

# 比例线段，黄金分割，平行线分线段成比例

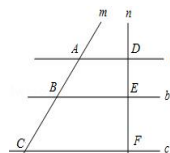
## 一、选择题：

二、1. 下列长度的线段是成比例线段的是( )

- A. 1, 1, 2, 3      B. 1, 2, 3, 4      C. 1, 2, 2, 4      D. 2, 3, 4, 5

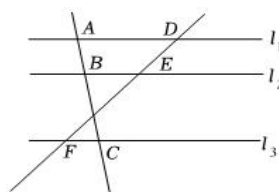
2. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{1}{3}$ ，且 $b + 2d - f \neq 0$ ，则 $\frac{a+2c-e}{b+2d-f}$ 的值为( )

- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{6}$



3. 如图，已知直线 $a \parallel b \parallel c$ ，直线 $m, n$ 与直线 $a, b, c$ 分别交于点 $A, B, C, D, E, F$ ，若 $DE = 7$ ，

$EF = 10$ ，则 $\frac{AB}{BC}$ 的值为( ) A.  $\frac{7}{10}$  B.  $\frac{10}{7}$  C.  $\frac{7}{17}$  D.  $\frac{10}{17}$



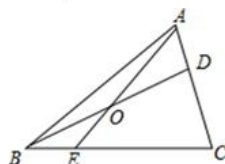
4. 已知 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ， $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$ ， $DE = 9$ ，则 $DF =$ ( )

- A. 12      B. 18      C. 24      D. 26

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $D$ 在 $AC$ 边上， $AD:DC = 1:2$ ， $O$

是 $BD$ 的中点，连接 $AO$ 并延长交 $BC$ 于 $E$ ，则 $BE:EC =$ ( )

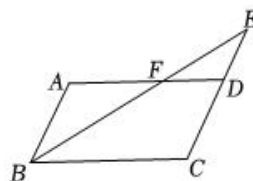
- A. 1:2      B. 1:3      C. 1:4      D. 2:3



6. 四边形 $ABCD$ 中，点 $F$ 在边 $AD$ 上， $BF$ 的延长线交 $CD$ 的延长线于 $E$ 点，

下列式子中能判断 $AD \parallel BC$ 的式子是( )

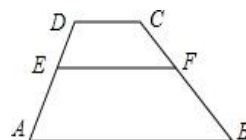
- A.  $\frac{FD}{BC} = \frac{ED}{EC}$       B.  $\frac{AF}{DF} = \frac{BF}{EF}$       C.  $\frac{AB}{ED} = \frac{AF}{FD}$       D.  $\frac{EF}{BE} = \frac{ED}{EC}$



7. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD \parallel EF$ ，若 $AB = 10$ ， $CD = 3$ ， $EF = 5$ ，

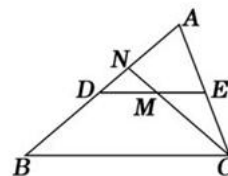
则 $CF:FB$ 等于( )

- A. 2:7      B. 5:7      C. 3:7      D. 2:5



8. 如图 $DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，点 $M$ 是 $DE$ 的中点， $CM$ 的延长线交 $AB$ 于点 $N$

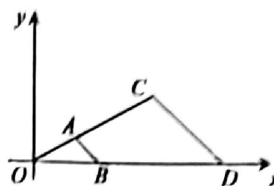
，则 $S_{\triangle DMN}:S_{\text{四边形ANME}}$ 为( ) A. 1:5 B. 1:4 C. 2:5 D. 2:7



9. 如图，在平面直角坐标系中， $A(2,1)$ ， $B(3,0)$ ， $D(9,0)$ ， $O, A, C$ 三点

在同一直线上， $AB \parallel CD$ ，则点 $C$ 的坐标为( )

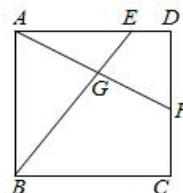
- A. (4,2)      B. (5,3)      C. (6,3)      D. (5,4)



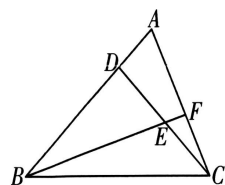
10. 如图，正方形 $ABCD$ 中， $E, F$ 分别在边 $AD, CD$ 上， $AF, BE$ 相交于点 $G$ ，

若 $AE = 3ED$ ， $DF = CF$ ，则 $\frac{AG}{GF}$ 的值是( )

