第四次周练答案

一、选择题：本题共**10**小题，每小题**3**分，共**30**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.在同一平面直角坐标系中，二次函数，，的图象的共同点是(    )

A. 都关于轴对称，抛物线开口向上 B. 都关于轴对称，抛物线开口向下  
C. 都关于轴对称，顶点都是原点 D. 都关于原点对称，顶点都是原点

【答案】*C*

【解析】试题分析：利用形如的性质利用排除法直接求解即可．  
*A*、都关于轴对称，但开口方向有的向下，故错误；  
*B*、都关于轴对称，但开口方向有的向上，故错误；  
*C*、都关于轴对称，顶点都是原点，故正确；  
*D*、都关于轴对称，故错误，  
故选*C*．

2.函数的图像与坐标轴至少有两个交点，则的取值范围是  (    )

A. B. C. 且 D.

【答案】*A*

【解析】解：当时，与轴有一个交点；  
当时，，  
时，函数与轴有一个或两个交点；  
综上所述：时，图象与坐标轴至少有两个交点，  
故选：．  
分两种情况讨论：当时，当时，，即可求解．  
本题考查二次函数的图象及性质；对值进行分类讨论是解题的关键．

3.当取任意实数时，抛物线的顶点所在的函数图象的解析式是(    )

A. B. C. D.

【答案】*C*

【解析】解：抛物线的顶点是，  
即当时，，  
，  
把代入得，  
所以在抛物线的图象上．  
故选：．  
根据抛物线的顶点式，写出抛物线的顶点坐标，则，，消去得到与的关系式即可．  
本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．也考查了二次函数的性质．

4.若二次函数的对称轴是，则关于的方程的解为(    )

A. ， B. ，  
C. ， D. ，

【答案】*D*

【解析】【分析】  
本题考查了二次函数的性质和因式分解法解一元二次方程的知识点，熟知二次函数的对称轴方程是解答此题的关键．  
先根据二次函数的对称轴是求出的值，再把的值代入方程，求出的值即可．  
【解答】  
解：二次函数的对称轴是，  
，  
解得：，  
关于的方程可化为，  
即，  
解得，．  
故选*D*．

5.二次函数，若，，点，在该二次函数的图象上，其中，，则(    )

A. B.   
C. D. 、的大小无法确定

【答案】*B*

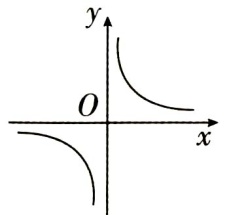
【解析】解：，，  
．  
又，  
，  
，，  
，．  
点，在该二次函数的图象上，  
，．  
．  
．  
故选：．  
首先分析出，，的取值范围，然后用含有代数式表示，，再作差法比较，的大小．  
此题主要考查了二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征和函数值的大小比较，判断出字母系数的取值范围是解题的关键．

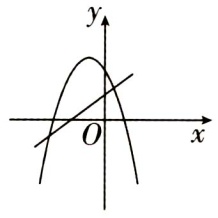
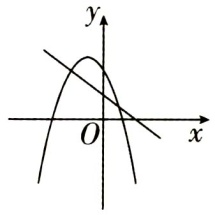
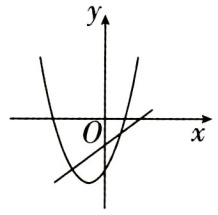
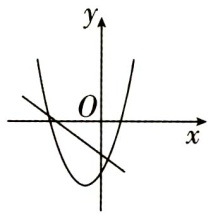
6.在平面直角坐标系中，先将抛物线关于轴作轴对称变换，再将所得的抛物线关于轴作轴对称变换，那么经两次变换后所得的新抛物线的解析式为(    )

A. B. C. D.

【答案】*C*

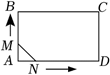
【解析】解：先将抛物线关于轴作轴对称变换，可得新抛物线为；再将所得的抛物线关于轴作轴对称变换，可得新抛物线为，  
故选：．  
根据平面直角坐标系中，二次函数关于轴、轴轴对称的特点得出答案．  
两抛物线关于轴对称，二次项系数，一次项系数，常数项均互为相反数；两抛物线关于轴对称，二次项系数，常数项不变，一次项系数互为相反数．

