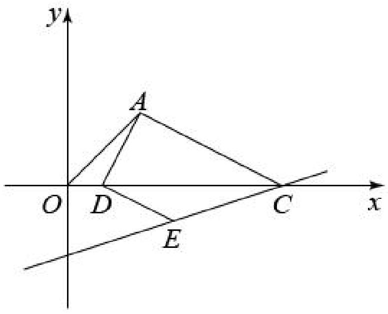
24. 如图，平面直角坐标系中，点 $A(4,4)$，$D(2,0)$，$AC=4\sqrt{5}$，$AD\perp DE$，$AD=DE$．

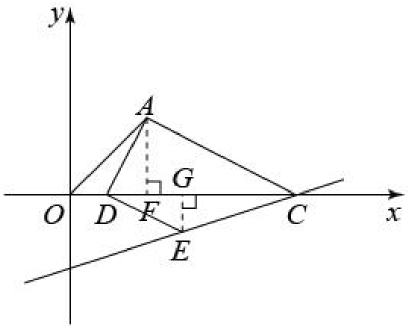


（1）求直线 CE 解析式；（2）点 M 在直线 CE 上，$S_{\triangle ADM}=5$，直接写出点 M 的坐标 __________；

（3）F 是平面内一点，若 $\triangle OAF$ 与 $\triangle OAD$ 全等，则点 F 坐标为__________．

【答案】（1）$y=\frac{1}{3}x-4$；（2）$(3,-3)$，$(-3,-5)$；（3）$(0,2)$，$(2,4)$，$(4,2)$

【小问 1 详解】解：如图所示，过点 A 作 $AF\perp x$ 轴于点 F，过点 E 作 $EG\perp x$ 轴于点 G，



$\because AD\perp DE$，$\therefore \angle ADE=\angle AFD=\angle DGE=90^\circ$，

$\therefore \angle ADF=90^\circ-\angle GDE=\angle DEG$，又$\because AD=DE$，

$\therefore \triangle ADF\cong\triangle DEG(\text{AAS})$，$\therefore AF=DG, DF=GE$，

$\because$点 $A(4,4)$，$D(2,0)$，$\therefore AF=4, DF=2$，

$\therefore \triangle AOF$ 是等腰直角三角形，则 $\angle AOD=45^\circ$，

则 $EG=2, OG=OD+DG=2+4=6$，$\therefore E(6,-2)$，$\because AC=4\sqrt{5}$，

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中，$FC=\sqrt{AC^2-AF^2}=\sqrt{\left(4\sqrt{5}\right)^2-4^2}=8$，

$\therefore OC=OD+FD+FC=2+2+8=12$，$\therefore C(12,0)$，

设直线 CE 解析式为 $y=kx+b$，则 $\begin{cases}12k+b=0\\6k+b=-2\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=\frac{1}{3}\\b=-4\end{cases}$，$\therefore$直线 CE 的解析式为：

$y=\frac{1}{3}x-4$；

【小问 2 详解】

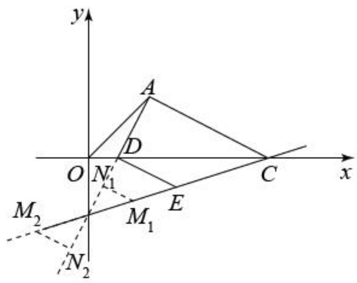
解：∵点 $A(4,4)$，$D(2,0)$ 设直线 AD 的解析式为 $y=ax+c$，

∴ $\begin{cases}4a+c=4\\2a+c=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=2\\c=-4\end{cases}$，∴直线 AD 的解析式为 $y=2x-4$，

令 $x=0$，解得：$y=-4$，

又直线 CE 的解析式为：$y=\frac{1}{3}x-4$；令 $x=0$，解得：$y=-4$，

∴ AD,CE 交 y 轴于同一点，



如图，设 AD,CE 交 y 轴于点 H，

∵ $A(4,4)$，$H(0,-4)$，$C(12,0)$，

∴ $AH=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，$HC=4\sqrt{10}$，

又∵ $AC=4\sqrt{5}$，∴ $AH=AC$ 且 $AH^2+AC^2=HC^2$，∴ $\triangle AHC$ 是等腰直角三角形，

∴ $\angle AHC=45°$，∵ $S_{\triangle ADM}=5$，$AD=2\sqrt{5}$，∴ AD 边上的高为 $\frac{2\times 5}{2\sqrt{5}}=\sqrt{5}$，

过点 M 作 $MN\perp AD$ 于点 N，则 $\triangle HMN$ 是等腰直角三角形，且 $HM=\sqrt{2}NM=\sqrt{10}$，

设 $M\left(m,\frac{1}{3}m-4\right)$，∴ $m^2+\left(\frac{1}{3}m\right)^2=10$，解得：$m_1=3,m_2=-3$，

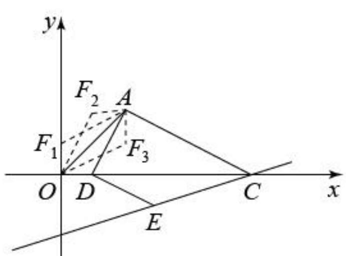
当 $m=3$ 时 $\frac{1}{3}m-4=-3$，当 $m=-3$ 时，$\frac{1}{3}m-4=-5$，

∴ M 的坐标为：$(3,-3)$，$(-3,-5)$，故答案为：$(3,-3)$，$(-3,-5)$.