- A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{5}{4}$       C.  $\frac{6}{5}$       D.  $\frac{7}{6}$

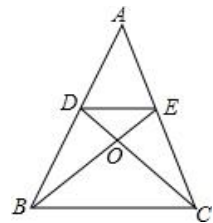


11. 如图, 点 $D$ 是 $\triangle ABC$ 中 $AB$ 边上靠近 $A$ 点的四等分点, 即 $4AD = AB$ , 连接 $CD$ ,  $F$ 是 $AC$ 上一点, 连接 $BF$ 与 $CD$ 交于点 $E$ , 点 $E$ 恰好是 $CD$ 的中点, 若 $S_{\triangle ABC} = 8$ , 则四边形 $ADEF$ 的面积为 ( )



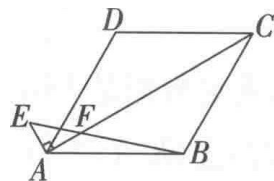
- A. 4    B.  $\frac{11}{8}$     C. 2    D.  $\frac{11}{7}$

12. 如图,  $\triangle ABC$ 中,  $DE \parallel BC$ ,  $AD:BD = 1:3$ , 则 $OE:OB =$ ( )



- A. 1:3    B. 1:4    C. 1:5    D. 1:6

13. 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为4,  $\angle DAB = 60^\circ$ , 过点 $A$ 作 $AE \perp AC$ ,  $AE = 1$ , 连接 $BE$ , 交 $AC$ 于点 $F$ , 则 $AF$ 的长为( ) A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$     D.  $\sqrt{3}$

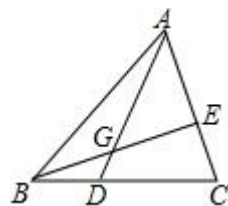
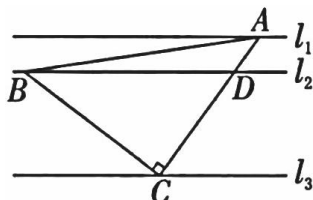
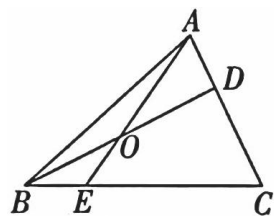
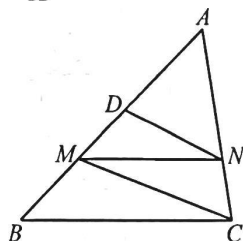


14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $MN \parallel BC$ ,  $DN \parallel MC$ 小红由此得出了以下四个结论:

- ①  $\frac{AN}{CN} = \frac{AM}{AB}$ ; ②  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{AC}$ ; ③  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ ; ④  $\frac{DN}{MC} = \frac{MN}{BC}$ . 其中正确结论的个数为 ( ) A.

- 1    B. 2    C. 3    D. 4

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 $D$ 在边 $AC$ 上,  $AD:DC = 1:2$ ,  $O$ 是 $BD$ 的中点, 连接 $AO$ 并延长, 交 $BC$ 于点 $E$ , 则 $BE:EC$ 等于( ) A. 1:2    B. 1:3    C. 1:4    D. 2:3



16. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ , 等腰直角三角形 $ABC$ 的三个顶点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 分别在直线 $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$ 上,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC$ 交 $l_2$ 于点 $D$ . 若 $l_1$ 与 $l_2$ 的距离为1,  $l_2$ 与 $l_3$ 的距离为3, 则 $\frac{AB}{BD}$ 的值为 ( )

- A.  $\frac{4\sqrt{2}}{5}$     B.  $\frac{\sqrt{34}}{5}$     C.  $\frac{5\sqrt{2}}{8}$     D.  $\frac{20\sqrt{2}}{23}$

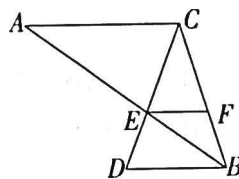
17. 如图,  $AG:GD = 4:1$ ,  $BD:DC = 2:3$ , 则 $AE:EC$ 的值是( )

- A. 3:2    B. 4:3    C. 6:5    D. 8:5

18. 如图,  $AB$ 与 $CD$ 相交于点 $E$ , 点 $F$ 在线段 $BC$ 上, 且 $AC \parallel EF \parallel DB$ .  $BE = 5$ ,  $BF = 3$ ,

