

复赛专题下

复赛（一轮）	1
运动学	1
坐标	1
旋转	3
相对运动/牵连运动	4
惠更斯原理	5
轨迹	6
静力学	7
一般处理	7
能量分析	8
动力学	9
质点系牛顿定律	9
弹簧问题	10
分离与判定	11
轻物	12
能量求导	13
旋转	14
惯性力	15
动量	16
冲击问题	16
摩擦问题	17
能量	18
相对运动	18
质心处理	19
碰撞	20
区域守恒问题	21
刚体	22
转动惯量	22
刚体的转动	22

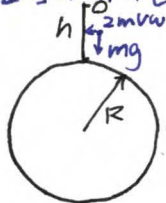
刚体的角动量与能量综合应用	24
万有引力与有心运动	25
万有引力	25
轨道运动	26
振动和波	27
振动	27
波动	29
热学	30
物态性质	30
理想气体与热力学定律	32
循环与P-V图	33
充气、漏气、混合问题	34
几何光学	36
镜像世界	36
折射问题	37
透镜	39
光学成像仪器	40
理想透镜组	42
成像区域问题	43
像差、色差	44
复赛（二轮）	45
真空中的静电场	45
矢量场通量、环量	45
电场线问题	47
梯度、散度、旋度	48
叠加原理	49
金属与静电场	51
孤立、等势	51
电像法	52
静电场的能量	55
静电能	55
电场能量	56

电介质	57
垂直边界	57
一般情况	58
电路	59
电流分布	59
基尔霍夫	60
静磁学	61
毕奥-萨伐尔定律	61
安培环路	62
力、力矩	63
电磁感应	66
动生电动势	66
感生电动势	67
动磁场问题	67
电感	68
位移电流理论	69
动力学综合	70
波动光学	72
电磁波	72
定性描述	74
定量描述	76
狭义相对论	80
钟慢、尺缩、钟不对齐	80
洛伦兹变换	82
时空图	83
速度变换及相关问题	84
多普勒效应	88
线下讲座	89
叶邦角力学讲座	89
牛顿动力学	89
动量	96
能量	100

角动量	110
天体运动	112
刚体定轴转动	115
叶邦角电学讲座	116
静力场	116
导体与电容	132
静电场的能量	145
电流场	155
静磁场	167
安培力	175
洛伦兹力	181
黄生训电磁学讲座	188
真空中的经典场	188
导体和电介质中的静电场	190
稳恒电流	192
磁场	194
电磁感应	196
交流电	198
电磁波理论	199
黄生训热学讲座	201
气体分子动理论	201
热力学定律	203
相变	205
黄生训光学讲座	206
几何光学	206
例题	206
丁建平光学讲座	208
几何光学	208
波动光学	211
知识总结	215
理想气体的热力学过程总结	215
基本方程	215

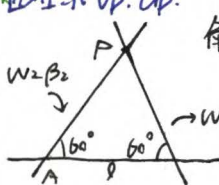
基本关系	215
比较项目	215
基本过程	215
图像关系	216
多方过程	216
抛体运动	217
基本方程	217
常用解法	218
特殊结论	219
希腊字母及对应的物理意义	220
泰勒级数	221
定义	221
常见的麦克劳林级数	221
常见的带佩亚诺余项	221
数学近似和小量处理	222
平面极坐标系	223
与直角坐标系间的变换	223
极坐标系方程	223
曲线与方程	224
基本函数图像	224
三角函数	226
三角函数公式	226
三角函数常用代换	227
曲率半径	228
不等式	228
转动惯量	229

★[例] $h < R$. 已知 h, w, g . 初速 0. 求落地点距楼 x .



解: $y = gt^2$
 $\therefore a_x = 2wg \Rightarrow v_x = wgt \Rightarrow x = \frac{2}{3} wgt^3$
 由 $t_0 = \sqrt{2h/g}$
 $\Rightarrow x = \frac{2}{3} wg (\frac{2h}{g})^{\frac{3}{2}}$

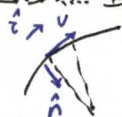
★[例] 求 V_p, a_p .



