二次函数解答题

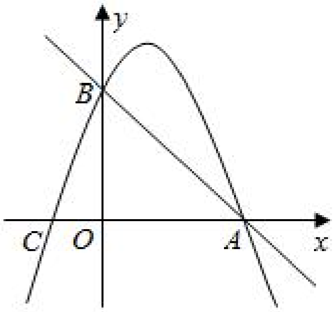
一．解答题

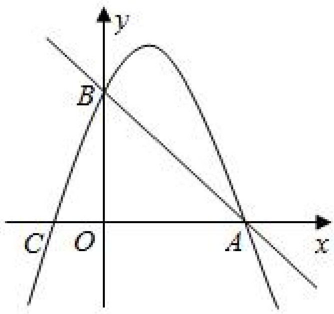
1．如图，直线 $y=-x+n$ 与 x 轴交于点 A（3，0），与 y 轴交于点 B，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点 A，B．

（1）求抛物线的解析式．

（2）M 是抛物线对称轴上的一点连接 BM，CM，求 $BM+CM$ 的最小值．

（3）若 E（m，0）为 x 轴正半轴上一动点，过点 E 作直线 $ED\perp x$ 轴，交直线 AB 于点 D，交抛物线于点 P，连接 BP，BC，当 $\angle PBD+\angle CBO=45°$ 时，请求出 m 的值．





备用图

2．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 A（$-\sqrt{3}$，0），B（$3\sqrt{3}$，0），C（0，-3）．

（1）求抛物线顶点 P 的坐标；

（2）连接 BC 与抛物线对称轴交于点 D，连接 PC．

①求证：$\triangle PCD$ 是等边三角形．

②连接 AD，与 y 轴交于点 E，连接 AP，在平面直角坐标系中是否存在一点 Q，使以 Q，C，D 为顶点的三角形与 $\triangle ADP$ 全等．若存在，直接写出 Q 点坐标，若不存在，请说明理由；

（3）在（2）的条件下，点 M 是直线 BC 上任意一点，连接 ME，以点 E 为中心，将线段 ME 逆时针旋转 60°，得到线段 NE，点 N 的横坐标是否发生改变．若不改变，直接写出点 N 的横坐标；若改变，请说明理由．

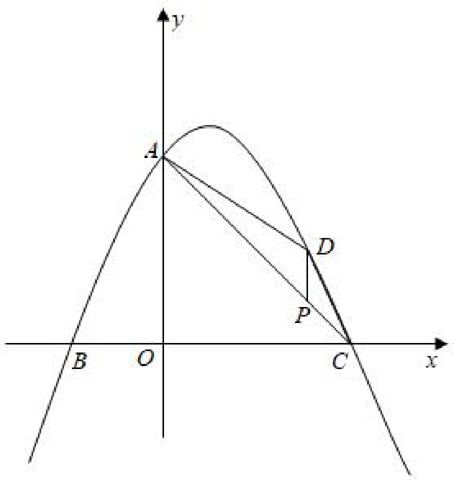
3．如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 的图象与坐标轴交于 A、B、C 三点，其中点 A 的坐标为（0，8），点 B 的坐标为（－4，0）．

（1）求该二次函数的表达式及点 C 的坐标；

（2）点 D 为该二次函数在第一象限内图象上的动点，连接 AC、CD，以 AC、CD 为邻边作平行四边形 $ACDE$，设平行四边形 $ACDE$ 的面积为 S．

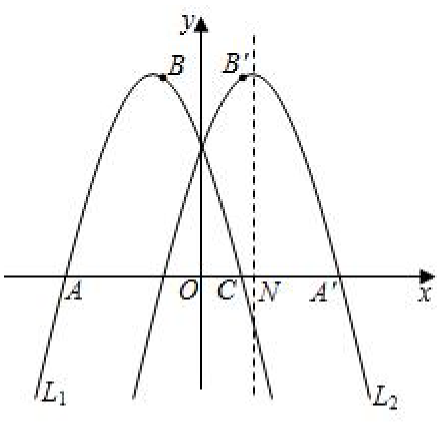
①求 S 的最大值；

②当 S 取最大值时，P 为该二次函数对称轴上一点，当点 D 关于直线 CP 的对称点 E 落在 y 轴上时，求点 P 的坐标．



4．如图，在同一直角坐标系中，抛物线 L_1：$y=ax^2+bx+8$ 与 x 轴交于 A（－8，0）和点 C，且经过点 B（－2，12），若抛物线 L_1 与抛物线 L_2 关于 y 轴对称，点 A 的对应点为 A'，点 B 的对应点为 B'．（1）求抛物线 L_2 的表达式；

（2）现将抛物线 L_2 向下平移后得到抛物线 L_3，抛物线 L_3 的顶点为 M，抛物线 L_3 的对称轴与 x 轴交于点 N，试问：在 x 轴的下方是否存在一点 M，使△MNA'与△ACB'相似？若存在，请求出抛物线的 L_3 表达式；若不存在，说明理由．

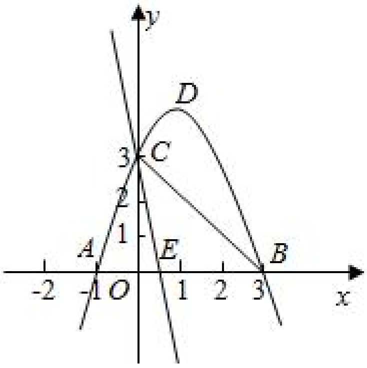


5．如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A（﹣1，0），B（3，0），与 y 轴交于点 C（0，3），顶点为点 D．

（1）求抛物线的函数表达式；

（2）若过点 C 的直线交线段 AB 于点 E，且 $S_{\triangle ACE}$：$S_{\triangle CEB}=3$：5，求直线 CE 的函数表达式；

（3）若点 P 在抛物线上，点 Q 在 x 轴上，是否存在以点 D，C，P，Q 为顶点的四边形是平行四边形，若存在，求出点 P 的坐标，若不存在，请说明理由．

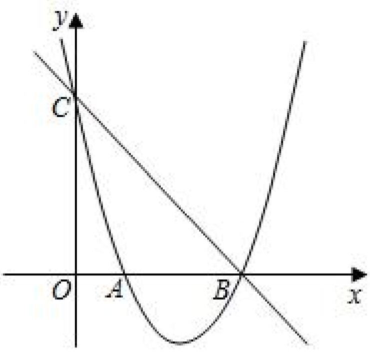


6．如图，已知抛物线 $y=\alpha x^2+bx+3$ 经过点 A（1，0）和点 B（3，0），与 y 轴交于点 C．

（1）求该抛物线的表达式；

（2）若 P 是直线 BC 下方的抛物线上一个动点，当△PBC 的面积最大时，求点 P 的坐标．

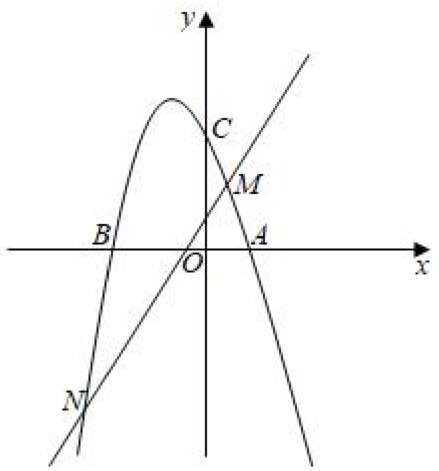
（3）设抛物线的对称轴与 BC 交于点 E，点 M 在抛物线的对称轴上，点 N 在 y 轴上，当以点 C、E、M、N 为顶点的四边形是菱形时，求点 M 的坐标．



