三角函数解答题参考答案：

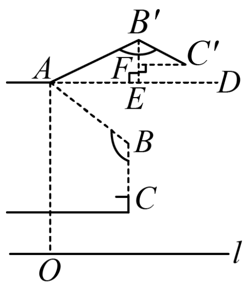
1．(1)车后盖最高点B'到地面的距离为2.15m

(2)没有危险,详见解析

【分析】（1）作$B'E\perp AD$，垂足为点E，先求出$B'E$的长，再求出$B'E+AO$的长即可；

（2）过C'作$C'F\perp B'E$，垂足为点F，先求得$\angle AB'E=63°$，再得到$\angle C'B'F=\angle AB'C'-\angle AB'E=60°$，再求得$B'F=B'C'\cdot\cos 60°=0.3$，从而得出$C'$到地面的距离为$2.15-0.3=1.85$，最后比较即可．

【详解】（1）如图，作$B'E\perp AD$，垂足为点E



在$\text{Rt}\triangle AB'E$中

$\because \angle B'AD=27°$，$AB'=AB=1$

$\therefore \sin 27°=\dfrac{B'E}{AB'}$

$\therefore B'E=AB'\sin 27°\approx 1\times 0.454=0.454$

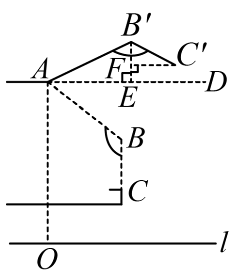
$\because$平行线间的距离处处相等

$\therefore B'E+AO=0.454+1.7=2.154\approx 2.15$

答：车后盖最高点B'到地面的距离为2.15m．

（2）没有危险，理由如下：

过C'作$C'F\perp B'E$，垂足为点F



$\because \angle B'AD=27°$，$\angle B'EA=90°$

$\therefore \angle AB'E=63°$

∵ $\angle AB'C' = \angle ABC = 123°$

∴ $\angle C'B'F = \angle AB'C' - \angle AB'E = 60°$

在 Rt△$B'FC'$ 中， $B'C' = BC = 0.6$

∴ $B'F = B'C' \cdot \cos 60° = 0.3$.

∵平行线间的距离处处相等

∴ C' 到地面的距离为 $2.15 - 0.3 = 1.85$.

∵ $1.85 > 1.8$

∴没有危险.

【点睛】本题主要考查了解直角三角形的应用，掌握直角三角形的边角关系是解题的关键.

2．(1)遮阳棚前端 B 到墙面 AD 的距离约为 190.2cm

(2)遮阳棚在地面上的遮挡宽度 DF 的长约为 69cm

【分析】（1）作 $BE \perp AD$ 于 E，在 Rt△ABE 中，根据 $\sin\angle BAE = \frac{BE}{AB}$ 列式计算即可；

（2）作 $BE \perp AD$ 于 E，$CH \perp AD$ 于 H，延长 BC 交 DG 于 K，则 $BK \perp DG$，可得四边形 $BEHC$，四边形 $HDKC$ 是矩形，解直角三角形 Rt△ABE 求出 AE，可得 $CK = DH = 210\text{cm}$，然后 Rt△CFK 中，解直角三角形求出 FK，进而可得 DF 的长.

【详解】（1）解：如图 3，作 $BE \perp AD$ 于 E，

在 Rt△ABE 中， $\sin\angle BAE = \frac{BE}{AB}$，即 $\sin 72° = \frac{BE}{200}$，

∴ $BE = \sin 72° \times 200 \approx 0.951 \times 200 = 190.2\text{cm}$，

答：遮阳棚前端 B 到墙面 AD 的距离约为 190.2cm；

（2）解：如图 3，作 $BE \perp AD$ 于 E， $CH \perp AD$ 于 H，延长 BC 交 DG 于 K，则 $BK \perp DG$，

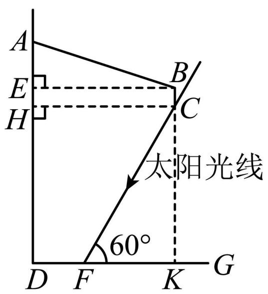


图3

∴四边形 $BEHC$，四边形 $HDKC$ 是矩形，

由（1）得 $BE = 190.2\text{cm}$，

∴ $DK = HC = BE = 190.2\text{cm}$，

在 Rt$\triangle ABE$ 中，$\cos\angle BAE=\frac{AE}{AB}$，即 $\cos 72^\circ=\frac{AE}{200}$，

