrt{2}, 5\sqrt{2})$ 或 $(10, -2)$ 。

故答案为： $N(8+5\sqrt{2}, -5\sqrt{2})$ 或 $(8-5\sqrt{2}, 5\sqrt{2})$ 或 $(10, -2)$ 。

【点睛】 本题考查了一次函数上点的坐标特征，一次函数与坐标轴的交点，两点间的距离，勾股定理，全等三角形的判定和性质、分类讨论思想，是一次函数与全等三角形的综合题，解答本题的关键在分类讨论。

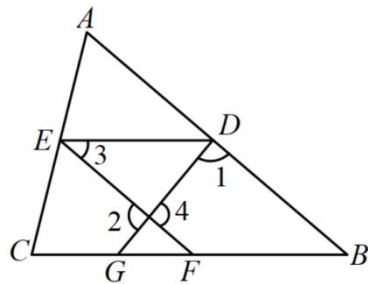
19. (1)见解析

(2) 69°

【分析】(1) 根据对顶角相等得出 $\angle 2 = \angle 4$ ，结合已知条件即可得出 $AB \parallel EF$ ，又 $\angle B = \angle 3$ ，等量代换得出 $\angle 3 = \angle EFC$ ，即可得证；

(2) 根据 $DE \parallel BC$ 得出 $\angle AED = \angle C = 74^\circ$ ，根据 $\angle AED = 2\angle 3$ ，得出 $\angle 3 = 37^\circ$ ，根据 $\angle CEF = \angle DEC - \angle 3$ ，即可求解。

【详解】(1) 证明： $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 2 = \angle 4$ ，



$\therefore AB \parallel EF$ ，

$\therefore \angle B = \angle EFC$ ，

$\because \angle B = \angle 3$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle EFC$ ，

$\therefore DE \parallel BC$ ；

(2) 解： $\because DE \parallel BC$ ， $\angle C = 74^\circ$ ，

$\therefore \angle C + \angle DEC = 180^\circ$ ， $\angle AED = \angle C = 74^\circ$ ，

$\because \angle AED = 2\angle 3$ ，

$\therefore \angle 3 = 37^\circ$ ，

$\because \angle DEC = 180^\circ - \angle C = 106^\circ$ ，

$\therefore \angle CEF = \angle DEC - \angle 3 = 106^\circ - 37^\circ = 69^\circ$ ，

故答案为： 69° 。

【点睛】本题考查了平行线的性质与判定，根据平行线的性质求角度，掌握平行线的性质与判定是解题的关键。

20. (1) 如图见解析; (2) $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求. 见解析; (3) $\left(0, \frac{8}{3}\right)$; (4) $\frac{8\sqrt{13}}{13}$.

【分析】(1) 根据点 A 的坐标为 $(-2, 4)$, 点 C 的坐标为 $(-4, 0)$ 即可确定 x 轴, y 轴;

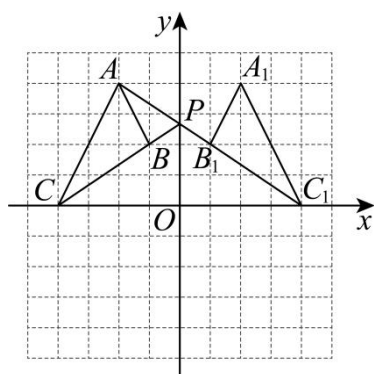
(2) 分别做出 $\triangle ABC$ 三个点关于 y 轴对称的点, 再连线即可;

(3) 连接 AC_1 与 y 轴的交点即为 P;

(4) 利用 $\triangle ABC$ 面积即可求出点 A 到 BC 的距离

【详解】(1) 如图见解析;

(2) $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求;



(3) AC_1 与 y 轴的交点即为 P 此时 $PA+PC$ 最小

直线 AC_1 的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$

\therefore P 点坐标是 $\left(0, \frac{8}{3}\right)$;

(4) 设点 A 到 BC 的距离 h

$$S_{\triangle ABC} = 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

$$\because BC = \sqrt{13}, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times h \times BC$$

$$\therefore h = \frac{8\sqrt{13}}{13}$$

即点 A 到 BC 的距离为 $\frac{8\sqrt{13}}{13}$.

