**初三年级数学学科第三次自测练习**

命题人：王老师 审题人：何老师

使用时间：2024.9.25 自测时间：120分钟

1. 选择题：本题共**10**小题共**30**分

1.下列函数是二次函数的是(    )

A. B. C. D.

2.由二次函数可知(    )

A. 其图象的开口向下 B. 其图象的对称轴为直线  
C. 其顶点坐标为 D. 当时，随的增大而增大

3.已知某抛物线与二次函数的图象的开口大小相同，开口方向相反，且顶点坐标为，则该抛物线对应的函数表达式为(    )

A. B.   
C. D.

4.已知，，是抛物线上的点，则、、的大小关系是(    )

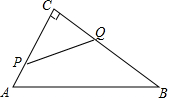
A. B. C. D.

5.已知二次函数，当时，随的增大而增大，则的取值范围是(    )

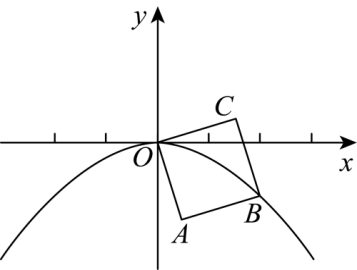
A. B. C. D.

6.已知二次函数，当，下列说法正确的是(    )

A. 有最小值 B. 有最小值 C. 有最小值 D. 有最大值

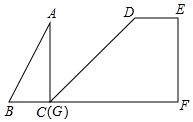
7.如图，在中，，，，点从点沿向点以的速度运动，同时点从点沿向点以的速度运动点运动到点停止，在运动过程中，四边形的面积最小值为(    )

A. B. C. D.

8.如图，为坐标原点，边长为的正方形的顶点在轴的正半轴上，将正方形绕顶点顺时针旋转，使点落在某抛物线上，则该抛物线的解析式为(    )   
A. B. C. D.

9.一次函数与二次函数在同一平面直角坐标系中的图象可能是(    )

A.  B.  C.  D. 

10.如图，在四边形中，，，，，的直角顶点与点重合，另一个顶点在点左侧在射线上，且，将沿方向平移，点与点重合时停止．设的长为，在平移过程中与四边形重叠部分的面积为，则下列图象能正确反映与函数关系的是(    )

A. B. C. D. 

二、填空题：本题共**10**小题，每小题**3**分，共**30**分。

11.将抛物线顶点坐标为\_\_\_\_\_\_．

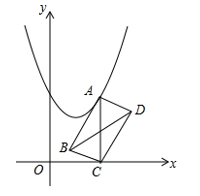
12.当时，二次函数有最大值，则\_\_\_\_\_\_．

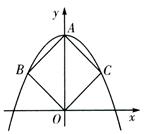
13.若，，为二次函数的图象上的三点，

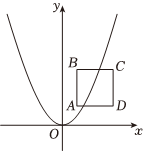
则，，的大小关系是            ．

14.将抛物线向上平移个单位长度后，经过点，则

的值是\_\_\_\_\_\_．

15.如图，在平面直角坐标系中，点在抛物线上运动，过点作轴于点，以为对角线作矩形，连结，则对角线的最小值为\_\_\_\_\_\_．  
16.若抛物线的顶点在轴上，则的值是\_\_\_\_\_\_．

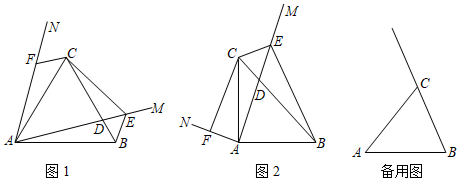
17.二次函数的图象经过点，且当时，有最大值，则该二次函数解析式为          ．

18.如图，在平面直角坐标系中，二次函数的图象过正方形的三个顶点，，，则的值是\_\_\_\_\_\_\_．  
19.已知关于的二次函数，当时，的值随的增大而减小，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_．

20.如图，在平面直角坐标系中，正方形的顶点、、的坐标分别为、、，若抛物线的图象与正方形有公共点，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