解: (1) $V_p = \frac{\sqrt{(w \cdot \beta_1)^2 + (w \cdot \beta_2)^2 - 2(w \cdot \beta_1)(w \cdot \beta_2) \cos \theta}}{\sin \theta}$

(2) I 杆: $a_{11} = \ddot{\beta}_1 - w^2 \beta_1$ $a_{12} = \beta_1 + 2w \cdot \beta_1$
 II 杆: $a_{21} = \ddot{\beta}_2 - w^2 \beta_2$ $a_{22} = \beta_2 + 2w \cdot \beta_2$
 $\Rightarrow a_p = \frac{\sqrt{a_{12}^2 + a_{22}^2 - 2a_{12}a_{22} \cos \theta}}{\sin \theta}$

△自然坐标:



$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \hat{t} + v \frac{d\hat{t}}{dt} = \dot{v} \cdot \hat{t} + v \omega \cdot \hat{n}$
 有: $\begin{cases} a_t = \dot{v} \\ a_n = v \omega = w^2 \rho = \frac{v^2}{\rho} \end{cases}$ 分别对应 2 个方向牛二.

★[例] $\mu = \tan \theta$. 求 $V_{\text{快}}$.



解: 直: $\begin{cases} x: m a_x = mg \sin \theta \sin \theta \\ y: m a_y = mg \sin \theta (1 - \cos \theta) \end{cases}$... ①

自: $\begin{cases} z: mg \sin \theta (1 - \cos \theta) = -m a_z \\ n: mg \sin \theta \sin \theta = m w v. \end{cases}$... ②

①②③④ 联立可解 一解.

但: ①③联立 \Rightarrow 快:

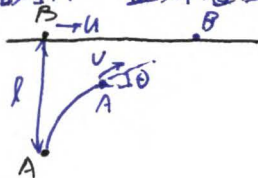
$\Rightarrow a_y = -a_z \Rightarrow v' = v_0 - v'$

$\therefore v' = \frac{1}{2} v_0$.

$\Rightarrow a_y = -a_z \Rightarrow v' = v_0 - v'$

$\therefore v' = \frac{1}{2} v_0$.

★[例] A - 直对着 B. 求 $t = ?$ 追上.



解: 直: $\begin{cases} x: \int u \cos \theta dt - \int v dt = 0 \\ y: \int u \sin \theta dt = l \end{cases}$... ①

自: $\begin{cases} z: \int v \sin \theta dt - \int u \sin \theta dt = l \\ n: \text{略} \end{cases}$... ②

①② $\Rightarrow t = \frac{v l}{v^2 - u^2}$

轨道运动(7.2)

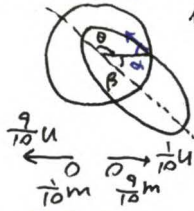
△椭圆轨道:



$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{由:} \begin{cases} E = -\frac{GMm}{2a} \\ L = mb\sqrt{\frac{GM}{a}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{GMm}{2E} \\ b = L\sqrt{\frac{1}{2mE}} \\ c = \sqrt{\frac{GMm^3}{2E} + \frac{L^2}{2mE}} \\ e = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{GMm^3}} \\ p = \frac{L^2}{GMm^2} \end{cases} \end{cases}$$

在日处: $\tan \alpha = \frac{p \sin \theta}{a(1 - e \cos \theta)} = \frac{1 + e \cos \theta}{e \sin \theta}$

面积速度: $Sv = \frac{1}{2} \frac{L}{m}$

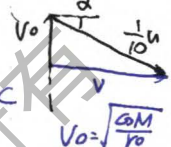
★[例]变轨问题. 喷射后 m (切向 α 角 u), 求轨道.

解: $V^2 = V_0^2 + (r_0 u)^2 - 2V_0 r_0 u \sin \alpha$

$$\frac{1}{2} m V^2 - \frac{GMm}{r_0} = -\frac{GMm}{2a} \Rightarrow a$$

$$m(r_0 u \sin \alpha - V_0 r_0) = m b \sqrt{GM a} \Rightarrow b \Rightarrow c$$

$$\Rightarrow r_0 = \frac{\frac{b^2}{a}}{1 + \frac{b^2}{a^2} \cos^2 \theta} \quad (\text{回代可求出}) \quad L \rightarrow \text{角} \beta \Rightarrow \text{主轴转角}$$

★[例]原: T, 近地点 r_0 , M, 卫星 m . 点火: 反向喷射 $\frac{p}{10}$, 耗能 ΔE . 在日处点火, 求轨道.