【点睛】本题综合考察坐标与轴对称, 综合度比较高。解题的关键是熟记直角坐标系中轴对称的两个点之间的坐标关系.

21. (1) 每个 A 型垃圾箱 100 元, 每个 B 型垃圾箱 120 元; (2) ① $\omega = -20m + 3600$ ($0 \leq m \leq 16$, 且 m 为整数); ② 购买 16 个 A 型垃圾箱, 总费用最少, 最少费用为 3280 元

【分析】(1) 设每个 A 型垃圾箱 x 元, 每个 B 型垃圾箱 y 元, 根据“购买 3 个 A 型垃圾箱和

2 个 B 型垃圾箱共需 540 元，购买 2 个 A 型垃圾箱比购买 3 个 B 型垃圾箱少用 160 元”，即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

(2) ①设购买 m 个 A 型垃圾箱，则购买 $(30-m)$ 个 B 型垃圾箱，根据总价=单价×购进数量，即可得出 w 关于 x 的函数关系式；

②利用一次函数的性质解决最值问题.

【详解】解：(1) 设每个 A 型垃圾箱 x 元，每个 B 型垃圾箱 y 元

$$\text{由题意得：} \begin{cases} x+2y=340 \\ 3x+2y=540 \end{cases} \quad \text{解得：} \begin{cases} x=100 \\ y=120 \end{cases}$$

答：每个 A 型垃圾箱 100 元，每个 B 型垃圾箱 120 元

(2) ①设购买 m 个 A 型垃圾箱，则购买 $(30-m)$ 个 B 型垃圾箱

由题意得： $\omega=100m+120(30-m)$

$$=-20m+3600 \quad (0 \leq m \leq 16, \text{ 且 } m \text{ 为整数})$$

②由①知， $\therefore \omega=-20m+3600$ ，

$\therefore \omega$ 是 m 的一次函数 $\therefore k=-20 < 0$

$\therefore \omega$ 随 m 的增大而减小，又 $0 \leq m \leq 16$ ，且 m 为整数

\therefore 当 $m=16$ ， ω 取最小值，且最小值为 $-20 \times 16 + 3600 = 3280$

答：函数关系式为 $\omega=-20m+3600$ ($0 \leq m \leq 16$ ，且 m 为整数)

购买 16 个 A 型垃圾箱，总费用最少，最少费用为 3280 元.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的应用以及一次函数的应用，解题的关键是：(1) 找准等量关系，正确列出二元一次方程组；(2) ①根据各数量间的关系，找出 w 关于 m 的函数关系式；②利用一次函数的性质，解决最值问题.

$$22. (1) \frac{40}{3}; (2) y = \frac{80}{9}x - \frac{20}{9}; (3) \frac{1}{5}; (4) \frac{3}{10} \text{ 或 } \frac{7}{10} \text{ 或 } \frac{19}{10} \text{ 或 } \frac{41}{20}.$$

【分析】(1) 观察图象可得乙比甲晚 0.5 小时出发，用 1.5 小时到达离出发地 20 千米的目的地，可求得乙的骑车速度；

(2) 求得乙行驶 0.5 小时与甲相遇的点的坐标 $(1, \frac{20}{3})$ ，利用待定系数法即可求解；

(3) 先求得当乙到达 B 地，甲距离 B 地的距离，利用相遇问题列方程求解即可；

(4) 分类讨论，利用“路程=速度×时间”求解即可.

