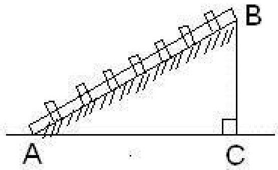
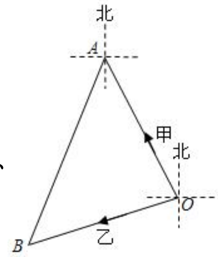
锐角三角函数（四） 解直角三角形及应用

一、选择题



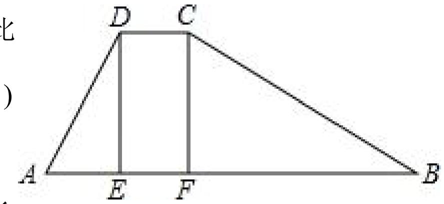
1、如图1，修建抽水站时，沿着倾斜角为30°的斜坡铺设管道，若量得水管AB的长度为80米，那么点B离水平面的高度BC的长为(　　)

A．$\frac{80}{3}\sqrt{3}$米　　B．$40\sqrt{3}$米　　C．40米　　D．10米



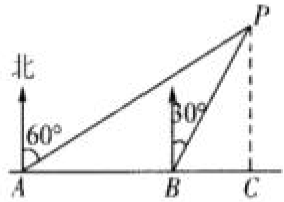
2、如图，甲、乙两船同时从港口O出发，其中甲船沿北偏西30°方向航行，乙船沿南偏西70°方向航行，已知两船的航行速度相同，如果1小时后甲、乙两船分别到达点A、B处，那么点B位于点A的(　　)

A．南偏西40°　　B．南偏西30°　　C．南偏西20°　　D．南偏西10°



3、如图，水库大坝截面的迎水坡*AD*的坡比为4：3，背水坡*BC*的坡比为1：2，大坝高*DE*＝20*m*，坝顶宽*CD*＝10*m*，则下底*AB*的长为(　　)

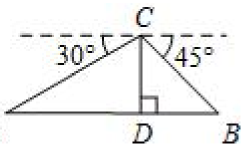
A．55*m*　B．60*m*　C．65*m*　D．70*m*



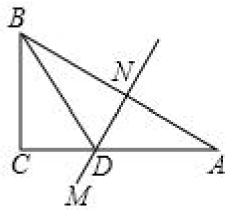
4、如图，在A处测得点P在北偏东60°方向上，在B处测得点P在北偏东30°方向上，若$AP=6\sqrt{3}$千米，则点AB两点的距离为(　　)千米．

A．4　　B．$4\sqrt{3}$　　C．2　　D．6

5、如图，在热气球*C*处测得地面*A*、*B*两点的俯角分别为30°、45°，热气球*C*的高度*CD*为100米，点*A*、*D*、*B*在同一直线上，则*AB*两点的距离是(　　)



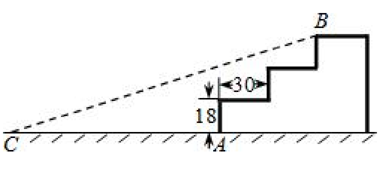
A．200米　　B．$200\sqrt{3}$米　　C．$220\sqrt{3}$米　　D．$100(\sqrt{3}+1)$米



6、如图，在△ABC中，∠C=90°，AC=8cm，AB的垂直平分线MN交AC于D，连接BD，若cos∠BDC=0.6，则BC的长是(　　)

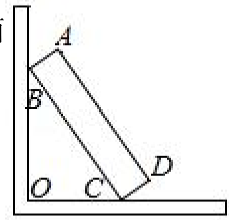
A．4cm　　B．6cm　　C．8cm　　D．10cm

7、如图某公园入口有三级台阶，每级台阶高18cm，深30cm，拟将台阶改为斜坡设台阶的起点为A，斜坡的起始点为C，现设计斜坡BC的坡度i=1：5，则AC的长度是(　　)



A．270cm　　B．210cm　　C．180cm　　D．96cm

8、如图，一块矩形木板 $ABCD$ 斜靠在墙边($OC\perp OB$，点 A，B，C，D，O 在同一平面内)，已知 $AB=a$，$AD=b$，$\angle BCO=x$，则点 D 到 OB 的距离等于(　　)