- $AE = BC$ , 则 $\frac{BD}{AC}$ 的值为 ( )

- A.  $\frac{2}{3}$     B.  $\frac{1}{2}$     C.  $\frac{3}{5}$     D.  $\frac{2}{5}$

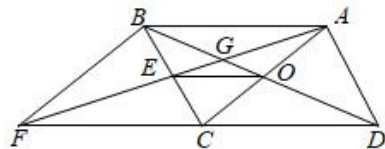
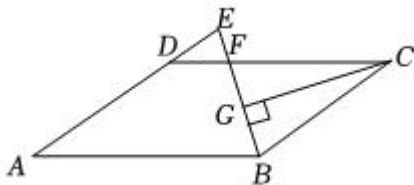
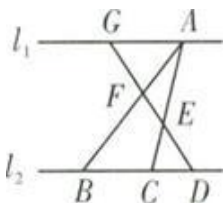


19. 如图,  $l_1 \parallel l_2$ ,  $AF : FB = 3 : 5$ ,  $BC : CD = 3 : 2$ , 则  $AE : EC$  等于 ( )

A.  $5 : 2$  B.  $4 : 3$  C.  $2 : 1$  D.  $3 : 2$

20. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $\angle ABC$  的平分线交  $CD$  于点  $F$ , 交  $AD$  的延长线于点  $E$ , 过点  $C$  作  $CG \perp BE$ , 垂足为  $G$ ,

若  $BC = 9$ ,  $DE = 3$ ,  $EF = 2$ , 则线段  $CG$  的长为 ( ) A.  $6\sqrt{2}$  B.  $\frac{9}{2}\sqrt{3}$  C.  $3\sqrt{10}$  D.  $\sqrt{35}$



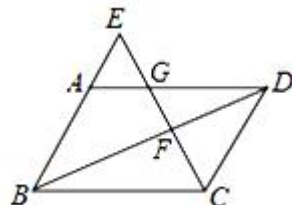
21. 如图, 平行四边形  $ABFC$  的对角线  $AF$ 、 $BC$  相交于点  $E$ , 点  $O$  为  $AC$  的中点, 连接  $BO$  并延长, 交  $FC$  的延长线于点  $D$ , 交  $AF$  于点  $G$ , 连接  $AD$ 、 $OE$ , 若平行四边形  $ABFC$  的面积为 48, 则  $S_{\triangle AOG}$  的面积为 ( )

A. 5.5 B. 5 C. 4 D. 3

22. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $E$  是  $BA$  延长线上一点,  $CE$  分别与  $AD$ ,  $BD$  交于点  $G$ ,  $F$ .

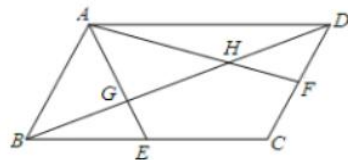
则下列结论: ①  $\frac{EG}{GC} = \frac{AG}{GD}$ ; ②  $\frac{EF}{FC} = \frac{BF}{FD}$ ; ③  $\frac{FC}{GF} = \frac{BF}{FD}$ ; ④  $CF^2 = GF \cdot EF$ . 其中正确的是 ( )

A. ①②③④ B. ①②③ C. ①③④ D. ①②



23. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $E$ 、 $F$  分别是  $BC$ 、 $CD$  边的中点,  $AE$ 、 $AF$  分别交  $BD$  于点  $G$ 、 $H$ , 设  $\triangle AGH$  的面积为  $S_1$ , 平行四边形  $ABCD$  的面积为  $S_2$ , 则  $S_1 : S_2$  的值为 ( )

A.  $\frac{1}{5}$  B.  $\frac{1}{6}$  C.  $\frac{2}{7}$  D.  $\frac{1}{8}$

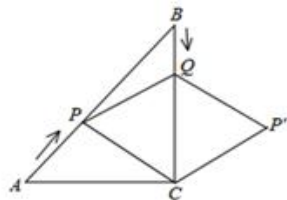


24. 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ ,  $M$  是对角线  $BD$  上的动点, 过点  $M$  作  $ME \perp BC$  于点  $E$ , 连接  $AM$ , 当  $\triangle ADM$  是等腰三角形时,  $ME$  的长为 ( )

