******确定二次函数的表达式（1）作业卷**

**一、单选题**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

1．已知是的二次函数，与的对应值如下表：

则其表达式为

A． B．

C． D．

2．若二次函数的图象经过点，则下列说法错误的是（    ）

A．  B．当，随的增大而减小C．顶点坐标为 D．图象有最低点

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | … |  |  | 0 | 3 | 5 | … |
| *y* | … |  |  | 0 |  |  | … |

3．已知一个二次函数的自变量*x*与函数*y*的几组对应值如下表，

则下列关于这个二次函数的结论正确的是（ 　　 ）

A．图象的开口向上 B．当时，*y*的值随*x*的值增大而增大

C．图象经过第二、三、四象限 D．图象的对称轴是直线

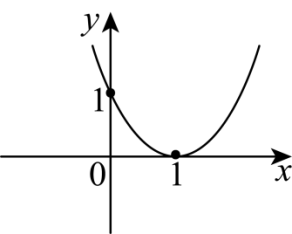
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 0 | 1 | 3 |  |
|  |  | 6 |  |  |  |  |

4．如表中列出的是一个二次函数的自变量与函数的几组对应值：

下列结论：①抛物线的开口向上；②其图象的对称轴为；③当时；函数值随的增大而增大；④方程有一个根大于4．其中正确的是（   ）

A．①② B．①③ C．①③④ D．②③④

5．若二次函数图像的顶点坐标为，且图像过点，则该二次函数的解析式是（    ）

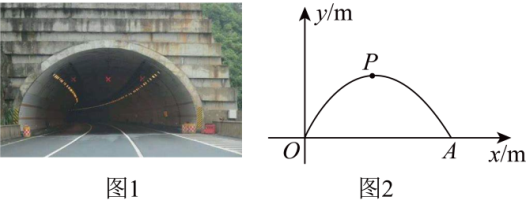
A． B． C． D．

6．如图的抛物线的解析式为（    ）

A． B． C． D．

7．已知抛物线的开口向上，且抛物线经过原点，则的值为（    ）

A． B． C． D．或

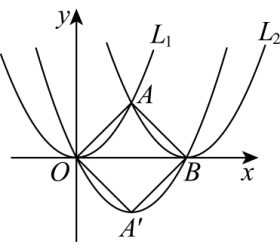
8．中条山隧道位于山西省运城市盐湖区，这一隧道的建设开创了全省普通公路特长隧道工程建设的先河，也是全国单洞里程最长的隧道工程．如图1是中条山隧道，其截面近似为抛物线型，如图2为截面示意图，线段表示水平的路面，以*O*为坐标原点所在直线为*x*轴，以过点*O*垂直于*x*轴的直线为*y*轴，建立平面直角坐标系．经测量，抛物线的顶点*P*到的距离为，则抛物线的函数表达式为（    ）

A． B． C． D．

**二、填空题**

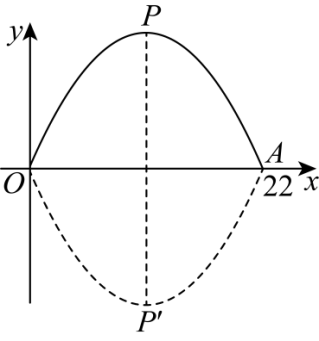
9．若一个二次函数的二次项系数为2，且经过点，请写出一个符合上述条件的二次函数表达式： ．

10．已知点和点*N*都在抛物线上，如果轴，则线段的长度为 ．

11．如图，在平面直角坐标系中，抛物线向右平移（）个单位得到另一抛物线，两抛物线相交于点，记的顶点为，作点关于轴的对称点．若四边形是正方形，则经过、、三点的抛物线的解析式是 ．

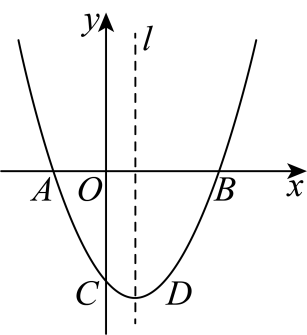
12．对于二次函数（，*a*为整数），有四种说法：①函数与*x*轴的一个交点为；②对称轴为直线；③当时，函数的最小值为3；④点在函数图象上．若其中只有一个说法是错误的，则*a*的值为 ．