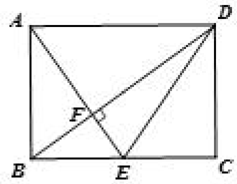


A．$a\sin x+b\sin x$　B．$a\cos x+b\cos x$　C．$a\sin x+b\cos x$ D．$a\cos x+b\sin x$

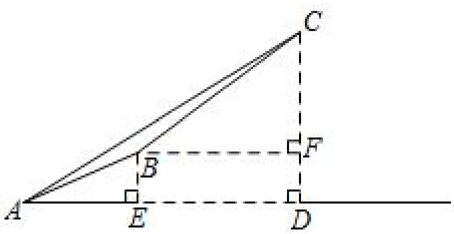
9、在△ABC 中，$AB=12\sqrt{2}$，$AC=13$，$\cos\angle B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 BC 边长为（　　　　）

A．7　　B．8　　C．8 或 17　　D．7 或 17

10、如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 E 是边 BC 的中点，$AE\perp BD$，垂足为 F，则 $\sin\angle BDE$ 的值是(　　)A．$\frac{1}{5}$　B．$\frac{1}{4}$　C．$\frac{1}{3}$　D．$\frac{\sqrt{2}}{4}$

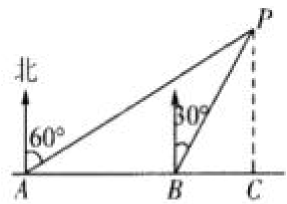


11、金佛山是巴蜀四大名山之一游客上金佛山有两种方式：一种是从西坡上山，如图，先从 A 沿登山步道走到点 B，再沿索道乘坐缆车到点 C；另一种是从北坡景区沿着盘山公路开车上山到点 C．已知在点 A 处观测点 C，得仰角$\angle CAD=37°$，且 A、B 的水平距离 $AE=1000$ 米，索道 BC 的坡度 $i=1$：$\sqrt{3}$，长度为 2600 米，$CD\perp AD$ 于点 D，$BF\perp CD$ 于点 F 则 BE 的高度为（参考数据：sin37°≈0.60，cos37°≈0.80，tan37°＝0.75，$\sqrt{3}$＝1.73）



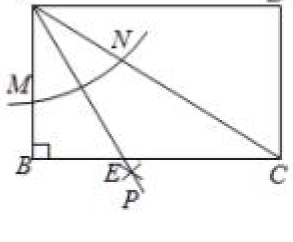
(　　)A．2436.8 米　B．2249.6 米 C．1036.8 米 D．1136.8 米

12、如图，在 A 处测得点 P 在北偏东 $60°$ 方向上，在 B 处测得点 P 在北偏东 $30°$ 方向上，若 $AP=6\sqrt{3}$ 千米，则点 AB 两点的距离为(　　)千米.



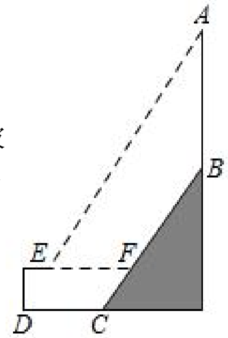
A．4　　B．$4\sqrt{3}$　　C．2　　D．6

13、如图，矩形 $ABCD$ 中，$\angle BAC=60°$．以点 A 为圆心，以任意长为半径作弧分别交 AB、AC 于点 M、N，再分别以点 M、N 为圆心，以大于$\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧交于点 P，作射线 AP 交 BC 于点 E，若 $BE=1$，则矩形 $ABCD$ 的面积等于(　　)



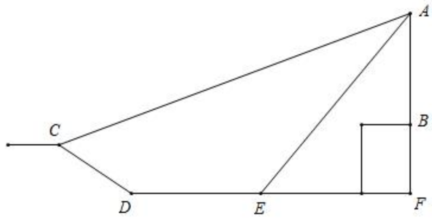
A．$2\sqrt{3}$　　B．$2+\sqrt{3}$　　C．$3+\sqrt{3}$　　D．$3\sqrt{3}$

14、为扩大网络信号的辐射范围，某通信公司在一座小山上新建了一座大型的网络信号发射塔．如图，在高为12米的建筑物DE的顶部测得信号发射塔AB顶端的仰角$\angle FEA=56°$，建筑物DE的底部D到山脚底部C的距离$DC=16$米，小山坡面BC的坡度(或坡比)$i=1:0.75$，坡长$BC=40$米(建筑物DE、小山坡BC和网络信号发射塔AB的剖面图在同一平面内，信号发射塔AB与水平线DC垂直)，则信号发射塔AB的高约为（　　）(参考数据：$\sin56°\approx0.83$，$\cos56°\approx0.56$，$\tan56°\approx1.48$)