7．如图，已知抛物线 C_1：$y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A（1，0）和 B（﹣3，0），与 y 轴交于点 C，且 $BO=CO$．

（1）求 C_1 的表达式；

（2）若 C_1 与 C_2 关于原点对称，直线 $y=\dfrac{3}{2}x+1$ 与 C_1 交于点 M，N，在 C_2 的对称轴上是否存在点 P，使得△MNP 是以 MN 为直角边的直角三角形？如果存在，求出所有符合条件的点 P 的坐标；如果不存在，请说明理由．



8．在平面直角坐标系中，点 O（0，0），抛物线 $y=-x^2+bx+c$（b，C 是常数）经过点 B（1，0），C（0，3），与 x 轴的另一个交点为 A，顶点为 D．

（Ⅰ）求该抛物线的解析式和顶点坐标；

（Ⅱ）连接 AD，CD，BC，将△OBC 沿着 x 轴以每秒 1 个单位长度的速度向左平移，得到△$O'B'C'$，点 O、B、C 的对应点分别为点 O'，B'，C'，设平移时间为 t 秒，当点 O' 与点 A 重合时停止移动，记△$O'B'C'$ 与四边形 $AOCD$ 的重叠部分的面积为 S，当 $0<t<1$ 时，求 S 与时间 t 的函数解析式．

（Ⅲ）在（Ⅱ）的情况下，当 $1\leqslant t\leqslant 3$ 时，求 S 与时间 t 的函数解析式．

9．如图1，抛物线$y=ax^2-2ax+1$（$a<0$）与x轴交于A、B两点，与y轴交于点C．直线$y=\frac{a}{6}x+1$与抛物线交C、D两点，点P是抛物线的顶点．

（1）当点A的坐标是（-1，0）时，求抛物线的解析式；

（2）如图2，连接PC、PD，当$S_{\triangle PCD}=\frac{11}{36}$时，求点$P$的坐标；

（3）当点P关于直线CD的对称点P'落在x轴上时，求a的值．

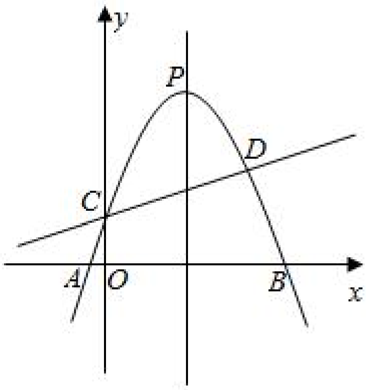


图1

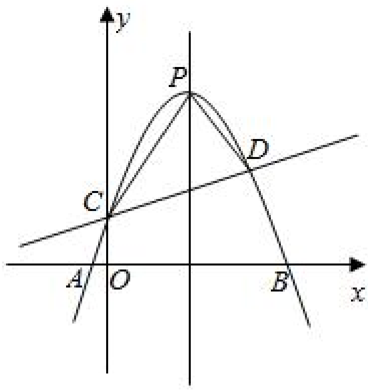
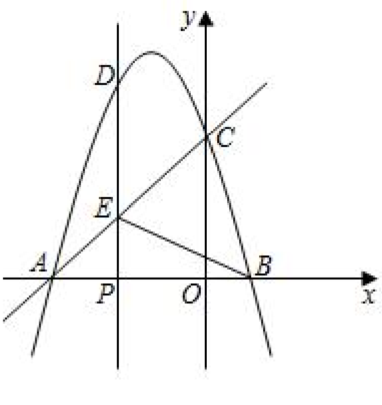
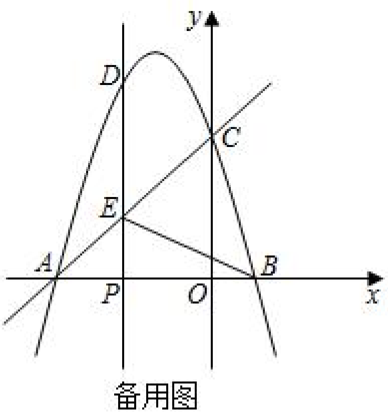


图2

10．综合与探究．

如图，在平面直角坐标系中，抛物线$y=-x^2-3x+4$与x轴分别交于点A和点B（点A在点B的左侧），交y轴于点C．点P是线段OA上的一个动点，沿OA以每秒1个单位长度的速度由点O向点A运动，过点P作$DP\perp x$轴，交抛物线于点D，交直线AC于点E，连接BE．





备用图

（1）求直线AC的表达式；

（2）在点P运动过程中，运动时间为何值时，$EC=ED$？

（3）在点P运动过程中，$\triangle EBP$的周长是否存在最小值？若存在，求出此时点P的坐标；若不存在，请说明理由．

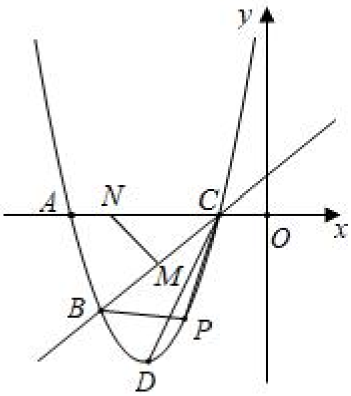
11．如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+5$ 经过 A（－5，0），B（－4，－3）两点，与 x 轴的另一个交点为 C，顶点为 D，连接 CD．

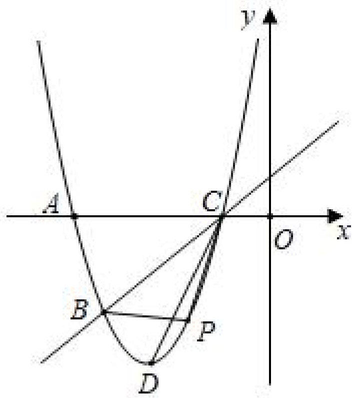
（1）求该抛物线的表达式；

（2）点 P 为该抛物线上一动点（与点 B、C 不重合），设点 P 的横坐标为 m．

①点 M 从点 C 出发在线段 CB 上以每秒 2 个单位长度的速度向点 B 运动，同时点 N 从点 A 出发以每秒 1 个单位长度的速度向点 C 运动，当其中一个点到达终点时，另外一个点也停止运动，设运动时间为 t 秒，求运动时间为多少时，△CMN 的面积最大，并求出最大面积；

