No.

Date

分式

一、定义：整式A除以B可以表示为$\frac{A}{B}$，B中含字母，$\frac{A}{B}$为分式

二、当$B\neq0$时，$\frac{A}{B}$有意义.

当$B=0$时，$\frac{A}{B}$无意义.

当$\begin{cases}A=0\\B\neq0\end{cases}$时，$\frac{A}{B}$值为0.

三、基本性质

分式的分子、分母都乘以(或除以)同一个不为零的整式，分式值不变.

$$\frac{A}{B}=\frac{A\cdot M}{B\cdot M}=\frac{A\div M}{B\div M}\quad(M\neq0)$$

四、符号法则

$$-\frac{-A}{-B}=-\frac{A}{B}=\frac{-A}{B}$$

分式乘除法

约分：将分式的分子、分母中的公因式约去

目的：将分式化为最简分式或整式

分式方程：分母中含有未知数的方程是分式方程

一元二次方程

定义：只含有一个未知数，并且未知数的次数为2，这样的整式方程是一元二次方程.

一般形式：$ax^2+bx+c=0$ (a,b,c为常数且$a\neq0$)

$ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$

解：$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$

$\therefore x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$

$\therefore x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$

$\therefore \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ 正

① $b^2-4ac>0$，方程有两个不等实数根

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 求根公式

② $b^2-4ac=0$，方程有两个相等实根

$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$

③ $b^2-4ac<0$，方程无实根

Campus

根的判别式：$\Delta=b^2-4ac$

对于 ax^2+bx+c ($a\neq0$) 前提

① $\Delta\geq0 \longleftrightarrow$ 方程有两个实数根

② $\Delta>0 \longleftrightarrow$ 方程有两个不相等的实根

③ $\Delta=0 \longleftrightarrow$ 方程有两个相等的实根

④ $\Delta<0 \longleftrightarrow$ 无实根

例：方程 $kx^2-6x+1=0$ 有实数根，则 k 的取值范围？

①当 $k=0$ 时，方程为 $-6x+1=0$

有一个实根

$\therefore k=0$ 符合

② 当 $k\neq0$ 时，为一元二次方程

$\Delta=36-4k\geq0$

$\therefore k\leq9$ 且 $k\neq0$

综上，$k\leq9$

根与系数的关系

韦达定理：$ax^2+bx+c=0$ ($\overset{\text{前提}}{a\neq0}$)，当 $\overset{\text{前提}}{\Delta\geq0}$ 时有两个实根 x_1, x_2

则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$

比例线段

(一) 线段的比：线段AB、CD的长分别为m、n，则线段的比就是长度的比

即 $AB:CD=2:3$ ($\frac{AB}{CD}=\frac{2}{3}$)

$\underset{\text{前项}}{AB}:\underset{\text{后项}}{CD}$

(二) 比例线段

定义：若线段a、b、c、d满足 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ($a:\overbrace{b=c}^{\text{内项}}:d$)，就称a、b、c、d是(成)比例线段

外项　　第四比例项

(三) 1、基本性质

$\because \frac{a}{b}=\frac{c}{d}$　$\therefore ad=bc$

比例式 $\Longrightarrow$ 等积式

$\because ad=bc$　$\therefore \frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

$\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$，$\frac{d}{c}=\frac{b}{a}$

2、合比性质

若 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 则 $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ ~~(分母++)~~，$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

KOKUYO

3、等比性质

若 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\dots=\frac{m}{n}$ $(b+d+f+\dots+n\neq0)$，则 $\frac{a+c+e+\dots+m}{b+d+f+\dots+n}=\frac{a}{b}=\dots$

