

周末作业

1. 已知 a 为自然数, 关于 x 的一元一次方程 $6x = ax + 6$ 的解也是自然数, 则满足条件的自然数 a 共有 ()

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

2. 若关于 x 的方程 $mx = 3 - x$ 的解为整数, 则非负整数 m 的值为_____.

3. 关于 x 的方程 $2ax = (a+1)x + 6$ 的解是 $x = 1$, 现给出另一个关于 x 的方程 $2a(x-1) = (a+1)(x-1) + 6$, 则它的解是_____

4. 已知方程 $(m+1)x^{|m|} - 8 = 0$ 是关于 x 的一元一次方程.

(1) 求代数式 $5x^2 - 2(xm + 2x^2) - (xm + 6)$ 的值; (2) 求关于 y 的方程 $m|y-2| = x$ 的解.

5. 2021 年 12 月 22 日国家发展改革委印发了《成渝地区双城经济圈多层次轨道交通规划》, 目标实现重庆、成都“双核”间 1 小时通达. 在一条双轨铁路上迎面驶来一快一慢两列火车, 快车长 $AB = 40$, 慢车长 $CD = 30$. 正在行驶途中的某一时刻, 以两车之间的某点 O 为原点, 取水平向右为正方向画数轴, 如图, 此时快车头 A 在数轴上表示的数是 a , 慢车头 C 在数轴上表示的数是 c . 若快车 AB 以 22 个单位长度/秒的速度向右匀速继续行驶, 同时慢车 CD 以 18 个单位长度/秒的速度向左匀速继续行驶, 且 $|a+60|$ 与 $(c-70)^2$ 互为相反数.



(1) 求此刻快车头 A 与慢车头 C 之间相距多少个单位长度?

(2) 从此时刻开始算起, 再行驶多少秒钟两列火车恰好满足 $AD = 2BC$?

(3) 此时在行驶过程中, 快车的车尾 B 上有一位学生 P , 慢车的车尾 D 上也有一位学生 Q . 两位学生同时起身以 1 个单位长度/秒的速度向各自车头跑去, 请问几秒之后两位学生的距离为 4 个单位长度?

6. 航天创造美好生活，每年4月24日为中国航天日．学习了一元一次方程以后，小悦结合中国航天日给出一个新定义：若 x_0 是关于 x 的一元一次方程的解， y_0 是关于 y 的方程的一个解，且 x_0, y_0 满足 $x_0 + y_0 = 424$ ，则关于 y 的方程是关于 x 的一元一次方程的“航天方程”．例如：一元一次方程 $4x = 5x - 400$ 的解是 $x = 400$ ，方程 $|y| = 24$ 的解是 $y = 24$ 或 $y = -24$ ，当 $y = 24$ 时，满足 $x_0 + y_0 = 400 + 24 = 424$ ，所以关于 y 的方程 $|y| = 24$ 是关于 x 的一元一次方程 $4x = 5x - 400$ 的“航天方程”．

(1)试判断关于 y 的方程 $|y-1| = 20$ 是否是关于 x 的一元一次方程 $x + 403 = 2x$ 的“航天方程”？并说明理由；

(2)若关于 y 的方程 $|y-1| - 3 = 13$ 是关于 x 的一元一次方程 $x - \frac{2x-2a}{3} = 2a+1$ 的“航天方程”，求 a 的值．

7. 定义：如果两个一元一次方程的解之和为1，我们就称这两个方程为“美好方程”．例如：方程 $2x-1=3$ 和 $x+1=0$ 为“美好方程”．

(1)请判断方程 $4x-(x+5)=1$ 与方程 $-2y-y=3$ 是否互为“美好方程”；

(2)若关于 x 的方程 $\frac{x}{2} + m = 0$ 与方程 $3x-2=x+4$ 是“美好方程”，求 m 的值；

(3)若关于 x 方程 $\frac{1}{2022}x-1=0$ 与 $\frac{1}{2022}x+1=3x+k$ 是“美好方程”，求关于 y 的方程 $\frac{1}{2022}(y+2)+1=3y+k+6$ 的解．

8. (2022·四川达州·七年级期末) 对于任意四个有理数 a, b, c, d , 可以组成两个有理数对 (a, b) 与 (c, d) . 我们规定: $(a, b) * (c, d) = bc - ad$. 例如: $(2, 3) * (5, 7) = 3 \times 5 - 2 \times 7 = 1$.