②该抛物线上是否存在点 P，使得∠PBC＝∠BCD？若存在，求出所有点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．





12．如图 1，抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 x 轴交于 A（－1，0），B 两点，与 y 轴交于点 C，且 CO＝BO，连接 BC．（1）求抛物线的解析式；

（2）如图 2，抛物线的顶点为 D，其对称轴与线段 BC 交于点 E，求线段 DE 的长度；

（3）如图 3，垂直于 x 轴的动直线 l 分别交抛物线和线段 BC 于点 P 和点 F，连接 CP，CD，抛物线上是否存在点 P，使△CDE∽△PCF，如果存在，求出点 P 的坐标，如果不存在，请说明理由．

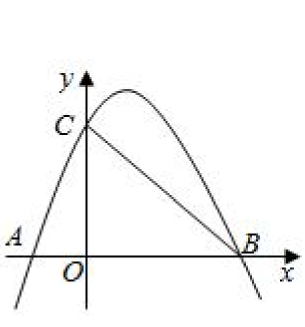


图1

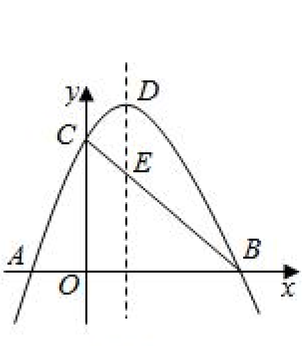


图2

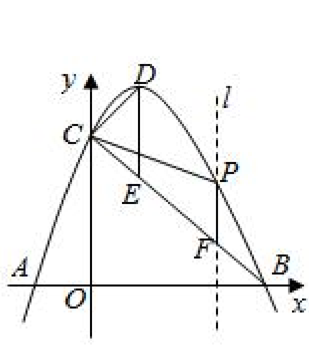


图3

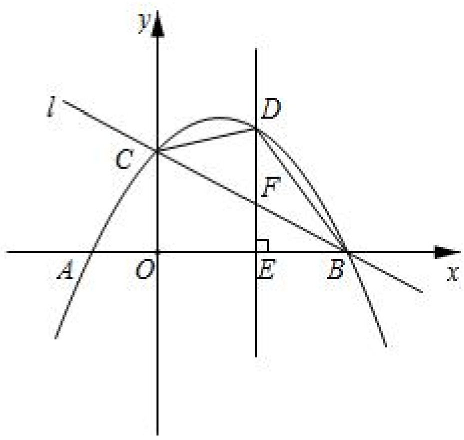
13．综合与探究：

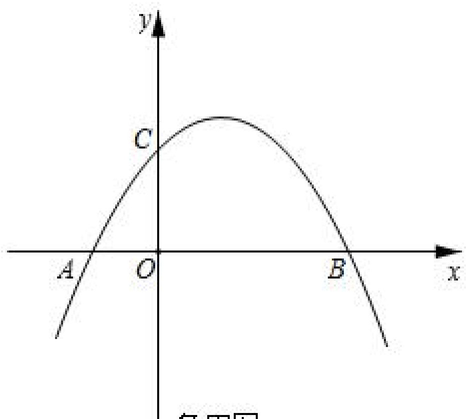
如图，抛物线 $y=-\frac{1}{8}x^2+x+6$ 与 x 轴交于点 A，B（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C，直线 l 经过 B，C 两点．

（1）求 A，B 两点的坐标及直线 l 的函数表达式．

（2）点 D 是直线 l 上方抛物线上一点，其横坐标为 m，过点 D 作直线 $DE\perp x$ 轴于点 E，交直线 l 于点 F．当 $DF=2EF$ 时，求点 D 的坐标．

（3）在（2）的条件下，在 y 轴上是否存在点 P，使得 $\angle PAB=2\angle DAB$？若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．





备用图

14．如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 与 x 轴交于点 B，与 y 轴交于点 C，抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 经过 B，C 两点，与 x 轴交于另一点 A．如图 1，点 P 为抛物线上任意一点，过点 P 作 $PM\perp x$ 轴交 BC 于点 M．

（1）求抛物线的解析式；

（2）当△PCM 是直角三角形时，求 P 点坐标；

（3）如图 2，作 P 点关于直线 BC 的对称点 P'，作直线 $P'M$ 与抛物线交于 EF，设抛物线对称轴与 x 轴交点为 Q，当直线 $P'M$ 经过点 Q 时，请你直接写出 EF 的长．

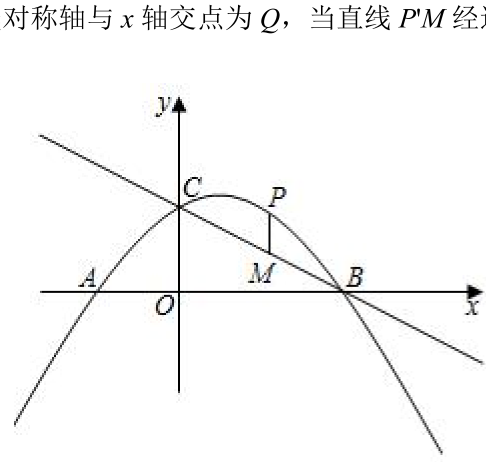


图 1

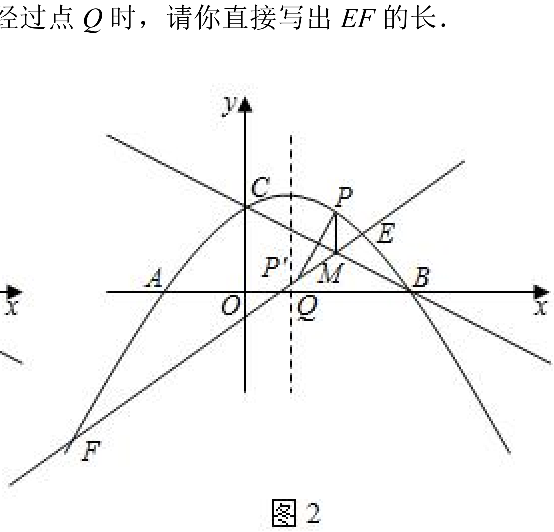


图 2

15．如图 1，已知抛物线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{9}(x+3)(x-4\sqrt{3})$ 与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C.

（1）写出 A、B、C 三点的坐标.

（2）若点 P 为△OBC 内一点，求 $OP+BP+CP$ 的最小值.

（3）如图 2，点 Q 为对称轴左侧抛物线上一动点，点 D（4，0），直线 DQ 分别与 y 轴、直线 AC 交于 E、F 两点，当△CEF 为等腰三角形时，请直接写出 CE 的长.

