

# 预赛专题

力学	1
质点运动学	1
参考系、坐标系、质点	1
位移、速度	1
平面极坐标系中的速度	2
加速度	2
匀加速运动	3
抛体运动	3
匀速圆周运动	3
变速曲线运动	4
相对运动	4
牛顿定律及其应用	5
牛顿定律	5
常见力	6
基本自然力	6
牛顿运动定律的运用	6
非惯性系和惯性力	7
科里奥利力	8
潮汐力	9
动量和角动量	11
冲量与动量定理	11
质点系的动量定理	11
动量守恒定律	12
变质量问题	12
质心	12
质心系	13
质心运动定理	13
两体问题	13
质点的角动量、角动量定理	14

角动量守恒定律	14
质点系的角动量、角动量定理和角动量守恒定律	14
质心系角动量定理	15
功和能	17
功和动能定理	17
一对力的功	17
保守力和势能	18
梯度、电势能求保守力	19
均匀球体的引力	20
势能曲线	21
功能原理和机械能守恒定律	22
有心力场中质点的运动	22
柯尼希定理	24
质心系中的功能原理	24
流体的定常流动	25
伯努利方程	26
刚体的运动	29
一般刚体的运动	29
刚体定轴转动	29
刚体的定轴转动定律	30
转动惯量的计算	31
刚体定轴转动的角动量定律和角动量守恒定律	32
定轴转动的功能原理	32
刚体的平面运动	33
进动	34
小结	35
振动	37
简谐振动	37
简谐振动合成	40
非自由振动	43
波动	46
简谐波	46

波的衍射、反射、折射 . . . . .	50
波的叠加和干涉 . . . . .	52
波的多普勒效应 . . . . .	56
波动方程. . . . .	58
<b>热学 . . . . .</b>	<b>62</b>
分子动理论和温度相关. . . . .	62
微观和宏观 . . . . .	62
统计规律. . . . .	62
平衡态和准静态 . . . . .	63
理想气体温标 . . . . .	64
理想气体压强 . . . . .	65
温度的统计意义 . . . . .	66
麦克斯韦速率分布律 . . . . .	68
三种速率. . . . .	69
麦克斯韦速度分布律 . . . . .	70
玻尔兹曼分布律和平均自由程. . . . .	71
范氏气体. . . . .	72
相变. . . . .	73
输运过程. . . . .	73
<b>热力学第一定律 . . . . .</b>	<b>76</b>
准静态过程 . . . . .	76
功、热、内能 . . . . .	76
热力学第一定律 . . . . .	76
热容量. . . . .	77
理想气体的绝热过程 . . . . .	78
循环过程. . . . .	79
卡诺循环. . . . .	79
制冷机. . . . .	80
<b>热力学第二定律 . . . . .</b>	<b>81</b>
自然过程的方向. . . . .	81
热力学第二定律 . . . . .	81
热力学第二定律的微观意义. . . . .	82

热力学几率	82
玻尔兹曼熵公式和熵增加原理	82
玻尔兹曼分布	83
混合熵	84
熵增加原理及熵补偿原理	85
可逆过程和卡诺定理	85
热力学温标	86
克劳修斯熵公式	86
克劳修斯不等式	87
温熵图	88
熵和能量退化	88
克拉伯龙方程	89
冰为什么是滑的 (固液气相变)	90
<b>电磁学</b>	<b>91</b>
<b>静电场</b>	<b>91</b>
电荷	91
库仑定律	91
电场和电场强度	92
点电荷电量及叠加原理	93
电通量	96
立体角	96
静电场的高斯定律的证明	96
高斯定律和电场线	97
高斯定律的应用	98
<b>电势</b>	<b>99</b>
静电场的环路定理	99
电势和叠加原理	99
电势梯度	101
电荷系的静电能	102
常见电荷体系电场分布	103
<b>静电场中的导体</b>	<b>105</b>
物质中的电场	105

