

《一元一次方程》回顾与思考

【要点梳理】

知识点一、一元一次方程的概念

1. **方程**：含有未知数的等式叫做方程.

2. **一元一次方程**：只含有一个未知数（元），未知数的次数都是 1，这样的方程叫做一元一次方程.

特别说明：判断是否为一元一次方程，应看是否满足：

①只含有一个未知数，未知数的次数为 1；

②未知数所在的式子是整式，即分母中不含未知数.

3. **方程的解**：使方程的左、右两边相等的未知数的值叫做这个方程的解.

4. **解方程**：求方程的解的过程叫做解方程.

知识点二、等式的性质

等式的性质 1：等式两边加(或减)同一个数(或式子)，结果仍相等.

等式的性质 2：等式两边乘同一个数，或除以同一个不为 0 的数，结果仍相等.

知识点三、一元一次方程的解法

解一元一次方程的一般步骤：

(1) 去分母：在方程两边同乘以各分母的最小公倍数.

(2) 去括号：依据乘法分配律和去括号法则，先去小括号，再去中括号，最后去大括号.

(3) 移项：把含有未知数的项移到方程一边，常数项移到方程另一边.

(4) 合并：逆用乘法分配律，分别合并含有未知数的项及常数项，把方程化为 $ax=b$ ($a \neq 0$) 的形式.

(5) 系数化为 1：方程两边同除以未知数的系数得到方程的解 $x = \frac{b}{a}$ ($a \neq 0$).

(6) 检验：把方程的解代入原方程，若方程左右两边的值相等，则是方程的解；若方程左右两边的值不相等，则不是方程的解.

知识点四、用一元一次方程解决实际问题的常见类型

1. **行程问题**：路程 = 速度 \times 时间

2. **和差倍分问题**：增长量 = 原有量 \times 增长率

3. **利润问题**：商品利润 = 商品售价 - 商品进价

4. **工程问题**：工作量 = 工作效率 \times 工作时间，各部分劳动量之和 = 总量

5. 银行存贷款问题：本息和=本金+利息，利息=本金×利率×期数

6. 数字问题：多位数的表示方法：例如： $\overline{abcd} = a \times 10^3 + b \times 10^2 + c \times 10 + d$.

【典型例题】

类型一、一元一次方程的概念

1. 已知关于 x 的方程 $(m+3)x^{|m+4|}+18=0$ 是一元一次方程，试求：

(1) m 的值；(2) $2(3m+2)-3(4m-1)$ 的值.

举一反三：

【变式 1】已知 $(|m|-1)x^2-(m-1)x+8=0$ 是关于 x 的一元一次方程，则 m 的值____.

【变式 2】已知关于 x 的方程 $2a(x-1)=(5-a)x+3b$ 有无数多个解，那么 a^2-5+b 的值是____

类型二、一元一次方程的解法

2. 解下列一元一次方程：

(1) $3x-2=10-2(x+1)$; (2) $\frac{2x+1}{3}-\frac{5x-1}{6}=1$

举一反三：

【变式 1】解方程： $4\left[\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}(x-1)\right]=\frac{1}{3}(5+x)$.

【变式 2】解方程：

(1) $\frac{2x-1}{3}-\frac{10x+1}{6}=\frac{2x-1}{4}-\frac{1}{2}$; (2) $\frac{2x-0.3}{0.5}-\frac{x+0.4}{0.3}=1$.

例

3. 如果方程 $\frac{3x-4}{2}-7=\frac{2x+1}{3}-1$ 的解与关于 x 的方程 $4x-(3a+1)=6x+2a-1$ 的解相同，求代数式 a^2+a-1 的值.

举一反三：

【变式 1】已知关于 x 的一元一次方程 $\frac{x}{2019} + 3 = 2019x + m$ 的解为 $x = 2$ ，那么关于 y 的一元一次方程 $\frac{1-y}{2019} + 2019(y-1) = m-3$ 的解 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【变式 2】我们知道，无限循环小数都可以转化为分数。例如：将 $0.\dot{3}$ 转化为分数时，可设 $0.\dot{3} = x$ ，则 $x = 0.3 + \frac{1}{10}x$ ，解得 $x = \frac{1}{3}$ ，即 $0.\dot{3} = \frac{1}{3}$ 。仿照此方法，将 $0.\dot{4}\dot{5}$ 化成分数。

类型三、一元一次方程的应用

例

4. 某校七年级社会实践小组去商场调查商品销售情况，了解到该商场以每件 80 元的价格购进了某品牌衬衫 500 件，并以每件 120 元的价格销售了 400 件，商场准备采取促销措施，将剩下的衬衫降价销售。请你帮商场计算一下，每件衬衫降价多少元时，销售完这批衬衫正好达到盈利 45% 的预期目标？

举一反三：

【变式 1】某车间有 60 个工人，生产甲、乙两种零件，每人每天平均能生产甲种零件 24 个或乙种零件 12 个。已知每 2 个甲种零件和 3 个乙种零件配成一套，问应分配多少人生产甲种零件，多少人生产乙种零件，才能使每天生产的这两种零件刚好配套？

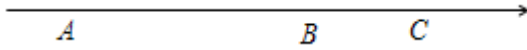
【变式 2】为实施乡村振兴战略，解决某山区老百姓出行难的问题，当地政府决定修建一条高速公路。其中一段长为 146 米的山体隧道贯穿工程由甲乙两个工程队负责施工。甲工程队独立工作 2 天后，乙工程队加入，两工程队又联合工作了 1 天，这 3 天共掘进 26 米。已知甲工程队每天比乙工程队多掘进 2 米，按此速度完成这项隧道贯穿工程，甲乙两个工程队还需联合工作多少天？

例

5. 如图, 在一条不完整的数轴上从左到右有点 A, B, C , 其中 $AB=2BC$, 设点 A, B, C 所对应数的和是 m . (1) 若点 C 为原点, $BC=1$, 则点 A, B 所对应的数分别为_____, _____, m 的值为_____;

(2) 若点 B 为原点, $AC=6$, 求 m 的值.

(3) 若原点 O 到点 C 的距离为 8, 且 $OC=AB$, 求 m 的值.



举一反三:

【变式 1】将连续的奇数 $1, 3, 5, 7, 9, \dots$ 排成如图所示的数阵. 用框框住 5 个数.

(1) 将此框上、下、左、右平移, 可以框住另外 5 个数, 若中间的数为 a , 用代数式表示此框中由小到大的另 4 个数, 并求这五个数的和.

(2) 此框中的 5 个数的和能等于 2020 吗? 若能, 请写出这 5 个数; 若不能, 请说明理由.

1	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31
33	35	37	39	41	43	45	47
49	51	53	55	57	59	61	63

【变式 2】《孙子算经》中有一道题, 原文是: “今有木, 不知长短, 引绳度之, 余绳四尺五寸; 屈绳量之, 不足一尺, 绳木各长几何?” 意思是: 用一根绳子去量一根长木, 绳子还余 4.5 尺, 将绳子对折再量长木, 长木还剩余 1 尺, 问绳子、长木各长多少尺? 请你算一算.