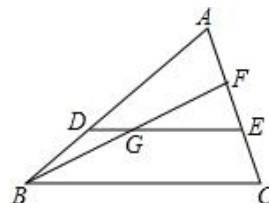
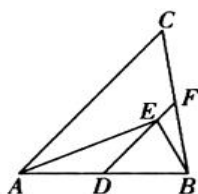
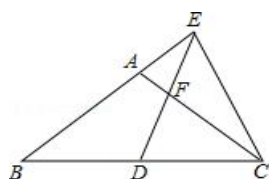
A.  $\frac{3}{2}$  B.  $\frac{6}{5}$  C.  $\frac{3}{2}$  或  $\frac{3}{5}$  D.  $\frac{3}{2}$  或  $\frac{6}{5}$

25. 如图, 在  $Rt \triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC = 6cm$ , 点  $P$  从点  $A$  出发, 沿  $AB$  方向以每秒  $\sqrt{2}cm$  的速度向终点  $B$  运动; 同时, 动点  $Q$  从点  $B$  出发沿  $BC$  方向以每秒  $1cm$  的速度向终点  $C$  运动, 将  $\triangle PQC$  沿  $BC$  翻折, 点  $P$  的对应点为点  $P'$ . 设点  $Q$  运动的时间为  $t$  秒, 若四边形  $QPCP'$  为菱形, 则  $t$  的值为 ( )

A.  $\sqrt{2}$  B. 2 C.  $2\sqrt{2}$  D. 3



26. 如图,  $\triangle ABC$ 中,  $AB = AC$ ,  $D$ 为 $BC$ 中点, 在 $BA$ 的延长线上取一点 $E$ , 使得 $ED = EC$ ,  $ED$ 与 $AC$ 交于点 $F$ , 则 $\frac{AF}{CF}$ 的值为( ) A.  $\frac{1}{2}$  B.  $\frac{1}{3}$  C.  $\frac{2}{5}$  D.  $\frac{2}{3}$

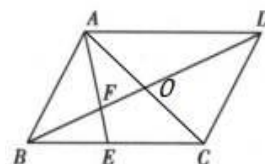


27. 如图, 点 $E$ 是 $\triangle ABC$ 内一点,  $\angle AEB = 90^\circ$ ,  $AE$ 平分 $\angle BAC$ ,  $D$ 是边 $AB$ 的中点, 延长线段 $DE$ 交边 $BC$ 于点 $F$ , 若 $AB = 6$ ,  $EF = 1$ , 则线段 $AC$ 的长为( ) A. 7 B.  $\frac{15}{2}$  C. 8 D. 9

28. 如图, 点 $D$ 、 $E$ 分别在 $\triangle ABC$ 的边 $AB$ 、 $AC$ 上, 若 $AD:BD = 2:1$ , 点 $G$ 在 $DE$ 上,  $DG:GE = 1:2$ , 连接 $BG$ 并延长交 $AC$ 于点 $F$ , 则 $AF:EF$ 等于( ) A. 1:1 B. 4:3 C. 3:2 D. 2:3

29. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 若 $BE:EC = 4:5$ , 则 $BF:FO =$ ( )

- A. 3:2 B. 4:3 C. 8:5 D. 5:4



## 二、填空题: 本题共 17 小题, 每小题 3 分, 共 51 分。

30. 已知点 $P$ 是线段 $AB$ 的黄金分割点, 那么 $AP:AB$ 的值等于\_\_\_\_\_.

31. 如图, 已知上海东方明珠电视塔塔尖 $A$ 到地地底部 $B$ 的距离是 468 米, 第二球体点 $P$ 处恰好是整个塔高的一个黄金分割点(点 $A$ 、 $B$ 、 $P$ 在同一条直线上), 且 $BP > AP$ , 那么底部 $B$ 到球体 $P$ 之间的距离是 \_\_\_\_\_ 米(结果保留根号).



32. 若线段 $AB = 8cm$ , 点 $C$ 是线段 $AB$ 的一个黄金分割点( $AC > BC$ ), 则 $AC$ 的长为 \_\_\_\_\_  $cm$ (结果保留根号).

33. 如果一幅地图的比例尺为 1:500000, 那么实际距离是 20  $km$ 的两地在地图上的图距是\_\_\_\_\_  $cm$ .

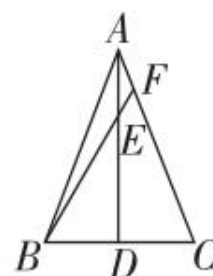
34. 已知线段 $a = 4$ ,  $b = 16$ , 如果线段 $c$ 是 $a$ 、 $b$ 的比例中项, 那么 $c$ 的值是\_\_\_\_\_.