$\therefore AE=\cos 72^\circ\times 200\approx 0.309\times 200=61.8\text{cm}$，

由题意得：$EH=BC=25\text{cm}$，

$\therefore DH=AD-AE-EH=296.8-61.8-25=210\text{cm}$，

$\therefore CK=DH=210\text{cm}$，

在 Rt$\triangle CFK$ 中，$\tan\angle CFK=\frac{CK}{FK}$，即 $\tan 60^\circ=\frac{210}{FK}$，

$\therefore FK=\frac{210}{\tan 60^\circ}=\frac{210}{\sqrt{3}}\approx 121.25\text{cm}$，

$\therefore DF=DK-FK=190.2-121.25\approx 69\text{cm}$，

答：遮阳棚在地面上的遮挡宽度 DF 的长约为 69cm .

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，矩形的判定和性质，作出合适的辅助线，构造出直角三角形，熟练掌握锐角三角函数的定义是解题的关键.

3．(1) 12.9cm

(2)能，见解析

【分析】（1）根据正切值求出 EF 长度，再利用三角形全等可求出 $EF=DF=35.1(\text{cm})$，最后利用矩形的性质求出 CE 的长度，从而求出蹲下的高度.

（2）根据正切值求出 MP 长度，再利用三角形全等可求出 $MP=PN=54.0(\text{cm})$，最后利用矩形的性质求出 BP 的长度，即可求出 BN 长度，与踮起脚尖后的高度进行比较，即可求出答案.

【详解】（1）解：过点 C 作 OB 的垂线分别交仰角、俯角线于点 E，D，交水平线于点 F，如图所示，

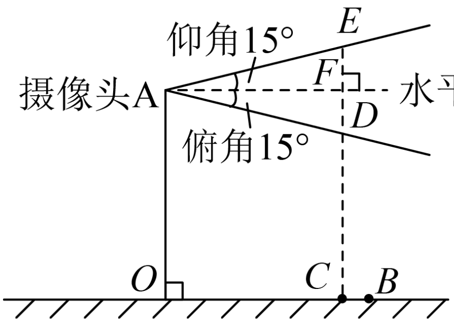


图2

在 Rt△AEF 中，$\tan\angle EAF=\dfrac{EF}{AF}$.

$\therefore EF=AF\cdot\tan15^\circ=130\times0.27=35.1(\text{cm})$.

$\because AF=AF,\angle EAF=\angle DAF,\angle AFE=\angle AFD=90^\circ$,

$\therefore\triangle ADF\cong\triangle AEF$.

$\therefore EF=DF=35.1(\text{cm})$.

$\therefore CE=CF+EF=160+35.1=195.1(\text{cm})$，$ED=2EF=35.1\times2=70.2(\text{cm})>26(\text{cm})$，

$\therefore$ 小杜下蹲的最小距离$=208-195.1=12.9(\text{cm})$.

（2）解：能，理由如下：

过点 B 作 OB 的垂线分别交仰角、俯角线于点 M，N，交水平线于点 P，如图所示，

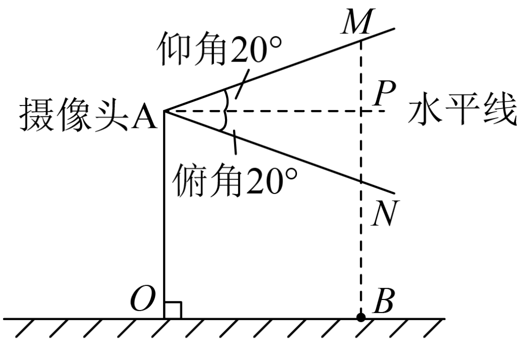


图3

在 Rt△APM 中，$\tan\angle MAP=\dfrac{MP}{AP}$.

$\therefore MP=AP\cdot\tan20^\circ=150\times0.36=54.0(\text{cm})$，

$\because AP=AP,\angle MAP=\angle NAP,\angle APM=\angle APN=90^\circ$，

$\therefore\triangle AMP\cong\triangle ANP$.

$\therefore PN=MP=54.0(\text{cm})$，

$\therefore BN=BP-PN=160-54.0=106.0(\text{cm})$.

小若垫起脚尖后头顶的高度为$120+3=123(\text{cm})$.