证明：设 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\dots=\frac{m}{n}=k$

则 $a=bk,\ c=dk,\ \dots\ m=nk$

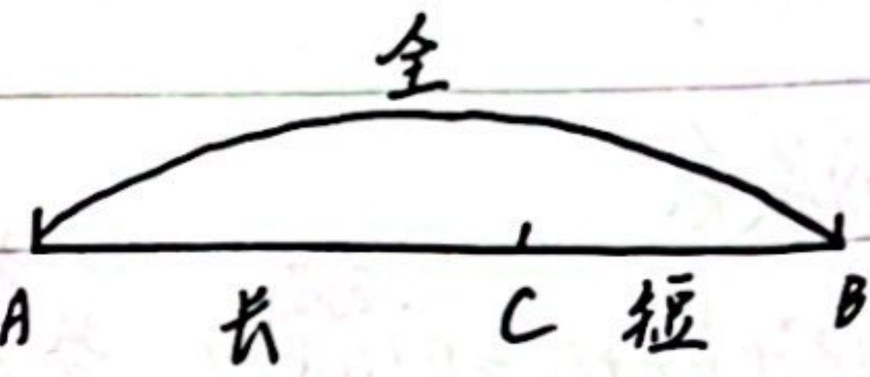
$$\therefore \frac{a+c+e+\dots+m}{b+d+f+\dots+n}$$
$$=\frac{bk+dk+fk+\dots+nk}{b+d+f+\dots+n}$$
$$=\frac{k(b+d+f+\dots+n)}{b+d+f+\dots+n}$$
$$=k=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

比例中项：若 $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ $(b^2=ac)$，则b为a,c的比例中项

例：线段4,9的比例中项 6

4,9的比例中项 ±6

黄金分割



定义：点C在线段AB上，若 $\frac{BC}{AC}=\frac{AC}{AB}$，则C为AB的黄金分割点，

黄金比是AC与AB的比。

$(\frac{短}{长}=\frac{长}{全})$

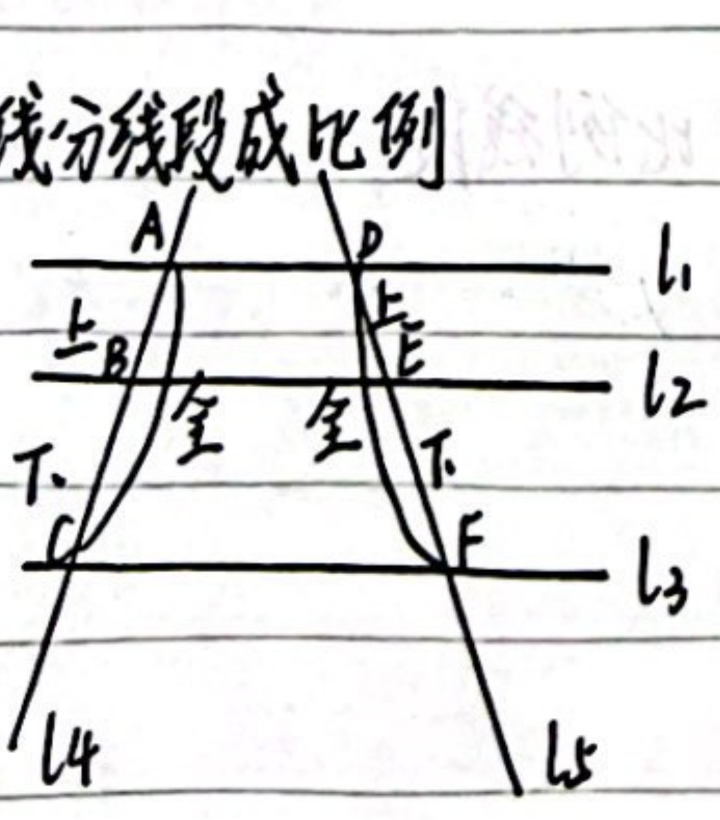
$$\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx0.618$$

等价定义：①若 $AC^2=BC\cdot AB$ $(AC>BC)$，则C为AB的黄金分割点

②若AC是BC和AB的比例中项，则C为~

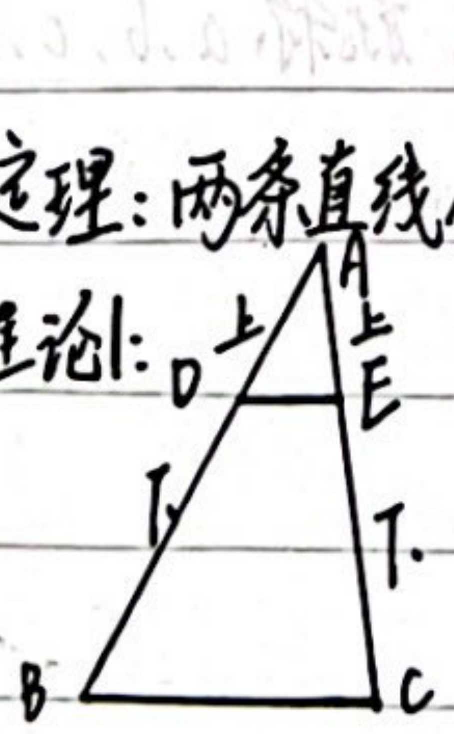
③若 $\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，则C为AB的~