【详解】

(1) 由图象知, 乙用 1.5 小时到达离出发地 20 千米的目的地,

\therefore 乙的速度为: $v = \frac{s}{t} = \frac{20}{1.5} = \frac{40}{3} (km/h)$, 故答案为: $\frac{40}{3}$;

(2) 由图象知, 甲与乙相遇的点的坐标 $(1, \frac{20}{3})$,

从 C 地行驶到 B 地, l_1 经过的点为 $(1, \frac{20}{3})$, $(2.5, 20)$,

设 l_1 的函数表达式为 $y = kx + b$, $\begin{cases} \frac{20}{3} = k + b \\ 20 = 2.5k + b \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k = \frac{80}{9} \\ b = -\frac{20}{9} \end{cases}$,

即 $y = \frac{80}{9}x - \frac{20}{9}$; 故答案为: $y = \frac{80}{9}x - \frac{20}{9}$;

(3) 当乙到达 B 地, 甲距离 B 地: $20 - \left(\frac{80}{9} \times 2 - \frac{20}{9}\right) = \frac{40}{9} (km)$,

甲的速度为: $\frac{20 - \frac{20}{3}}{1.5} = \frac{80}{9} (km/h)$, 设再过 t 小时甲乙再次相遇,

则 $\frac{40}{9} + \frac{80}{9}t = \frac{40}{9}$, 解得: $t = \frac{1}{5} (h)$; 故答案为: $\frac{1}{5}$;

(4) ① A 地到 C 地距离为 $\frac{20}{3} km$, 即甲乙相距 $4 km$ 时, 乙还在 A 地,

此时甲的速度为 $\frac{20}{3} \div 0.5 = \frac{40}{3} (km/h)$,

$\therefore t_1 = 4 \div \frac{40}{3} = \frac{3}{10} (h)$;

② 甲在 C 地休息时, 设乙出发 a 小时, 甲乙相距 $4 km$,

则 $a = \left(\frac{20}{3} - 4\right) \div \frac{40}{3} = \frac{1}{5} (h)$; $\therefore t_2 = \frac{1}{5} + 0.5 = \frac{7}{10} (h)$;

③ 从 C 地出发, 设再过 b 小时甲乙相距 $4 km$,

此时甲的速度为 $\frac{80}{9} (km/h)$, 乙的速度为 $\frac{40}{3} (km/h)$,

则 $\frac{40}{3}b - \frac{80}{9}b = 4$, 解得: $b = \frac{9}{10}$, $\therefore t_3 = \frac{9}{10} + 1 = \frac{19}{10} (h)$;

④ 由 (3) 得: 当乙到达 B 地, 甲距离 B 地: $\frac{40}{9} km$,

设当乙到达 B 地, 再过 c 小时甲乙相距 $4 km$,

则 $c = \left(\frac{40}{9} - 4\right) \div \frac{80}{9} = \frac{1}{20}$, $\therefore t_4 = \frac{1}{20} + 2 = \frac{41}{20} (h)$;

综上, 甲出发 $\frac{3}{10} h$ 或 $\frac{7}{10} h$ 或 $\frac{19}{10} h$ 或 $\frac{41}{20} h$ 时, 甲、乙两人相距 $4 km$.

故答案为: $\frac{3}{10}$ 或 $\frac{7}{10}$ 或 $\frac{19}{10}$ 或 $\frac{41}{20}$.

【点睛】本题考查了一次函数的运用, 学会看函数图象, 理解函数图象所反映的实际意义, 从函数图象中获取信息, 并且解决有关问题. 第(4)问的关键是分类讨论.

23. (1)(3,0),(0,4),5

(2) $C(0,-6)$

(3)点 M 的坐标为 $(0, \frac{28}{3})$ 或 $(0, -\frac{4}{3})$

(4)点 P 的坐标为 $(7,3)$ 或 $(4,7)$ 或 $(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$

【分析】(1) 直接利用直线 $AB: y = -\frac{4}{3}x + 4$ 求得点 A 和点 B 的坐标, 则可得到 OA, OB 的长, 然后依据勾股定理可求得 AB 的长;

(2) 由折叠的性质可得到 $BC = CD, AB = AD = 5$, 利用 $OD = OA + AD$ 可得 D 的坐标, 然后依据勾股定理即可求解;

(3) 首先求出 $S_{\triangle OCD}$, 进而得出 $S_{\triangle MAB}$, 然后设出点 M 的坐标, 建立方程求解即可;

(4) 分三种情况: ①若 $\angle BAP = 90^\circ, AB = AP$; ②若 $\angle ABP = 90^\circ, AB = BP$; ③若 $\angle APB = 90^\circ, BP = AP$, 分别利用全等三角形的判定及性质求解即可.