35. 若 $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = k$ , 则 $k$ 的值为\_\_\_\_\_.

36. 已知 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ , 则 $\frac{x+3y-z}{x-3y+2z} =$ \_\_\_\_\_.

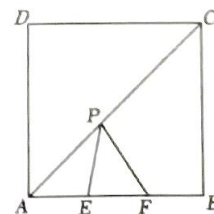
37. 若 $k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{a+c} = \frac{c}{a+b}$  ( $k \neq 0$ ), 直线 $y = kx + k - 2$ 一定经过第\_\_\_\_\_象限.

38. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB = AC$ ,  $AD$ 平分 $\angle BAC$ , 点 $E$ 在 $AD$ 上, 射线 $BE$ 交 $AC$ 于点 $F$ . 若 $\frac{AE}{ED} = \frac{1}{2}$ ,  $AB = 10$ , 则 $AF$ 的长是\_\_\_\_\_.

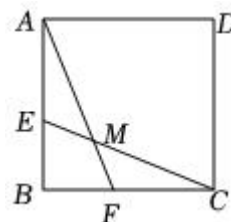
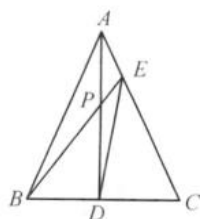
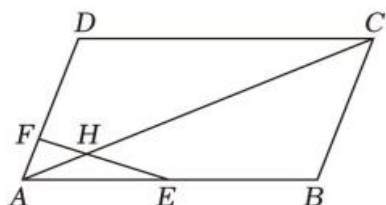


39. 如图,  $E, F$  是正方形  $ABCD$  的边  $AB$  的三等分点,  $P$  是对角线  $AC$  上的动点,

①  $\angle DAC =$  \_\_\_\_\_°; ② 当  $PE + PF$  取得最小值时,  $\frac{AP}{PC}$  的值是 \_\_\_\_\_.



40. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中  $E$  为  $AB$  的中点,  $F$  为  $AD$  上一点,  $EF$  与  $AC$  交于点  $H$ ,  $FH = 3\text{cm}$ ,  $EH = 6\text{cm}$ ,  $AH = 4\text{cm}$ , 则  $HC$  的长为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



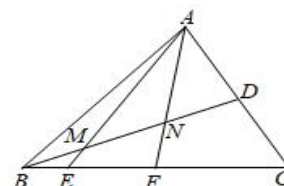
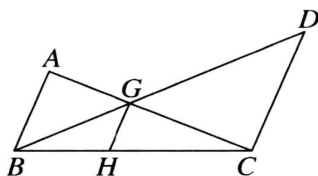
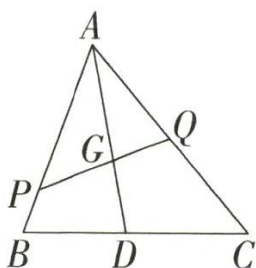
41. 如图, 在等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ . 点  $P$  在  $BC$  边上的高  $AD$  上, 且  $\frac{AP}{PD} = \frac{1}{2}$ ,  $BP$

的延长线交  $AC$  于点  $E$ . 若  $S_{\triangle ABC} = 10$ , 则  $S_{\triangle ABE} =$  \_\_\_\_\_,  $S_{\triangle DEC} =$  \_\_\_\_\_.

42. 正方形纸片  $ABCD$  中,  $E, F$  分别是  $AB, CB$  上的点, 且  $AE = CF$ ,  $CE$  交  $AF$  于  $M$ . 若  $E$  为  $AB$  中点, 则  $\frac{CM}{EM} =$  \_\_\_\_\_;

若  $\angle CMF = 45^\circ$ , 则  $\frac{CM}{EM} =$  \_\_\_\_\_.

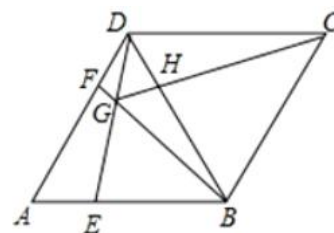
43. 如图所示, 设  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心, 过  $G$  的直线分别交  $AB, AC$  于  $P, Q$  两点, 则  $\frac{PB}{PA} + \frac{QC}{QA} =$  \_\_\_\_\_.