平行线分线段成比例



定理：两条直线被一组平行线所截，截得的对应线段成比例。

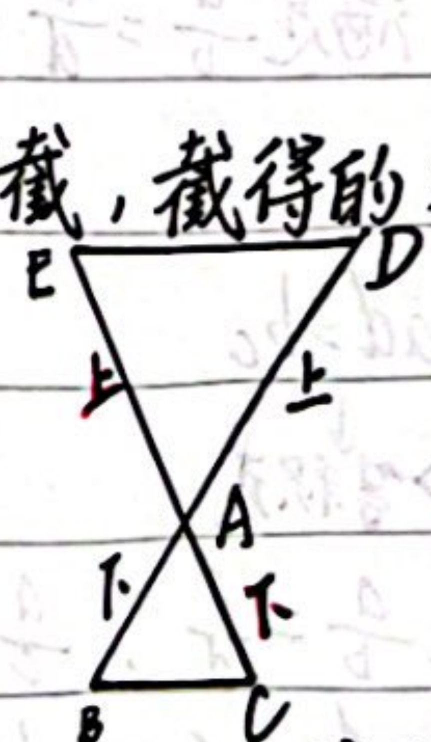
推论1：



$\because DE\parallel BC$

$\therefore \frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$

$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$



$\because DE\parallel BC$

$\therefore \frac{DA}{AB}=\frac{EA}{AC}$

$\frac{DA}{DB}=\frac{EA}{EC}$

平行于三角形一边的直线与其他两边（或两边的延长线）相交，截得的对应线段成比例

推论2：平行于....相交，截得的三角形与原三角形三边对应成比例

相似多边形

一、定义：形状相同，大小不一定相同的图形相似。“相似于”

二、相似多边形性质

(一) 相似多边形的对应角相等，对应边成比例；

相似比：对应边的比

(有顺序)