$\therefore$ 小若头顶超出点 N 的高度$123-106.0=17.0(\text{cm})>15(\text{cm})$.

$\therefore$ 小若垫起脚尖后能被识别.

【点睛】本题考查的是解直角三角形的实际应用，涉及到的知识点有锐角三角函数中的正切值、矩形的性质、三角形的全等，解题的关键在于是否能根据生活实际题结合数学相关知识．解题的重点在于熟练掌握相关概念、性质和全等方法．

4．能求出信号塔 DE 的高，信号塔 DE 的高为31m；

【分析】过B作$BF \perp DE$，垂足为F，根据勾股定理及等腰直角三角形的性质$AE = DE$，进而设$DE = x\text{m}$根据锐角三角函数解答即可.

【详解】解：过B作$BF \perp DE$，垂足为F，

∵ $\angle ACB = 90^\circ$，$\angle EDA = 90^\circ$，

∴四边形$BCEF$是矩形，

∴ $CE = BF$，$EF = BC$.

∵ AB的长为5m，高BC为3m，

∴ $EF = BC = 3m$.

∴在$\text{Rt}\triangle ABC$中，$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$（m）.

∵ $\angle DEA = 90^\circ$，$\angle DAE = 45^\circ$，

∴ $\angle ADE = 45^\circ$.

∴ $AE = DE$.

∴设$AE = DE = x\text{m}$.

∴ $DF = (x-3)\text{m}$，$CE = BF = (x+4)\text{m}$.

∴ $\tan\angle DBF = \frac{DF}{BF}$.

∵ $\angle DBF = 38.7^\circ$，$\tan 38.7^\circ \approx 0.80$，

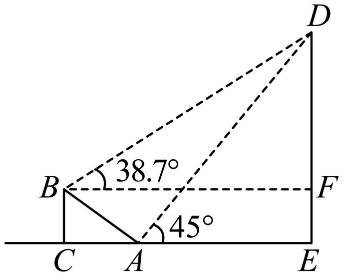
∴ $\tan 38.7^\circ = \frac{x-3}{x+4}$.

∴ $0.8 = \frac{x-3}{x+4}$.

∴ $x = 31$.

即信号塔的DE高为31m.

∴能求出信号塔DE的高，信号塔DE的高为31m.



【点睛】本题考查了勾股定理，等腰直角三角形性质，锐角三角函数，掌握锐角三角函数是解题的关键.

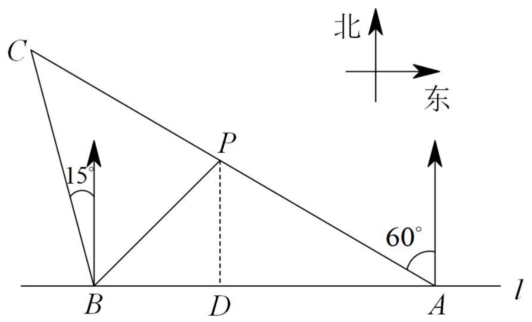
5．(1)观测站 A、B 之间的距离为$\left(10\sqrt{2}+10\sqrt{6}\right)$海里．

(2)补给船能在 83 分钟之内到达 C 处，理由见解析．

【分析】（1）过点 P 作 $PD\perp AB$ 于 D 点，可得$\angle BDP=\angle ADP=90^{\circ}$，然后在Rt$\triangle PBD$中，利用锐角三角函数的定义求出$BD$，$DP$的长，再在Rt$\triangle PAD$中，利用锐角三角函数的定义求出$AD$的长，进行计算即可解答；

（2）过点 B 作$BF\perp AC$，垂足为 F，根据题意得：$\angle ABC=105^{\circ}$，$\angle PAD=30^{\circ}$，从而求出$\angle C=45^{\circ}$，然后在Rt$\triangle ABF$中，利用锐角三角函数的定义求出BF的长，再在Rt$\triangle BCF$中，利用锐角三角函数的定义求出BC的长，进行计算即可解答．

【详解】（1）解：过点 P 作 $PD\perp AB$ 于 D 点，



$\therefore \angle BDP=\angle ADP=90^{\circ}$，

在Rt$\triangle PBD$中，$\angle PBD=90^{\circ}-45^{\circ}=45^{\circ}$，$BP=20$海里，

$\therefore DP=BP\bullet\sin 45^{\circ}=10\sqrt{2}$（海里），　$BD=BP\bullet\cos 45^{\circ}=10\sqrt{2}$（海里），