A．71.4米　　B．59.2米　　C．48.2米　　D．39.2米

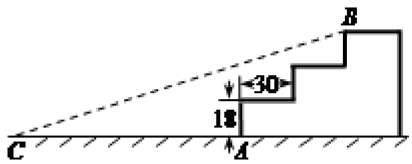
15、如图，学校某数学兴趣小组想测量操场对面旗杆AB的高度，他们在C点测得旗杆顶部A的仰角为35°，再沿着坡度为3：4的楼梯向下走了3.5米到达D处，再继续向旗杆方向走了15米到达E处，在E处测得旗杆顶部A的仰角为65°，已知旗杆AB所在平台BF的高度为3.5米，则旗杆的高度AB为(　　)(结果精确到0.1，参考数据：$\tan35°\approx0.7$，$\tan65°\approx2.1$)．



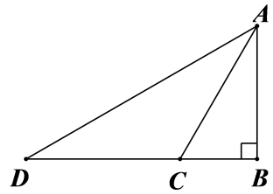
A．19.8米　　B．19.7米　　C．18.3米　　D．16.2米

二、填空题

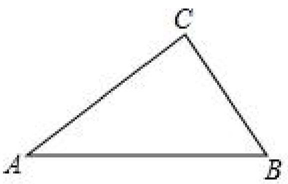
16、如图，某公园入口处原有三级台阶，每级台阶高为18cm，深为30cm，为方便残疾人士，拟将台阶改为斜坡，设台阶的起点为A，斜坡的起始点为C，现设计斜坡BC的坡度$i=1:5$，则AC的长度是_____cm．



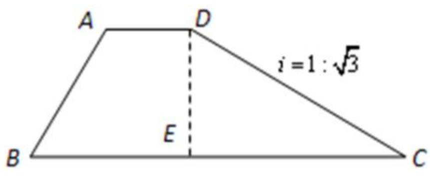
17、如图，为测量一座大厦AB的高度，当小明在C处时测得楼顶A的仰角为60°，接着沿BC方向行走30 m至D处时测得楼顶A的仰角为30°, 则大厦AB的高度是_______.



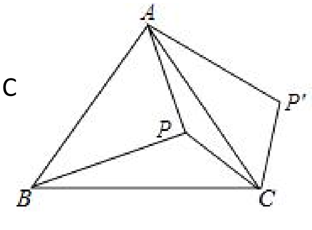
18、如图，在△ABC中，$\angle A=30°$，$\angle B=45°$，$BC=\sqrt{6}\ cm$，则AB的长为_____.



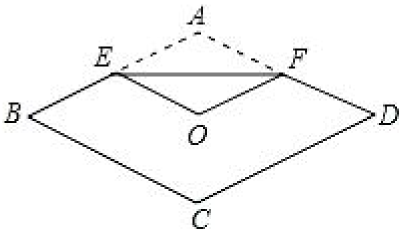
19、如图，梯形$ABCD$是拦水坝的横断面图，(图中$i=1:\sqrt{3}$是指坡面的铅直高度DE与水平宽度CE的比)，$\angle B=60°$，$AB=6$，$AD=4$，拦水坝的横断面$ABCD$的面积是________(结果保留三位有效数字，参考数据：$\sqrt{3}=1.732$，$\sqrt{2}=1.414$)



20、如图，点P在等边△ABC的内部，且PC=6，PA=8，PB=10，将线段PC绕点C顺时针旋转60°得到P'C，连接AP'，则sin∠PAP'的值为________.



21、如图，若菱形 *ABCD* 的边长为 2*cm*，$\angle A$＝120°，将菱形 *ABCD* 折叠，使点 *A* 恰好落在菱形对角线的交点 *O* 处，折痕为 *EF*，则 *EF*＝_____*cm*，



22、在△*ABC* 中，已知 *AB*＝2，$\angle B$＝30°，*AC*＝$\sqrt{2}$．则 $S_{\triangle ABC}$＝_________.

