

分式方程的应用

3. 为落实《健康中国行动（2019–2030）》等文件精神，某学校准备购进一批足球和排球促进校园体育活动. 据了解，某体育用品超市每个足球的价格比排球的价格多 20 元，用 500 元购买的足球数量和 400 元购买的排球数量相等.

- (1)求每个足球和排球的价格；
- (2)学校决定购买足球和排球共 50 个，且购买足球的数量不少于排球的数量，求本次购买最少花费多少钱？
- (3)在（2）方案下，体育用品超市为支持学校体育活动，对足球提供 8 折优惠，排球提供 7.5 折优惠. 学校决定将节约下的资金全部用于再次购买足球和排球（此时按原价购买，可以只购买一种），求再次购买足球和排球的方案.

4. 根据以下素材，探索完成任务

设计购买欲兑换方案				
素材 1	小明在同学家尝到米鸭蛋（松花粉馅的青团）非常好吃，特意打听它的价格，同学妈妈说：“具体价格我忘记了，只记得米鸭蛋的单价是咸青团单价的 2 倍，当时我买了米鸭蛋和咸青团两种，我用 40 元买米鸭蛋的数量比 30 元买咸青团的数量少了 4 个．”			
素材 2	小明妈妈准备花 200 元购买两种青团给小明和亲友吃，这两种青团的数量都不少于 20 个，且咸青团的数量是 10 的倍数．			
素材 3	小明妈妈按素材 2 中方案支付 200 元买青团时，获赠五一促销活动的兑换券 $m$ （ $1 < m < 10$ ）张，兑换后，米鸭蛋数量与咸青团数量相同	<table><tr><td>兑换券</td><td>凭此券可兑换米鸭蛋 1 个或咸青团 2 个</td></tr></table>	兑换券	凭此券可兑换米鸭蛋 1 个或咸青团 2 个
兑换券	凭此券可兑换米鸭蛋 1 个或咸青团 2 个			
问题解决				
任务 1:	探求两种青团的单价	请求出米鸭蛋和咸青团的单价		
任务 2:	探究购买方案	探究小明妈妈购买两种青团的所有方案		
任务 3	确定兑换方式	确定 $m$ 的值，并说明小明妈妈的兑换方式		

5. 根据素材，完成任务.

如何设计雪花模型材料采购方案？		
素材一	学校组织同学参与甲、乙两款雪花模型的制作．每款雪花模型都需要用到长、短两种管子材料．某同学用 6 根长管子、48 根短管子制作了 1 个甲雪花模型与 1 个乙雪花模型，已知制作一个甲、乙款雪花模型需要的长、短管子数分别为 1：7 与 1：9．	
素材二	某商店的店内广告牌如右图所示．5 月，学校花费 320 元向该商店购得的长管子数量比花 200 元购得的短管子数量少 80 根．	<div>1. 短管子售价：<math>a</math>元/根， 长管子售价：<math>2a</math>元/根． 2. 6月1日起，购买3根长管子赠送1根短管子． 3. 本店库存数量有限，长管子仅剩267根，短管子仅剩2130根，先到先得！</div>
素材三	6 月，学校有活动经费 1280 元，欲向该商店采购长、短管子各若干根全部用来制作甲、乙雪花模型（材料没有剩余），且采购经费恰好用完．	
问题解决		
任务一	分析雪花模型结构	求制作一个甲、乙款雪花模型分别需要长、短管子多少根？
任务二	确定采购费用	试求 $a$ 的值并求出假如 6 月只制作一个甲款雪花模型的材料采购费．
任务三	拟定采购方案	求出所有满足条件的采购方案，并指出哪种方案得到的雪花总数最多．

6. 通常把脏衣服用洗衣液清洗后会进行拧干，但由于不可能拧净衣服上的全部污水，所以还需要用清水进行多次漂洗，不断降低衣服中污水的含量. 某小组研究了如何用清水漂洗衣服效果更好，部分内容如下，请补充完整：实验研究：先准备几件相同的洗过一次并拧干（存留一些污水）的衣服，把每件衣服分别用一定量的清水浸泡，经过充分搓洗，使清水与衣服上存留的污水混合均匀，然后拧干，视为一次漂洗，称重、记录每次漂洗后衣服上存留的污水重量和比例，如：把一件存留 1 斤污水的衣服用 10 斤清水漂洗后，拧干到仍然存留 1 斤污水，则漂洗后衣服中存有的污物是原来的  $\frac{1}{11}$ ，在多次实验后，通过对收集的数据进行分析，该小组决定使用 20 斤清水，采用三种不同的方案，对每件衣服分别进行漂洗，并假设每次拧干后的衣服上都存留约 1 斤的污水.