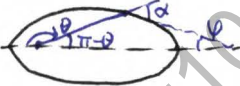
解: $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \Rightarrow a$; $r_0 = a - c \Rightarrow c \Rightarrow b$

$$\frac{1}{2} m V^2 - \frac{GMm}{r_0} = -\frac{GMm}{2a} \Rightarrow a$$

$$\text{新轨: } \frac{1}{2} m V^2 + (r_0 u)^2 - \frac{GMm}{r_0} = -\frac{GMm}{2a'} \Rightarrow a' \Rightarrow p, V$$

$$b' \sqrt{GM/a'} / b \sqrt{GM/a} = (V + r_0 u) / V \Rightarrow b' \Rightarrow c'$$

$$\text{回代} \Rightarrow \theta' \Rightarrow \text{主轴转角 } \alpha = \theta' - \theta$$

★[例]日时速度方向为 ψ , 周期 T , 中心天体 M , 求 $\theta_1 \rightarrow \theta_2$ 日时.

解: $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \Rightarrow a$; $\tan(\pi - \theta + \psi) = \frac{1 + e \cos \theta}{e \sin \theta} \Rightarrow e, c, b$

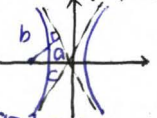
$$\text{时间: } S = \frac{1}{2} b \sqrt{\frac{GM}{a}} t$$

$$\text{利用仿射变换: } \frac{S_{\text{新}}}{S} = \frac{b}{b'}$$

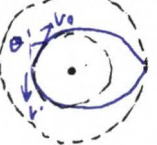
$$\Rightarrow \frac{S_{\text{新}}}{S} = \frac{b}{b'} \Rightarrow t$$



△双曲线轨道:



$$\begin{cases} E = \frac{GMm}{2a} \\ L = mb\sqrt{\frac{GM}{a}} \\ \tan \alpha = \frac{1 + e \cos \theta}{e \sin \theta} \end{cases} \quad \begin{cases} p = \frac{L^2}{GMm^2} \\ \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases} \quad \text{瞄准距 } b \text{ 即是双曲线 } b!$$

★[例]已知 r_1, r_2 太阳 M , 飞船初 V_0 , 从木星偷能后变轨椭圆求 ψ, θ, b . 解: (1) 飞船在太阳系中, θ, V_0 .

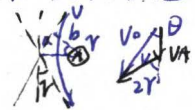
$$V^2 = V_M^2 + V_0^2 - 2V_M V_0 \cos \theta; V' = V + V_M$$

$$\text{有: } \frac{1}{2} m V'^2 - \frac{GMm}{r_1} = -\frac{GMm}{r_1 + r_2} \Rightarrow V'$$

$$\text{又: } V_M = \sqrt{GM/r_1} \Rightarrow V, \theta$$

$$(2) \text{ 双: } \frac{1}{2} m V^2 + 0 = -\frac{GMm}{2a} \Rightarrow a$$

$$\tan \alpha = a/b \Rightarrow b$$



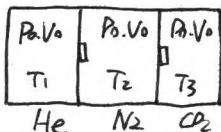
充气、漏气、混合问题(19.4)

混合气体：共用 V, T 相同； $P = \sum P_i$

各自： $P_i V = n_i R T \Rightarrow P V = \sum n_i R T$

有：等效热容： $C_V = \frac{n_1 C_{V1} + n_2 C_{V2} + \dots}{n_1 + n_2 + \dots}$

★例1 求(1)混后 P, T (2)绝热压 $3V_0 \rightarrow V_0$ 求 P' (3) ΔS (混合的)



解：(1) $\begin{cases} \Delta n = 0 \\ \Delta E = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_0 V_0}{T_1} + \frac{P_0 V_0}{T_2} + \frac{P_0 V_0}{T_3} = \frac{P \cdot 3V_0}{T}$

$$\Rightarrow P \cdot V = \frac{n_1 \cdot \frac{5}{2} R + n_2 \cdot \frac{5}{2} R + n_3 \cdot \frac{5}{2} R}{n_1 + n_2 + n_3}$$

$$(2) C_V' = \frac{n_1 \cdot \frac{5}{2} R + n_2 \cdot \frac{5}{2} R + n_3 \cdot \frac{5}{2} R}{n_1 + n_2 + n_3} \quad T' = \frac{C_V' T R}{C_V'}$$