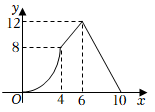
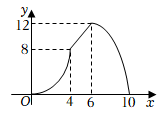
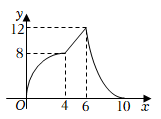
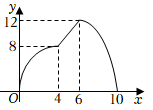
7.已知反比例函数的图像如图所示，则一次函数和二次函数在同一平面直角坐标系中的图像可能是  (    )   


A.  B.  C.  D. 

【答案】*D*

【解析】反比例函数的图像在第一、三象限内，若，则，二次函数的图像开口向下，对称轴在轴右侧，故*A*、、、选项全不符合；若，则，二次函数的图像开口向上，对称轴在轴左侧，故只有、两选项可能符合题意，由、两选项图像知，又，，当，时，一次函数的图像经过第二、三、四象限，故只有选项符合题意．故选*D*．

8.如图，在矩形中，，，动点，同时从点出发，点沿的路径运动，点沿的路径运动，点，的运动速度相同，当点到达点时，点也随之停止运动，连接设点的运动路程为，的面积为，则关于的函数图象大致是(    )  


A.  B.   
C.  D. 

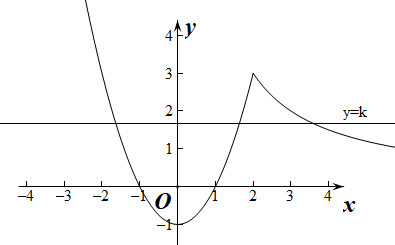
【答案】*B*

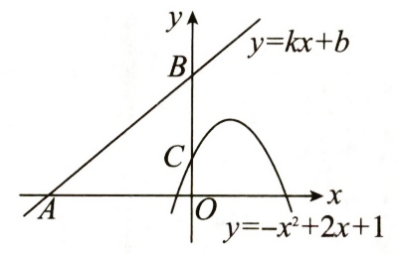
【解析】【分析】  
本题考查的是动点函数图象，矩形的性质，三角形面积公式，列二次函数关系式的有关知识，分、及三种情况求出关于的函数关系式，对照四个选项的图象进行判断即可得出结论．  
【解答】  
解：当时，在中，，  
；  
当时，，  
；  
当时，，，，  
，  
因此，只有选项的图象符合题意．

9.方程和函数之间互相联系，方程根的问题通常可以转化为函数图象公共点问题来解决：已知，若关于的方程有三个不相等的实数根，则实数的取值范围是(    )

A. B. C. D.

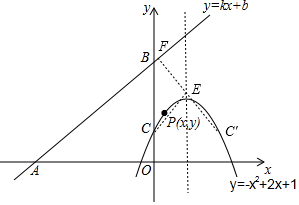
【答案】*C*

【解析】【分析】  
本题主要考查了函数的图象，分段函数，函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是正确画出函数图象，理解数形结合的数学思想；首先正确画出关于的函数图象，然后根据直线与关于的函数图象的交点情况，直接写出答案即可．  
【解答】  
解：函数的图象与直线有个交点时，如图：  
  
当时，，  
由图可知，实数的取值范围是，  
若关于的方程有三个不相等的实数根，则实数的取值范围是．  
故选：．

10.如图，直线为常数分别与轴、轴交于点，，抛物线与轴交于点，点在抛物线的对称轴上移动，点在直线上移动，则的最小值是(    )   


A. B. C. D.

【答案】*C*

【解析】解：如图，设点关于抛物线对称轴的对称点为，由对称的性质可得，  
  
，  
当、、三点一线且与垂直时最小，  
由题意可得，解得，  
直线解析式为；  
，  
，  
直线的解析式为，  
由，解得，  
，  
  
即的最小值为．  
故选：．  
设点关于抛物线对称轴的对称点为，由对称的性质可得，则可知当、、三点一线且与垂直时最小，由点坐标可确定出，点的坐标，即可求得的最小值．  
本题考查二次函数的性质、一次函数的应用、轴对称最短问题等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会利用轴对称解决最短问题，属于中考选择题中的压轴题．