(二) 相似多边形周长之比等于相似比；

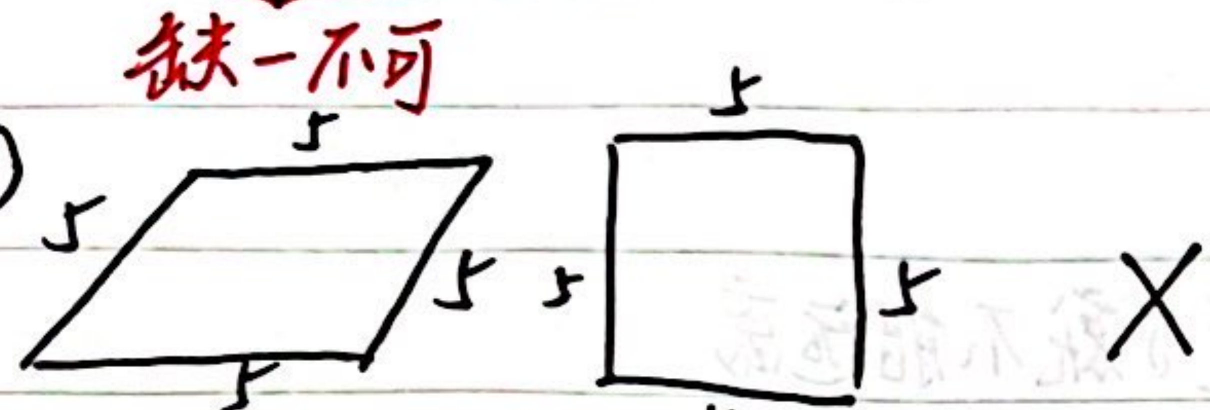
面积之比等于相似比的平方。

全等是特殊的相似（相似比 1:1）

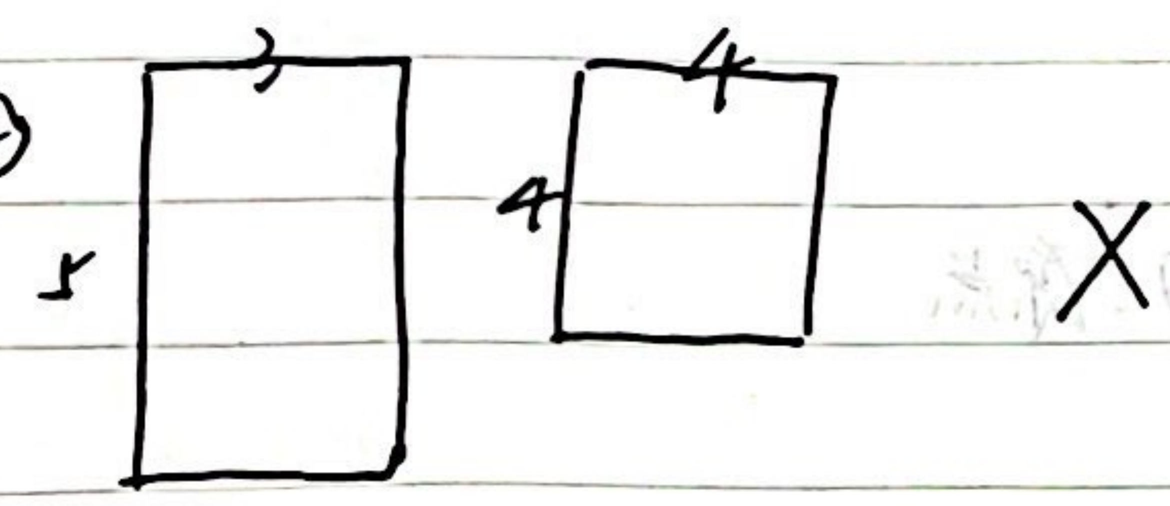
三、判定：对应边成比例，对应角相等的两个多边形相似；

缺一不可

反例：①



②



相似判定(一)

判定一：两角对应相等的两个三角形相似

二：两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似

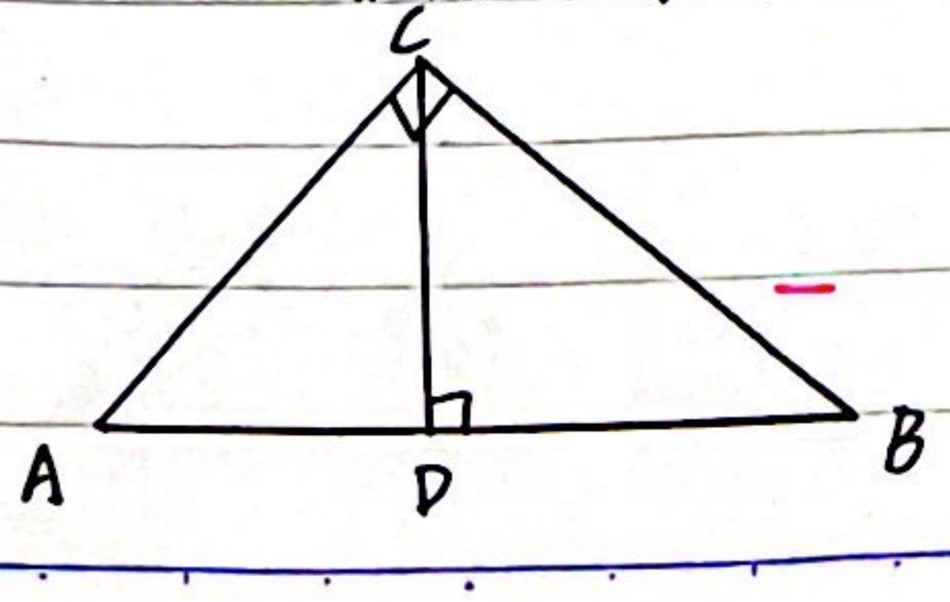
三：三边对应成比例的两个三角形相似

相似性质(一)