【详解】(1) 令 $x = 0$ 得: $y = 4$,

$\therefore B(0,4)$,

$\therefore OB = 4$

令 $y = 0$ 得: $0 = -\frac{4}{3}x + 4$, 解得: $x = 3$,

$\therefore A(3,0)$,

$\therefore OA = 3$,

在 $Rt\triangle OAB$ 中, $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5$.

故答案为: $(3,0),(0,4),5$;

(2) 由折叠的性质可知 $BC = CD, AB = AD = 5$,

$\therefore OD = OA + AD = 8$,

设 $OC = x$, 则 $CD = CB = x + 4$

在 $Rt\triangle OCD$ 中, $CD^2 = OC^2 + OD^2$,

$$\therefore (x+4)^2 = x^2 + 8^2,$$

解得: $x = 6$,

$$\therefore OC = 6,$$

$$\therefore C(0, -6);$$

$$(3) \because S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24,$$

$$S_{\triangle MAB} = \frac{1}{3} S_{\triangle OCD},$$

$$\therefore S_{\triangle MAB} = \frac{1}{3} \times 24 = 8,$$

设点 M 的坐标为 $(0, y)$,

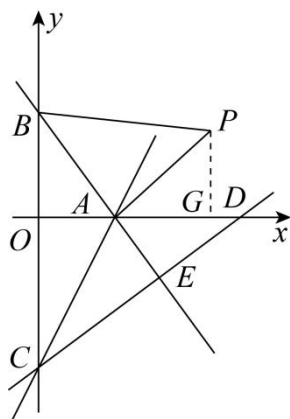
$$\therefore S_{\triangle MAB} = \frac{1}{2} \times 3 \times |4 - y| = 8,$$

$$\text{解得 } y = \frac{28}{3} \text{ 或 } y = -\frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } (0, \frac{28}{3}) \text{ 或 } (0, -\frac{4}{3});$$

(4) 存在, 理由如下:

①若 $\angle BAP = 90^\circ, AB = AP$, 如图, 过点 P 作 $PG \perp OA$ 交 A 于点 G ,



$$\because \angle BAP = 90^\circ, AB = AP,$$

$$\therefore \angle OAB + \angle PAG = 90^\circ, \angle OAB + \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PAG = \angle OBA,$$

$$\because \angle AOB = \angle PGA = 90^\circ, AB = AP,$$

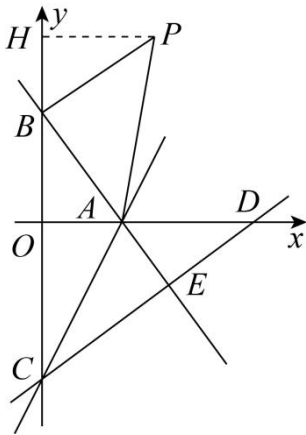
$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle PGA (\text{AAS}),$$

$$\therefore OB = AG = PG = 4, OA = PG = 3,$$

$$\therefore OG = OA + AG = 7.$$

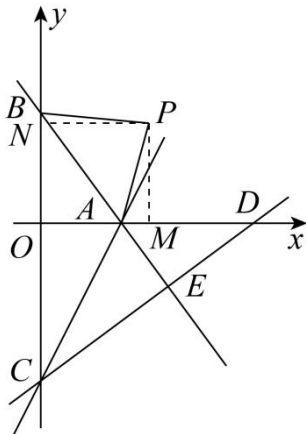
∴此时点 P 的坐标为 $(7,3)$;