导体的静电平衡条件 . . . . .	105
有导体时静电场的计算 . . . . .	107
导体壳与静电屏蔽 . . . . .	109
电容器及电容 . . . . .	110
静电场中的电介质 . . . . .	112
电解质对电场的影响 . . . . .	112
极化强度 . . . . .	113
极化电荷与极化强度 . . . . .	113
电介质的极化规律 . . . . .	114
电位移矢量 . . . . .	115
有介质时静电场能量 . . . . .	118
恒定电流 . . . . .	119
电流密度 . . . . .	119
稳恒电流和稳恒电场 . . . . .	120
电动势 . . . . .	120
欧姆定律 . . . . .	122
电流微观图像 . . . . .	123
电容器的充放电 (暂态过程) . . . . .	124
静磁场 . . . . .	125
电流磁效应 . . . . .	125
磁场和磁感应强度 . . . . .	125
毕-萨-拉 定律及其运用 . . . . .	125
磁场的高斯定理 . . . . .	126
安培环路定理及其应用 . . . . .	127
磁力 . . . . .	129
带电粒子在磁场中的运动 . . . . .	129
霍尔效应 . . . . .	131
安培力 . . . . .	132
载流线圈在均匀磁场中受的磁力矩 . . . . .	133
磁场中的磁介质 . . . . .	135
磁场和磁介质之间的相互作用 . . . . .	135
原子的磁矩 . . . . .	136

磁介质的磁化	137
磁化电流	138
有磁介质时磁化的规律	139
磁场的界面关系	140
铁磁性材料	142
电磁感应	145
法拉第电磁感应定律	145
电磁感应定律和磁通连续定理的普适性	146
动生电动势	146
感生电动势和感生电场假设	147
涡电流	148
互感	148
自感	149
电阻-电感电路的暂态过程	149
磁场的能量	150
电场和磁场的相对性	151
麦克斯韦方程组和电磁波	152
位移电流假设	152
麦克斯韦方程组	152
电磁波	154
坡印亭矢量	155
电磁波的动量	156
光压——辐射压强	157
光学	158
干涉	158
光波表示与叠加原理	158
双缝干涉	159
光源的发光特性	160
时间相干性	160
空间相干性	161
光程	162
薄膜干涉	163

迈克尔逊干涉仪 . . . . .	165
衍射 . . . . .	166
衍射现象 惠更斯——菲涅尔原理 . . . . .	166
单缝的夫琅禾费衍射 斑驳带法 . . . . .	166
光栅衍射 . . . . .	168
光学仪器的分辨本领 . . . . .	171
X射线的衍射 . . . . .	172
偏振 . . . . .	174
光的偏振状态 . . . . .	174
起偏和检偏 . . . . .	175
反射折射及散射光的偏振 . . . . .	176
双折射 . . . . .	177
波片 . . . . .	178
偏振光的干涉 . . . . .	179
人工双折射 . . . . .	180
旋光现象 . . . . .	181
近代物理 . . . . .	184
狭义相对论 . . . . .	184
狭义相对论的提出 . . . . .	184
洛伦兹变换 . . . . .	187
相对论效应 . . . . .	188
洛伦兹协变矢量和洛伦兹变换不变量 . . . . .	191
相对论速度合成 . . . . .	192
相对论动力学 . . . . .	192

# ★ 平面极坐标系中的速度 (1.3)

△法一:

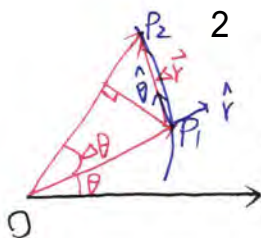
$$\because \vec{r}(t) = r(t) \cdot \hat{r}(t)$$

$$\text{在 } \Delta t \rightarrow 0 \text{ 时, } \Delta \vec{r} = \Delta r \cdot \hat{r} + r \cdot \Delta \hat{r}$$

$$\text{同除 } \Delta t \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} \cdot \hat{r} + r \cdot \frac{d\hat{r}}{dt}$$

$$\therefore \vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\hat{r}}$$

横向速度  $\uparrow$   $\uparrow$  径向速度



△法二:

$$\text{对 } \vec{r}(t) = r(t) \cdot \hat{r}(t)$$

$$\text{求 } \vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\hat{r}}$$

★ 5 法一 比较 后有:  $\dot{\hat{r}} = \dot{\theta} \hat{\theta}$

△证明:

$$\text{在 } \Delta t \rightarrow 0 \text{ 时, } |\Delta \hat{r}| = \Delta \theta \times 1 = \Delta \theta$$

$$\therefore \dot{\hat{r}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \hat{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \cdot \hat{\theta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \cdot \hat{\theta} = \dot{\theta} \hat{\theta}$$

$$\text{同理 } \dot{\hat{\theta}} = -\dot{\theta} \hat{r}$$



## ★ 加速度 (1.4)

△加速度

$$\text{平均加速度: } \langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\text{瞬时加速度: } \vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$



△直角坐标系中的加速度

$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \ddot{x} \hat{i} + \ddot{y} \hat{j} + \ddot{z} \hat{k}$$

$$\text{有 } \begin{cases} a_x = \ddot{x} = \ddot{x} \\ a_y = \ddot{y} = \ddot{y} \\ a_z = \ddot{z} = \ddot{z} \end{cases}$$