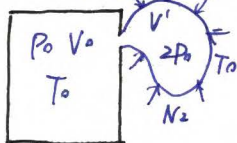
$$\text{有：} P(3V_0)^{\gamma'} = P' \cdot V_0^{\gamma'}$$

$$(3) \Delta S = nR \ln \frac{V}{V_0} + nC_V \ln \frac{T}{T_0}$$

$$\text{则：} \begin{cases} \Delta S_{He} = n_1 \cdot \frac{5}{2} R \ln \frac{T}{T_1} + n_1 R \ln 3 \\ \Delta S_{N_2} = n_2 \cdot \frac{5}{2} R \ln \frac{T}{T_2} + n_2 R \ln 3 \\ \Delta S_{O_2} = n_3 \cdot \frac{5}{2} R \ln \frac{T}{T_3} + n_3 R \ln 3 \end{cases} \Rightarrow \Delta S = \Delta S_{He} + \Delta S_{N_2} + \Delta S_{O_2}$$

整体法：假设多了个气球

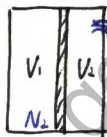
★例2 求末温



解： $\begin{cases} \Delta n = 0 \\ \Delta E = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_0 V_0}{T_0} + \frac{2P_0 V'}{T_0} = \frac{2P_0 V_0}{T} = nR$
 $n C_V (T - T_0) = 2P_0 V'$
 $\Rightarrow T \cdot V'$

隔离法：假设多了个挡板，其余气体绝热

★例初 P_0, V_0, T_0 漏到 $P = \frac{1}{3} P_0$ 求 $\Delta U / V_0$



解： $V_0 = \frac{P_0 V_0}{P T_0}$
 $P_0 \cdot V_1 \cdot T = (\frac{1}{3} P_0) V_0 \cdot T \Rightarrow V_1 = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{\gamma}} \cdot V_0$
 $\therefore \frac{\Delta U}{V_0} = 1 - (\frac{1}{3})^{\frac{1}{\gamma}}$

$$\begin{aligned} \Delta Q &= 0 \\ W &= P \Delta V \\ &= \text{不恒压} \end{aligned}$$

多孔塞：



细小孔，细长管，缓慢漏气。

特点：①左右有 ΔP ，但仍然准静态。

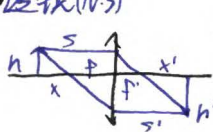
②物质交换，但无热交换： $\Delta Q = 0$ 。

③余下气体温度均匀，绝热膨胀。

注：物质流： $\nabla \cdot \vec{j} = 0$ ； $\nabla^2 T = 0$ 符从准静态定理——猜 $T(P, t) = T(t)$

→ 满足规律与边界 $\Rightarrow T$ 均匀 → 内部部分间不吸收放热；剩个气体继续

透镜(10.3)



$$\cdot \frac{f}{s} + \frac{f}{s'} = 1; \frac{h'}{h} = \frac{s'}{s} \cdot \frac{f}{f}$$

$$xx' = ff'; \frac{h'}{h} = \frac{f}{s} = \frac{s'}{f}$$

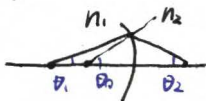
· 光心处: $\theta = \frac{h}{s}, \theta' = \frac{h'}{s'}$

$$\sin \theta \cdot n = \sin \theta' \cdot n' \Rightarrow \frac{h}{s} n = \frac{h'}{s'} n' \Rightarrow \frac{f}{s} n = \frac{f'}{s'} n'$$

· 横向放大率: $\beta = \frac{y}{y'}$ · 纵向放大率: $\gamma = \frac{dx}{dx'}$

· 常见元件:

□ 球面:



由: $(R_2 - R_1)n_1 = (R_2 + R_2)n_2$ $R_2 = \frac{h}{s}, R_1 = \frac{h}{s'}, R_2 = \frac{h}{s}$

$$\Rightarrow \frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R} \quad \beta = \frac{h'}{h} = -\frac{s}{s'}$$

□ 平面: $R \rightarrow \infty: \frac{s}{s'} = -\frac{n'}{n}$ (成像在同侧) $\beta = \frac{h'}{h} = 1$ (横向不变)

□ 球面反射: 重新定义 s' 正方向. $n' \rightarrow -n$

① 凹: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{2}{R}$

② 凸: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = -\frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = -\frac{2}{R}$