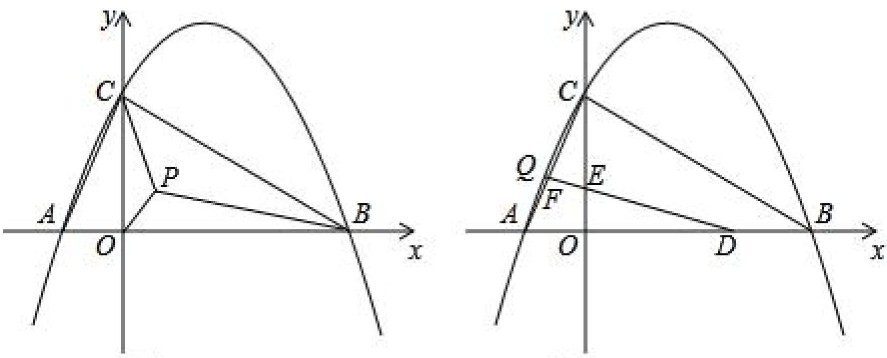


图1　　图2

16．如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx-3$ 的图象与 x 轴交于点 A（1，0）和 B（3，0），与 y 轴交于点 C，D 是抛物线的顶点，对称轴与 x 轴交于 E.

（1）求抛物线的解析式；

（2）如图 1，在抛物线的对称轴 DE 上求作一点 M，使△AMC 的周长最小，并求出点 M 的坐标和周长的最小值.

（3）如图 2，点 P 是 x 轴上的动点，过 P 点作 x 轴的垂线分别交抛物线和直线 BC 于 F、G，使△FCG 是等腰三角形，直接写出 P 的横坐标.

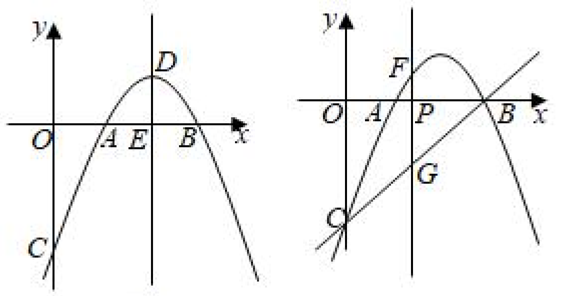


图1　　图2

17．如图，抛物线与 x 轴负半轴交于点 A，正半轴交于点 B，与 y 轴交于点 C，$OB=OC=3OA=3$．P 是对称轴上一动点，$PH\perp x$ 轴于 H．

（1）求抛物线的解析式．

（2）在抛物线上求一点 Q，使以 O，B，P，Q 为顶点的四边形是平行四边形．

（3）求$\sqrt{2}PH+PC$ 的最小值．

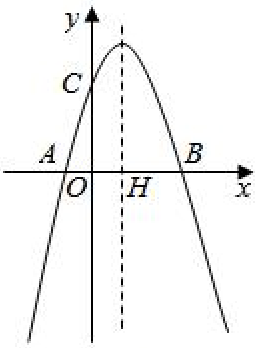


图1

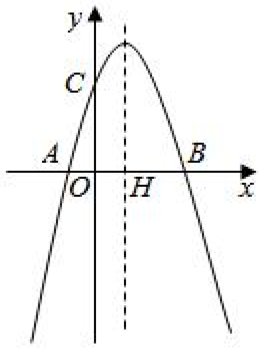


图2(备用)

18．如图 1，直线 $y=kx-2k+1$（$k\neq0$）过定点 A，抛物线 $y=ax^2$ 经过点 A．

（1）求抛物线的解析式；

（2）若 O 为原点，C 为抛物线上一点，$S_{\triangle AOC}=1$，求点 C 的横坐标；

（3）如图 2，直线 $y=kx-2k+1$（$k\neq0$）与抛物线的另一个交点为 M，N 为抛物线上一动点，若 $AM\perp AN$，试问：直线 MN 上是否存在一点 P，使得 AP 的长为定值？说明理由．

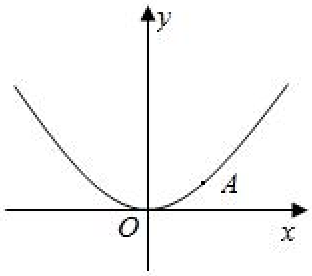


图1

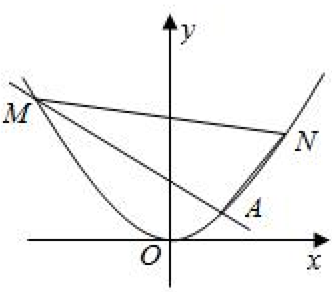


图2

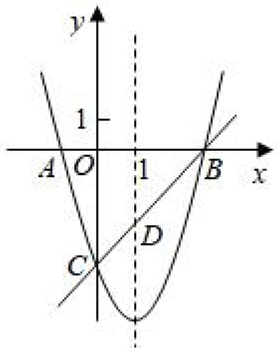
19．如图，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点（A 点在 B 点左侧），与 y 轴交于点 C（0，﹣3），对称轴是直线 $x=1$，直线 BC 与抛物线的对称轴交于点 D．

（1）求抛物线的函数表达式；

（2）点 E 为 y 轴上一动点．

①若 CE 的垂直平分线交 CE 于点 F，交抛物线于 P、Q 两点，且点 P 在第三象限，当线段 $PQ=\frac{3}{4}AB$ 时，求 $\angle CED$ 的正切值；

②若点 G 是直线 $x=1$ 上一点，当 $\triangle CEG$ 与 $\triangle AOC$ 相似时，请直接写出点 E 的坐标．

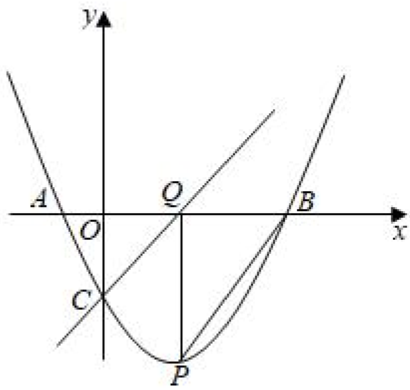


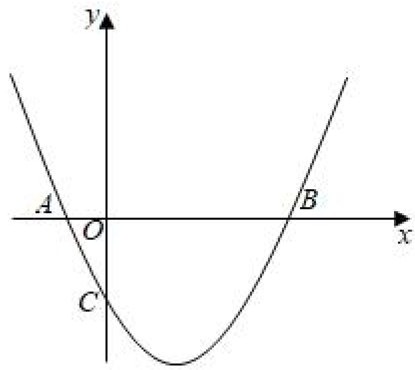
20．如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=ax^2+bx-2$（$a\neq0$）交 x 轴于 A（﹣1，0），B（4，0），交 y 轴于点 C．