【小问 3 详解】解：由（1）可得 $\angle AOD=45°$，若 $\triangle OAF$ 与 $\triangle OAD$ 全等，

∵ OA 是公共边，∴ $OD=OF=2$ 且 $\angle FOA=\angle DOA=45°$ 或 $AF=OD=2$ 且 $\angle OAF=45°$，

如图所示，



$\therefore F$ 的坐标为$(0,2)$，$(2,4)$，$(4,2)$，

故答案为：$(0,2)$，$(2,4)$，$(4,2)$.

25. $\triangle ABC$，$AB=AC$，点 D 在线段 BC 上，点 F 在射线 AD 上，连接 CF，作 $BE\parallel CF$ 交射线 AD 于 E，$\angle CFA=\angle BAC=\alpha$.

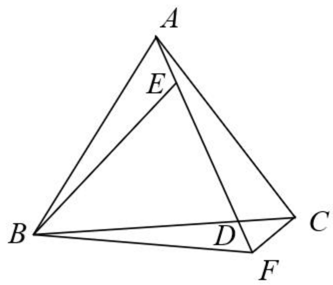


图1

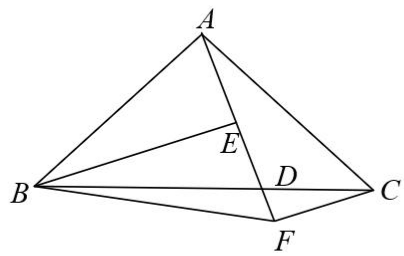


图2

（1）如图 1，当 $\alpha=70°$ 时，$\angle ABE=15°$ 时，求 $\angle BAE$ 的大小；

（2）当 $\alpha=90°$，$AB=AC=8$ 时，

①如图 2．连长 BF，当 $BF=BA$，求 CF 的长；

②若 $AD=5\sqrt{2}$，直接写出 CF 的长.

【答案】（1）$55°$

（2）①$\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$；②$\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$，$\dfrac{28\sqrt{2}}{5}$

【小问 1 详解】

解：$\because BE\parallel CF$，$\angle CFA=\angle BAC=\alpha=70°$，$\therefore \angle BED=70°$，

$\because \angle BED=\angle ABE+\angle BAE$，$\angle ABE=15°$，$\therefore \angle BAE=70°-15°=55°$；

【小问 2 详解】

①$\because BF=BA$，$AB=AC$，$\therefore BF=AC$，

$\because BE\parallel CF$，$\angle CFA=\angle BAC=\alpha=90°$，

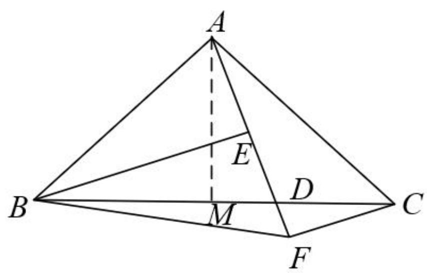
$\therefore BE\perp AF$，$AE=EF$，$\angle ABE=\angle FBE$，

$\angle BEF=\angle AFC=90°$，

$\therefore \angle ABE+\angle BAE=90°=\angle BAE+\angle CAF$，

$\therefore \angle ABE=\angle CAF$，$\therefore \angle CAF=\angle FBE$，

$\therefore \triangle BEF\cong\triangle AFC$，$\therefore EF=FC$，



$\therefore FC=EF=AE=\dfrac{1}{2}AF$，$\because AB=AC=8$，

$\therefore CF^2+(2CF)^2=64$，解得：$CF=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$（负根舍去）；

②如图，过A作$AM\perp BC$于M，当D在M的右边时，

$\because \angle BAC=90^\circ$，$AB=AC=8$，

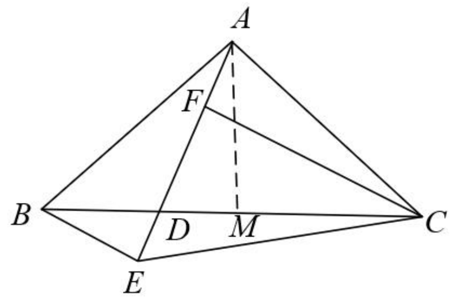
$\therefore BC=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}$，$AM=MC=AM=4\sqrt{2}$，

$\because AD=5\sqrt{2}$，

$\therefore DM=\sqrt{AD^2-AM^2}=3\sqrt{2}$，

$\therefore BD=4\sqrt{2}+3\sqrt{2}=7\sqrt{2}$，

$\therefore BE=\dfrac{\frac{1}{2}BD\bullet AM}{\frac{1}{2}AD}=\dfrac{28}{5}\sqrt{2}$，



$\therefore DE=\sqrt{BD^2-BE^2}=\dfrac{21}{5}\sqrt{2}$，

$\therefore AE=AD-DE=5\sqrt{2}-\dfrac{21}{5}\sqrt{2}=\dfrac{4}{5}\sqrt{2}$，

由（1）得：$\angle ABE=\angle CAF$，

而$\angle AEB=\angle AFC=90^\circ$，$AB=AC$，

$\therefore \triangle BAE\cong\triangle ACF$，

$\therefore CF=AE=\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$，

当D在M的左边时，如图，

同理可得：$AM=4\sqrt{2}$，$DM=3\sqrt{2}$，$CD=7\sqrt{2}$，

$\therefore CF=\dfrac{\frac{1}{2}CD\bullet AM}{\frac{1}{2}AD}=\dfrac{28}{5}\sqrt{2}$；

综上：$CF=\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$或$CF=\dfrac{28}{5}\sqrt{2}$.