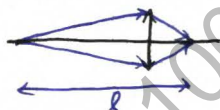
□ 薄透镜: $s_2 = -s'_1 \Rightarrow \frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2}$

→ 当 $n_1 = n_2$ 时: $\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

$\Rightarrow \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ (光焦度相加: 互=互+互)

· 特殊情况:

· 共轭: $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$



$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \Rightarrow u^2 - lu + fl = 0$

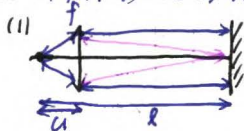
$u + v = l$

$\Delta = l^2 - 4fl$ 则:

$\begin{cases} l > 4f & \text{大小像} \\ l = 4f & \text{一个像} \\ l < 4f & \text{无像} \end{cases}$

□ 成像在镜子处: 不改变像的大小, 只改变光的传播方向

★ [例] 物体发光像成在自身处

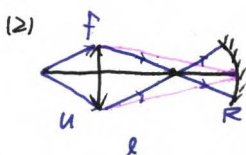


解: (1) 情况一: 在焦点

情况二: 反射像

$\begin{cases} u + v = l \\ \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} l > 4f & \text{解} \\ l = 4f & \text{解} \\ l < 4f & \text{无解} \end{cases}$



(2) 情况一: $\begin{cases} u + v = l - R \\ \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \end{cases} \Rightarrow$

情况二: $\begin{cases} u + v = l \\ \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} l - R > 4f & \text{解} \\ l - R = 4f & \text{解} \\ l - R < 4f & \text{无解} \end{cases}$

电感(7.4)

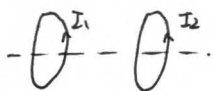
$$\Sigma = -L \frac{dI}{dt}; \Phi = LI; W = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 V I^2 = \frac{B^2}{2 \mu_0 n^2}$$



$$B = \mu_0 n I; \Phi = NBS \Rightarrow L = \mu_0 n^2 V$$

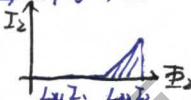
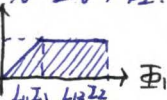
$$\text{有: } dW = U dq = \frac{d\Phi}{dt} dq = I d\Phi.$$

★例 已知 $L_{11}, L_{12}, L_{21}, L_{22}$. (1) 先 $I_1: 0 \rightarrow I_1$, 再 $I_2: 0 \rightarrow I_2$.
求电源做功:



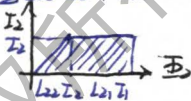
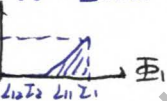
解:

$$(1) \begin{matrix} I_1 \\ I_1 \end{matrix}$$



$$W = \frac{1}{2} L_{11} I_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} I_2^2 + L_{12} I_1 I_2$$

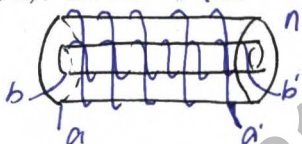
$$(2) \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix}$$



$$\Rightarrow L_{21} = L_{12} = M \quad (\text{互感})$$

$$W = \frac{1}{2} L_{11} I_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} I_2^2 + L_{12} I_1 I_2$$

★例 外圈 R , 内圈 r , l . 求: (1) 内圈 L_1 , 外圈 L_2 , 互感 M .



(2) a 接 b ; a, b 外接, 求 L

(3) a 接 b' ; a, b 外接, 求 L .

$$\text{解: (1) } L_1 = \mu_0 n^2 \pi r^2 l, L_2 = \mu_0 n^2 \pi R^2 l, M = \mu_0 n^2 \pi r^2 l.$$

$$(2) \text{内: } B = 2 \mu_0 n I$$

$$\text{内外之间: } B = \mu_0 n I$$

$$\therefore \Phi = \frac{2 \mu_0 n I (\pi r^2) n l}{\text{内圈}} + \frac{\mu_0 n I (\pi R^2 - \pi r^2) n l + 2 \mu_0 n I \pi r^2 n l}{\text{外圈}}$$

$$\Rightarrow L = \mu_0 n^2 (\pi R^2 + 3 \pi r^2) = L_1 + L_2 + 2M \quad \text{互感以同向磁!}$$

$$(3) \text{内: } B = 0$$

$$\text{内外之间: } B = \mu_0 n I$$

$$\therefore \Phi = \mu_0 n I (\pi R^2 - \pi r^2) n l$$

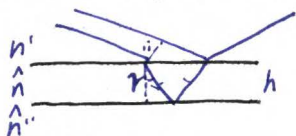
$$\Rightarrow L = \mu_0 n^2 (\pi R^2 - \pi r^2) = L_1 + L_2 - 2M$$