13．如果将二次函数的图象平移，有一个点既在平移前的函数图象上又在平移后的函数图象上，那么称这个点为“平衡点”．现将抛物线沿轴平移得到新抛物线，如果“平衡点”为，那么新抛物线的表达式为 ．

14．古时乾隆皇帝曾在秋日路过卢沟桥，赋诗“半钩留照三秋淡，一练分波平镜明”于此，并题“卢沟晓月”，立碑于桥头．卢沟桥主桥拱可以近似看作抛物线，桥拱在水面的跨度约为22米，若按如图所示方式建立平面直角坐标系，则主桥拱所在抛物线可以表示为，则主桥拱最高点*P*与其在水中倒影之间的距离为 米．

**三、解答题**

15．如图，已知抛物线过点与，与轴交于点．点在抛物线上，且与点关于对称轴对称．

 (1)求该抛物线的函数关系式和对称轴；

(2)求的面积．

16．已知二次函数的图像经过，两点．

(1)求和的值；

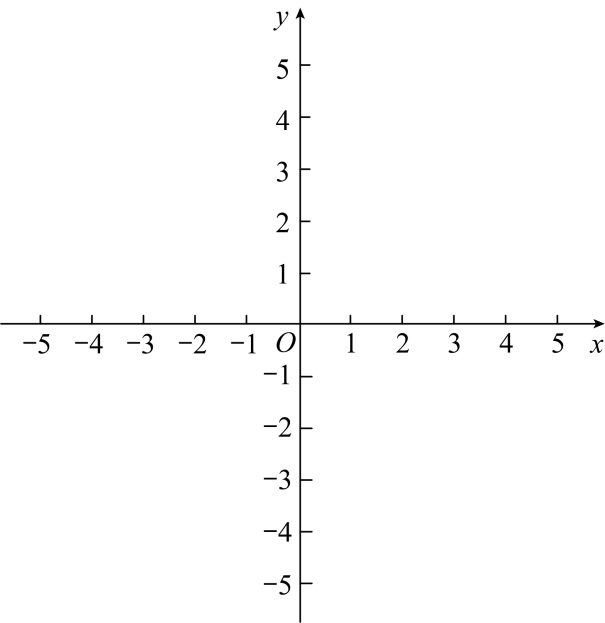
(2)试判断点是否在此函数图像上？

17．在平面直角坐标系中，抛物线经过点．

(1)求该抛物线的表达式，并用描点法画出函数图象；

(2)将该抛物线向上平移 个单位后，所得抛物线与*x*轴只有一个公共点．

18．在平面直角坐标系中，若点的横坐标与纵坐标相等，则称点为和谐点，例如：点都是和谐点．若二次函数的图象上有且只有一个和谐点，求该二次函数表达式．



19．已知二次函数部分自变量与函数值的对应值如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | … |  |  |  |  |  | … |
|  | … |  |  |  |  |  | … |

(1)求二次函数解析式；

(2)在平面直角坐标系中画出二次函数的图象；

(3)当时，的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

20．在直角坐标系中，设函数（是常数，）．

(1)若该函数的图象经过和两点，求函数的表达式；

(2)已知，当（是实数，）时，该函数对应的函数值分别为若，求证：．

**答案与解析**

**一、单选题**

1．（2024九年级下·云南·专题练习）已知是的二次函数，与的对应值如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

则其表达式为

A． B．

C． D．

【答案】B

【分析】此题考查了待定系数法求二次函数解析式，解决本题的关键是根据二次函数的对称性找到顶点坐标，设，代入，求即可．

【详解】解：由表可知：关于对称轴的对称点是，

二次函数对称轴是直线，

二次函数顶点坐标是，

设二次函数解析式是，

把代入得：

，

解得：，

二次函数解析式是，

故选：B．

2．（24-25九年级上·全国·假期作业）若二次函数的图象经过点，则下列说法错误的是（    ）

A．  B．当，随的增大而减小

C．顶点坐标为 D．图象有最低点

【答案】C

【分析】本题考查了二次函数解析式的求解以及二次函数的图形与性质，解题的关键在于利用经过的点代入求出解析式．求出解析式，根据二次函数的性质对选项一一进行判断即可．

【详解】解：把点代入可得，

∴，故A正确

，

∴对称轴为*y*轴，顶点坐标为，故C错误，

∴当，随的增大而减小，故B正确，

∵抛物线开口向上，

∴图象有最低点，故D正确．

故选：C

3．（2024·陕西·中考真题）已知一个二次函数的自变量*x*与函数*y*的几组对应值如下表，

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | … |  |  | 0 | 3 | 5 | … |
| *y* | … |  |  | 0 |  |  | … |

