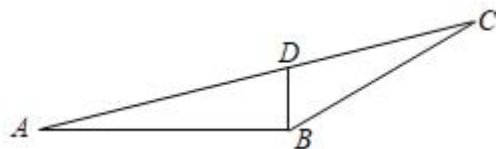
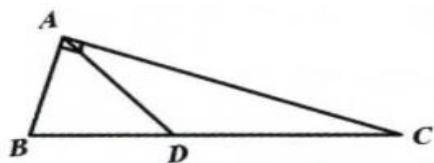


三角函数（五）

一、选择题：本题共 3 小题，每小题 3 分，共 9 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

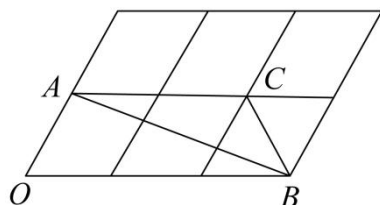
1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ， $BC = 8$ ，点 D 是 BC 边上的一动点，连接 AD ， $4AD + DC$ 的最小值为()



- A. 15 B. $2\sqrt{15} + \frac{15}{2}$ C. 20 D. 12

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BD \perp AB$ ， BD 、 AC 相交于点 D ， $AD = \frac{4}{7}AC$ ， $AB = 2$ ， $\angle ABC = 150^\circ$ ，则 $\triangle BCD$ 的面积是() A. $\frac{3\sqrt{3}}{14}$ B. $\frac{9\sqrt{3}}{14}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{7}$ D. $\frac{6\sqrt{3}}{7}$

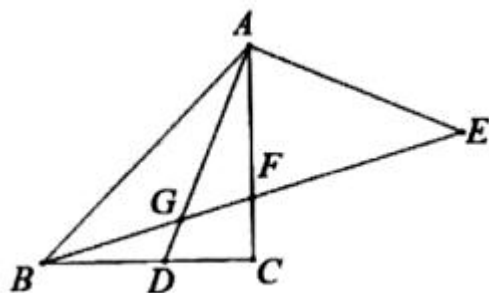
3. 由 6 个形状相同、大小相等的菱形组成如图所示的网格，菱形的顶点称为格点，点 A ， B ， C 都在格点上， $\angle O = 60^\circ$ ，则 $\tan \angle ABC =$ ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

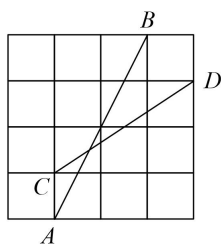
二、填空题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。

4. 如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， D 是 BC 上一点，连结 AD ，将 AD 绕点 A 逆时针旋转 90° 至 AE ，连结 BE ， BE 交 AD 于 G ，交 AC 于点 F 。

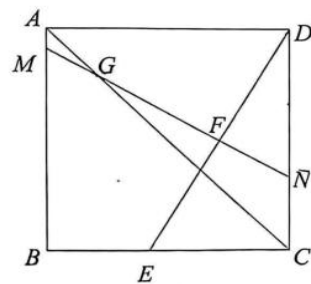


- (1) 若 $CD = CF$ ，则 $\tan \angle FBC =$ _____; (2) 若 $CD = BD$ ，则 $\tan \angle E =$ _____.

5. 如图所示，在 4×4 的网格中，每个小正方形的边长为 l ，线段 AB 、 CD 的端点均为格点．若 AB 与 CD 所夹锐角为 α ，则 $\tan \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

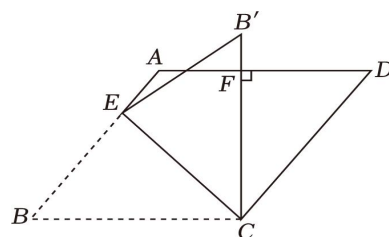
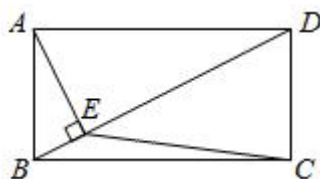
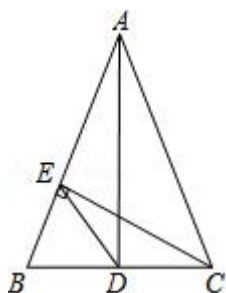


6. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 是 BC 边上一点，连接 DE ，点 F 为 DE 的中点，过点 F 作 DE 的垂线分别交 AB 、 CD 于点 M 、 N ，连接 AC 交 MN 于点 G ，若 $\angle DNG = 60^\circ$ ， $AB = 3$ ，则 FG 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．



7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BD = CD$ ， $CE \perp AB$ 于点 E ， $\cos B = \frac{5}{13}$ ，

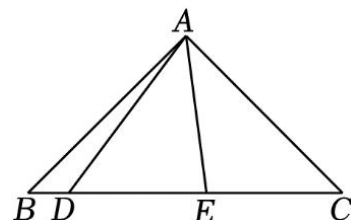
则 $\frac{S_{\triangle BED}}{S_{\triangle ABC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．



8. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， BD 是对角线， $AE \perp BD$ ，垂足为 E ，连接 CE ，若 $\tan \angle ADB = \frac{1}{2}$ ，则 $\tan \angle DEC$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．

9. 如图，菱形纸片 $ABCD$ 的边长为 10cm ，点 E 在边 AB 上，将纸片沿 CE 折叠，点 B 落在 B' 处， $CB' \perp AD$ ，垂足为 F ．若 $FB' = 2\text{cm}$ ，则 $AE = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ ．

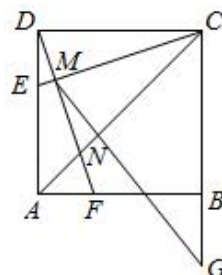
10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 4\sqrt{2}$ ， D 、 E 为边 BC 上两点(点 D 在点 E 的左侧)，且 $\angle DAE = 45^\circ$ ，若 $\tan \angle EAC = \frac{3}{4}$ ，则 $BD = \underline{\hspace{2cm}}$ ．



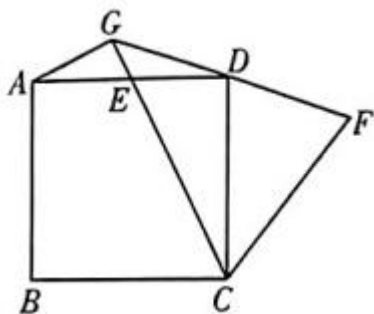
11. 如图，正方形 $ABCD$ ，点 F 在 AB 上，且 $AF:FB = 1:2$ ， $CE \perp DF$ ，垂足为 M ，且交 AD 于点 E ， AC 与 DF 交于点 N ，延长 CB 至 G ，使 $BG = \frac{1}{2}BC$ ，连接 GM ，有如下结论：

① $DE = AF$ ；② $AN = \frac{\sqrt{2}}{4}AB$ ；③ $S_{\triangle ANF} : S_{\text{四边形} CNFB} = 1 : 11$ ；④ $6 \tan \angle GMF \cdot$

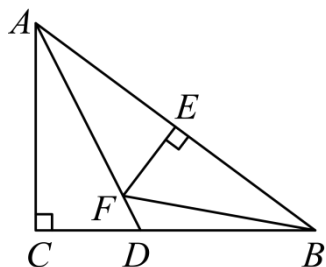
$\tan \angle ACE = 1$ ，上述结论中，所有正确结论的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．



12. 如图，点 E 为边长为4的正方形 $ABCD$ 的边 AD 的中点，连接 CE ，将正方形 $ABCD$ 的边 BC 沿 CE 折叠得线段 CF ，点 B 落在点 F 处，连接 FD 并延长交 CE 的延长线于点 G ，连接 AG ，则 AG 的长为_____.



13. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 是角平分线， AB 的垂直平分线分别交 AB 、 AD 于点 E 、 F 。若 $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，则 BF 的长为_____.