三解答题

**25**. 定义为函数的“特征数”如：函数的“特征数”是，函数的“特征数”是，函数的“特征数”是，  
将“特征数”是的函数图象向下平移个单位，得到一个新函数，这个新函数的解析式是                 ；  
在中，平移前后的两个函数分别与轴交于、两点，与直线分别交于、两点，判断以、、、四点为顶点的四边形形状，请说明理由并计算其周长；  
若中的四边形与“特征数”是的函数图象的有交点，求满足条件的实数的取值范围．  
*（此处不作答，答在答题纸上）*

**26**.本小题分如图，在中，，，过点作射线交射线于点，将绕点逆时针旋转得到，过点作交直线于点，在上取点，使．  
当与线段相交时，  
如图，当时，线段，和之间的数量关系为\_\_\_\_\_\_．  
如图，当时，写出线段，和之间的数量关系，并说明理由．  
当，时，若是直角三角形，直接写出的长．  


*（此处不作答，答在答题纸上）*

**初三年级数学学科第三次自测练习**答题纸

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题号** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **答案** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**11. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；12.\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；13. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；14. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；15. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；**

**16. \_\_\_\_\_\_\_\_\_；17. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；18. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；19.\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;20. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；**

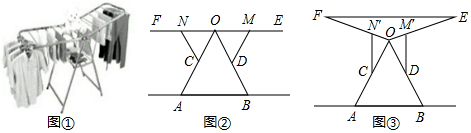
三、解答题：本题共**5**小题，共**44**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

21.分（1）计算：．

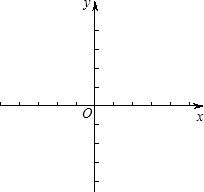
1. 先化简，再求值：，其中
2. 6分已知二次函数的图象经过点，，且对称轴为直线．  
   求该二次函数的解析式及顶点坐标；当取何值时，该函数的函数值大于；  
   把该函数图象向上平移几个单位后能使其经过原点．

23.6分把抛物线：先向右平移个单位长度，再向下平移个单位长度得到抛物线．直接写出抛物线的函数关系式；  
动点能否在抛物线上？请说明理由；  
若点，都在抛物线上，且，直接写出，的大小关系

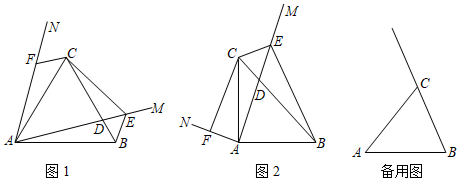
1. 分阳台上放置了一个晾衣架，完全稳固张开如图图，是晾衣架的侧面展开图，是边长为的等边三角形，晾衣架，能以为圆心转动，且：在，上的点，处分别有支撑杆，能以，为圆心转动．  
   如图，若平行于地面，王阿姨的衣服穿在衣架上的总长度是，垂挂在晾衣杆上是否会拖到地面上？说明理由．  
   如图，当支撑杆支到点，此时，点离地面距离最大．保证衣服不拖到地面上，衣服穿在衣架上的总长度最长为多少厘米？结果取整

参考数据：  


25（本题12分）



26.（本题12分）



**答案和解析**

1.【答案】

【解析】解：、当时，该函数不是二次函数，故本选项不符合题意；  
*B*、该函数分母含有字母，不是二次函数，故本选项不符合题意；  
*C*、该函数是二次函数，故本选项符合题意；  
*D*、该函数化简后没有二次项，是一次函数，故本选项不符合题意．  
故选：．  
根据二次函数的定义判断即可．  
此题主要考查了二次函数定义，解题的关键是掌握形如、、是常数，的函数，叫做二次函数．

2.【答案】

【解析】解：二次函数，  
抛物线开口向上，故选项*A*错误；  
对称轴为直线，故选项*B*正确；  
顶点坐标为，故选项*C*错误；  
当时，随的增大而增小，当时，随的增大而增大，故选项*D*错误．  
故选*B*．  
由抛物线解析式可求得其开口方向、对称轴、最值及增减性，即可求得答案．  
本题主要考查二次函数的性质．