则下列关于这个二次函数的结论正确的是（ 　　 ）

A．图象的开口向上 B．当时，*y*的值随*x*的值增大而增大

C．图象经过第二、三、四象限 D．图象的对称轴是直线

【答案】D

【分析】本题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数的性质．先利用待定系数法求得二次函数解析式，再根据二次函数的性质逐一判断即可．

【详解】解：由题意得，解得，

∴二次函数的解析式为，

∵，

∴图象的开口向下，故选项A不符合题意；

图象的对称轴是直线，故选项D符合题意；

当时，*y*的值随*x*的值增大而增大，当时，*y*的值随*x*的值增大而减小，故选项B不符合题意；

∵顶点坐标为且经过原点，图象的开口向下，

∴图象经过第一、三、四象限，故选项C不符合题意；

故选：D．

4．（2024·陕西西安·三模）如表中列出的是一个二次函数的自变量与函数的几组对应值：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 0 | 1 | 3 |  |
|  |  | 6 |  |  |  |  |

下列结论：①抛物线的开口向上；②其图象的对称轴为；③当时；函数值随的增大而增大；④方程有一个根大于4．其中正确的是（   ）

A．①② B．①③ C．①③④ D．②③④

【答案】B

【分析】本题考查抛物线与轴的交点，二次函数的性质以及二次函数图象上点的坐标特征．设出二次函数的解析式，根据表中数据求出函数解析式，然后化成顶点式，根据二次函数的性质即可判断．