例: 用场能: 1-13/13: $E = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot B^2 (\pi R^2 - \pi r^2) l \Rightarrow L$

△等厚干涉(表面干涉):

→ 上下表面不一定平行, 但是近似.

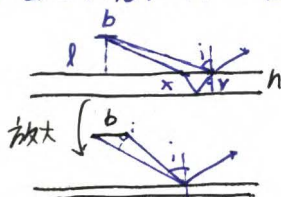
75



$$\begin{aligned}\Delta &= 2nh \frac{1}{\cos r} - 2h \tan r \sin i \\ &= 2nh \frac{1}{\cos r} - 2h \frac{\sin^2 r}{\cos r} \cdot n \\ &= 2nh \cos r = \text{光程差}\end{aligned}$$

注意: 半波损!

★[例] 求亮纹的 x 值: x_0 时亮纹消失, 求 b .



解: (1) $\Delta = 2nh \cos r + \frac{\lambda}{2} = N\lambda \Rightarrow r = r(k)$

$$\sin i = \sin r \cdot n \Rightarrow i = i(k)$$

$$\tan i \cdot l = x \Rightarrow x = x(k)$$

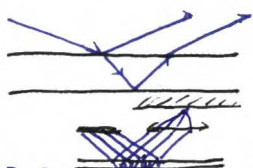
(2) $\Delta = \lambda = 2nh \sin r \cdot \delta r$

$$b \cos i = \delta \cdot \sqrt{x_0^2 + l^2}$$

$$\sin i - 1 = \sin r \cdot n = x \cos i \delta i = \cos r \cdot \delta r \cdot n$$

$$\Rightarrow b = \frac{\cos r n l}{\cos^3 i} \cdot \frac{\lambda}{\sin r \cdot 2nh}$$

△等倾干涉(无旁压干涉):



$$\Delta = 2nh \cos r$$

→ ∞ 处干涉 \Rightarrow 干涉平行 \Rightarrow 干涉解.

→ 扩展光源, 不会使消失, 反会使 $I \uparrow$: (无波谱)

$$\delta \Delta = \delta(2nh \cos r) \text{ 而 } h, r \text{ 均相同.}$$

★[例] 迈克尔逊干涉仪: (1) 等效点光源, Z 向镜开 l , Y 向镜开 h .

(2) l 变大, 如何变 (3) Z 种频率, 平均波长 λ .

同样吞/吐了 Δk 个环从清晰变模糊. 何因?



解: (1) $\Delta = \sqrt{x^2 + y^2 + l^2} - \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}$

$$= \frac{\lambda}{2} \left[\left(\frac{x}{\lambda} \right)^2 + \left(\frac{y}{\lambda} \right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2 - \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \right]$$

$$+ l \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\lambda} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\lambda} \right)^2 \right] \text{ (偏心圆)}$$

(2) $\Delta = l \cos \theta \quad l \uparrow \Rightarrow \cos \theta \Rightarrow \theta \uparrow$ (吐环)

(3) 清: $\Delta = k \cdot \lambda_1 = k_2 \cdot \lambda_2$

模: $\delta \Delta = (k_1 + \delta k) \lambda_1 - (k_2 + \delta k) \lambda_2 = \pm \lambda$

$$\Rightarrow \Delta k \cdot \Delta \lambda = \pm \lambda$$

$$\therefore \Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta k}$$

即差的级数 = 吞吐环数

★[例] 等倾干涉中几乎垂直 Z 个几射光 ($h, n \gg 1$) λ_1 的 2.5ϵ 不在 k_1, k_2 处.