数据计算：对三种漂洗方案进行计算、比较.

方案一：采用一次漂洗的方式. 将 20 斤清水一次用掉，漂洗后衣服中存有的污物是原来的\_\_\_\_\_；

方案二：采用两次漂洗的方式，且两次用水量不同. 如第一次用 12 斤清水，第二次用 8 斤清水，漂洗后衣服中存有的污物是原来的\_\_\_\_\_；

方案三：采用两次漂洗的方式，且两次用水量相同，每次用 10 斤清水，漂洗后衣服中存有的污物是原来的\_\_\_\_\_.

实验结论：对比可知，在这三种方案中，方案\_\_\_\_\_的漂洗效果最好（填“一”“二”或“三”）.

推广证明：将脏衣服用洗衣液清洗后，再用清水进行漂洗，假设每次拧干后还存留  $a$  ( $a > 0$ ) 斤污水，现用  $m$  ( $m > 0$ ) 斤清水漂洗（方案二中第一次用水量为  $x$  斤），请比较并证明方案二与方案三的漂洗效果.



## 一元二次方程应用

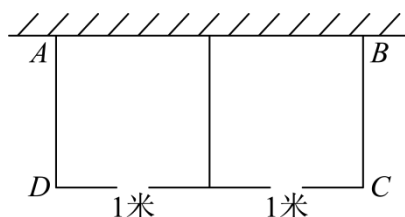
### 一、解答题

1. 如图，利用一面墙（墙长 25 米），用总长度 49 米的栅栏（图中实线部分）围成一个矩形围栏  $ABCD$ ，且中间共留两个 1 米的小门，设选栏  $BC$  长为  $x$  米。

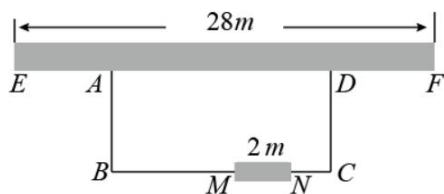
(1)  $AB = \underline{\hspace{2cm}}$  米（用含  $x$  的代数式表示）；

(2) 若矩形围栏  $ABCD$  面积为 210 平方米，求栅栏  $BC$  的长；

(3) 矩形围栏  $ABCD$  面积是否有可能达到 240 平方米？若有可能，求出相应  $x$  的值；若不可能，则说明理由。



2. 如图，某中学课外兴趣小组准备围建一个矩形花园  $ABCD$ ，其中一边靠墙，另外三边用总长为 60 m 的篱笆围成，与墙平行的一边  $BC$  上要预留 2 m 宽的入口（如图中  $MN$  所示，不用篱笆），已知墙长为 28 m。



(1) 当矩形的长  $BC$  为多少米时，矩形花园的面积为 300 平方米；

(2) 能否围成 500 平方米的矩形花园？若能求出  $BC$  长；若不能，说明理由。

3. 我市茶叶专卖店销售某品牌茶叶，其进价为每千克 240 元，按每千克 400 元出售，平均每周可售出 200 千克，后来经过市场调查发现，单价每降低 10 元，则平均每周的销售量可增加 40 千克。

(1) 若该专卖店销售这种品牌茶叶要想平均每周获利 41600 元，请回答：

① 每千克茶叶应降价多少元？

② 在平均每周获利不变的情况下，为尽可能让利于顾客，赢得市场，该店应按原售价的几折出售？

(2) 在降价情况下，该专卖店销售这种品牌茶叶平均每周获利能达到 50000 元吗？说明理由。

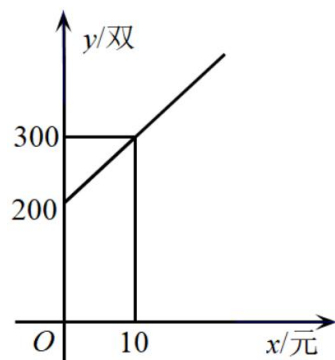
4. 某造纸厂为节约木材，实现企业绿色低碳发展，通过技术改造升级，使再生纸项目的生产规模不断扩大. 该厂 3, 4 月份共生产再生纸 800 吨，其中 4 月份再生纸产量是 3 月份的 2 倍少 100 吨.