【详解】解：设二次函数的解析式为，

由题意知：，

解得，

二次函数的解析式为，

①函数图象开口向上，故①选项正确；

②对称轴为直线，故②选项错误；

③当时，函数值随的增大而增大，故③选项正确；

④方程的解为，，故④选项错误．

故选：B．

5．（23-24九年级上·四川凉山·阶段练习）若二次函数图像的顶点坐标为，且图像过点，则该二次函数的解析式是（    ）

A． B．

C． D．

【答案】C

【分析】本题考查求二次函数解析式，由二次函数图像的顶点坐标为，设二次函数顶点式，将代入，再解方程即可得到答案，熟记二次函数图像与性质是解决问题的关键．

【详解】解：二次函数图像的顶点坐标为，

设二次函数顶点式，

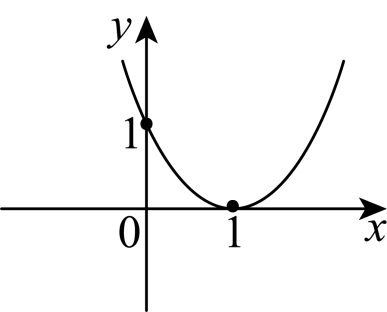
图像过点，

，解得，

该二次函数的解析式是，

故选：C．

6．（23-24九年级上·海南省直辖县级单位·期中）如图的抛物线的解析式为（    ）



A． B． C． D．

【答案】C

【分析】本题考查待定系数法求二次函数解析式，由图知抛物线顶点：，故设，又因为交轴于，代入解析式即可．

【详解】解：图知抛物线顶点：，

故设，

又抛物线交轴于，

，

解得：，

抛物线的解析式为：，

故选：C．

7．（23-24九年级上·福建泉州·期末）已知抛物线的开口向上，且抛物线经过原点，则的值为（    ）

A． B． C． D．或

【答案】A

【分析】本题主要考查了二次函数的图象和性质，求二次函数解析式，解题的关键是将代入，求出，然后根据抛物线开口向上，得出．

【详解】解：把代入得：

，

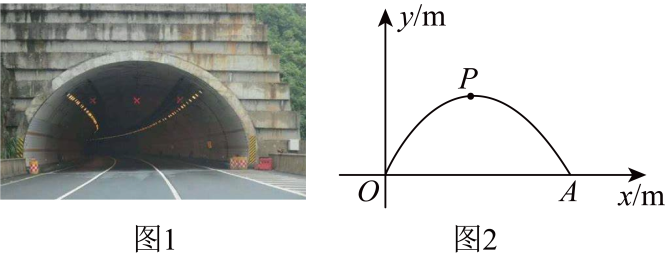
解得：，

∵抛物线的开口向上，

∴，

故选：A．

8．（23-24九年级上·山西临汾·期末）中条山隧道位于山西省运城市盐湖区，这一隧道的建设开创了全省普通公路特长隧道工程建设的先河，也是全国单洞里程最长的隧道工程．如图1是中条山隧道，其截面近似为抛物线型，如图2为截面示意图，线段表示水平的路面，以*O*为坐标原点所在直线为*x*轴，以过点*O*垂直于*x*轴的直线为*y*轴，建立平面直角坐标系．经测量，抛物线的顶点*P*到的距离为，则抛物线的函数表达式为（    ）



A． B． C． D．

【答案】D

【分析】根据题意得出，，设抛物线的表达式为，把代入得，再把代入求出*a*的值，即可得出抛物线表达式．本题主要考查了求抛物线的表达式，解题的关键是掌握用待定系数法求函数表达式的方法和步骤，以及二次函数的顶点式．

【详解】解：∵，抛物线的顶点*P*到的距离为，

∴，，

设抛物线的表达式为，

把代入得：，

把代入得：，

解得：，

∴抛物线表达式为，

故选：D．

**二、填空题**

9．（2024·广东江门·二模）若一个二次函数的二次项系数为2，且经过点，请写出一个符合上述条件的二次函数表达式： ．

【答案】（答案不唯一）

【分析】根据二次函数的二次项系数为2，设抛物线解析式为，结合抛物线经过点，得到，选择，得到解析式为．

本题考查了待定系数法求解析式，熟练掌握待定系数法，灵活选择数值计算即可．

【详解】∵二次函数的二次项系数为2，设抛物线解析式为，

∵抛物线经过点，

∴，

∴，

∴解析式为．

故答案为：．

10．（23-24九年级下·湖南郴州·期中）已知点和点*N*都在抛物线上，如果轴，则线段的长度为 ．

【答案】4

【分析】本题考查了二次函数的图象与性质，解一元二次方程的知识，根据轴，得出，是解答本题的关键．

首先求出抛物线解析式为，根据轴，可得，令，求出，进而求解即可．

【详解】将代入抛物线中，可得：，

解得：，

即抛物线解析式为：，

∵轴，，

∴，

当时，，

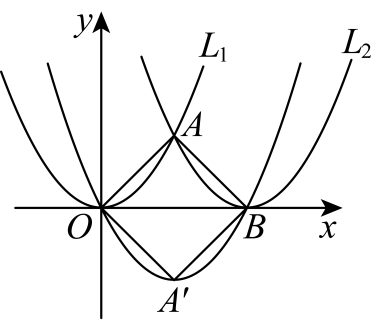
解得：或，

即，

∴的长度为．

故答案为：4．

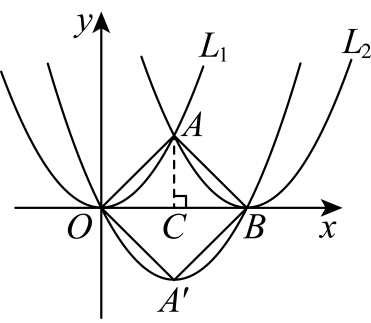
11．（2023·浙江湖州·模拟预测）如图，在平面直角坐标系中，抛物线向右平移（）个单位得到另一抛物线，两抛物线相交于点，记的顶点为，作点关于轴的对称点．若四边形是正方形，则经过、、三点的抛物线的解析式是 ．



【答案】

【分析】本题考查了待定系数法求二次函数相似，二次函数的平移，正方形的性质；根据题意得出，代入，进而可得，，求得待定系数法求解析式，即可求解．

【详解】解：如图所示，过点作轴于点，



依题意，，

∵四边形是正方形，

∴，则

∵在上，

∴

解得：或（舍去）

∴，

∵点关于轴的对称点为．

∴，

设经过、、三点的抛物线的解析式为，将代入，



解得：

∴抛物线解析式为，

故答案为：．

12．（2024·吉林长春·一模）对于二次函数（，*a*为整数），有四种说法：①函数与*x*轴的一个交点为；②对称轴为直线；③当时，函数的最小值为3；④点在函数图象上．若其中只有一个说法是错误的，则*a*的值为 ．