在Rt$\triangle PAD$中，$\angle PAD=90^{\circ}-60^{\circ}=30^{\circ}$，

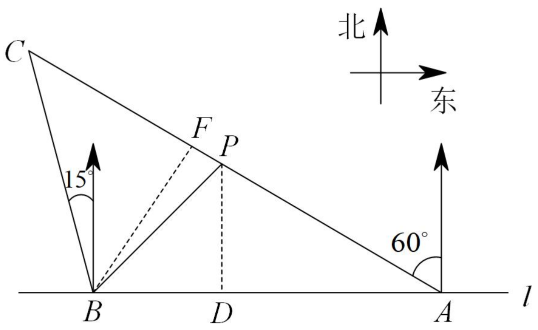
$\therefore AD=\dfrac{DP}{\tan 30^{\circ}}=10\sqrt{6}$（海里），

$\therefore AB=BD+AD=\left(10\sqrt{2}+10\sqrt{6}\right)$海里，

∴观测站 A，B 之间的距离为$\left(10\sqrt{2}+10\sqrt{6}\right)$海里；

（2）补给船能在 82 分钟之内到达 C 处，

理由：过点 B 作$BF\perp AC$，垂足为 F，



$\therefore \angle AFB = \angle CFB = 90°$，

由题意得：$\angle ABC = 90° + 15° = 105°$，$\angle PAD = 90° - 60° = 30°$，

$\therefore \angle C = 180° - \angle ABC - \angle PAD = 45°$，

在 Rt$\triangle ABF$ 中，$\angle BAF = 30°$，

$\therefore BF = \frac{1}{2}AB = \left(5\sqrt{2} + 5\sqrt{6}\right)$海里，

在 Rt$\triangle BCF$ 中，$\angle C = 45°$，

$\therefore BC = \frac{BF}{\sin 45°} = \sqrt{2}\left(5\sqrt{2} + 5\sqrt{6}\right) = \left(10 + 10\sqrt{3}\right)$海里，

∴补给船从 B 到 C 处的航行时间 $= \frac{10+10\sqrt{3}}{20} \times 60 = 30 + 30\sqrt{3} \approx 81.9$（分钟）$< 83$ 分钟，

∴补给船能在 83 分钟之内到达 C 处.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用-方向角问题，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键.

6．（1）$180° - 2\alpha$，α；（2）见解析；（3）GM 的长为 $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$.

【分析】（1）利用三角形内角和定理以及等腰三角形的性质求解即可.

（2）如图 2 中，连接 BD．证明 $\angle PBC = \angle CDE = \alpha$，可得结论.

（3）分两种情形：如图 $3-1$ 中，设 BP 交 AC 于 J．图 $3-2$ 中，设 PC 交 BC 于 K，当 $BP \perp PC$ 时，利用三角形的中位线定理，可得 $GM = \frac{1}{2}PB$，求出 PB，可得结论.