三、解答题：本题共7小题，共56分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

14. (本小题8分)

如图1，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，点 D 是斜边 AB 的中点，点 E 是边 AC 上一动点，连接 DE ，过点 D 作 $DF \perp DE$ ，交线段 BC 于点 F 。

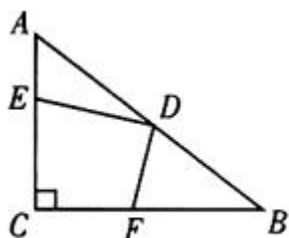


图1

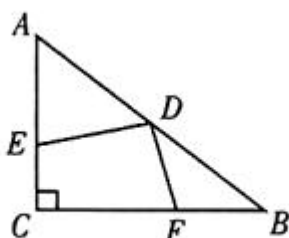


图2

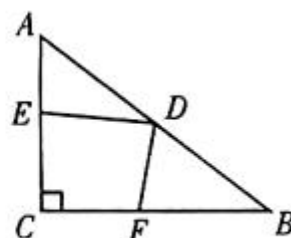


图3

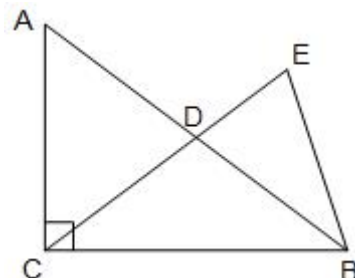
(1)求 $\frac{DE}{DF}$ 的值;(2)如图2，若 $AE = DE$ ，求 BF 的长;(3)如图3，当 $CE = CF$ 时，求 CE 的长.

15. (本小题 8 分)

已知：如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 是边 AB 的中点， $CE = CB$ ， $CD = 5$ ， $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$.

求：(1) BC 的长.

(2) $\tan E$ 的值.



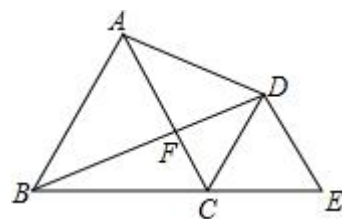
16. (本小题 8 分)

如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形，点 B 、 C 、 E 三点在同一直线上，连接 BD ， AD ， BD 交 AC 于点 F .

(1) 若 $AD^2 = DF \cdot DB$ ，求证： $AD = BF$;

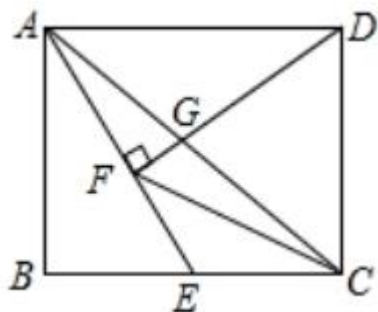
(2) 若 $\angle BAD = 90^\circ$ ， $BE = 6$.

① 求 $\tan \angle DBE$ 的值；② 求 DF 的长.



17. (本小题 8 分)

如图，已知矩形 $ABCD$ 中， E 是 BC 的中点， $DF \perp AE$ 于点 F ，连接 AC 交 DF 于点 G .



(1) 若 $BE = 2$ ，求 $AE \cdot AF$ 的长；

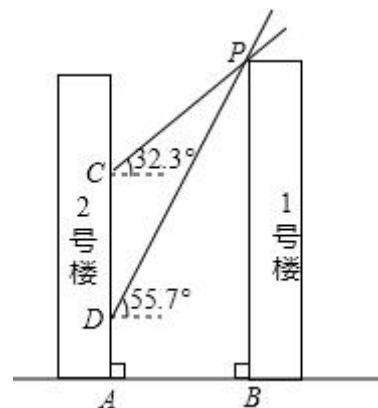
(2) 若 $\frac{AG}{CG} = \frac{2}{3}$ ，求 $\cos \angle FCE$ 的值；

18. (本小题 8 分)

如图，1号楼在2号楼的南侧，两楼高度均为 $90m$ ，楼间距为 AB .冬至日正午，太阳光线与水平面所成的角为 32.3° ，1号楼在2号楼墙面上的影高为 CA ；春分日正午，太阳光线与水平面所成的角为 55.7° ，1号楼在2号楼墙面上的影高为 DA .已知 $CD = 42m$.