加速度分量叠加:

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

★ [例] 有一质点, 运动轨迹为  $x = -t$ ,  $y = -t^2 + 2t$ , 求  $t = -3$  时其速率、加速度。

$$\text{解: } \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} \quad \because x = -t, y = -t^2 + 2t \quad \therefore v_x = \dot{x} = -1 \quad v_y = \dot{y} = -2t + 2 \quad \therefore v_3 = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

$$\text{同样: } \because a_x = \ddot{x} = 0; a_y = \ddot{y} = -2 \quad \therefore \vec{a} = -2\hat{j}$$

★ [例] 有绳人恒速收缩 ( $v_0$ ), 求船靠岸的速度和加速度。

$$\text{解: } \dot{l} = -v_0, l^2 = h^2 + s^2 \text{ 对其求一次时间导数: } 2l\dot{l} = 2s\dot{s}$$

$$\therefore v = \dot{s} = -v_0 \sqrt{1 + \frac{h^2}{s^2}} \text{ 对其求一次时间导数: } \dot{l}^2 + l\ddot{l} = \dot{s}^2 + s\ddot{s}$$

$$\therefore \ddot{l} = 0 \quad \therefore a = \ddot{s} = -\frac{h^2}{s^3} v_0^2$$

★ 注意正负号含义: ①、②:  $l, s$  在收缩;

③: 收缩,  $s$  的速率在变大





## \* 质心系 (3.6)

在质心系 (平动系) 中, 对质点  $m_i$  有:  $\vec{r}_i' = \vec{r}_i - \vec{r}_c$

又:  $\vec{r}_c = \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i / M$ ,  $\sum_{i=1}^N m_i (\vec{r}_i - \vec{r}_c) = 0 = \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i'$   
 $\Rightarrow \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i' = 0$  ( $\vec{v}_i' = \vec{v}_i - \vec{v}_c$ )  $\Rightarrow$  在质心系, 总动量 = 0 系统受力与质心无关  
 $\Rightarrow$  质心系即使不是惯性系, 动量守恒仍适用.

△ 关于 质心 和 重心:

定义: 相对某一点的力矩:  $\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$

于是质心系中某一点相对质心的力矩:

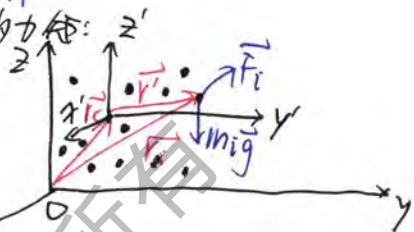
$$\vec{M}_{0i} = \vec{r}_{ci} \times \vec{F}_i \Rightarrow \vec{M}_0 = \sum_i \vec{r}_{ci} \times \vec{F}_i$$

同时, 在原系中:  $\vec{M}_0 = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$

对于重力:  $\vec{M}_0 = \sum_i \vec{r}_i \times (m_i \vec{g})$

$$= \sum_i m_i \vec{r}_i \times \vec{g} = 0$$

另一方面:  $\vec{M}_0 = \sum_i \vec{r}_i \times (m_i \vec{g}) = \sum_i m_i \vec{r}_i \times \vec{g} = \vec{r}_c \times (M \vec{g})$



## \* 质心运动定理 (3.7)

有 质心速度:  $\vec{v}_c = \dot{\vec{r}}_c = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i / M$

质心加速度:  $\vec{a}_c = \ddot{\vec{r}}_c = \sum_{i=1}^N m_i \vec{a}_i / M$

质心动量:  $M \vec{v}_c = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \vec{P}$

又: 有:  $\vec{F} = d\vec{P}/dt$ , 得到:  $\vec{F} = M \vec{a}_c$

△ 理解:

质心系中, 总外力抵消了!

## \* 两体问题 (3.8)

在惯性系中:  $\vec{f} = m_1 \vec{a}_1$ ,  $-\vec{f} = m_2 \vec{a}_2$

相加有:  $m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = 0$ ,  $\therefore \vec{a}_c = 0 \Rightarrow$  质心为惯性系.

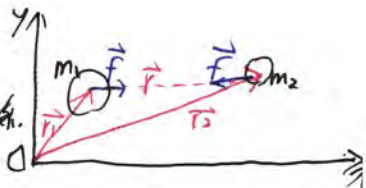
引入相对坐标:  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ ,  $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ ,  $\vec{a} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1$

由  $\vec{a}_c = (m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2) / M$ ,  $m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = 0$ .