44. 如图,  $AB \parallel GH \parallel CD$ , 点  $H$  在  $BC$  上,  $AC$  与  $BD$  交于点  $G$ ,  $AB = 4$ ,  $CD = 6$ , 则  $GH$  的长为 \_\_\_\_\_.

45. 如图,  $E, F$  为  $\triangle ABC$  的  $BC$  边上的点, 且  $BE:EF:FC = 1:2:3$ , 中线  $BD$  被  $AE, AF$  截得的三线段为  $x, y, z$ , 则  $x:y:z =$  \_\_\_\_\_.

46. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $AB = BD$ , 点  $E, F$  分别是  $AB, AD$  上任意的点 (不与端点重合), 且  $AE = DF$ , 连接  $BF$  与  $DE$  相交于点  $G$ , 连接  $CG$  与  $BD$  相交于点  $H$ . 给出如下几个结论: ①  $\triangle AED \cong \triangle DFB$ ; ②  $S_{\text{四边形}BCDG} = \frac{\sqrt{3}}{2} CG^2$ ; ③ 若  $AF = 2DF$ , 则  $BG = 6GF$ ; ④  $CG$  与  $BD$  一定不垂直; ⑤  $\angle BGE$  的大小为定值. 其中正确的是 \_\_\_\_\_.



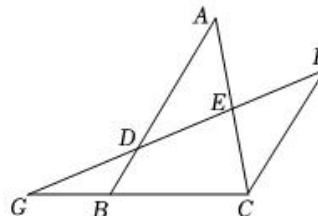
三、解答题：本题共 12 小题，共 96 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

47. (本小题 8 分)

如图， $AB \parallel FC$ ， $E$  是  $AC$  的中点，延长  $FE$  交  $AB$  于点  $D$ ，与  $CB$  的延长线交于点  $G$ 。

(1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle CFE$ ；

(2) 若  $GB = 2$ ， $BC = 4$ ， $BD = 1$ ，求  $AD$  的长。

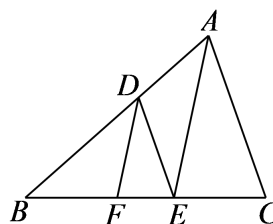


48. (本小题 8 分)

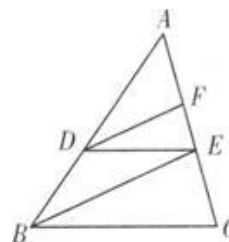
如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$ 、 $E$ 、 $F$  分别在边  $AB$ 、 $BC$  上， $DE \parallel AC$ ， $DF \parallel AE$ 。

(1) 求证： $BE \cdot EC = FE \cdot BC$ ；

(2) 如果  $BF = EC$ ，求  $\frac{AE}{DF}$  的值。



49. (本小题 8 分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $D$  是  $AB$  上一点，且  $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{2}$ ， $E$ 、 $F$  是  $AC$  上的点，且  $DE \parallel BC$ ， $DF \parallel BE$ ， $AF = 9$ 。求  $EC$  的长。



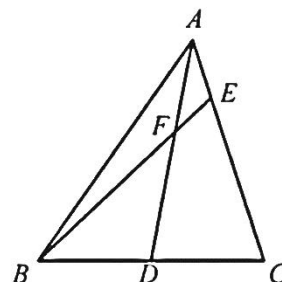
50. (本小题 8 分) 如图， $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线，点  $E$  在  $AC$  上， $BE$  交  $AD$  于点  $F$ 。

(1) 当  $\frac{AF}{AD} = \frac{1}{2}$  时，请求出  $\frac{AE}{AC}$  的值。

(2) 当  $\frac{AF}{AD} = \frac{1}{3}$  时，则  $\frac{AE}{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

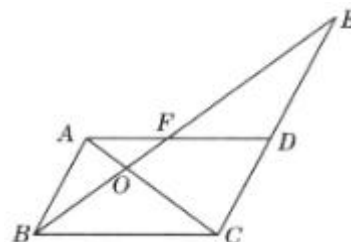
(3) 当  $\frac{AF}{AD} = \frac{1}{4}$  时，则  $\frac{AE}{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 猜想：当  $\frac{AF}{AD} = \frac{1}{n+1}$  时， $\frac{AE}{AC} = ?$  请说明理由。



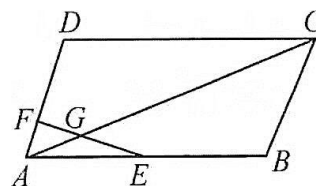
51. (本小题 8 分)

如图， $E$  为  $\square ABCD$  的边  $CD$  的延长线上一点，连接  $BE$ ，交  $AC$  于点  $O$ ，交  $AD$  于点  $F$ 。求证： $BO^2 = OF \cdot OE$ 。



52. 如图，在□ABCD中，E是AB的中点，F为AD上一点，且 $DF = 2AF$ ，EF交AC于点G.