λ_2 的 k_2 在 k_2, k_3 处, 求 $\Delta \lambda$. (要考虑不完全反射 Δ)

解: λ_1 环心级数 $k_1 + f_1 (N + \frac{1}{2})$ 有: $2h + \Delta = (k_1 + f_1) \lambda_1$ N 级: $k_1 - (N - 2)$

有: $2h \cos \theta + \Delta = \lambda_1 (k_1 - N) \Rightarrow 2h (1 - \cos \theta) = h \lambda_1 = (f_1 + N - 2) \lambda_1 \cdot \frac{h \lambda_1}{h \lambda_1} = \frac{2 - 2 + f_1}{f_1 - 2 + f_1} \Rightarrow f_1$

环心 λ_1 : $k_1 + f_1 = \frac{2h}{\lambda_1} + \frac{f_1}{\lambda_1} = \frac{2h}{\lambda_1} + \frac{f_1}{\lambda_1}$ λ_2 : $k_2 + f_2 = \frac{2h}{\lambda_2} + \frac{f_2}{\lambda_2}$

$$\Rightarrow f_1 - f_2 = 2h \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \therefore \Delta \lambda = \frac{(f_1 - f_2) \lambda^2}{2h}$$

对称性破缺(3.7)

△势函数:

$$U = U(x_0) + U' \Delta x + \frac{U''}{2!} (\Delta x)^2 + \dots \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{d^2 U}{dx^2} \Big|_{x=x_0}} \quad m \neq 0$$

• 对称性破缺: $U(x) = A(\pi)x^2 + B(\pi)x^4$ $A(\pi) = \begin{cases} > 0, \pi > \pi_0 \\ < 0, \pi < \pi_0 \end{cases}$ $B(\pi) > 0$.

$$\triangle \frac{dU}{dx} = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_{1,2} = \pm \sqrt{-A/2B} \end{cases}$$

□ $\pi > \pi_0$, $x = x_0$ 为稳定平衡解
□ $\pi < \pi_0$, $x_{1,2}$ 为实数, 是平衡解



→ 相变.

☆[例]倒摆. 螺旋弹簧使它恢复到 $\theta=0$ 的平衡位置上.

解: $U(\theta) = \frac{1}{2} k \theta^2 + mgR(\cos\theta - 1) = \frac{1}{2} mgR [(\pi - 1)\theta^2 + \frac{1}{2}\theta^4]$ $\pi = k/mgR$
 $\Rightarrow \theta_0 = 0, \theta_{1,2} = \pm \sqrt{b(1-\pi)}$

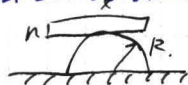
☆[例]旋摆.

解: $U(\theta) = -\frac{1}{4} m R^2 \omega (1 - \cos 2\theta) + mgR(1 - \cos\theta) = \frac{1}{8} m R^2 [(\omega^2 - \omega_0^2)\theta^2 + (\omega^2 - \frac{\omega_0^2}{2})\theta^4]$
 $\Rightarrow \theta_{1,2} = \pm \sqrt{2(\omega^2 - \omega_0^2)/(4\omega^2 - \omega_0^2)}$ $\omega_0 = \sqrt{g/R}$



⇒ 鞍点: 势能以偶数方出现 (2, 4, ...) $U = 0x^2 + 0x^4$.

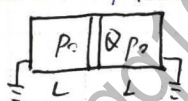
☆[例]讨论稳定性.



解: 近似 $\Rightarrow \theta + \frac{mg(R-h/2)}{[m(h/2)^2 + J_C]} \theta = 0$ $R > h/2$ 时平衡.

分析: $R = h/2$ 时 $\theta > 0$ 处 $\frac{d^2 U}{d\theta^2} < 0 \Rightarrow$ 相变.

☆[例]中间板带 Ω , 左右初始 P_0 , 求稳定点.



解: $C = C_1 + C_2 = \frac{\Sigma \Delta S}{L+x} + \frac{\Sigma \Delta S}{L-x} = \frac{2 \Sigma \Delta S}{L^2 - x^2}$ $\therefore W_C = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2(L^2 - x^2)}{4 \Sigma \Delta S L}$

有: $F_C = -\frac{\Delta W_C}{\Delta x} = \frac{Q^2 x}{2 \Sigma \Delta S L}$

又: $P_1 = \frac{P_0 L}{L+x}, P_2 = \frac{P_0 L}{L-x} \Rightarrow F_C = (P_2 - P_1)S$

$x = \pm L \sqrt{1 - \frac{4 P_0 \Sigma \Delta S^2}{Q^2}}$

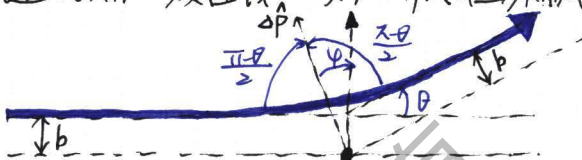
要求: $\Omega > 2S \sqrt{\Sigma \Delta P_0}$.