【答案】5

【分析】本题考查二次函数的图象与性质．根据二次函数图象与*x*轴的交点问题可判断*A*、*C*中有一个是错误的，进而判断选项①、②、④或②、③、④组合得到的解析式是否符合题意即可得出结论．

【详解】解：∵①选项中函数图象与*x*轴的一个交点为，

即函数图象与*x*轴有交点，

③选项中时函数的最小值为3，即函数图象与*x*轴无交点，

∴选项①和③中有一个是错误的．

若选项①、②、④均正确．

∵函数与*x*轴的一个交点为，对称轴为直线，

∴函数与*x*轴另一个交点为．

∴该函数解析式可表示为．

∵点在函数图象上，

∴，

解得：．

∵*a*为整数，

∴不符合题意；

若选项②、③、④均正确．

∵对称轴为直线，函数的最小值为3，

∴设抛物线的解析式为．

∵点在函数图象上，

∴．

解得：，符合*a*为整数的条件．

故答案为：5

13．（23-24九年级上·江苏常州·阶段练习）如果将二次函数的图象平移，有一个点既在平移前的函数图象上又在平移后的函数图象上，那么称这个点为“平衡点”．现将抛物线沿轴平移得到新抛物线，如果“平衡点”为，那么新抛物线的表达式为 ．

【答案】

【分析】本题考查二次函数图象的平移、二次函数图象上点的坐标特征，先设平移后新抛物线的表达式为，根据“平衡点”将已知点代入求解即可．

【详解】解：设平移后新抛物线的表达式为，

∵“平衡点”为，

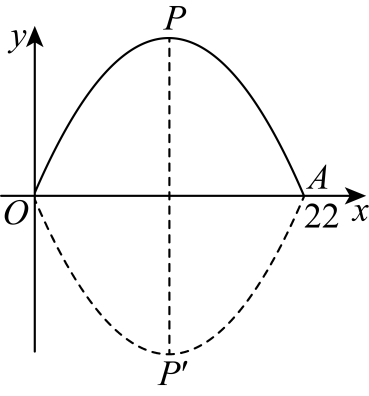
∴，

解得，（不符合题意，舍去），

∴新抛物线的表达式为，

故答案为：．

14．（23-24九年级上·江苏南通·阶段练习）古时乾隆皇帝曾在秋日路过卢沟桥，赋诗“半钩留照三秋淡，一练分波平镜明”于此，并题“卢沟晓月”，立碑于桥头．卢沟桥主桥拱可以近似看作抛物线，桥拱在水面的跨度约为22米，若按如图所示方式建立平面直角坐标系，则主桥拱所在抛物线可以表示为，则主桥拱最高点*P*与其在水中倒影之间的距离为 米．



【答案】

【分析】本题考查了二次函数的图形和性质．由知道抛物线经过点，进而求出*k*的值，最高点与其在水中倒影之间的距离即为．

【详解】解：由题意知，抛物线经过点，代入解析式中：得到：，

解得，

∴抛物线的顶点坐标为，

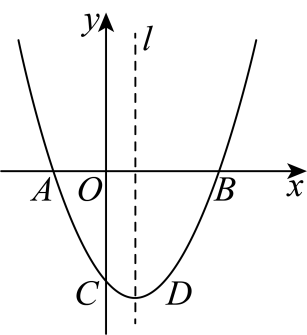
∴，

∴主桥拱最高点与其在水中倒影之间的距离为米，

故答案为：26．

**三、解答题**

15．（23-24九年级上·河南周口·阶段练习）如图，已知抛物线过点与，与轴交于点．点在抛物线上，且与点关于对称轴对称．



(1)求该抛物线的函数关系式和对称轴；

(2)求的面积．

【答案】(1)函数表达式为，抛物线的对称轴为

(2)