3.【答案】

【解析】解：抛物线的顶点坐标为，  
抛物线的解析式为，  
抛物线与二次函数的图象的开口大小相同，开口方向相反，  
，  
抛物线的解析式为．  
故选：．  
先设顶点式，然后根据二次函数的性质确定的值．  
本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．也考查了二次函数的性质．

4.【答案】

【解析】解：，  
抛物线开口向下，对称轴为直线，  
与直线距离越近的点的纵坐标越大，  
，  
，  
故选：．  
由抛物线解析式可判断抛物线的开口方向与对称轴，根据各点与对称轴的距离大小求解．  
本题考查二次函数图象上点的坐标特征，解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系，掌握二次函数与方程的关系．

5.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查二次函数的性质，解题的关键是明确在二次函数中，当时，在对称轴左侧随的增大而减小，在对称轴右侧随的增大而增大；当时，在对称轴左侧随的增大而增大，在对称轴右侧随的增大而减小．  
根据二次函数，当时，随的增大而增大，可以得到该二次函数的对称轴，和相应的的取值范围，从而可以解答本题．  
【解答】  
解：二次函数，  
该二次函数的对称轴为直线，  
又当时，随的增大而增大，  
，  
故选：．

6.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查二次函数的性质、二次函数的最值，解答本题的关键是明确二次函数的性质，求出相应的最值．  
根据题目中的函数解析式和二次函数的性质，可以得到该函数的对称轴和开口方向，然后根据，即可得到相应的最大值和最小值，从而可以解答本题．  
【解答】  
解：二次函数，  
该函数的对称轴是直线，函数图象开口向上，  
在的取值范围内，当时取得最大值，当时，取得最小值，  
故选：．

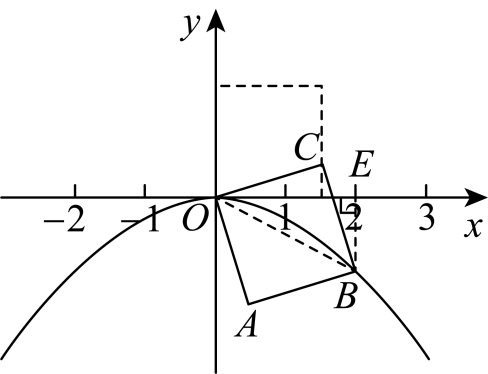
7.【答案】

【解析】解：在中，，，，  
．  
设运动时间为，则，，  
．  
，  
当时，四边形的面积取最小值，最小值为．  
故选：．  
在中，利用勾股定理可得出，设运动时间为，则，，利用分割图形求面积法可得出，利用配方法即可求出四边形的面积最小值，此题得解；  
本题考查了二次函数的最值以及勾股定理，解题的关键是：利用分割图形求面积法找出．

8.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查正方形的性质，旋转的性质，含角的直角三角形的性质，用待定系数法求二次函数解析式和勾股定理的运用，解题的关键是得到点的坐标．过点向轴引垂线，垂足为点，连接，可得的长度，进而求出点的坐标，然后运用待定系数法求二次函数解析式即可．

【解答】  
解：如图，作轴于点，连接，



正方形绕顶点顺时针旋转，

，

，

，

在中，，

，，

，

，

，

点坐标为，

设抛物线解析式为

代入点坐标，得，

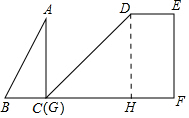
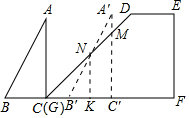
，

故选：．

9.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查二次函数和一次函数的图象与系数的关系，解题的关键是明确一次函数和二次函数的性质．  
先由二次函数的图象得到字母系数的正负，再与一次函数的图象相比较看是否一致．  
【解答】  
解：、由抛物线可知，，，，则，由直线可知，，，故本选项错误；  
*B*、由抛物线可知，，，，则，由直线可知，，，故本选项正确；  
*C*、由抛物线可知，，，，则，由直线可知，，，故本选项错误；  
*D*、由抛物线可知，，，，则，由直线可知，，，故本选项错误．  
故选：．