23、图 1 是小慧在"天猫•双 11"活动中购买的一张多档位可调节靠椅.档位调节示意图如图 2 所示，已知两支脚 $AB=AC=10$ 分米，$BC=12$ 分米，O 为 AC 上固定连接点，靠背 $OD=10$ 分米.档位为 Ⅰ 档时，$OD//AB$，档位为Ⅱ档时，$OD'\perp AC$.当靠椅由 Ⅰ 档调节为Ⅱ档时，靠背顶端 D 向后靠的水平距离（即 EF ）为______分米.


图1

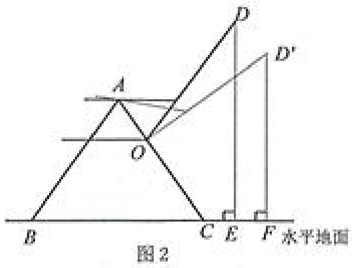
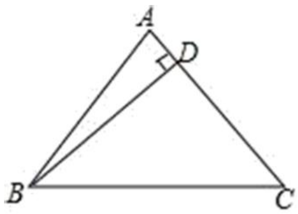


图2

三、解答题

24、如图，△*ABC* 中，*AB*＝*AC*＝13，*BD*⊥*AC* 于点 *D*，$\sin A=\dfrac{12}{13}$

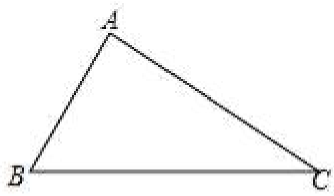
(1)求 *BD* 的长；(2)求 tan*C* 的值.



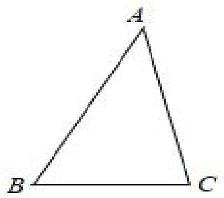
25、如图，在△*ABC* 中

（1）作图，作 *BC* 边的垂直平分线分别交于 *AC*，*BC* 于点 *D*，*E*（用尺规作图法，保留作图痕迹，不要求写作法）

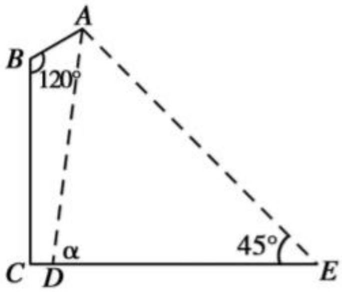
（2）在（1）条件下，连接 *BD*，若 *BD*＝9，*BC*＝12，求∠*C* 的余弦值.



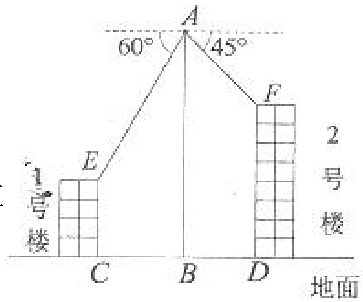
26、在△ABC 中，AB＝8，BC＝6，∠B 为锐角且 cosB＝$\dfrac{1}{2}$．（1）求△ABC 的面积．（2）求 tanC.



27、如图是某路灯在铅垂面内的示意图,灯柱 BC 的高为 10 米,灯柱 BC 与灯杆 AB 的夹角为 120°,路灯采用锥形灯罩,在地面上的照射区域 DE 的长为 13 米,从 D,E 两处测得路灯 A 的仰角分别为 α 和 45°,且 $tan\alpha=5.5$,求灯杆 AB 的长度.



28、综合实践课上，某兴趣小组同学用航拍无人机进行测高实践，如图为实践时绘制的截面图．无人机从地面点 B 垂直起飞到达点 A 处，测得学校 1 号楼顶部 E 的俯角为 $60°$，测得 2 号楼顶部 F 的俯角为 $45°$，此时航拍无人机的高度为 50 米．已知 1 号楼的高度为 20 米，且 EC 和 FD 分别垂直地面于点 C 和 D，B 为 CD 的中点，求 2 号楼的高度(结果保留根号)．

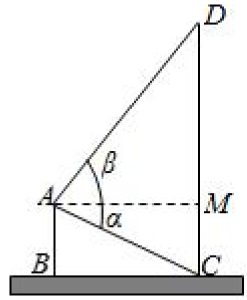


29、如图，小明的家在某住宅楼 AB 的最顶层，他家对面有一建筑物 CD，他很想知道建筑物的高度，他首先量出 A 到地面的距离 (AB) 为 $16m$，又测得从 A 处看建筑物底部 C 的俯角 α 为 $30°$，看建筑物顶部 D 的仰角 β 为 $53°$ 且 AB，CD 都与地面垂直，点 A，B，C，D 在同一平面内．