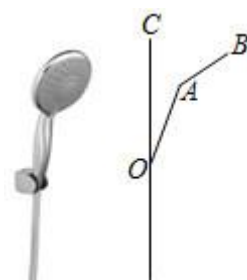
(1)求楼间距 AB ；

(2)若2号楼共30层，层高均为 $3m$ ，则点 C 位于第几层？(参考数据： $\sin 32.3^\circ \approx 0.53$ ， $\cos 32.3^\circ \approx 0.85$ ， $\tan 32.3^\circ \approx 0.63$ ， $\sin 55.7^\circ \approx 0.83$ ， $\cos 55.7^\circ \approx 0.56$ ， $\tan 55.7^\circ \approx 1.47$)



19. (本小题 8 分)

图 1 是挂墙式淋浴花洒的实物图，图 2 是抽象出来的几何图形. 为使身高 $175cm$ 的人能方便地淋浴，应当使旋转头固定在墙上的某个位置 O ，花洒的最高点 B 与人的头顶的铅垂距离为 $15cm$ ，已知龙头手柄 OA 长为 $10cm$ ，花洒直径 AB 是 $8cm$ ，龙头手柄与墙面的较小夹角 $\angle COA = 26^\circ$ ， $\angle OAB = 146^\circ$ ，则安装时，旋转头的固定点 O 与地面的距离应为多少？(计算结果精确到 $1cm$ ，参考数据： $\sin 26^\circ \approx 0.44$ ， $\cos 26^\circ \approx 0.90$ ， $\tan 26^\circ \approx 0.49$)



20. (本小题 8 分)

问题提出：某物业公司接收管理某小区后，准备进行绿化建设，现要将一块四边形的空地(如图 5，四边形 $ABCD$)铺上草皮，但由于年代久远，小区规划书上该空地的面积数据看不清了，仅仅留下两条对角线 AC ， BD 的长度分别为 20cm ， 30cm 及夹角 $\angle AOB$ 为 60° ，你能利用这些数据，帮助物业人员求出这块空地的面积吗？

问题分析：显然，要求四边形 $ABCD$ 的面积，只要求出 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCD$ (也可以是 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$) 的面积，再相加就可以了。

建立模型：我们先来解决较简单的三角形的情况：

如图 1， $\triangle ABC$ 中， O 为 BC 上任意一点(不与 B ， C 两点重合)，连接 OA ， $OA = a$ ， $BC = b$ ， $\angle AOB = \alpha$ (α 为 OA 与 BC 所夹较小的角)，试用 a ， b ， α 表示 $\triangle ABC$ 的面积。

解：如图 2，作 $AM \perp BC$ 于点 M ，

$\therefore \triangle AOM$ 为直角三角形。

又 $\because \angle AOB = \alpha$ ， $\therefore \sin \alpha = \frac{AM}{OA}$ 即 $AM = OA \cdot \sin \alpha$

$\therefore \triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AM = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot OA \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$ 。

问题解决：请你利用上面的方法，解决物业公司的问题。

如图 3，四边形 $ABCD$ 中， O 为对角线 AC ， BD 的交点，已知 $AC = 20\text{m}$ ， $BD = 30\text{m}$ ， $\angle AOB = 60^\circ$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积。(写出辅助线作法和必要的解答过程)

新建模型：若四边形 $ABCD$ 中， O 为对角线 AC ， BD 的交点，已知 $AC = a$ ， $BD = b$ ， $\angle AOB = \alpha$ (α 为 OA 与 BC 所夹较小的角)，直接写出四边形 $ABCD$ 的面积 = _____。

模型应用：如图 4，四边形 $ABCD$ 中， $AB + CD = BC$ ， $\angle ABC = \angle BCD = 60^\circ$ ，已知 $AC = a$ ，则四边形 $ABCD$ 的面积为多少？(“新建模型”中的结论可直接利用)