（1）求该抛物线解析式；

（2）点 P 为第四象限内抛物线上一点，连接 PB，过 C 作 $CQ\parallel BP$ 交 x 轴于点 Q，连接 PQ，求 $\triangle PBQ$ 面积的最大值及此时点 P 的坐标；

（3）在（2）的条件下，将抛物线 $y=ax^2+bx-2$（$a\neq0$）向右平移经过点 Q，得到新抛物线 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$（$a_1\neq0$），点 E 在新抛物线的对称轴上，是否存在平面内一点 F，使得 A，P，E，F 为顶点的四边形为矩形，若存在，请直接写出点 F 的坐标；若不存在，请说明理由．





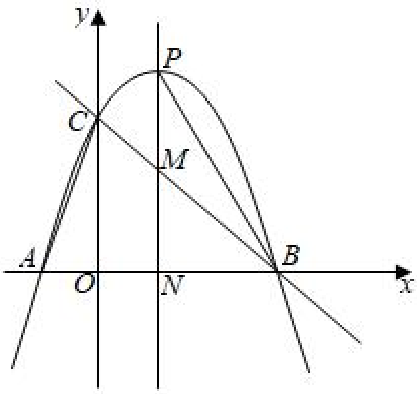
备用图

21．如图，抛物线$y=ax^2+bx+c$经过A（－1，0）、B（3，0）、C（0，3）三点，对称轴与抛物线相交于点P，与直线BC相交于点M，连接AC，PB．

（1）求该抛物线的解析式；

（2）设对称轴与x轴交于点N，在对称轴上是否存在点G，使以O、N、G为顶点的三角形与$\triangle AOC$相似？如果存在，请求出点G的坐标；如果不存在，请说明理由；

（3）抛物线上是否存在一点Q，使$\triangle QMB$与$\triangle PMB$的面积相等，若存在，求点Q的坐标；若不存在，请说明理由．



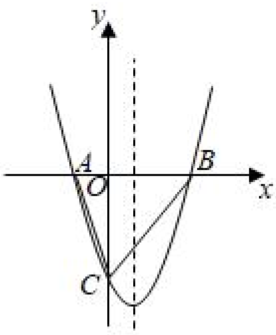
22．综合与探究：

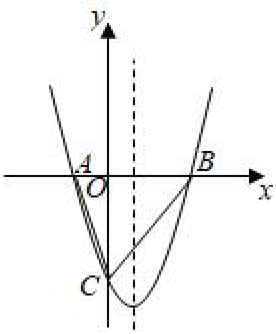
如图，抛物线$y=x^2+bx+c$与x轴交于A、B两点，与y轴交于C点，$OA=2$，$OC=6$，连接AC和BC．

（1）求抛物线的解析式；

（2）点E是第四象限内抛物线上的动点，连接CE和BE．求$\triangle BCE$面积的最大值及此时点E的坐标；

（3）若点M是y轴上的动点，在坐标平面内是否存在点N，使以点A、C、M、N为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出点N的坐标；若不存在，请说明理由．





备用图

23．已知抛物线 $y=(x-1)(x+b)(b>0)$ 与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 的左边），与 y 轴交于点 C，抛物线的顶点为 D，连接 AC、BC，$\tan\angle OBC=3$．

（1）求抛物线的顶点 D 的坐标．

（2）求证：$\triangle ACD\backsim\triangle COB$，

（3）点 P 在抛物线上，点 Q 在直线 $y=x$ 上，是否存在点 P、Q 使以点 P、Q、C、O 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

24．如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+\frac{14}{5}ax+c$ 经过点 $A(1，0)$ 和点 $B(0，\frac{19}{8})$．

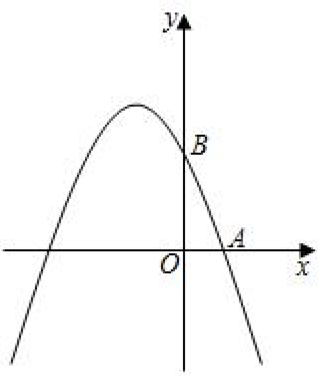
（1）求抛物线的函数表达式；

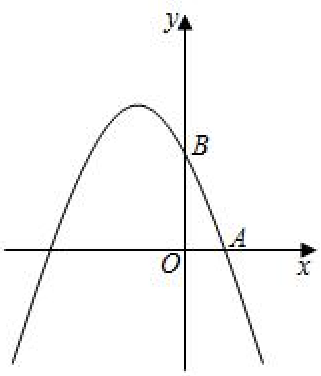
（2）若点 $C(0，-2)$，点 D 为第二象限内抛物线上一点，作 $DE\parallel y$ 轴交直线 AC 于点 E，当 DE 最大时，求点 D 坐标；

（3）在（2）的条件下，连接 CD，点 F 为 y 轴上的点，当 $CF=CD$ 时．

①在平面内找一点 G，使四边形 $DCFG$ 是菱形，直接写出点 G 的坐标为_______；

②点 H 为 x 轴上方抛物线上的点，当直线 CH 为 $\angle DCF$ 的对称轴时，请直接写出点 H 的坐标为_______．





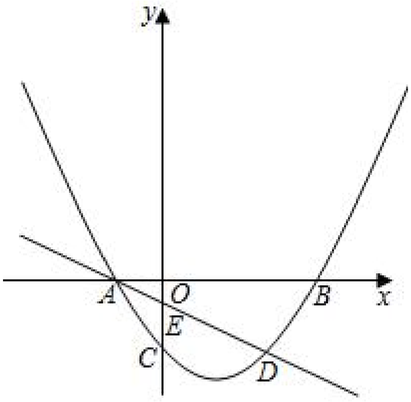
备用图

25．如图，抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2-x-3$ 与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C．直线 l 与抛物线交于 A，D 两点，与 y 轴交于点 E，点 D 的坐标为（4，﹣3）．

（1）请直接写出 A，B 两点的坐标及直线 l 的函数表达式；

（2）若点 P 是抛物线上的点，点 P 的横坐标为 m（$m\geqslant 0$），过点 P 作 $PM\perp x$ 轴，垂足为 M．PM 与直线 l 交于点 N，当点 N 是线段 PM 的三等分点时，求点 P 的坐标；

（3）若点 Q 是 y 轴上的点，且 $\angle ADQ=45°$，求点 Q 的坐标．



26．如图 1，已知抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 图象与 x 轴相交于 A（﹣3，0），B（1，0）两点，与 y 轴相交于点 C．