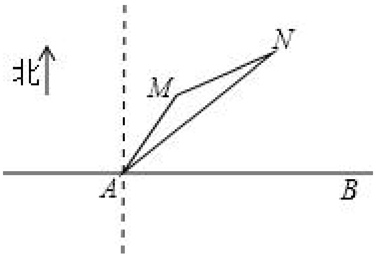
(1)求 AB 与 CD 之间的距离(结果保留根号)；

(2)求建筑物 CD 的高度(结果精确到 $1m$)．

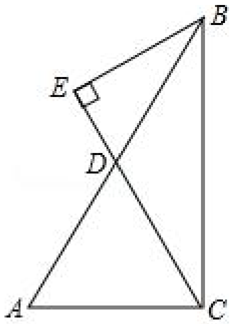
参考数据：$\sin 53°\approx 0.8$，$\cos 53°\approx 0.6$，$\tan 53°\approx 1.3$，$\sqrt{3}\approx 1.7$．



31、如图公路AB为东西走向，在点A北偏东36.5°方向上，距离5千米处是村庄M；在点A北偏东53.5°方向上，距离10千米处是村庄N（参考数据；sin36.5°＝0.6，cos36.5°＝0.8，tan36.5°＝0.75，sin23.6°＝0.4，cos66.4°＝0.4，tan21.8°＝0.4）．（1）求M，N两村之间的距离；（2）试问村庄N在村庄M的什么方向上？（精确到0.1度）



32、如图，△ABC中，∠ACB＝90°，sin$A$＝$\frac{4}{5}$，BC＝8，D是AB中点，过点B作直线CD的垂线，垂足为点E．(1)求cos∠ABE的值；(2)连接AE，求四边形$AEBC$的面积．



33、在ΔABC中，$AB=AC=11, P$是边BC上一点，连AP．

（1）如图1，当$BC=11$时，过P作$\angle APE=60^\circ$与ΔABC的外角平分线CE于点E．求证：$AP=EP$．

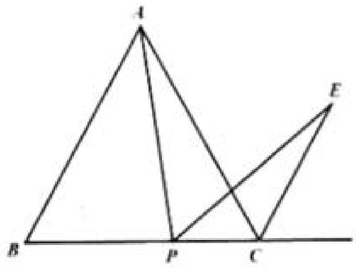


图1

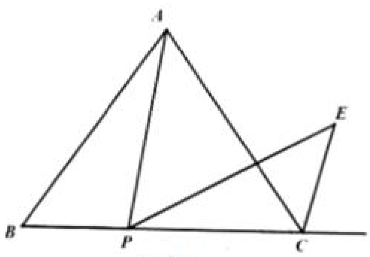
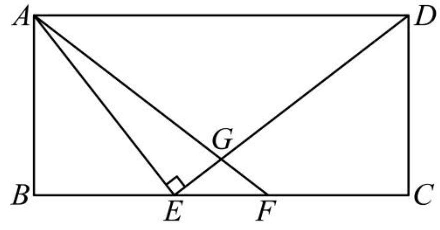


图2

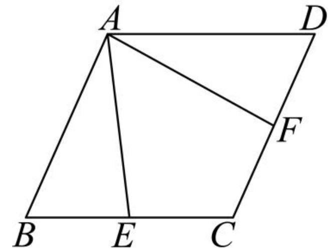
（2）如图2，当$BP=5$时，$tan\angle BAP=\frac{1}{2}, E$为$\Delta ABC$外一点．且$\angle APE=\angle ACE=\angle ABC$，求$\frac{AP}{PE}$的值．（3）在（2）的条件下，$F$是线段$PC$上一点，$tan\angle FAP=\frac{1}{3}$，请直接写出$PF$的值．

34．如图，在矩形$ABCD$中，E，F为BC上的两点，AF,DE相交于点G，且$AF=DE$，连接$AE,AE\perp DE$．

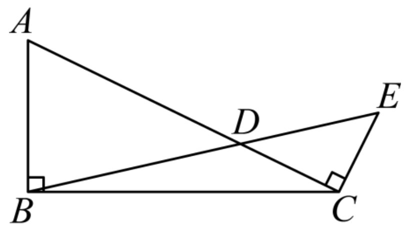
(1)求证：$\frac{EF}{BC}=\sin\angle EAF$．(2)若$AB=5,\sin\angle EAF=\frac{1}{4}$，求$AD$的长．