【分析】本题考查了用待定系数法求二次函数的解析式，抛物线的对称轴，熟练掌握待定系数法和二次函数对称轴的求解是解答本题的关键．

（1）将，代入，即可求得二次函数的解析式，再利用即可求出对称轴；

（2）由抛物线的轴对称性，先求出点的坐标，再求得三角形的底边和高，即可求出面积．

【详解】（1）抛物线过点，，

将，代入，得，

解得，

则该抛物线的函数表达式为，

，

即抛物线的对称轴为；

（2）点与点关于对称轴对称，点，

点的坐标为，

，且轴．

．

16．（22-23九年级上·江苏连云港·阶段练习）已知二次函数的图像经过，两点．

(1)求和的值；

(2)试判断点是否在此函数图像上？

【答案】(1)

(2)不在

【分析】

（1）已知了抛物线上两点的坐标，可将其代入抛物线中，通过联立方程组求得、的值；

（2）将点坐标代入抛物线的解析式中，即可判断出点是否在抛物线的图象上．

【详解】（1）

解：把，两点代入二次函数得

，

解得，；

（2）

解：由（1）得，

把代入，得，

点在不在此函数图象上．

【点睛】本题考查了用待定系数法求函数表达式的方法，掌握待定系数法求函数解析式的方法与步骤是解决问题的关键．

17．（23-24八年级下·北京·期中）在平面直角坐标系中，抛物线经过点．

(1)求该抛物线的表达式，并用描点法画出函数图象；

(2)将该抛物线向上平移 个单位后，所得抛物线与*x*轴只有一个公共点．

【答案】(1)，图见解析

(2)1

【分析】本题考查二次函数的图象和性质，二次函数图象的平移：

（1）待定系数法求出函数解析式，列表描点，连线画出函数图象即可；

（2）抛物线与*x*轴只有一个公共点时，此时公共点为顶点坐标，即新的抛物线的顶点的纵坐标为0，进行求解即可．

【详解】（1）解：把，代入，得：，

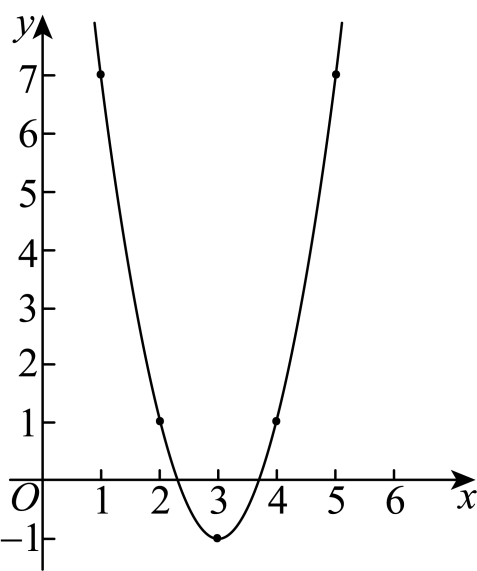
∴，

∴；

列表如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |
|  |  | 7 | 1 |  | 1 | 7 |  |

描点，连线画出函数图象如图：



（2）∵抛物线的顶点坐标为，且平移后的抛物线与轴只有一个公共点，

∴只需向上平移1个单位，顶点变为，此时满足题意．

故答案为：1

18．（23-24九年级上·安徽宣城·阶段练习）在平面直角坐标系中，若点的横坐标与纵坐标相等，则称点为和谐点，例如：点都是和谐点．若二次函数的图象上有且只有一个和谐点，求该二次函数表达式．