（1）请直接写出抛物线的解析式为_______．

（2）如图 1，连接 AC，若点 P 在 y 轴上时，AP 和 AC 的夹角为 15°，求线段 CP 的长度；

（3）如图 2，直线 l 与 x 轴相交于点 M，直线 l 与线段 BC 相交于点 N，当△MCN∽△CAM 时，求直线 l 的表达式．

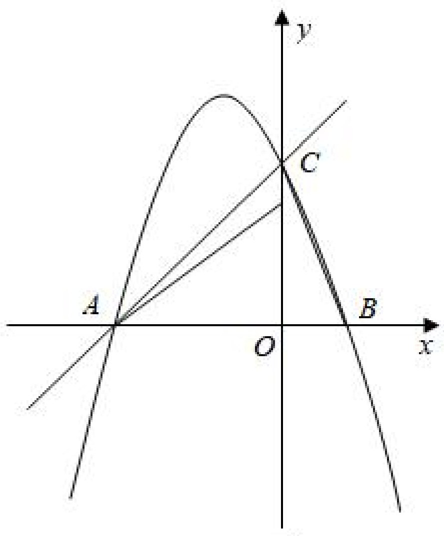


图1

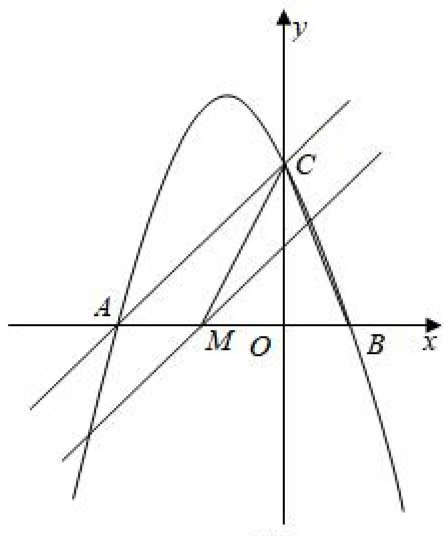


图2

27．如图1，抛物线 $y=ax^2+bx-4$ 与 x 轴交于点 A（-1，0）、点 B（3，0），与 y 轴交于点 C，抛物线的对称轴与 x 轴交于点 F．

（1）抛物线的解析式为：_______；直线 BC 的解析式为：_______；

（2）若点 P 为抛物线位于第四象限图象上的一个动点，设△PBC 的面积为 S，求 S 最大时点 P 的坐标及 S 的最大值；

（3）在（2）的条件下，过点 P 作 $PE\perp x$ 轴于点 E，交直线 BC 于点 D，在 x 轴上是否存在点 M，使得以 B、D、M 为顶点的三角形与△BFC 相似？若存在，请直接写出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由．

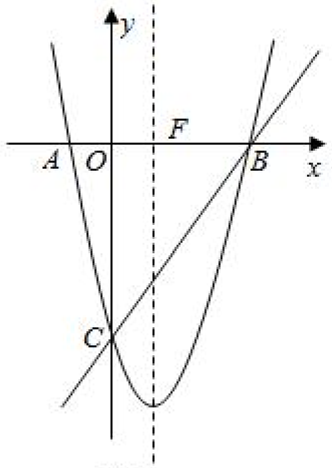
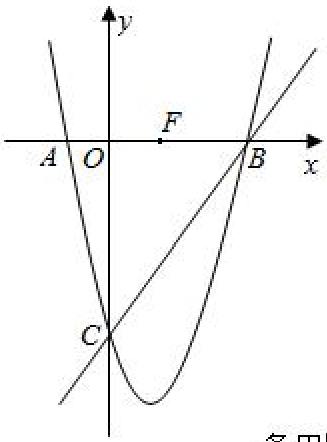
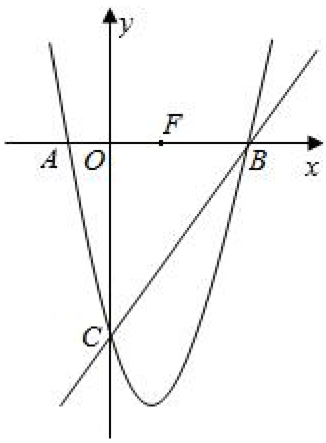


图1





备用图

28．已知抛物线 $y=ax^2+bx$（a，b 为常数，$a\neq 0$）与 x 轴的正半轴交于点 A，其顶点 C 的坐标为（2，4）．

（Ⅰ）求抛物线的解析式；

（Ⅱ）点 P 是抛物线上位于直线 AC 上方的一个动点，求△PAC 面积的最大值；

（Ⅲ）点 Q 是抛物线对称轴上的一个动点，连接 QA，求 $QC+\sqrt{5}QA$ 的最小值．

29．如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 交 x 轴于 A、B 两点（点 A 在点 B 的左侧），交 y 轴于点 C（0，5），连接 BC，其中 $OC=5OA$．

（1）求抛物线的解析式；

（2）如图 1，将直线 BC 沿 y 轴向上平移 6 个单位长度后与抛物线交于 D、E 两点，交 y 轴于点 G，若点 P 是抛物线上位于直线 BC 下方（不与 A、B 重合）的一个动点，过点 P 作 $PM\parallel y$ 轴交 DE 于点 M，交 BC 于点 H，过点 M 作 $MN\perp BC$ 于点 M，求 $PM+NH$ 的最大值及此时点 P 的坐标；

（3）如图 2，当点 P 满足（2）问条件时，将△CBP 绕点 C 逆时针旋转α（0°＜α＜90°）得到△$CB'P'$，此时点 B' 恰好落到直线 ED 上，已知点 F 是抛物线上的动点，在直线 ED 上是否存在一点 Q，使得以点 C、B'、F、Q 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，直接写出点 Q 的坐标，若不存在，请说明理由．

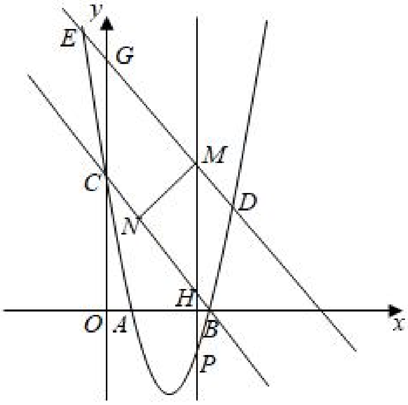


图1

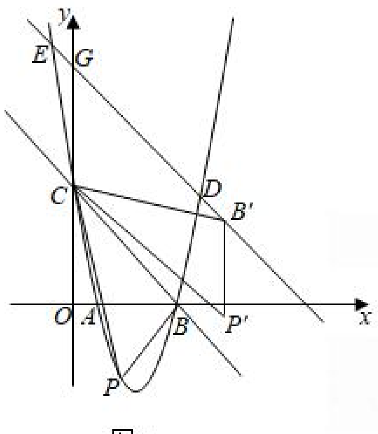


图2

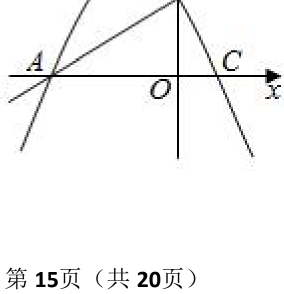
30．如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=\frac{1}{2}x+2$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过 AB 两点，与 x 轴的另一个交点为 C．