【详解】（1）解：如图 1 中，

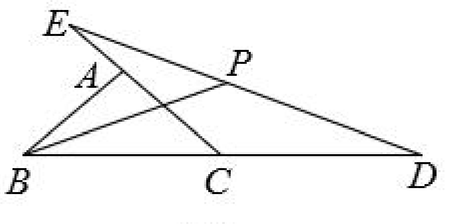


图1

$\because CE=CD$，

$\therefore \angle D=\angle E=\alpha$，

$\therefore \angle ECD=180^{\circ}-2\alpha$，

$\therefore \angle ECB=\angle E+\angle D=2\alpha$，

$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=2\alpha$，

$\because PB=PD$，

$\therefore \angle PBD=\angle D=\alpha$，

$\therefore \angle ABP=\angle ABC-\angle PBD=\alpha$，

（2）证明：如图 2 中，连接 BD．

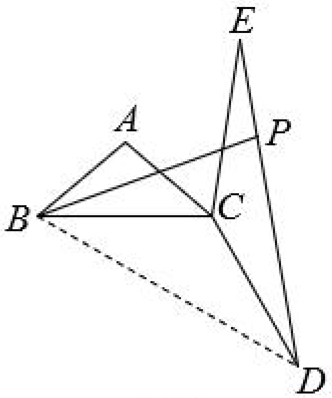


图2

$\because CB=CD$，$PB=PD$，

$\therefore \angle CBD=\angle CDB$，$\angle PBD=\angle PDB$，

$\therefore \angle PBC=\angle PDC=\alpha$，

$\because \angle ABC=2\alpha$，

$\therefore \angle ABP=\angle PBC=\alpha$，

$\therefore PB$ 平分 $\angle ABC$．

（3）解：如图$3-1$中，设 BP 交 AC 于 J．

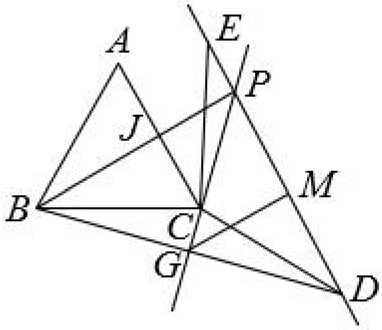


图3-1

$\because BP \perp PD$， $BP = PD$，

$\therefore \Delta PBD$是等腰直角三角形，

$\because CB = CD$， $PB = PD$，

$\therefore PG$垂直平分线段BG，

$\therefore BG = DG$，

$\because PM = MD$，

$\therefore GM = \dfrac{1}{2}PB$，

$\because \angle ABC = \angle ACB = 60°$，

$\therefore \angle ECD = 180° - 60° = 120°$， ΔACB是等边三角形，

$\because CE = CD$，

$\therefore \angle CDE = 30°$，

$\therefore \angle PBC = \angle PDC = 30°$，

$\therefore \angle BJC = 90°$，

$\therefore CJ = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$， $BJ = \sqrt{3}CJ = \dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$，

$\because \angle CPD = \angle CPJ = 45°$，

$\therefore PJ = JC = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$，

$\therefore PB = BJ + PJ = \sqrt{3} + 2$，

$\therefore GM = \dfrac{\sqrt{3}+2}{2}$．

如图$3-2$中，设PC交BC于K，当$BP \perp PC$时，同法可证$GM = \dfrac{1}{2}PB$．

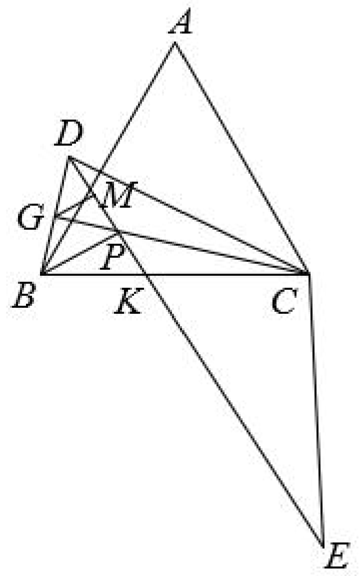


图3-2

$\because \angle PBC=30^{\circ}$， $\angle GPB=\angle PBC+\angle PCB=45^{\circ}$，

$\therefore PCB=\angle PCD=15^{\circ}$，

$\therefore \angle KCE=120^{\circ}-15^{\circ}-15^{\circ}=90^{\circ}$，

$\because \angle E=30^{\circ}$， $CE=CB=\sqrt{3}+1$，

$\therefore CK=\dfrac{EC}{\sqrt{3}}=1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore KB=BC-CK=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore PB=BK\cdot\cos 30^{\circ}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=1$，

$\therefore GM=\dfrac{1}{2}PB=\dfrac{1}{2}$，

综上所述，GM 的长为$\dfrac{\sqrt{3}+2}{2}$或$\dfrac{1}{2}$．

【点睛】本题属于几何变换综合题，考查了等腰三角形的性质，线段的垂直平分线的性质，等腰直角三角形的判定和性质，等边三角形的判定和性质，解直角三角形，三角形的中位线定理等知识，解题的关键是利用特殊三角形的性质解决问题，学会用转化的思想思考问题，属于中考压轴题.

7．（1）见解析；（2）①$\dfrac{AD}{BE}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，理由见解析；②存在，$\dfrac{24\sqrt{10}}{25}$

【分析】(1）首先证明$\triangle ACB$，$\triangle CDE$ 都是等边三角形，再根据 SAS 证明三角形全等即可.