得  $\vec{a}_1 = -m_2 \vec{a} / M$

$\vec{a}_2 = m_1 \vec{a} / M$

又由:  $\vec{f} = m_1 \vec{a}_1$  得  $\vec{f} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \vec{a} = \mu \vec{a}$



★ [例] 光滑水平地面上有一质量为  $M$  的半圆, 其上有单摆 (摆长  $l$ ) 求周期.

解:  $\because \vec{f} = \mu \vec{a}$ , 有  $-mg \cdot \frac{l}{l} = \mu \vec{a}$ ,  $\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g(M+m)}}$

★ 二体修正 仅对质量修正 不对力修正 ( $mg$ )!!

△理想状态方程

微观方法得到的压强公式:  $P = \frac{1}{3} n m \bar{v}^2$   
 统计方法得到的方均根速率:  $\bar{v}^2 = 3kT/m \Rightarrow P = nkT$   
 ☆微观方法即可导出.

麦克斯韦速度分布律(1.9)

$$\Delta f(\vec{v}) = \frac{dN_{\vec{v}}}{N d\vec{v}} = \frac{dN_{\vec{v}}}{N dv_x dv_y dv_z}$$

$\vec{v} \rightarrow \vec{v} + d\vec{v}$  间隔内各种速度均有:  $v_x \leftarrow$

$$f(\vec{v}) = g(v_x) g(v_y) g(v_z) = G(v)$$

麦克斯韦由统计力学方法给出:

$$f(\vec{v}) = \frac{dN_{\vec{v}}}{N dv_x dv_y dv_z} = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1.5} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

$\Rightarrow f(\vec{v}) = G \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \Rightarrow$  速度分布因子  
 & 分子动能相关

△讨论: 由  $f(\vec{v}) \rightarrow f(v)$

分布为一球壳  $\rightarrow$  取体积元  $4\pi v^2 dv$

$$\Rightarrow \frac{dN_{\vec{v}}}{N} = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1.5} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot 4\pi v^2 dv$$

△讨论: 单位时间, 单位面积上的分子碰撞数.

用小柱体法: 对速度为  $\vec{v}$  的分子作小柱体.

$\Rightarrow$  分子数  $n v_x dt dA \rightarrow$  对速度为各种  $\vec{v}$  的小柱体.

$\Rightarrow n v_x dt dA \cdot f(\vec{v}) \cdot dv_x dv_y dv_z$

$$\Gamma = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} n \cdot v_x \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1.5} e^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}} dv_x dv_y dv_z$$

$$= \int_0^{\infty} n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1.5} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot \sqrt{\frac{2kT}{m}} \cdot \sqrt{\frac{2kT}{m}} v_x \cdot dv_x = n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1.5} \cdot \frac{kT}{m} = n \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

积分公式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi u^2} du = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\Rightarrow \Gamma = \frac{1}{4} n \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

☆例 已知  $P_0 \gg P_{\text{外}}$ ,  $V, T$  保持不变, 小孔面积  $\Delta A$ , 求  $P_0 \rightarrow \frac{1}{2} P_0$  时间  $\Delta t$ .

解: 设  $t$  时刻分子数为  $N$

$$\text{则 } dN = -\Gamma \Delta A dt = -\frac{N}{4V} \bar{v} \cdot \Delta A dt$$

$$\Rightarrow \frac{dN}{N} = -\frac{\bar{v}}{4V} \Delta A \cdot dt, \text{ 又体积不变, } \frac{N_1}{V} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\Rightarrow \int_{P_0}^{1/2 P_0} \frac{dP}{P} = -\int_0^{\Delta t} \frac{\bar{v}}{4V} \Delta A dt \Rightarrow \Delta t = \frac{4V}{\bar{v} \cdot \Delta A} \ln 2 \quad \text{☆ 勿必注意负号!}$$





## \* 振动方向互相垂直的不同频率简谐振动合成 (6.2.4)

一般而言, 合运动轨迹一般不稳定, 但当两个分振动的频率比恰好等于简单的整数比时, 合振动的轨迹是稳定的封闭曲线, 即李萨如图。

如  $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{m}{n}, m, n \in \mathbb{Z}^+$

则有:  $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{V_x}{V_y} = \frac{x \text{ 达到最大的次数}}{y \text{ 达到最大的次数}}$

取  $\omega_x/\omega_y$ :



3:1

3:2

$\varphi_y = 0$

$\varphi_y = \frac{\pi}{8}$

$\varphi_y = \frac{\pi}{4}$

$\varphi_y = \frac{3\pi}{8}$

$\varphi_y = \frac{\pi}{2}$

## \* 阻尼振动 (6.3.1)

定义: 振幅不断减小的振动.  $\Leftrightarrow$  对应: 自由振动.