【答案】

【分析】设和谐点为，把代入得，则，所以，再把代入得，然后解关于、的方程组即可．

【详解】解：设和谐点为，

把代入得，

整理得，

有且只有一个值，

，即，

把代入得，即，

把代入得，

解得，

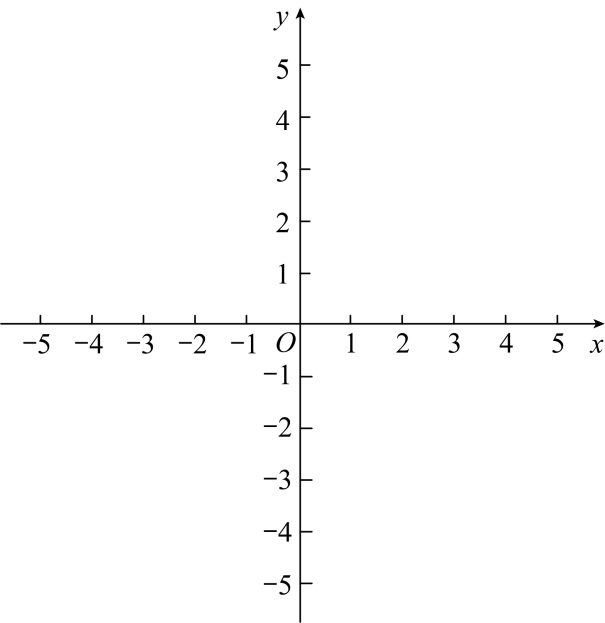
，

此二次函数的解析式为．

【点睛】本题主要考查了用待定系数法求二次函数解析式．把和谐点代入得到关于的方程有两相等的实数根是解题的关键．

19．（22-23九年级上·北京东城·期末）已知二次函数部分自变量与函数值的对应值如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | … |  |  |  |  |  | … |
|  | … |  |  |  |  |  | … |



(1)求二次函数解析式；

(2)在平面直角坐标系中画出二次函数的图象；

(3)当时，的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】(1)

(2)画图见详解

(3)

【分析】（1）用待定系数法即可求解；

（2）根据函数解析式，用描点法即可求解；

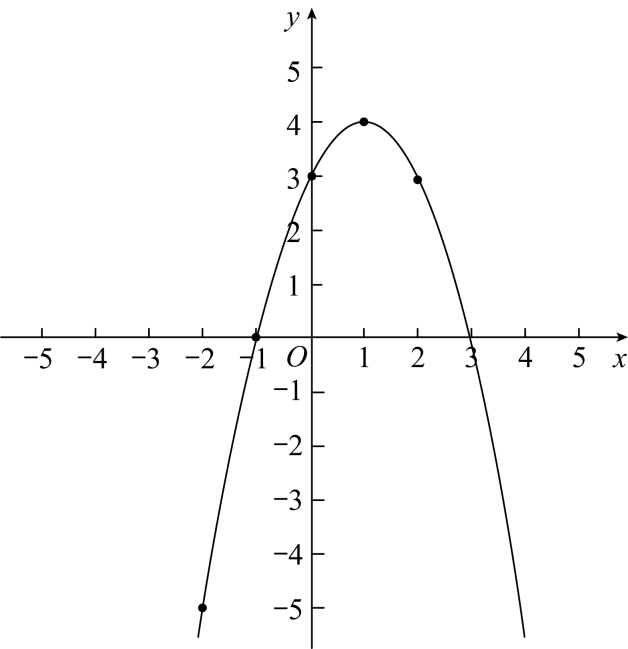
（3）根据自变量的取值范围，结合图示，即可确定函数值的取值范围．

【详解】（1）解：当时，；当时，；当时，，

∴，解方程得，

∴二次函数解析式为．

（2）解：二次函数解析式为，图像如图所示，



函数与轴的交点是，，与轴的交点是，对称轴为，符合题意．

（3）解：当时，根据（2）中图示可知，

当时，；当当时，；当时，．

∴当时，．

【点睛】本题主要考查待定系数法求二次函数解析式，根据函数解析式画函数图形，根据函数自变量求函数取值范围，掌握待定系数法解二次函数解析式，函数图像的性质是解题的关键．

20．（2024·河北邯郸·二模）在直角坐标系中，设函数（是常数，）．

(1)若该函数的图象经过和两点，求函数的表达式；

(2)已知，当（是实数，）时，该函数对应的函数值分别为若，求证：．

【答案】(1)

(2)见解析

【分析】本题考查了待定系数法求二次函数表达式，代数式的化简，并利用配方法判断代数式的取值范围，第（2）小问的关键是利用，首先对代数式化简，然后配方说明的范围．

（1）使用待定系数法求二次函数解析式，将两点坐标代入，解二元一次方程组即可．

（2）已知，则，容易得到，利用，即代入，对代数式进行化简，并配方得出，最后注意利用条件判断，得证．

【详解】（1）由题意，得

解得,

所以，该函数表达式为．

（2）由题意，得，，

所以





，

由条件，知，

所以．