根据上述规定解决下列问题: (1) 有理数对 $(3, -5) * (-2, 6) =$ _____;

(2) 若有理数对 $(-7, 3x-2) * (2, x+3) = -9$, 则 $x =$ _____;

(3) 当满足等式 $(-1, 2x+1) * (2k, 3x-k) = 7+k$ 的 x 是整数时, 求整数 k 的值.

9. 一艘快艇从 A 码头到 B 码头顺流行驶, 同时一艘游船从 B 码头出发逆流行驶. 已知, A、B 两码头相距 140 千米, 快艇在静水中的平均速度为 67 千米/小时, 游船在静水中的平均速度为 27 千米/小时, 水流速度为 3 千米/小时.

(1) 请计算两船出发航行 30 分钟时相距多少千米?

(2) 如果快艇到达 B 码头后立即返回, 试求快艇在返回的过程中需航行多少时间两船恰好相距 12 千米?

10.松雷中学计划加工一批校服，现有甲、乙两个加工厂都想加工这批校服，已知甲工厂每天能加工这种校服 18 套，乙工厂每天能加工这种校服 27 套，且单独加工这批校服甲厂比乙厂要多用 10 天．在加工过程中，学校需付甲厂每天费用 75 元、付乙厂每天费用 115 元．

(1) 求这批校服共有多少套；

(2) 为了尽快完成这批校服，先由甲、乙两厂按原生产速度合作一段时间后，甲工厂停工，而乙工厂每天的生产速度提高 $\frac{1}{9}$ ，乙工厂单独完成剩余部分，且乙工厂的全部工作时间是甲工厂工作时间的 2 倍还少 7 天，求乙工厂共加工多少天；

(3) 经学校研究决定制定如下方案：方案一：由甲工厂单独完成；方案二：由乙工厂单独完成；方案三：按 (2) 问方式完成；并且每种方案在加工过程中，每个工厂需要一名工程师进行技术指导，并由学校提供每天 15 元的午餐补助费，请你通过计算帮学校选择一种最省钱的加工方案．

11. (2020 秋•莘县校级月考) 阳光中学七年级学生从学校出发去郊游，带队的老师和学生们以 4km/h 的速度步行前进，20min 后，小明骑自行车前去追赶．已知小明骑自行车速度比队伍步行速度多 8km/h，那么小明要用多少时间才能追上队伍？此时队伍已行走了多远？

12. (2020 秋•岳麓区期末) 在与铁路平行的一条公路上，小张以每秒 4 米的速度骑自行车由南往北行进，小李以每秒 1.5 米的速度由北往南行走，如果一列火车由南往北开来，火车通过小张的时间是 23 秒，通过小李的时间是 18 秒，这列火车的长度是多少米？

13. (2020 秋•沙坪坝区校级期末) 重庆地铁 10 号线是重庆市正在运营的一条地铁线路, 与重庆轨道交通 3 号线一起承担主城核心区南北向骨干公共交通的功能. 该条线路于 2020 年 9 月 18 日正式通车, 起于鲤鱼池站, 止于王家庄站, 全长约 35 千米. 下表是重庆地铁 10 号线首班车时刻表, 开往王家庄方向和鲤鱼池方向的首班车的速度均为 60 千米/小时.

重庆地铁 10 号线首班车时刻表		
车站名称	往王家庄方向首班车时间	往鲤鱼池方向首班车时间
鲤鱼池	6: 10	...
...
王家庄	...	6: 05

- (1) 求从王家庄站 6: 05 开出的首班车到达鲤鱼池站的具体时刻.
- (2) 求由鲤鱼池站和王家庄站开出的首班车第一次相遇的具体时刻.

14. (2020 秋•沙坪坝区校级期中) 某商店销售甲、乙两种商品获得销售总额 5200 元, 其中乙商品的件数比甲商品的件数少 $\frac{1}{5}$, 甲商品进价为 20 元/件, 每件甲商品的利润率为 40%; 乙商品进价为 25 元/件, 售价为 30 元/件.

- (1) 甲、乙两种商品一共有多少件?
- (2) 元旦将至, 商家决定迎新大促销, 该商店再次以之前的进价购进第二批商品, 其中甲商品的数量不变, 乙商品比甲商品多 60 件, 并且甲商品打折促销, 乙商品按原价销售. 全部卖出后, 商家获得的总利润率是第一批销售总利润率的一半. 求第二批甲商品是按原价打几折销售?