(1)求 4 月份再生纸的产量；

(2)若 4 月份每吨再生纸的利润为 1000 元，5 月份再生纸产量比上月增加  $m\%$ . 5 月份每吨再生纸的利润比上月增加  $\frac{m}{2}\%$ ，则 5 月份再生纸项目月利润达到 66 万元. 求  $m$  的值；

(3)若 4 月份每吨再生纸的利润为 1200 元，4 至 6 月每吨再生纸利润的月平均增长率与 6 月份再生纸产量比上月增长的百分数相同，6 月份再生纸项目月利润比上月增加了 25%. 求 6 月份每吨再生纸的利润是多少元？

5. 某运动品牌销售一款运动鞋，已知每双运动鞋的成本价为 60 元，当售价为 100 元时，平均每天能售出 200 双；经过一段时间销售发现，平均每天售出的运动鞋数量  $y$  (双) 与降低价格  $x$  (元) 之间存在如图所示的函数关系.



(1)求出  $y$  与  $x$  的函数关系式；

(2)公司希望平均每天获得的利润达到 8910 元，且优惠力度最大，则每双运动鞋的售价应该定为多少？

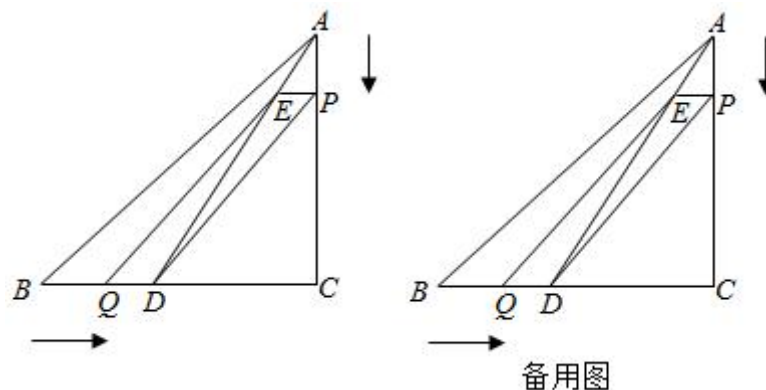
(3)为了保证每双运动鞋的利润不低于成本价的 50%，公司每天能否获得 9000 元的利润？若能，求出定价；若不能，请说明理由.

8. 某“5A”景区决定在“5.1”劳动节期间推出优惠套餐，预售“亲子两人游”套票和“家庭三人行”套票，预售中的“家庭三人行”套票的价格是“亲子两人游”套票的 2 倍.

(1)若“亲子两人游”套票的预售额为 21000 元，“家庭三人行”套票的预售额为 10500 元，且“亲子两人游”的销售量比“家庭三人行”的套票多 450 套，求“亲子两人游”套票的价格.

(2)套票在出售当天计划推出“亲子两人游”套票 1600 张，“家庭三人行”套票 400 张，由于预售的火爆，景区决定将“亲子两人行”套票的价格（1）中价格的基础上增加  $\frac{3}{4}a$  元，而“家庭三人行”套票在（1）中“家庭三人行”套票票价上增加了  $a$  元，结果“亲子两人游”套票的销量比计划少  $32a$  套，“家庭三人行”套票的销售量与计划保持一致，最终实际销售额和计划销售额相同，求  $a$  的值.

9. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 16$  厘米， $BC = 20$  厘米，点  $D$  在  $BC$  上，且  $CD = 12$  厘米. 现有两个动点  $P$ ， $Q$  分别从点  $A$  和点  $B$  同时出发，其中点  $P$  以 4 厘米/秒的速度沿  $AC$  向终点  $C$  运动；点  $Q$  以 5 厘米/秒的速度沿  $BC$  向终点  $C$  运动. 过点  $P$  作  $PE \parallel BC$  交  $AD$  于点  $E$ ，连接  $EQ$ . 设动点运动时间为  $t$  秒 ( $t > 0$ ).



- (1)  $CP =$  \_; (用  $t$  的代数式表示)
- (2) 连接  $CE$ ，并运用割补的思想表示  $\triangle AEC$  的面积 (用  $t$  的代数式表示);
- (3) 是否存在某一时刻  $t$ ，使四边形  $EQDP$  是平行四边形，如果存在，请求出  $t$ ，如果不存在，请说明理由;
- (4) 当  $t$  为何值时， $\triangle EDQ$  为直角三角形.