举例: 当物体运动速度不太大时, 粘滞力:

$$f_r = -r\dot{x} = -r\dot{x}$$

其中系数  $r$  决定于物体的形状, 大小, 表面状况, 介质性质.

于是牛顿方程变为:

$$-kx - r\dot{x} = m\ddot{x}$$

仍设:  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ : 无阻尼本征角频率.

设:  $\beta = r/2m$ : 阻尼系数.

$\Rightarrow$  阻尼振动动力学方程:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$\Delta$  欠阻尼 ( $\beta^2 < \omega_0^2$ )

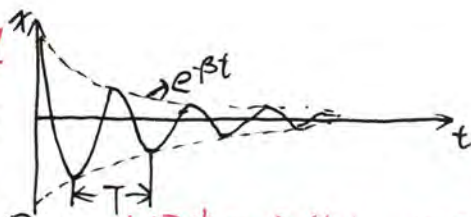
$$\text{解为 } x = A e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\text{其中 } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$\Rightarrow$  振幅随时间不断衰减,  $\beta$  越大, 衰减越快.

$$\text{周期: } T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

有  $T > 2\pi/\omega_0$ : 阻尼使振动变慢了.



★ 通常阻尼较小, 阻尼振动一般指欠阻尼振动!

$$\Rightarrow -\frac{cdT}{T} + \frac{cdT+dW}{T'} = 0$$

$$\Rightarrow \int_{T_i}^{T'} \left( -\frac{cdT}{T} + \frac{cdT+dW}{T'} \right) = 0$$

$$\Rightarrow C \ln \frac{T_i}{T'} + \frac{C(T_i - T') + W}{T'} = 0$$

$$\Rightarrow W = C \left[ (T_i - T') - T' \ln \frac{T_i}{T'} \right] \Rightarrow \text{每步效率最高} \Rightarrow \text{最大功}$$

分析：自然过程没有利用物体高温做功

$$\Delta S_{\text{物}} = \int_{T_i}^{T'} dQ/T = C \ln T'/T_i$$

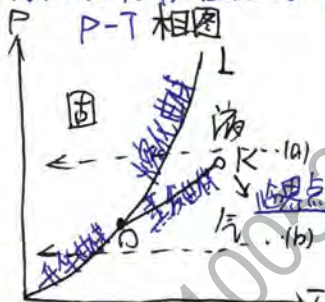
$$\Delta S_{\text{环}} = \int dQ/T' = C(T_i - T')/T'$$

$$\Rightarrow \Delta S = \Delta S_{\text{物}} + \Delta S_{\text{环}} = \frac{W}{T'}$$

$$\Rightarrow W_m = T' \Delta S$$

$\Rightarrow$  能量虽然守恒，但自然过程使越来越多的能量不能用来做功  
即 能量退化

### ★★ 克拉伯龙方程 (3.16)



一级相变：有潜热发生（熔解热、气化热等）  
相变过程温度 and 压强一定，体积和熵有突变。

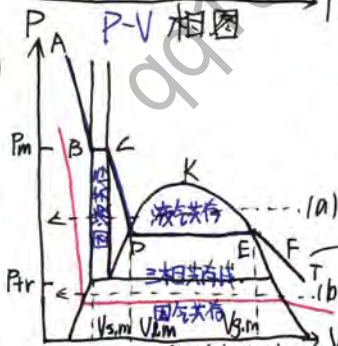
研究两相共存：取 1 mol 物质，用 2 个绝热活塞将  $\Rightarrow$  ABCDA 卡诺循环

$$\Rightarrow \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T}{T+dT} = \frac{dT}{T} = \frac{dp(V_{2,m} - V_{1,m})}{Q_{12,m} - Q_{21,m}} = \frac{dp(V_{2,m} - V_{1,m})}{L_{12,m} - \text{潜热}}$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dT} = \frac{L_{12,m}}{T(V_{2,m} - V_{1,m})} \Rightarrow \text{右边为 P-T 图曲线斜率}$$

所：克拉伯龙-克劳修斯方程

$$\Rightarrow \text{推广至多摩尔：} \frac{dp}{dT} = \frac{L_{12}}{T(V_2 - V_1)}$$



$$\therefore S_{1,m} - S_{2,m} = L_{12,m}/T$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_{1,m} - S_{2,m}}{V_{1,m} - V_{2,m}}$$