二、填空题：本题共**8**小题，每小题**3**分，共**24**分。

11.半径为的圆，若半径增加，则圆增加的面积与之间的函数表达式是          ．

【答案】

【解析】略

12.已知抛物线顶点为，且与轴交点的纵坐标为，将此抛物线所在平面直角坐标系的轴向上平移个单位长度，轴向左平移个单位长度，则平移后抛物线解析式是          ．

【答案】

【解析】【分析】

本题主要考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数图象与几何变换，解答本题的关键是掌握利用待定系数法求二次函数解析式的思路与方法；首先利用待定系数法求出抛物线的解析式为，然后根据题意和二次函数的平移规律求出平移后抛物线的解析式即可．

【解答】  
解：抛物线的顶点为，  
设抛物线的解析式为，  
抛物线与轴交点的纵坐标为，  
抛物线与轴的交点坐标为，  
把点代入到中，  
得，  
解得，  
抛物线的解析式为，  
将抛物线所在平面直角坐标系的轴向上平移个单位长度，轴向左平移个单位长度，相当于将抛物线沿轴向右平移个单位长度，沿轴向下平移个单位长度，  
平移后抛物线解析式是．  
故答案为：．

13.某汽车刹车后行驶的距离单位：米关于行驶时间单位：秒的函数解析式是，则从汽车开始刹车到汽车停止所需的时间是\_\_\_\_\_\_．

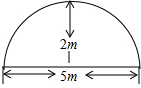
【答案】秒

【解析】解：，

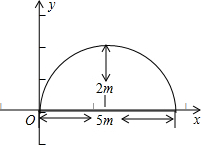
从汽车开始刹车到汽车停止所需的时间是秒，

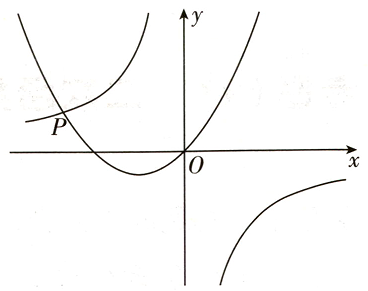
故答案为：秒．

利用配方法求二次函数最值的方法解答即可．．  
此题主要考查了利用配方法求最值的问题，根据已知得出顶点式是解题关键．

14.某菜农搭建一个横截面为抛物线的大棚，有关尺寸如图所示，若菜农身高为米，则他在不弯腰的情况下在大棚里活动的范围是\_\_\_\_\_\_米．

【答案】

【解析】解：设抛物线的解析式为，由题意，得  
，  
解得：，  
．  
当时，  
．  
解得：，，  
他在不弯腰的情况下在大棚里活动的范围是：  
．  
故答案为：．  
如图，设抛物线的解析式为，由待定系数法求出抛物线的解析式，将时代入解析式就可以求出结论．  
本题考查了待定系数法求二次函数的解析式的运用，由解析式根据函数值求自变量的值的运用，解答时正确理解方程与函数关系求函数解析式是关键．

15.如图，函数与的图像交于点，点的纵坐标为，则关于的不等式的解集为          ．  


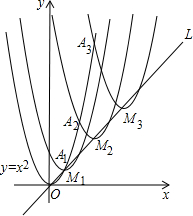
【答案】或

【解析】略

16.若二次函数有最大值，则的最小值为          ．

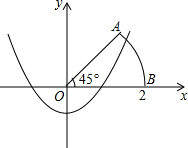
【答案】

【解析】【分析】  
本题考查了二次函数的图象与几何变换，明确变换步骤是解题的关键．  
根据关于轴对称的点的坐标特征以及平移的规律即可得到把二次函数的图象作关于轴的对称变换，再向左平移个单位，向上平移个单位为，从而得出的最小值为．  
【解答】  
解：把二次函数的图象作关于轴的对称变换，所得图象的解析式为，再向左平移个单位，向上平移个单位为，  
二次函数有最大值，  
的最小值为，  
故答案为：．