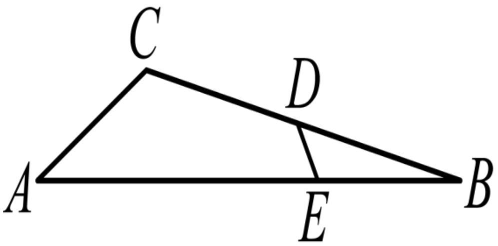
35．如图，在菱形$ABCD$中，点E，F分别是BC，CD的中点，连接AE，AF．若$\sin\angle EAF=\frac{4}{5}$，$AE=5$，求$AB$的长



36．如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°$，$AB=3$，$BC=6$，点D是边AC上的一点，且$AD=2CD$，连接BD，过点C作$CE\perp AC$交BD的延长线于点E，求则DE的长



37．已知在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=135°$，$AC=8$，D、E分别是边BC、AB上的一点，若$\tan\angle DEA=2$，$DE=\sqrt{5}$，$S_{\triangle DEB}=4$，求四边形$ACDE$的面积．



38、如图是由 6 个形状、大小完全相同的菱形组成的网格，菱形的顶点称为格点，已知菱形的一个角（$\angle O$）为 60°，点 A，B，C 都在格点上，求 $\sin\angle ABC$ 的值

39. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，点 D 为 AB 上一点．

（1）如图 1，若 $CD\perp AB$，求证：$AC^2=AD\cdot AB$；

（2）如图 2，若 $AC=BC$，$EF\perp CD$ 交 CD 于 H，交 AC 于 F，且 $\frac{FH}{HE}=\frac{4}{9}$，求 $\frac{AD}{BD}$ 的值；

（3）如图 3，若 $AC=BC$，点 H 在 CD 上，$\angle AHD=45°$，$CH=3DH$，则 $\tan\angle ACH$ 的值为________．

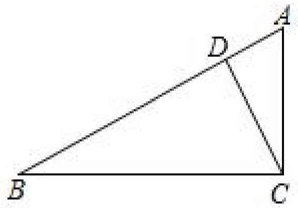


图1

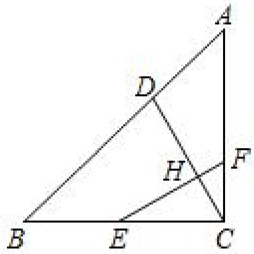


图2

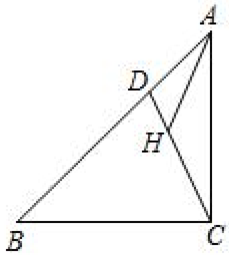


图3

40、阅读材料，回答问题：

小聪学完了“锐角三角函数”的相关知识后，通过研究发现：如图 1，在 RtΔABC 中，如果∠C=90°，∠=30°，BC=a=1，AC=b=$\sqrt{3}$，AB=c=2，那么 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$=2．通过上网查阅资料，他又知“sin90°=1”，因此他得到“在含 30°角的直角三角形中，存在着 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ 的关系．

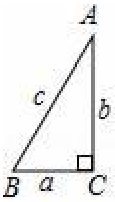


图1

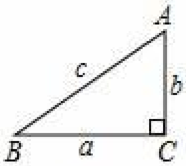


图2

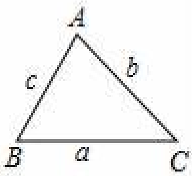


图3

这个关系对于一般三角形还适用吗？为此他做了如下的探究：

（1）如图 2，在 RΔABC 中，∠C=90°，BC=a，AC=b，AB=C，请判断此时“$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$”的关系是否成立？答：_______

（2）完成探究后，他又想“对于任意的锐角ΔABC，上述关系还成立吗？”因此他又继续进行了如下的探究：

如图 3，在锐角ΔABC 中，BC=a，AC=b，AB=c，请判断此时“$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$”的关系是否成立？并证明你的判断．（提示：过点 C 作 CD⊥AB 于 D，过点 A 作 AH⊥BC，再结合定义或其它方法证明）．