$\Rightarrow$  相图上相平衡曲线的斜率等于一级相变中摩尔熵和摩尔体积变化量之比。

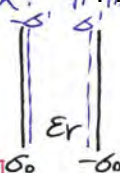
$\Rightarrow$  蒸汽压方程：

描述液-气及固-气的饱和蒸汽压随温度变化的方程：  
有如下假设。



★例 平行板电容器中充满均匀各向同性线性电介质，求电场。

解:  $E_0 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$ ;  $E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} \Rightarrow E = E_0 - E'$



有:  $\sigma' = Pn = P = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)E$

$\Rightarrow E = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_0(\epsilon_r - 1)E}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{E_0}{\epsilon_r}$

★只有当各向同性线性电介质充满整个电场空间才严格成立

★例 点电荷周围充满均匀各向同性线性电介质，求电场。

解:  $E_0 = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ;  $E' = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow E = E_0 - E'$



有:  $Q' = PS = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)E \times 4\pi r^2$

$\Rightarrow \frac{Q'}{4\pi r^2} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1) \times (\frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 r^2})$

$\Rightarrow E_0 - E = (\epsilon_r - 1)E \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r} = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r} \times \frac{\vec{r}}{r^3}$

电位移矢量(D)

△电位移矢量:

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \rightarrow$  时间变化率为位移电流密度。

对各向同性线性介质有介质方程:  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$

量纲:  $[\vec{D}] = [\vec{P}] = [\sigma] = C/m^2$

△电位移矢量的高斯定理:

$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{\sum q_{oi} + \sum q_i}{\epsilon_0}$

又由:  $\sum q_i = - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$ ,  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$\Rightarrow \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{oi} \rightarrow$  自由电荷。

在某种对称性下:  $\vec{D} \Rightarrow \vec{E} \Rightarrow \vec{P} \Rightarrow \sigma' \Rightarrow q'$

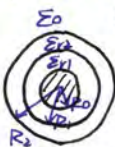
★例 导体球置于均匀各向同性介质中(同心)，导体带电Q，求:  
①场分布 ②紧贴导体球表面处的极化电荷 ③两介质交界处的极化电荷。

解: ①由对称性:  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{oi}$

$\Rightarrow \begin{cases} \vec{D} = 0, & r < R_0 \\ \vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{r}, & r > R_0 \end{cases}$

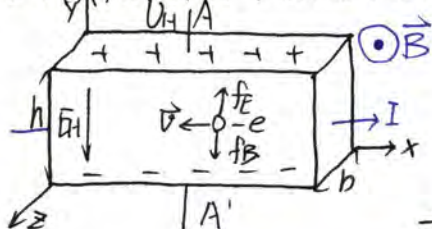
则由  $E = D/\epsilon_0 \epsilon_r$ ;  $\vec{P} = (1 - \frac{1}{\epsilon_r}) \vec{D}$

$\Rightarrow \begin{cases} \vec{E} = 0, & r < R_0 \\ \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_1 r^2} \hat{r}, & R_0 < r < R_1 \\ \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_2 r^2} \hat{r}, & R_1 < r < R_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{P} = 0 \\ \vec{P} = (1 - \frac{1}{\epsilon_1}) \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{r}, & R_0 < r < R_1 \\ \vec{P} = (1 - \frac{1}{\epsilon_2}) \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{r}, & R_1 < r < R_2 \end{cases}$



# 霍尔效应(7.2)

△ 半导体材料中载流子为负电荷(电子)



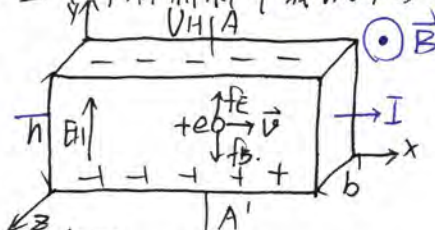
Edwin H. Hall 于 1879 年发现.

$$\begin{aligned} U_H &= E_H h \\ q E_H &= q v B \\ \Rightarrow U_H &= \frac{1}{nq} \cdot \frac{IB}{b} \end{aligned}$$

定义: 霍尔系数:  $K_H = \frac{1}{nq}$  ( $< 0$ )

霍尔电阻:  $R_H = |U_H/I| = |B/ngb|$  (或  $B$ )

△ 半导体材料中载流子为正电荷(空穴)



$$\Rightarrow U_H = \frac{1}{nq} \cdot \frac{IB}{b}; K_H > 0$$

△ 应用:

- 判断半导体载流子种类 ( $K_H$  正负)
- 测量半导体载流子浓度
- 测磁场、霍尔元件, 与 AFM 结合.
- 存在复杂情形, 如多种载流子, 多带寸.