15. (2020 秋•郯城县期末) 为参加学校庆“五•一”迎新春汇演活动, 甲、乙两班准备大合唱, 甲、乙两班共 92 人 (甲班人数多于乙班人数, 甲班人数不够 90 人), 准备统一购买合唱服装 (一人一套) 演出, 服装厂给出服装价格表如下:

购买服装的套数	1 套至 45 套	46 套至 90 套	91 套及以上
每套服装的价格	70 元	60 元	50 元

如果两个班单独购买, 一共需付 5920 元.

- (1) 如果甲、乙两个班联合购买服装, 那么比各自购买服装共节省多少钱?
- (2) 甲、乙两个班各有多少学生参加演出?
- (3) 如果甲班有 8 名同学因节目顺序安排参加其他演出不能参加合唱, 那么你有几种购买方案, 通过比较, 你该如何购买服装才能最省钱?

16. (2020 秋•耿马县期末) 已知 A 城有物资 200 吨, B 城有物资 300 吨, 现在要把这些物资全部运往 C、D 两个仓库, C 仓库能装 240 吨物资, D 仓库能装 260 吨物资.

- (1) 如果 A 城运往 C 仓库 100 吨物资, 那么 B 城运往 D 仓库多少吨物资?
- (2) 设 A 城运往 C 仓库 x 吨物资, 如果从 A 城运物资往 C、D 两个仓库的运费分别为 20 元/吨和 25 元/吨; 从 B 城运物资往 C、D 两个仓库的运费分别为 15 元/吨和 24 元/吨, 求 A、B 两城运送物资的总费用;
- (3) 若 A、B 两城运送物资的总费用为 10200 元, 求从 A、B 两城分别运往 C、D 两仓库各多少吨物资?

17. (2020 秋•江北区期末) 为节约用水, 宁波市居民生活用水实行按级收费, 居民用水价格 (含污水处理费) 按用水量分为三级, 如表是宁波市目前实行的水费收费标准:

级别	用水量 (单位: 立方米)	水价 (含污水处理费)
第一级	不超过 17 立方米部分	3.4 元/立方米
第二级	超过 17 立方米至 30 立方米部分	5.32 元/立方米
第三级	超过 30 立方米部分	7 元/立方米

(1) 若某用户用水量为 15 立方米, 则该用户需交水费 _____ 元; 若用水量为 27 立方米, 则该用户需交水费 _____ 元.

(2) 若用水量为 x ($x > 30$) 立方米, 则请用含 x 的代数式表示需交的水费.

(3) 十二月份, 小江、小北两家用水情况如下: ①小江家用水量比小北家少; ②两家用水量达到的级别不同; ③两家用水量总共 60 立方米; ④水费共 270.72 元. 请根据以上信息, 算一算: 小江、小北两家用水量分别是多少立方米?

18. (2020 秋•鼓楼区校级期末) 随着互联网的普及和城市交通的多样化, 人们的出行方式有了更多的选择. 下图是某市两种网约车的收费标准, 例: 乘车里程为 30 公里:

若选乘出租车, 费用为: $14+2.2\times(30-3)+1\times(30-10)=93.4$ (元);

若选乘曹操出行 (快选), 费用为: $10+2.4\times30+0.8\times(30-10)+0.4\times\frac{30}{40}\times60=116$ (元).

TAXI	曹操出行 (快选)
起步费: 14 元	起步费: 10 元
超 3 公里费: 超过的部分 2.2 元/公里	里程费: 2.4 元/公里
远途费: 超过 10 公里后, 1 元/公里	远途费: 超过 10 公里后, 0.8 元/公里
	时长费: 0.4 元/分钟 (速度: 40 公里/时)

请回答以下问题:

(1) 小明家到学校的路程是 10 公里. 如果选乘出租车, 车费为_____元; 如果选乘曹操出行 (快选), 车费为_____元.

(2) 周末小明有事外出, 要选乘网约车, 如果乘车费用预算为 25 元, 他的行车里程数最大是多少公里?

(3) 元旦期间, 小明外出游玩, 约车时发现曹操出行 (快选) 有优惠活动: 总费用打八折. 于是小明决定选乘曹操出行 (快选). 付费后, 细心的小明发现: 相同的里程, 享受优惠活动后的曹操出行 (快选) 的费用还是比出租车多了 1.8 元, 求小明乘车的里程数.