②若 $\angle ABP = 90^\circ, AB = BP$, 如图, 过点 P 作 $PH \perp OB$ 交 OB 点 H ,



同理可得, 此时点 P 的坐标为 $(4,7)$;

③若 $\angle APB = 90^\circ, BP = AP$, 如图, 过点 P 作 $PM \perp OA$ 交 OA 于点 M , $PN \perp OB$ 交 OB 于点 N ,



∵ $\angle BPA = 90^\circ$,

∴ $\angle BPN + \angle NPA = 90^\circ$,

∵ $\angle NPA + \angle APM = 90^\circ$,

∴ $\angle BPN = \angle APM$,

∴ $\triangle BPN \cong \triangle APM$ (AAS),

∴ $PN = PM, BN = AM$,

设点 P 的坐标为 (a,a) ,

∴ $4 - a = a - 3$, 解得: $a = \frac{7}{2}$,

∴此时点 P 的坐标为 $(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$,

综上所述，点 P 的坐标为 $(7,3)$ 或 $(4,7)$ 或 $(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$ 。

【点睛】本题考查了一次函数的综合应用，解答本题主要应用了翻折的性质、勾股定理、待定系数法求函数解析式、三角形的面积公式，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，数形结合是解答本题的关键。

24. (1)2200, 2240, 甲

(2)学生人数 8 人时，选择甲，乙旅行社费用一样；学生人数小于 8 人时（或 $1 \leq x < 8$ 时），选择乙旅行社费用较少；学生人数大于 8 人时，选择甲旅行社费用较少

（1）解：选择甲旅行社的总费用是 $4 \times 200 + 10 \times 200 \times 0.7 = 2200$ 元，

选择乙旅行社的总费用是 $(4+10) \times 200 \times 0.8 = 2240$ 元，

$\because 2200 < 2240$,

\therefore 选择甲旅行社更省钱，

故答案为：2200, 2240, 甲；

（2）解：设学生总人数为 x ，选择甲旅行社的费用 y_1 元，选择乙旅行社的费用 y_2 元

选择甲旅行社的费用为： $y_1 = 800 + 140x$ ，

选择乙旅行社的费用为： $y_2 = (4+x) \times 160 = 160x + 640$ ，

当 $y_1 = y_2$ 时， $800 + 140x = 160x + 640$ ，解得 $x = 8$ ；

当 $y_1 < y_2$ 时 $800 + 140x < 160x + 640$ 时，不等式解为 $x > 8$ ；

当 $y_1 > y_2$ 时 $800 + 140x > 160x + 640$ 时，不等式解为 $x < 8$ ；

答：学生人数 8 人时，选择甲，乙旅行社费用一样；学生人数小于 8 人时（或 $1 \leq x < 8$ 时），选择乙旅行社费用较少；学生人数大于 8 人时，选择甲旅行社费用较少。

25. (1)7; 7.5; 7; 4.2 (2)乙 (3)变小

【详解】（1）解： $a = \frac{1}{10} \times (5 + 2 \times 6 + 4 \times 7 + 2 \times 8 + 9) = 7$ （环），

$b = \frac{1}{2} \times (7 + 8) = 7.5$ （环），

甲的众数 $c = 7$ （环），

$d = \frac{1}{10} [(3-7)^2 + (4-7)^2 + (6-7)^2 + 3(8-7)^2 + 2(7-7)^2 + (10-7)^2 + (9-7)^2] = 4.2$

故答案为：7; 7.5; 7; 4.2.

(2) 解: \because 甲, 乙平均成绩相等, 乙的中位数大于甲,

\therefore 从平均数和中位数的角度来比较, 成绩较好的是乙;

故答案为: 乙.

(3) 解: 乙同学再射击一次, 成绩是 7 环时, 乙同学这 11 次射击成绩的方差为:

$$S^2 = \frac{1}{11} [(3-7)^2 + (4-7)^2 + (6-7)^2 + 3(8-7)^2 + 3(7-7)^2 + (10-7)^2 + (9-7)^2] \approx 3.8$$

$$\because 3.8 < 4.2,$$

\therefore 方差变小.