10.【答案】

【解析】解：过点作，  
  
，，，  
，，  
当时，重叠部分为等腰直角三角形，且直角边长为，  
，  
，  
该部分图象开口向上，  
当时，如图，  
  
设与交与点，与交与点，  
则，  
设，则，  
，，  
，  
是等腰直角三角形，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
该部分图象开口向下，  
当时，重叠部分的面积为，是固定值，  
该部分图象是平行轴的线段，  
故选：．  
根据移动过程分三个阶段讨论，第一个是点到达点之前，即时，求出和的关系式，确定图象，第二个是点到达点之前，即时，求出和的关系式，确定图象，第三个是点到达点之前，即时，求出和的关系式，确定图象，即可确定选项．  
本题主要考查动点问题的函数图象，关键是要把移动过程分成几个阶段，然后根据每个阶段的情况单独讨论，确定和之间的函数关系式，从而确定图象．

11.【答案】

【解析】解：抛物线顶点坐标为．  
故答案为：．  
应用抛物线顶点坐标公式即可．  
本题主要考查抛物线的顶点坐标，解题关键是正确应用公式．

12.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查二次函数的性质、二次函数的最值，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答．根据题目中的函数解析式和二次函数的性质，可以求得的值，本题得以解决．  
【解答】  
解：二次函数，  
该函数开口向上，对称轴为，  
当时，二次函数有最大值，  
当时，该函数取得最大值，此时，  
故答案为：．

13.【答案】

【解析】解：图象的开口向上，对称轴是直线，  
关于直线的对称点是，  
，  
．  
  
  
本题主要考查对二次函数图象上点的坐标特征，二次函数的性质等知识点的理解和掌握，能熟练地运用二次函数的性质进行推理是解此题的关键．根据二次函数的解析式得出图象的开口向上，对称轴是直线，根据时，随的增大而增大，即可得出答案．

14.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查了二次函数图象的平移，二次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是得出平移后的表达式．  
根据二次函数图象的平移得出平移后的表达式，再将点代入，得到，最后将变形求值即可．  
【解答】  
解：将抛物线向上平移个单位长度后，  
表达式为：，  
即，  
抛物线经过点，  
代入得：，即，  
，  
故答案为：．

15.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查的是二次函数图象上点的坐标特征、矩形的性质，正确求出抛物线的顶点坐标、掌握矩形的对角线相等是解题的关键．  
利用配方法求出抛物线的顶点坐标，根据矩形的性质解答．  
【解答】  
解：，  
则抛物线的顶点坐标为，  
当点在抛物线的顶点时，最小，最小值为，  
四边形是矩形，  
，  
对角线的最小值为，  
故答案为．

16.【答案】

【解析】解：抛物线的顶点在轴上，  
，  
解得：．  
故答案为：．  
直接利用二次函数的性质，顶点在轴上则一次项系数为，进而得出答案．  
此题主要考查了二次函数图象上点的坐标特征，正确掌握二次函数基本性质是解题关键．

17.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查了待定系数法求二次函数的解析式，熟练掌握待定系数法是解题的关键．根据题意设出函数的顶点式，代入点，根据待定系数法即可求得．  
【解答】  
解：设二次函数的解析式为，  
把点代入得：，  
解得，  
．  
故答案为．

18.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查待定系数法求二次函数的解析式、二次函数的性质以及运用，体现了方程思想．  
设正方形的对角线长为，根据正方形的性质则可得出、坐标，代入二次函数中，即可求出和，从而求积．  
【解答】  
解：设正方形的对角线长为，  
则，，；  
把，的坐标代入解析式可得：  
，，  
代入得：，解得：，  
则．  
故答案为：．