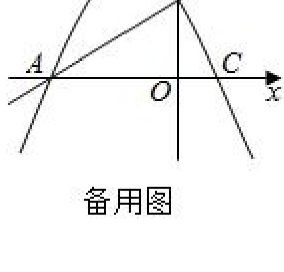
（1）直接写出点 A 和点 B 的坐标．（2）求抛物线的解析式．

（3）D 为直线 AB 上方抛物线上一动点．

①连接 DO 交 AB 于点 E，若 DE：$OE=3$：4，求点 D 的坐标；

②是否存在点 D，使得∠DBA 的度数恰好是∠BAC 的 2 倍？如果存在，直接写出点 D 的坐标；如果不存在，请说明理由．





备用图

31．已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）经过 A（4，0）、B（－1，0）、C（0，4）三点．

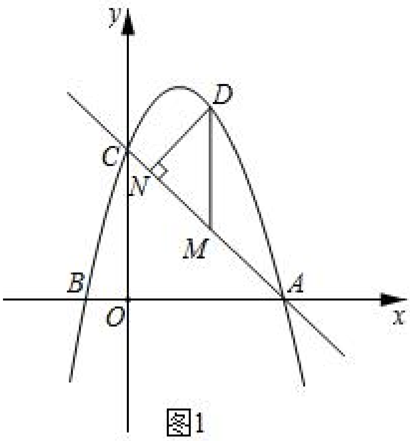


图1

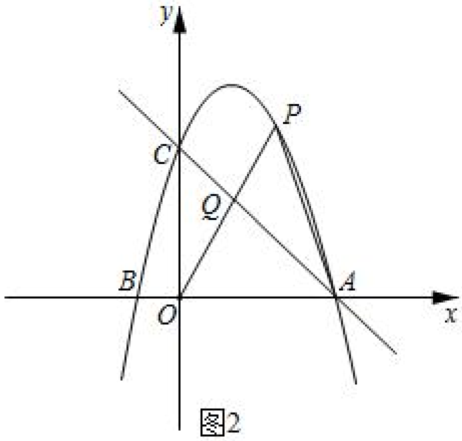


图2

（1）求抛物线的函数解析式；

（2）如图 1，点 D 是在直线 AC 上方的抛物线的一点，$DN\perp AC$ 于点 N，$DM/\!/y$ 轴交 AC 于点 M，求△DMN 周长的最大值及此时点 D 的坐标；

（3）如图 2，点 P 为第一象限内的抛物线上的一个动点，连接 OP，OP 与 AC 相交于点 Q，求$\dfrac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle AOQ}}$的最大值．

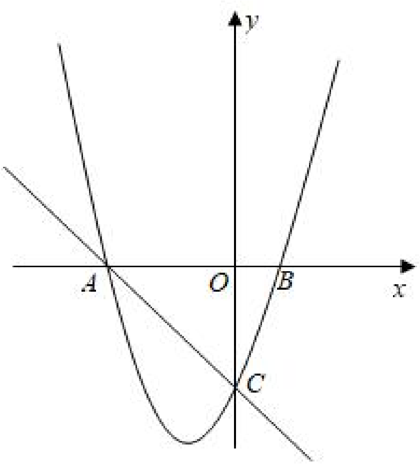
32．如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx-3$ 经过点 A（－3，0）、B（1，0），与 y 轴交于点 C．

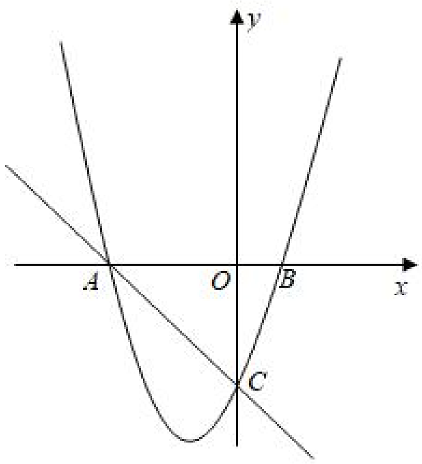
（1）求抛物线的解析式；

（2）若点 P 为该抛物线上一点，且点 P 的横坐标为 m．

①当点 P 在直线 AC 下方时，过点 P 作 $PE/\!/x$ 轴，交直线 AC 于点 E，作 $PF/\!/y$ 轴．交直线 AC 于点 F，求 $PE+PF$ 的最大值；

②若∠PCB＝3∠OCB，求 m 的值．





33．已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为（3，2），且过点（0，11）．

（Ⅰ）求抛物线的解析式；

（Ⅱ）将抛物线先向左平移 2 个单位长度，再向下平移 m（$m>0$）个单位长度后得到新抛物线．

①若新抛物线与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），且 $OB=3OA$，求 m 的值；

②若 P（x_1，y_1），Q（x_2，y_2）是新抛物线上的两点，当 $n\leqslant x_1\leqslant n+1$，$x_2\geqslant 4$ 时，均有 $y_1\leqslant y_2$，求 n 的取值范围．

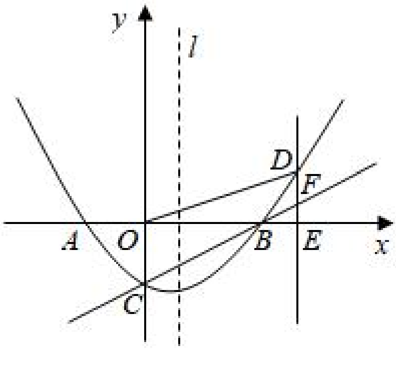
34．综合与探究：

如图，抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x-2$，与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C 抛物线的对称轴为 l．

（1）求点 A，B，C 的坐标；

（2）若点 D 是第一象限内抛物线上一点，过点 D 作 $DE\perp x$ 轴于点 E，交直线 BC 于点 F，当 $OE=4DF$ 时，求四边形 $DOBF$ 的面积；

（3）在（2）的条件下，若点 M 在抛物线上，点 N 在抛物线的对称轴上，是否存在以点 B，D，M，N 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，请求出所有符合条件的点 M 的坐标；若不存在，请说明理由．



35．在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 过 A（﹣3，﹣4），B（0，﹣1）两点．

（1）求该抛物线的函数表达式；

（2）将该抛物线向右平移 2 个单位长度得到抛物线 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$（$a_1\neq0$），点 C 是平移后的抛物线与原抛物线的交点，点 D 为原抛物线对称轴上的一点，在平面直角坐标系中是否存在点 E，使以点 B，C，D，E 为顶点的四边形为矩形，若存在，请求出符合条件的点 E 的坐标；若不存在，请说明理由．

36．若直线 $y=-2x+4$ 与 y 轴交于点 A，与 x 轴交于点 B，二次函数 $y=ax^2+3x+c$ 的图象经过点 A，交 x 轴于 C、D 两点，且抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{3}{2}$．