26. (1) $BE = CD$, $BE \perp CD$; 证明见解析

(2) $\frac{8}{3}$

(3) $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{6}}{3}$, $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

【详解】(1) $BE = CD$, $BE \perp CD$

证: 由旋转得 $AD = AE$, $\angle DAE = 90^\circ$,

$$\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC = 2,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle DAC$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle ACD, BE = CD,$$

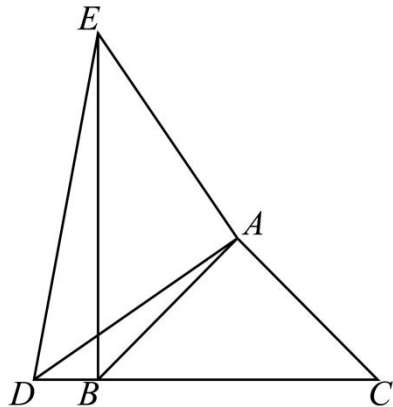
$$\because \angle ACD + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = 90^\circ,$$

$$\therefore BE \perp CD,$$

综上可得 $BE = CD$, $BE \perp CD$.



$$(2) \frac{8}{3}$$

理由： $\because \angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 2$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2,$$

$$\because BD = 2CD,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{3}BC$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3},$$

由旋转得 $AD = AE$, $\angle DAE = 90^\circ$,

$$\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC = 2,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle DAC$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACD}$$

$$\therefore \text{四边形 } AEBC \text{ 的面积为 } S_{\triangle ABC} + S_{\triangle AEB} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}.$$

(3)

$$\sqrt{2} + \frac{\sqrt{6}}{3}, \sqrt{2} + \sqrt{6};$$

理由：如图，当 $\angle EAB = 15^\circ$ 时，则 D 点可以在线段 BC 上或 BC 的延长线上，

$$\because \angle BAC = \angle DAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAF,$$

$$\text{又} \because BA = BC, AD = AF,$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAF,$$

$$\therefore CF = BD,$$

过 A 点作 $AM \perp BC$ 于 M ,

$$\therefore \angle BAM = \angle CAM = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAM = \angle ABC = \angle ACB = \angle CAM = 45^\circ,$$

$$\therefore AM = BM = CM,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC = 2,$$

$$\therefore BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AM=BM=CM = \sqrt{2},$$

当 D 点在线段 BC 上时, $\angle EAM=15^\circ+45^\circ=60^\circ$,

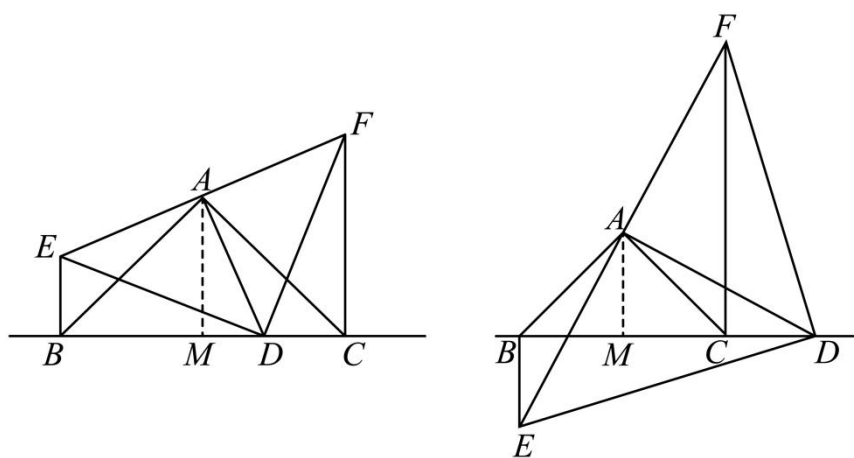
$$\therefore \angle DAM=30^\circ, \therefore DM = \frac{1}{2}AD, \because AM^2 + DM^2 = AD^2,$$

$$\therefore DM = \frac{\sqrt{6}}{3}, \therefore BD = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{6}}{3}, \therefore CF = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{6}}{3};$$