例铜片厚  $d = 1.0 \text{ mm}$ ,  $B = 1.5 \text{ T}$ ,  $n = 8.4 \times 10^{28} / \text{m}^3$ ,  $I = 10 \text{ mA}$ , 求  $U_H$

解:



$$U_H = \frac{BI}{nqd} = 1.1 \times 10^{-9} \text{ (V)} \approx 1.1 \text{ (nV)}$$

极小! 对材料鉴别, 半导体材料敏感

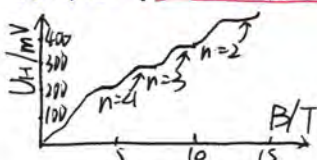
△ 量子霍尔效应:

经典:  $U_H \propto B$

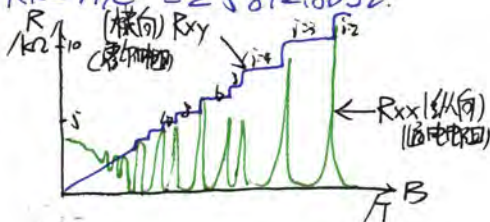
量子霍尔效应: 1980 年 克朗青德 (Klaus von Klitzing)

发现极低温、强磁场下二维电子气满足:

$$R_H \propto B; R_H = R_K / n; R_K = h/e^2 \approx 25812.80 \Omega$$



⇒ 壮观!

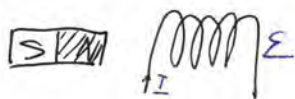




分析:

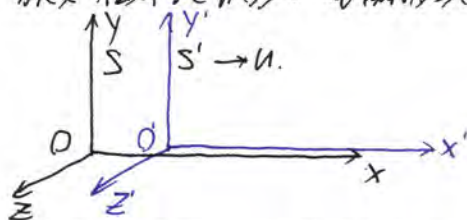
① 磁体系统中, 有动生电动势

② 线圈系统中, 有感生电动势.



然而, 物理现象不应随参考系变化——这正身爱因斯坦在1905年发表的《论动体的电动力学》中提出的问题.

狭义相对论认为: 电磁场具有相对性.



推导: 对同一电磁场同一时空点:

$$P(x, y, z, t) \leftrightarrow P'(x', y', z', t')$$

场量:

$$\vec{E}, \vec{B} \Leftrightarrow \vec{E}', \vec{B}'$$

即二者变换关系:

又因为受力关系:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F}' = q(\vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}')$$

★ q 不变!

又由速度与相对论变换:

$$\left\{ \begin{aligned} v_x' &= \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c} v_x} & v_y' &= \frac{v_y}{1 - \frac{u}{c} v_x} \sqrt{1 - u^2/c^2} & v_z' &= \frac{v_z}{1 - \frac{u}{c} v_x} \sqrt{1 - u^2/c^2} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} F_x' &= \frac{F_x - \frac{u}{c} F_y}{1 - \frac{u}{c} v_x} & F_y' &= \frac{F_y}{\gamma(1 - \frac{u}{c} v_x)} & F_z' &= \frac{F_z}{\gamma(1 - \frac{u}{c} v_x)} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \boxed{E_x' = E_x}$$

$$E_y' = \gamma(E_y - u B_z)$$

$$E_z' = \gamma(E_z + u B_y)$$

$$\boxed{B_x' = B_x}$$

$$B_y' = \gamma(B_y + \frac{u}{c} E_z)$$

$$B_z' = \gamma(B_z - \frac{u}{c} E_y)$$

· 把电磁场划分为电磁场部分与参考系有关.

· 运动方向上电磁场分量相对, 垂直方向上分量互相不能分开.

· 若场源电荷在某一惯性系中静止, 则本系仅有静电场.

——可导出运动电荷之电磁场.