（1）求二次函数的解析式；

（2）过点 C 作直线 $CE\parallel AB$ 交 y 轴于点 E，点 P 是直线 CE 上一动点，点 Q 是第一象限抛物线上一动点，求四边形 $APBQ$ 面积的最大值与此时点 Q 的坐标；

（3）在（2）的结论下，点 E 是抛物线的顶点，对称轴与 x 轴交于点 G，直线 EQ 交 x 轴于点 F，在抛物线的对称轴上是否存在一点 M，使得 $\angle MFQ+\angle CAO=45°$，求点 M 的坐标．

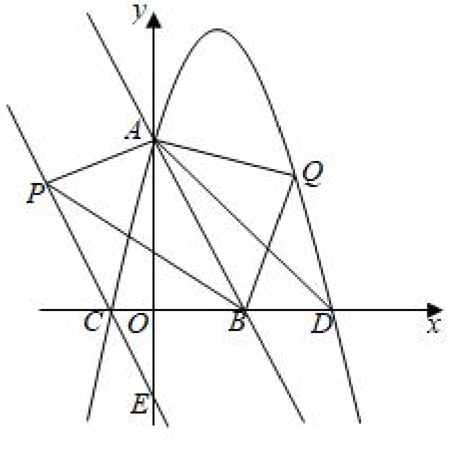


图1

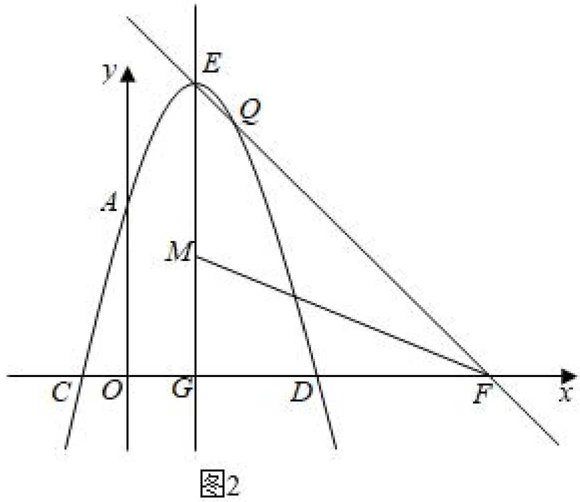


图2

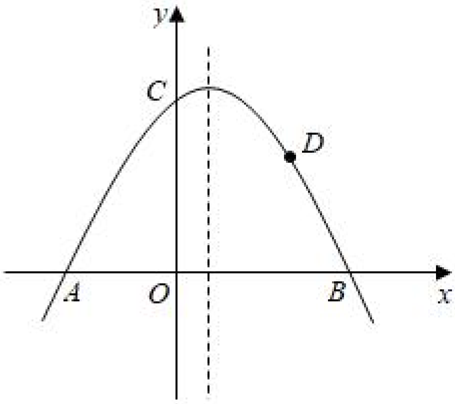
37．如图，抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，且 $OA=2$，$OC=3$．

（1）求抛物线的表达式；

（2）点 D（2，2）是抛物线上一点．

①在抛物线的对称轴上，求作一点 P，使得△BDP 的周长最小，并写出点 P 的坐标；

②连接 AD 并延长，过抛物线上一点 Q（点 Q 不与点 A 重合）作 $QN\perp x$ 轴，垂足为 N，与射线 AD 交于点 M，是否存在这样的点 Q，使得 $QM=3MN$，若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由．



38．如图 1，在平面直角坐标系中，直线 $y=x+4$ 与抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$（b，c 是常数）交于 A，B 两点，点 A 在 x 轴上，点 B 在 y 轴上，设抛物线与 x 轴的另一个交点为点 C．

（1）求该抛物线的解析式；

（2）如图 2，P 是抛物线上一动点（不与点 A，B 重合），若点 P 在直线 AB 上方，连接 OP 交 AB 于点 D，求 $\frac{PD}{OD}$ 的最大值．

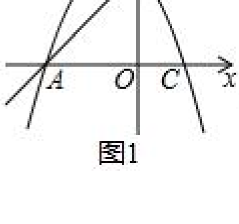


图1

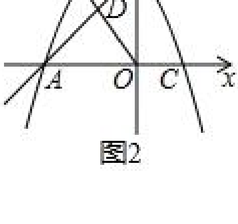


图2

39．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+\frac{2\sqrt{3}}{3}x+c$ 与 y 轴交于点 C，与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 的左侧），其中 $A(-\sqrt{3}, 0)$，$\tan\angle ACO=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

（1）求抛物线的解析式；

（2）如图 1，点 D 为直线 BC 上方抛物线上一点，连接 AD、BC 交于点 E，连接 BD，记△BDE 的面积为 S_1，△ABE 的面积为 S_2，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值；

（3）如图 2，将抛物线沿射线 CB 方向平移，点 C 平移至 C' 处，且 $OC'=OC$，动点 M 在平移后抛物线的对称轴上，当△$C'BM$ 为以 $C'B$ 为腰的等腰三角形时，请直接写出点 M 的坐标.

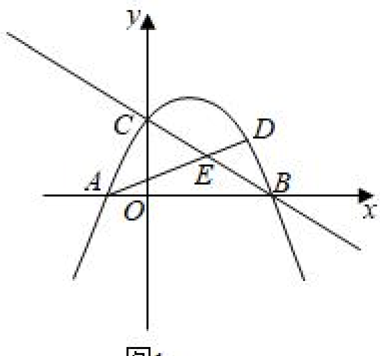


图1

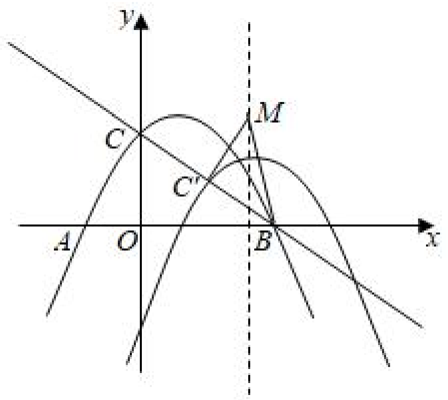


图2

40．如图，已知抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2+bx+c$ 经过△ABC 的三个顶点，其中点 $A(0, 1)$，点 $B(-9, 10)$，$AC\parallel x$ 轴，点 P 是直线 AC 下方抛物线上的动点.

（1）求抛物线的解析式；

（2）过点 P 且与 y 轴平行的直线 l 与直线 AB、AC 分别交于点 E、F，当四边形 $AECP$ 的面积最大时，求点 P 的坐标；

（3）当点 P 为抛物线的顶点时，在直线 AC 上是否存在点 Q，使得以 C、P、Q 为顶点的三角形与△ABC 相似，若存在，求出点 Q 的坐标，若不存在，请说明理由.