17.如图，抛物线在第一象限内经过的整数点横坐标、纵坐标都为整数的点依次为，，，将抛物线沿直线：向上平移，得到一系列抛物线，且满足下列条件：抛物线的顶点，，，都在直线：上；抛物线依次经过点，，，则顶点的坐标为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】解：抛物线在第一象限内经过的整数点横坐标、纵坐标都为整数的点依次为，，，，，，  
点的坐标为  
设点的坐标为，则以点为顶点的抛物线解析式为，  
点在抛物线上，  
，解得：或舍去，  
的坐标为，  
的坐标为．  
故答案为：．  
根据抛物线的解析式结合整数点的定义，找出点的坐标为，设点的坐标为，则以点为顶点的抛物线解析式为，由点的坐标利用待定系数法，即可求出值，将其代入点的坐标即可得出结论．  
本题考查了二次函数图象与几何变换、一次函数图象上点的坐标特征以及待定系数法求二次函数解析式，根据点的坐标利用待定系数法求出值是解题的关键．

18.如图，以扇形的顶点为原点，半径所在的直线为轴的正半轴建立平面直角坐标系，点的坐标为，若抛物线与扇形的边界总有两个公共点，则实数的取值范围是(    )

【解析】解：由图可知，，  
直线的解析式为，  
联立  
消掉得，  
，  
，  
即时，抛物线与有一个交点，  
此交点的横坐标为，  
点的坐标为，  
，  
点的坐标为，  
交点在线段上；  
当抛物线经过点时，，  
解得，  
要使抛物线与扇形的边界总有两个公共点，实数的取值范围是．  
根据求出直线的解析式，然后与抛物线解析式联立求出有一个公共点时的值，即为一个交点时的最大值，再求出抛物线经过点时的的值，即为一个交点时的最小值，然后写出的取值范围即可．  
本题考查了二次函数的性质，主要利用了联立两函数解析式确定交点个数的方法，根据图形求出有一个交点时的最大值与最小值是解题的关键．

三、解答题：本题共**6**小题，共**66**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19.本小题分  
如图，已知抛物线与直线交于，两点．  
求、的值和一次函数的解析式；  
请直接写出关于的不等式的解集．

|  |
| --- |
|  |

【答案】解：由题意得：，  
解得：，  
，，一次函数的解析式为；  
由图象得：当或时，，，  
的解集为：或．

【解析】根据待定系数法求解；  
根据二次函数与不等式的关系求解．  
本题考查了二次函数与不等式的关系及待定系数法，掌握待定系数法和理解数形结合思想是解题的关键．

20. 本小题分 如图，抛物线与轴交于，两点，与轴交于点，抛物线的顶点为，已知点，．  
求抛物线的解析式；  
当时，求的最大值与最小值；  
点是抛物线上一动点，且到轴的距离小于，请直接写出点的横坐标的取值范围．

|  |
| --- |
|  |

【答案】解：抛物线经过点、  
．  
解得．  
抛物线的解析式为．  
由题意，  
抛物线的对称轴为直线，开口向上，  
在范围当时，；  
当时，．  
由题意，点是抛物线上一动点，且到轴的距离小于，  
在到这两条直线之间的抛物线上的这段．  
分别令或，  
或．  
或或．  
或．