当 D 点在线段 BC 的延长线上时, $\angle EAM=45^\circ-15^\circ=30^\circ$,

$$\therefore \angle DAM=60^\circ, \therefore \angle ADM=30^\circ, \therefore AD=2AM=2\sqrt{2}, \therefore DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = \sqrt{6},$$

$$\therefore BD = \sqrt{2} + \sqrt{6}.$$



$$28. (1)(-6,0); y_2 = -\frac{3}{2}x - 3$$

$$(2) \textcircled{1}(-4,3); \textcircled{2}(6,-12) \text{ 或 } (-6,6)$$

$$(3)(-3,6) \text{ 或 } (-9,-6)$$

【分析】(1) 把 $y_1 = 0$ 代入 $y_1 = -\frac{1}{2}x - 3$ 求出点 A 的坐标即可; 求出点 C , 点 B 坐标, 代入解析式可求解;

(2) ①设点 P 的横坐标为 t , 则 $P\left(t, -\frac{3}{2}t - 3\right)$, $D(t, 0)$, $E\left(0, -\frac{1}{2}t - 3\right)$, 根据 $PD = 3DE$, 列出关于 t 的方程, 解方程即可得出结果;

②先求出 $\triangle ABC$ 的面积, 由三角形的面积公式可求解即可;

(3) 先求出 $\angle ACQ = 45^\circ$, 由“SAS”可证 $\triangle ANQ \cong \triangle COA$, 可得 $\angle AOC = \angle QNA = 90^\circ$, $QN = AO = 6$, 即可求解.

$$\text{【详解】(1) 解: 把 } y_1 = 0 \text{ 代入 } y_1 = -\frac{1}{2}x - 3 \text{ 得: } 0 = -\frac{1}{2}x - 3,$$

$$\text{解得: } x = -6,$$

∴点 A 的坐标为 $(-6,0)$,

把 $x=0$ 代入 $y_1 = -\frac{1}{2}x - 3$ 得: $y_1 = -3$,

∴点 C 的坐标为: $(0,-3)$,

∴ $OA=6$, $OC=3$,

∵ $OB:OA=1:3$,

∴ $OB=2$,

∴点 $B(-2,0)$,

$$\therefore \begin{cases} n = -3 \\ 0 = -2m + n \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} m = -\frac{3}{2} \\ n = -3 \end{cases}$,

∴直线 y_2 的函数表达式为 $y_2 = -\frac{3}{2}x - 3$;

故答案为: $(-6,0)$; $y_2 = -\frac{3}{2}x - 3$.

(2) 解: ①设点 P 的横坐标为 t , 则 $P\left(t, -\frac{3}{2}t - 3\right)$, $D(t, 0)$, $E\left(0, -\frac{1}{2}t - 3\right)$,

$$\therefore PD = -\frac{3}{2}t - 3, \quad DE = 0 - \left(-\frac{1}{2}t - 3\right) = \frac{1}{2}t + 3,$$

∵ $PD = 3DE$,

$$\therefore -\frac{3}{2}t - 3 = 3\left(\frac{1}{2}t + 3\right),$$

解得: $t = -4$,

∴点 P 的坐标为 $(-4,3)$;

故答案为: $(-4,3)$;

②∵点 $A(-6,0)$, 点 $C(0,-3)$, 点 $B(-2,0)$,

∴ $AB=4$, $OC=3$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle PAC} = 3S_{\triangle ABC} = 18,$$