相似三角形的对应高之比等于相似比，对应角分线的比等于相似比，对应中线的比等于相似比

相似性质(二)

相似三角形的周长比等于相似比，面积比等于相似



射影定理：$AC^2=AD\cdot AB$

$BC^2=BD\cdot BA$

$DC^2=DA\cdot DB$

反比例函数

一、定义：形如 $y=\frac{k}{x}$（k为常数且 $k\neq0$）

例：$y=\frac{2}{x}$ ，$y=-\frac{3}{x}$ ，$y=\frac{1}{2x}$

等价定义：① $y=kx^{-1}$（$k\neq0$） 例：$y=2x^{-1}$

② $xy=k$（$k\neq0$） $xy=2$

二、性质

1. $k>0$

① 位于第一、三象限

② 在每个象限内，

y随x增大而减小

2. $k<0$

① 位于第二、四象限

② 在每个象限内，

y随x增大而增大

3. 共性：① ∵ $x\neq0$，$y\neq0$

∴与x轴、y轴无交点

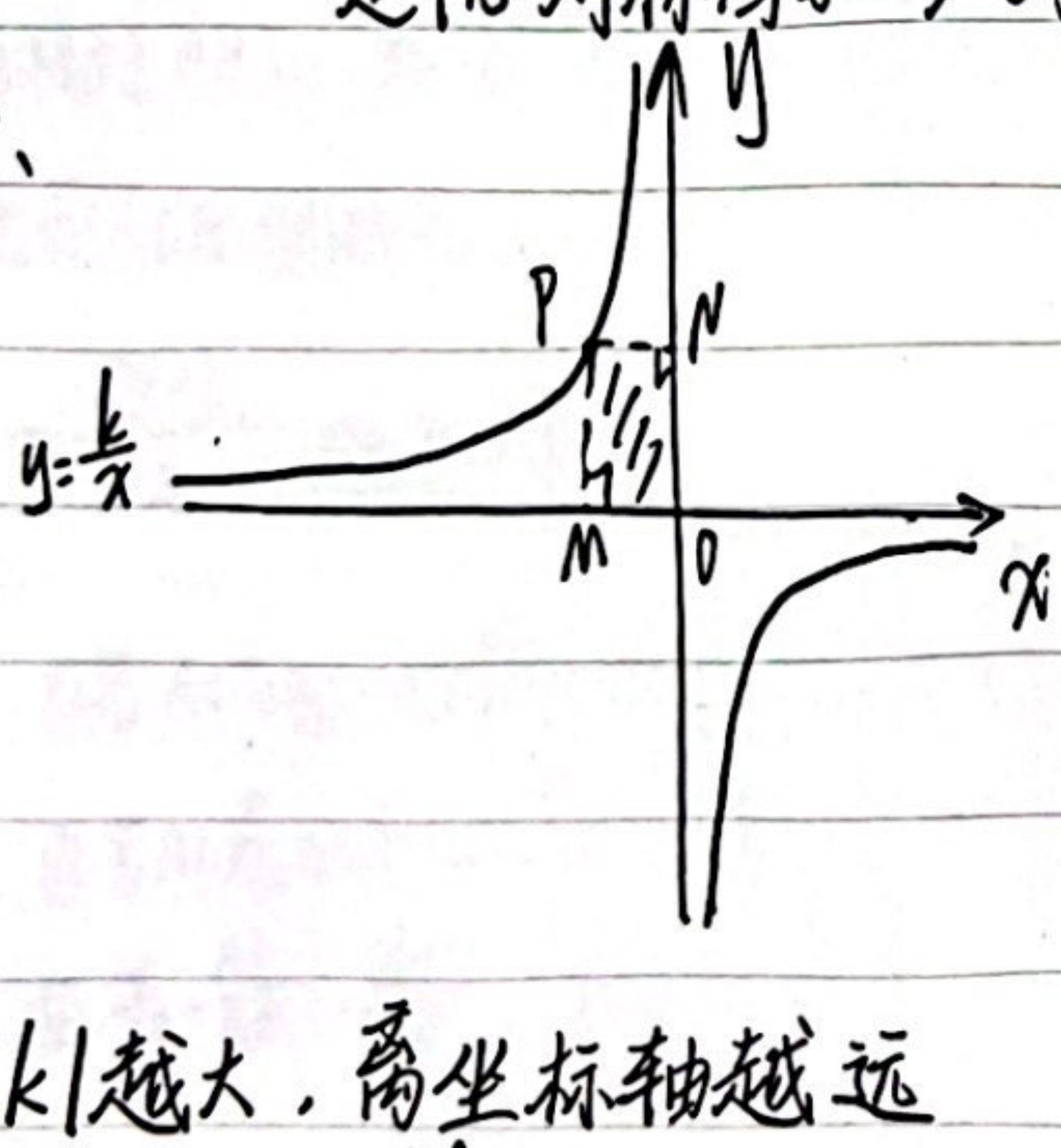
② 与x轴、y轴无限接近，接近了就不能远离

③ 是轴对称图象

对称轴：$y=x$，$y=-x$

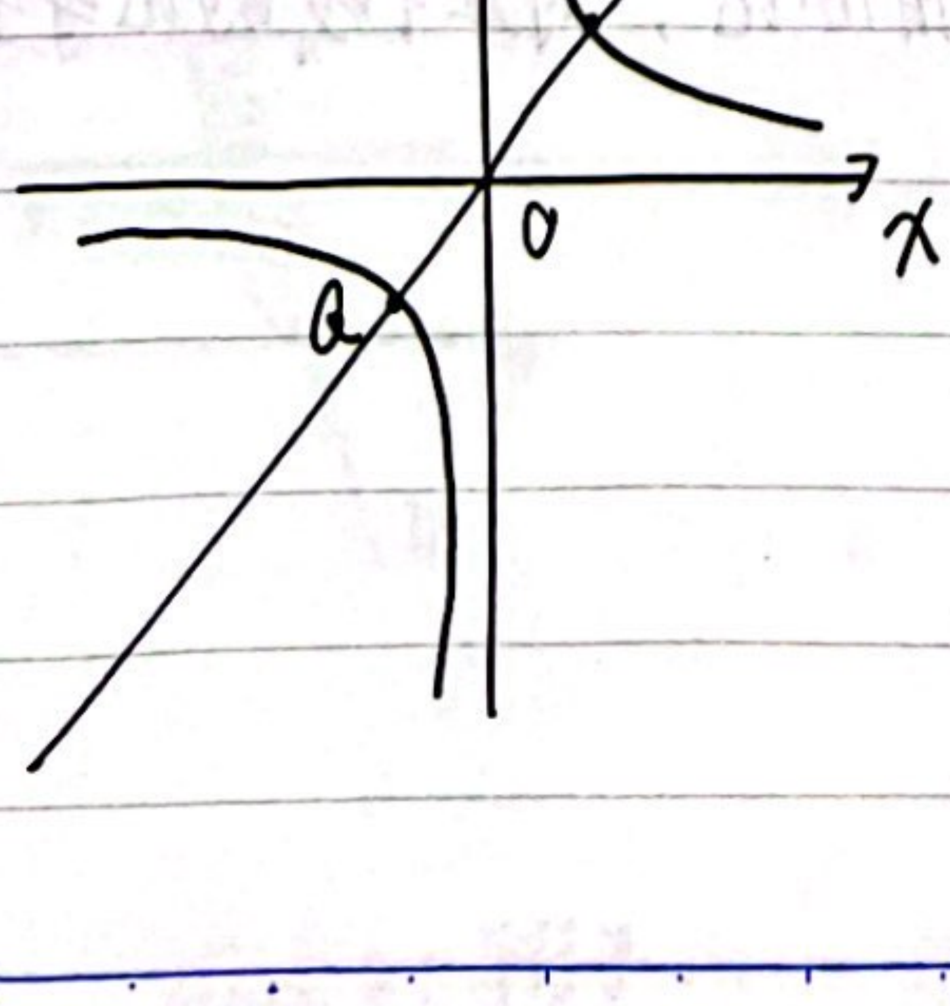
是中心对称图象形，对称中心O：原点

4、



$S_{矩形ONPM}=|k|$

5. $|k|$越大，离坐标轴越远



P、Q关于原点对称

$OP=OQ$