21.本小题分

新定义：已知是的函数，若函数图象上存在一点，则称点为函数图象上的“朴实点”例如：直线上存在的“朴实点”是．

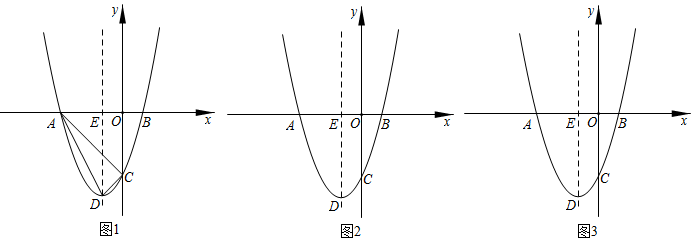
判断直线上是否有“朴实点”？若有，直接写出其坐标；若没有，请说明理由；

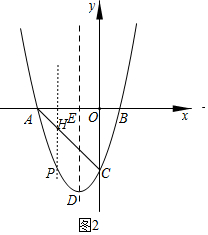
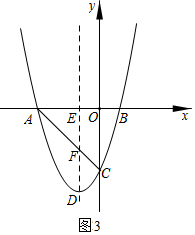
若抛物线上存在两个“朴实点”，两个“朴实点”之间的距离为，求的值；

若二次函数的图象上存在唯一的“朴实点”，且当时，的最小值为，求的值．

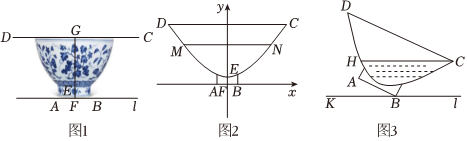
【答案】解：直线上有“朴实点”，是．  
由题意得方程有两个根，即方程有两个根，  
，  
，且，  
，，  
两个“朴实点”之间的距离为，  
，  
解得：．  
二次函数的图象上存在唯一的“朴实点，  
二次方程有两个相同的根，  
变形为，  
，  
，  
该函数图象开口向上，对称轴为直线，  
当对称轴是直线时，函数在时，取得最小值，  
即：，  
解得：，舍去  
当对称轴是时，函数在时，取得最小值，  
即：，  
，此方程无解  
当对称轴在时，函数在时，取得最小值，  
即：，  
解得：．  
综上所述，的值为或．

【解析】【分析】  
本题属于新定义类题目，考查了二次函数的性质，二次函数的最值，一次函数、二次函数图象上点的坐标的特征，分类讨论的思想，需要理解新定义，按要求逐次求解，该题涉及的字母多，一定要思路清晰，分清字母代表的含义细心求解．  
将“朴实点代入解析式即可求解；  
将题意转换成二次函数与二次方程之间的关系得到方程有两个根，求出两根的坐标进行求解即可；  
将题意转换成二次函数与二次方程之间的关系得到方程，由于图象上存在唯一的“朴实点”，故，得出，该函数图象开口向上，对称轴为，分三种情况讨论求解即可．  
【解答】  
解：设“朴实点”，  
点是直线上的“朴实点”，  
，  
，  
，  
直线上的“朴实点”的坐标为  
见答案；  
见答案．

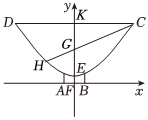
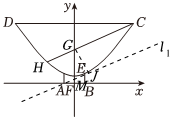
22.本小题分  
在平面直角坐标系中，二次函数的图象与轴的交点为，两点，与轴交于点，顶点为，其对称轴与轴交与点．  
  
求二次函数解析式；  
连接，，，试判断的形状，并说明理由；  
点为第三象限内抛物线上一点，的面积记为，求的最大值及此时点的坐标；  
在线段上，是否存在点，使为等腰三角形？若存在，直接写出点的坐标；若不存在，请说明理由．

【答案】解：二次函数表达式为：，  
则，解得：，  
函数的表达式为：；  
由知，点，  
，，，  
，  
故为直角三角形；  
过点作轴交于点，  
  
将点、的坐标代入一次函数表达式并解得：  
直线的表达式为：，  
设点，则点，  
，  
当时，最大值为，此时点；  
，，  
当时，如下图，  
  
为等腰直角三角形，，  
点；  
当时，  
同理可得：点；  
当时，  
同理可得：点；  
故点的坐标为：或或．

【解析】二次函数表达式为：，则，解得：，即可求解；  
由，故为直角三角形；  
，即可求解；  
分、、三种情况分别求解即可．  
本题考查的是二次函数综合运用，涉及到等腰三角形的性质、勾股定理的运用、面积的计算等，其中，要注意分类求解，避免遗漏．