∵点 P 是直线 y_2 上一动点,

$$\therefore \text{设点 } P\left(a, -\frac{3}{2}a - 3\right),$$

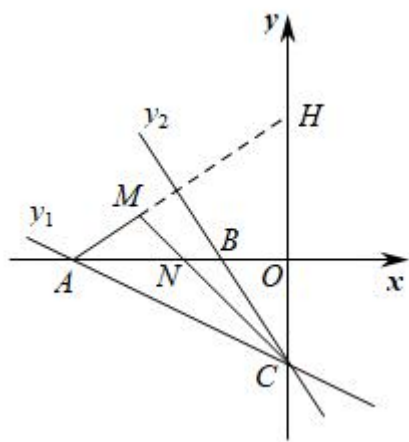
$$\therefore S_{\triangle PAC} = \frac{1}{2} \times 4 \times \left| -\frac{3}{2}a - 3 - (-3) \right| = 18,$$

$$\therefore a = \pm 6,$$

$$\therefore \text{点 } P(6, -12) \text{ 或 } (-6, 6);$$

故答案为: $(6, -12)$ 或 $(-6, 6)$.

(3) 解: 如图, 延长 AM 交 y 轴于 H ,



设直线 AM 的解析式为 $y = k_1x + b_1$,

$$\text{把点 } A(-6, 0), \text{ 点 } M(-4, 1) \text{ 代入得: } \begin{cases} -6k_1 + b_1 = 0 \\ -4k_1 + b_1 = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_1 = \frac{1}{2} \\ b_1 = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } AM \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + 3,$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = 3,$$

$$\therefore \text{点 } H(0, 3),$$

$$\therefore OH = 6 = OC,$$

$$\text{又} \because \angle AOC = \angle AOH, \quad AO = AO,$$

$$\therefore \triangle AOC \cong \triangle AOH (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle MAN = \angle OAC,$$

$$\therefore C(0, -3)$$

∴ 设直线 MC 的解析式为 $y = k_2x - 3$

把点 $M(-4, 1)$ 代入得 $-4k_2 - 3 = 1$,

解得: $k_2 = -1$,

∴ 直线 MC 的解析式为 $y = -x - 3$,

当 $y = 0$ 时, $x = -6$,

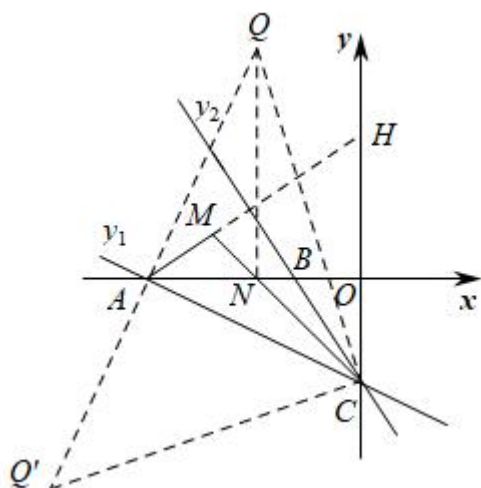
∴ 点 $N(-3, 0)$,

∴ $ON = OC = 3$,

∴ $\angle ONC = 45^\circ$,

∴ $\angle ACQ = \angle MAN + \angle ACN = \angle OAC + \angle ACN = \angle ONC = 45^\circ$,

如图, 当点 Q 在 AC 的上方时, 连接 QN ,



∵ $AC = AQ$,

∴ $\angle ACQ = \angle AQC = 45^\circ$,

∴ $\angle QAC = 90^\circ = \angle AOC$,

∴ $\angle QAN = \angle CAO = 90^\circ = \angle CAO + \angle ACO$,

∴ $\angle QAN = \angle ACO$,

又 ∵ $AN = AO - NO = 3 = OC$, $AQ = AC$,

∴ $\triangle ANQ \cong \triangle COA$ (SAS),

∴ $\angle AOC = \angle QNA = 90^\circ$, $QN = AO = 6$,

∴ 点 $Q(-3, 6)$,

当点 Q' 在 AC 的下方时,

$$\because AQ' = AC = AQ,$$

\therefore 点 A 是 QQ' 的中点,

$$\therefore Q'(-9, -6);$$

综上所述: 点 Q 坐标为 $(-3, 6)$ 或 $(-9, -6)$.

故答案为: $(-3, 6)$ 或 $(-9, -6)$.