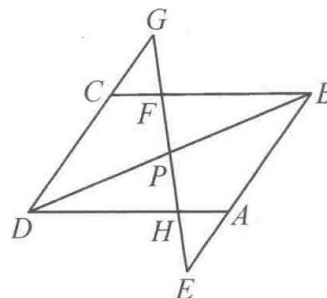
求 $\frac{AG}{GC}$ 的值.



53. (本小题 8 分)

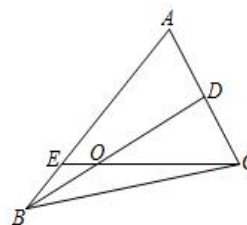
如图，在□ABCD的对角线BD上任取一点P，过点P引一直线分别与BA，DC两边的延长线交于E，G两点，又与BC，AD两边分别交于点F，H.

求证： $\frac{PE}{PG} = \frac{PF}{PH}$ .



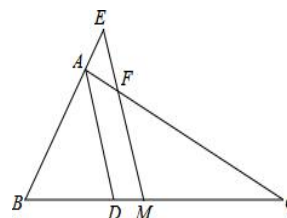
53. 如图，△ABC中，D是AC的中点，E在AB上，BD、CE交于O点.

已知： $OB:OD = 1:2$ ，求 $\frac{BE}{AE}$ 值.



55. (本小题 8 分) 如图，△ABC中∠A的平分线为AD，M为BC的中点，过点M作 $ME \parallel AD$ 交BA的延长线于E，交AC于F.

(1) 求证： $BE = CF$ . (2) 若 $\angle BAC = 90^\circ$ ， $BC = 10$ ， $AB = 6$ ，求BE的长.



57. (本小题 8 分) 阅读与计算：请阅读以下材料

并完成相应的问题.

角平分线分线段成比例定理：如图①，在△ABC

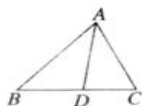
中，AD平分∠BAC，则 $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ .

下面是这个定理的部分证明过程.

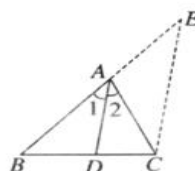
证明：如图②，过C作 $CE \parallel DA$ ，交BA的延长线于E.....

任务：(1) 请按照上面的证明思路，写出该证明的完整过程；

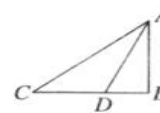
(2) 填空：如图③，已知Rt△ABC中， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，AD平分∠BAC，则△ABD的周长是\_\_\_\_\_.



图①



图②



图③

58. (本小题 8 分) 已知  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC = 6\text{cm}$ , 点  $P$  从点  $A$  出发, 沿  $AB$  方向以每秒  $\sqrt{2}\text{cm}$  的速度向终点  $B$  运动, 同时, 动点  $Q$  从点  $B$  出发沿  $BC$  方向以每秒  $1\text{cm}$  的速度向终点  $C$  运动, 设运动的时间为  $t$  秒.

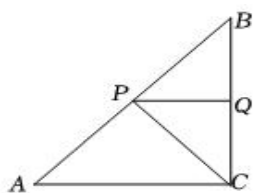


图1

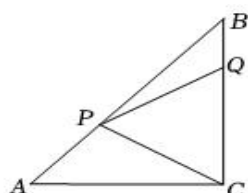


图2

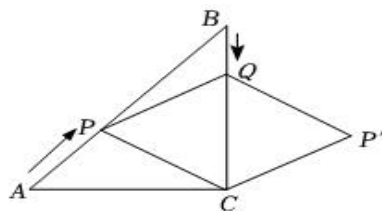


图3

(1) 如图 1, 若  $PQ \perp BC$ , 求  $t$  的值;

(2) 如图 2, 若  $PQ = PC$ , 求  $t$  的值;

(3) 如图 3, 将  $\triangle PQC$  沿  $BC$  翻折至  $\triangle P'QC$  处, 当  $t$  为何值时, 四边形  $QPCP'$  为菱形?