# 衍射现象 惠更斯——菲涅耳原理(21)

△光的衍射:



光在传播过程中能绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象, 称为光的衍射。

· 分类:

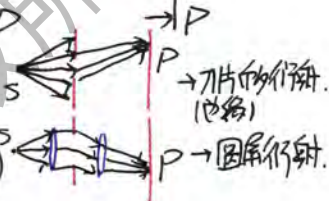
$S^*$   
光源

□ 菲涅耳衍射——近场衍射:

$L$  和  $D$  中至少有一个是有限值。

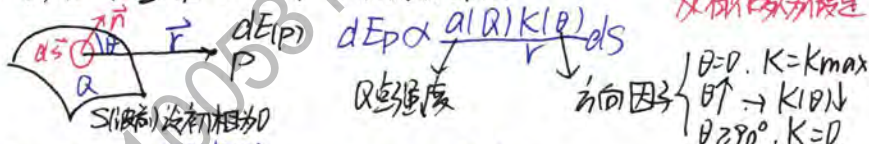
□ 夫琅禾费衍射——远场衍射:

$L$  和  $D$  皆为无限大(可用透镜实现)



## △惠更斯——菲涅耳原理:

波阵面上的任何一点都是子波的波源, 各子波在空间某点  $P$  的相干叠加决定  $P$  点波的强度。



$$\Rightarrow dE_P = \frac{a(r)K(\theta)}{r} dS \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$

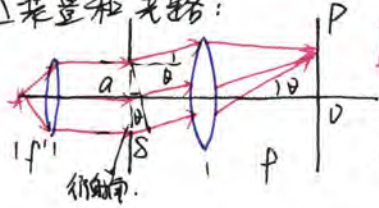
$$\Rightarrow E_P = \iint a(r)K(\theta) \cdot dS \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}) / r = E_0(P) \cdot \cos(\omega t + \phi(P))$$

$$\Rightarrow P \text{ 处波强度: } I_P \propto E_0^2(P)$$

1882年后, 基尔霍夫波动方程也得到了  $E(P)$  表达式, 使本原理有波动理论的依据。

## 单缝的夫琅禾费衍射, 半波带法(22)

△装置和光路:

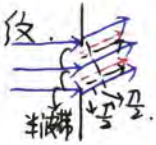


$$S = a \sin \theta \quad \theta \uparrow, S \uparrow, I_P \downarrow \text{ 至一级暗纹.}$$

$$\bullet \theta = 0, S = 0 \rightarrow \text{中央明纹.}$$

$$\bullet a \sin \theta = \pi$$

两个半波带的光程差相等而抵消暗纹。





# 动量和质量 (1.6.1)

相对论动力学: 根据新的实验事实, 重新定义动量、质量和能量等物理量, 确定它们在相互作用中的变化规律. 且应当遵循能量守恒和动量守恒定律.

## △ 质量和动量:

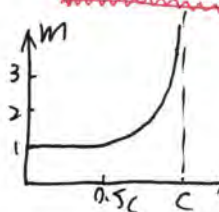
定义动量:  $\vec{p} = m\vec{v}$  仍有效  $\vec{F} = d\vec{p}/dt$   
若  $m$  为常量, 物体速度可达光速  $\rightarrow$  错误.

⇒ 质速关系: (实验结果)

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$m_0$ : ~~静质量~~

$m$ : 相对论质量, 动质量

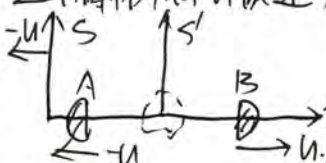


⇒ 速度变大时, 质量随之增大, 对实物粒子而言 ( $m_0 \neq 0$ ) 加速变得十分困难.

→ 当  $v=c$  时质量无意义  $\Rightarrow v$  不能达到  $c$  (实物粒子)

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

## △ 用特例得到质速关系:



$S'$  中静止粒子  $M$  分裂为相同的两块  $AB$

沿  $x$  轴运动

在  $S$  系 ( $A$  系) 中:  $\vec{v}_A = 0$

$$v_B = \frac{v_B' + u}{1 + \frac{u}{c^2} v_B'} = \frac{2u}{1 + u^2/c^2}$$

在  $S$  系中动量守恒:  $Mu = m_B v_B$

假设质量守恒:  $M = m_A + m_B$

$$\Rightarrow m_B = m_A / \sqrt{1 - v_B^2/c^2}$$

在  $S$  系中, 令  $v_B = u$ ;  $m_B = m$ , 相对论质量.  $m_A = m_0$ : 静质量.

$$\Rightarrow m_B = m_A / \sqrt{1 - v_B^2/c^2} \Rightarrow m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

## \* 力和加速度的关系 (1.6.2)

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} + \vec{v} \cdot \frac{dm}{dt} \\ &= m(a_n \vec{e}_n + a_t \vec{e}_t) + \frac{dm}{dt} v \vec{e}_t \end{aligned}$$

$$\rightarrow F_n = m a_n = m_0 a_n / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$F_t = m a_t + v \frac{dm}{dt} = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt} = \frac{m_0}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{3/2}} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{m_0}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{3/2}} a_t$$