23.本小题分  
一个瓷碗的截面图如图所示，碗体呈抛物线状碗体厚度不计，点是抛物线的顶点，碗底高，碗底宽，当瓷碗中装满面汤时，液面宽，此时面汤最大深度以为原点，直线为轴，直线为轴，建立平面直角坐标系如图所示．  
直接写出图中抛物线的解析式\_\_\_\_\_\_；  
倒去部分面汤后，其液面下降了至线段处，试求此时液面的宽度；  
将瓷碗绕点缓缓倾斜倒出部分面汤，如图，当时停止，此时液面宽\_\_\_\_\_\_；碗内面汤的最大深度是\_\_\_\_\_\_．  


【答案】

【解析】解：由题意知：，，，，  
抛物线的顶点为，  
可设抛物线的解析式为：，  
把点代入，  
得，  
解得：，  
抛物线的解析式为，  
故答案为：；  
液面下降了，  
此时液面距碗底距离为，即，  
当时，，  
解得舍去，，  
液面的宽度为；  
以为原点，直线为轴，直线为轴，建立平面直角坐标系，设与轴交于点，如图：  
  
将瓷碗绕点缓缓倾斜倒出部分面汤，  
当时停止，所以旋转前与水平方向的夹角为，即，  
设直线的解析式为，与轴交于点，如图：  
由题意知：点，  
，，  
，  
即点，  
，  
解得：，  
直线的解析式为：，  
由，解得或，  
，  
．  
把直线：，向下平移得到直线：，当直线与抛物线只有一个交点时，两平行线之间的距离最大，设与轴交于点，过作，交于点，的长即为碗内面汤的最大深度，  
  
联立，  
整理为：，  
只要一个交点，  
，  
即，  
解得：，  
直线的解析式为：，  
点，  
，  
与水平面的夹角为，  
直线与水平面的夹角为，即，  
在中，  
，  
即碗内面汤的最大深度为：，  
故答案为：，．  
先确定，，，的坐标，再利用待定系数法即可求出抛物线的解析式；  
以为原点，直线为轴，直线为轴，建立平面直角坐标系，设与轴交于点，可得旋转前与水平方向的夹角为，即，求出点的坐标，利用待定系数法求出的解析式，并与抛物线解析式联立，求出点的坐标，进而求出的长；把直线：，向下平移得到直线：，当直线与抛物线只有一个交点时，两平行线之间的距离最大，设与轴交于点，过作，交于点，的长即为碗内面汤的最大深度，联立和抛物线得到一元二次方程，根据有位于交点，利用根的判别式等于，求出的值，确定的解析式，进而求出点的坐标，的长，利用三角函数求出即可解决问题．  
本题考查二次函数，一次函数以及直角三角形在实际生活中的应用，建立合适的直角坐标系，掌握待定系数法求解析式是解题的关键．

24.本小题分  
网络销售已经成为一种热门的销售方式，为了减少农产品的库存，我市市长亲自在某网络平台上进行直播销售大别山牌板栗，为提高大家购买的积极性，直播时，板栗公司每天拿出元现金，作为红包发给购买者．已知该板栗的成本价格为元，每日销售量与销售单价元满足关系式：经销售发现，销售单价不低于成本价且不高于元当每日销售量不低于时，每千克成本将降低元，设板栗公司销售该板栗的日获利为元．  
请求出日获利与销售单价之间的函数关系式；  
当销售单价定为多少时，销售这种板栗日获利最大？最大利润为多少元？  
当元时，网络平台将向板栗公司收取元的相关费用，若此时日获利最大值为元，求值．

【答案】解：当，即，，  
当时，

，  
当时，

，  
综上所述：；

当时，

，

，对称轴为，

当时，随的增大而增大，

当时，元，

当时，，  
，对称轴为，  
当时，有最大值为元，

，

当销售单价定为元时，销售这种板栗日获利最大，最大利润为元；

，，，

当时，，，

又，，

此时日获利

，

对称轴为直线，

，，当时，日获利的最大值为元，

，

，，

，．