19.【答案】

【解析】解：由当时，的值随的增大而减小可知，抛物线开口向上，，  
且对称轴，  
解得，  
故答案为：．  
根据对称轴的左侧的增减性，可得，根据增减性，可得对称轴大于或等于，可得答案．  
本题考查了二次函数的性质，利用二次函数的增减性得出抛物线的开口方向且是解题关键．

20.【答案】

【解析】解：正方形的顶点、、的坐标分别为、、，  
点的坐标为．  
抛物线开口向上，  
，  
当抛物线经过点时，取最大值，经过点时，取最小值．  
将代入得，  
解得，  
将代入得，  
解得，  
若抛物线的图象与正方形有公共点，则的取值范围是．  
故答案为：．  
抛物线开口向上，因此大于，越大抛物线开口越小，越小抛物线开口越大，因此抛物线经过点时，取最大值，经过点时，取最小值，由此可解．  
本题考查正方形的性质，抛物线图象与系数的关系，找到取最大值和最小值时与正方形的交点是解题的关键．

**答案和解析**

21.（1）【答案】解：原式   
   
．

【解析】先计算开方运算、特殊三角函数值、负整数指数幂的运算及绝对值的运算，再合并即可．  
此题考查的是实数的运算，负整数指数幂的运算，特殊三角形函数值，掌握其运算法则是解决此题的关键．

（2）.【答案】解：  
  
  
，  
当时，原式．

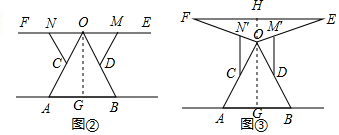
【解析】根据分式的加法和除法可以化简题目中的式子，然后将的值代入化简后的式子即可解答本题．  
本题考查分式的化简求值，解答本题的关键是明确分式化简求值的方法．

22.【答案】解：二次函数的图象经过点，对称轴为直线，  
抛物线与轴的另一个交点坐标为，  
设抛物线解析式为，  
把代入得，解得，  
所以抛物线解析式为，即；  
抛物线与轴的两交点坐标为，，  
而抛物线开口向上，  
当或时，；  
当时，，即抛物线与轴的交点坐标为，  
所以把该函数图象向上平移个单位后能使其经过原点．

【解析】先利用抛物线的对称性确定抛物线与轴的另一个交点坐标为，则可设交点式，然后把点坐标代入求出即可；  
利用抛物线与轴的两交点坐标和抛物线开口向上，写出抛物线在轴上方所对应的自变量的范围即可；  
先求出抛物线与轴的交点坐标为，然后利用点平移的规律确定抛物线向上平移的单位．  
本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．一般地，当已知抛物线上三点时，常选择一般式，用待定系数法列三元一次方程组来求解；当已知抛物线的顶点或对称轴时，常设其解析式为顶点式来求解；当已知抛物线与轴有两个交点时，可选择设其解析式为交点式来求解．也考查了二次函数的性质．

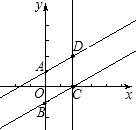
23.【答案】解：；  
动点不在抛物线上，理由如下：  
抛物线的函数关系式为：，  
函数的最小值为，  
，  
动点不在抛物线上；  
抛物线的函数关系式为：，  
抛物线的开口向上，对称轴为，  
当时，随的增大而减小，  
点，都在抛物线上，且，  
．

【解析】【分析】  
本题考查二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答；也考查函数图象的平移的规律．  
根据二次函数图象左加右减，上加下减的平移规律进行求解；  
根据二次函数的最小值即可判断；  
根据二次函数的性质可以求得与的大小．  
【解答】  
解：，  
把抛物线：先向右平移个单位长度，再向下平移个单位长度得到抛物线：，  
即，  
抛物线的函数关系式为：；  
见答案；  
见答案．

1. 【答案】解：垂挂在晾衣杆上不会拖到地面上，  
   理由：过作于，  
   是等边三角形，  
   ，  
   ，  
   ，  
   答：垂挂在晾衣杆上不会拖到地面上；  
   过作于，延长交于，  
   ，  
   ，  
   ，  
   ，  
   ，  
   ，  
   ，  
   ，