（2）①结论：$\frac{AD}{BE}=\frac{\sqrt{10}}{2}$．利用相似三角形的性质解决问题即可．

②如图 2 中，过点 C 作 $CJ\perp BE$ 交 BE 的延长线于 J．作点 C 关于 BE 的对称点 R，连接 BR，ER，过点 R 作 $RT\perp BC$ 于 T．利用相似三角形的性质求出 $CJ=\frac{3\sqrt{10}}{5}$，推出点 E 的运动轨迹是射线 BE，利用面积法求出 RT，可得结论．

【详解】（1）证明：如图 1 中，

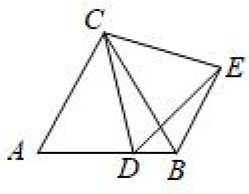


图1

∵$\alpha=60°$，$AC=AB$，

∴△ABC 是等边三角形，

∴$CA=CB$，$\angle ACB=60°$，

∵将 DC 绕点 D 顺时针旋转α得到 DE，

∴$DC=DE$，$\angle CDE=60°$，

∴△CDE 是等边三角形，

∴$CD=CE$，$\angle DCE=\angle ACB=60°$，

∴$\angle ACD=\angle BCE$，

∴△CAD≌△CBE（SAS）．

（2）解：①结论：$\frac{AD}{BE}=\frac{\sqrt{10}}{2}$．

如图 2 中，过点 C 作 $CK\perp AB$ 于 K．

∵$\tan\angle CAK=\frac{CK}{AK}=\frac{3}{4}$，

∴可以假设 $CK=3k$，$AK=4k$，则 $AC=AB=5k$，$BK=AB-AK=k$，

∴$BC=\sqrt{BK^2+CK^2}=\sqrt{10}k$，

∵$\angle A=\angle CDE$，$AC=AB$，$CD=DE$，

∴$\angle ACB=\angle ABC=\angle DCE=\angle DEC$，

∴△ACB∽△DCE，

∴$\frac{AC}{CD}=\frac{CB}{CE}$，

$\therefore \dfrac{AC}{CB}=\dfrac{CD}{CE}$，

$\because \angle ACB=\angle DCE$，

$\therefore \angle ACD=\angle BCE$，

$\therefore \triangle ACD\backsim\triangle BCE$，

$\therefore \dfrac{AD}{BE}=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{5k}{\sqrt{10}k}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

②如图 2 中，过点 C 作 $CJ\perp BE$ 交 BE 的延长线于 J. 作点 C 关于 BE 的对称点 R，连接 BR，ER，过点 R 作 $RT\perp BC$ 于 T.

$\because AC=5$，

由①可知，$AK=4$，$CK=3$，$BC=\sqrt{10}$，

$\because \triangle CAD\backsim\triangle BCE$，$CK\perp AD$，$CJ\perp BE$，

$\therefore \dfrac{CK}{CJ}=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$（全等三角形对应边上的高的比等于相似比），

$\therefore CJ=\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$，

$\therefore$点 E 的运动轨迹是射线 BE，

$\because C$，R 关于 BE 对称，

$\therefore CR=2CJ=\dfrac{6\sqrt{10}}{5}$，

$\because BJ=\sqrt{BC^2-CJ^2}=\sqrt{(\sqrt{10})^2-(\dfrac{3\sqrt{10}}{5})^2}=\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$，

$\because S_{\triangle}CBR=\dfrac{1}{2}\cdot CR\cdot BJ=\dfrac{1}{2}\cdot CB\cdot RT$，

$\therefore RT=\dfrac{\dfrac{6\sqrt{10}}{5}\times\dfrac{4\sqrt{10}}{5}}{\sqrt{10}}=\dfrac{24\sqrt{10}}{25}$，

$\because EC+EH=ER+EH\geqslant RT$，

$\therefore EC+EH\geqslant\dfrac{24\sqrt{10}}{25}$，

$\therefore EC+EH$ 的最小值为$\dfrac{24\sqrt{10}}{25}$.

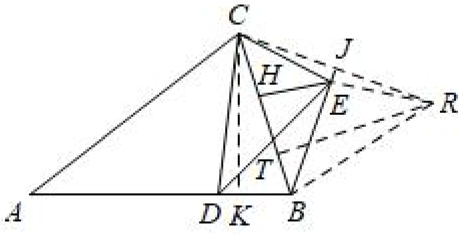


图2

【点睛】本题属于三角形综合题，考查了旋转变换，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，轴对称最短问题等知识，解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题，确定点 E 的运动轨迹是最后一个问题的突破点，属于中考压轴题.