为了让衣服不拖到地面上，总长度最长约为厘米  
答：服穿在衣架上的总长度最长约为厘米．

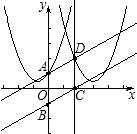
【解析】过作于，根据是等边三角形，得到，根据三角函数的定义得到结论；  
过作于，延长交于，根据平行线的性质得到，根据平角的定义得到，得到，解直角三角形即可得到结论．  
本题考查了解直角三角形的应用，等边三角形的性质，根据已知构造直角三角形利用锐角三角函数解题是解决问题的关键．

1. 【答案】解：．  
   四边形为菱形。

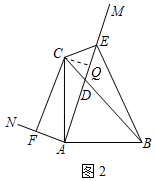
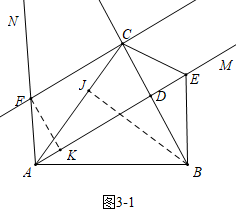
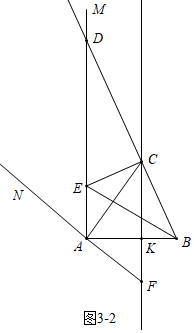
理由如下：

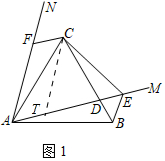
由题意可知向下平移两个单位得，  
点，点，，．  
，．  
四边形为平行四边形．  
，得点坐标为，  
，由勾股定理可得，  
四边形为平行四边形，，，

四边形为菱形周长为：．

二次函数为：，化为顶点式为：，  
  
  
  
  
  
二次函数的图象不会经过点和点．  
设二次函数的图象与四边形有公共部分，  
当二次函数的图象经过点时，将，代入二次函数，  
解得，不合题意，舍去，  
当二次函数的图象经过点时，  
将，代入二次函数，  
解得，不合题意，舍去，  
所以实数的取值范围：．

【解析】本题结合“特征数”的定义考查一次函数，二次函数的综合应用，综合性强，能力要求高．  
根据函数“特征数”写出函数的解析式，再根据平移的规律得到新函数的解析式．  
判断以、、、四点为顶点的四边形形状，可根据一次函数图象向下平移个单位与原函数图象的关系，得出，并确定为平行四边形，由直线相交计算交点坐标后，求出线段，进而求出其周长；  
根据函数“特征数”写出二次函数的解析式，化为顶点式为，确定二次函数的图象不会经过点和点，再将顶点，代入二次函数解析式得出实数的取值范围．  
  
解：“特征数”是的函数为，  
该函数图象向下平移个单位，得．  
故答案为：．  
见答案．

26.【答案】解：．  
  
如图中，结论：．  
理由：过点作于．  
  
，  
，  
，  
，  
，  
四边形是矩形，  
，  
，，  
∽，  
，  
，  
，  
∽，  
，  
，  
，  
，  
．  
  
如图中，当时，过点作于，过点作于．  
  
在中，，，  
，，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
四边形是平行四边形，  
，  
四边形是矩形，  
，  
，  
，  
，  
．  
  
如图中，当时，，  
  
，  
，  
在中，，，  
，，  
，  
，  
，，  
，  
，  
，  
．  
综上所述，满足条件的的值为或．

【解析】解：结论：．  
理由：如图中，作交于．  
  
，，  
是等边三角形，  
，，  
，，  
四边形是平行四边形，  
，  
，，  
∽，  
，  
，  
，  
∽，  
，  
，  
，  
是等边三角形，  
，  
．  
故答案为：．  
  
结论：如图中，作交于想办法证明，，可得结论．  
结论：过点作于想办法证明，，可得结论．  
分两种情形：如图中，当时，过点作于，过点作于利用勾股定理以及面积法求出，再证明，可得结论．如图中，当时，，解直角三角形求出，可得结论．  
本题属于几何变换综合题，考查了旋转变换，等腰三角形的性质，等边三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，解直角三角形等知识，解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题，学会用分类讨论的思想思考问题．