(2) $\alpha > 0, \text{ 必 } E > 0$ 有: $2mEr^2 + 2m\alpha r - L^2 = 0$ 则: $r = \frac{\alpha}{2E} (1 + \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{m\alpha^2}})$ 又: $L = mbv_0 \Rightarrow E = \frac{1}{2}mv_0^2$

b: 碰撞参数(瞄准距离)

$$\Rightarrow r_{\min} = \frac{\alpha}{2E} (1 + \sqrt{1 + \frac{2mEb^2v_0^2}{L^2q^2Q^2}})$$

→ 仅一拐点, 轨道无界, 双曲线一支, 力心在外侧.



计算电场(1,2)

· 叠加法:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_{ri} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho dV}{r^2} \vec{e}_r$$

· 高斯法:

$$\sum_{\text{闭合面}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\text{面内}} q_i$$

· 电势法:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{e}_z\right) = -\nabla U$$

★[例] 无限长均匀带电直导线外的电场强度.

解一:

有: $\Delta\theta = \Delta l / a = \Delta l_2 / r = \Delta l \cos\theta / r$

$$\rightarrow a/r = \cos\theta = \Delta l_1 / \Delta l_2$$

$$\Delta E = k\Delta q / r^2 = k\pi\Delta l / r^2 = k \frac{\pi\Delta l_2}{r^2 \cos\theta} = k \frac{\pi\Delta l_1}{a^2}$$

$$\rightarrow f = f_0 \cdot 2a = k \frac{\pi}{a^2} \cdot 2a = k \frac{2\pi}{a} \Rightarrow E = \frac{\pi}{2\lambda\epsilon_0 a}$$

解二: 取柱形高斯面, 由对称性: 电场必垂直于轴线.

★一定要说明如何取及场方向!

$$\text{有: } 2\pi a \cdot hE = \pi h / \epsilon_0 \Rightarrow E = \frac{\pi}{2\lambda\epsilon_0 a}$$

解三: (为避免积分无限大, 这里使用不定积分)

$$\text{有: } U_r = 2x \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\pi \cdot dx}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\pi}{2\lambda\epsilon_0} \ln(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) + C$$

$$\Rightarrow E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{2\lambda\epsilon_0} \cdot \frac{1}{a}; E_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = 0; E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

★先求导, 再带上下限.

△常见电场计算:

$$\cdot \text{圆环轴线上电场: } E = \frac{\pi}{2\epsilon_0} \cdot \frac{R \cdot 1}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\cdot \text{圆盘轴线上电场: } \downarrow \text{代换 } \pi = \frac{da}{2\pi r} = \frac{\sigma \cdot 2\pi r dr}{2\pi r} = \sigma \cdot dr \text{ 并积分}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{|a|} - \sqrt{R^2 + a^2} \right)$$

• 第二方程:

$$\sum U = \sum (\pm \varepsilon \pm I_r \pm I_p) = 0$$

163

\Rightarrow 对 P 支路, 有 $P-N+1$ 个方程
 \Rightarrow 共 $P-N+1 + N-1 = P$ 个方程 \Rightarrow 完备性

对称性网络电阻 (5.5)

Δ 方法总结:

- 电流叠加法: 输入和输出电流叠加.
- 对称分析法: 对称面; 对称点, 对称性.
- 基氏方程法: 假设电流输入.

★ [例] 求对角线电阻.

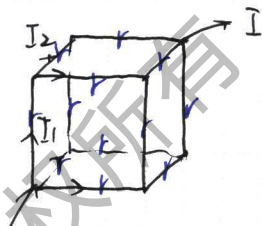
解: $I = 3I_1$

$I_1 = 2I_2$

$U_{AB} = I_1 R + I_2 R + I_1 R$

$I_{AB} = \frac{1}{3} I R + \frac{1}{6} I R + \frac{1}{3} I R = \frac{5}{6} I R$

$\Rightarrow R_{AB} = \frac{5}{6} R$



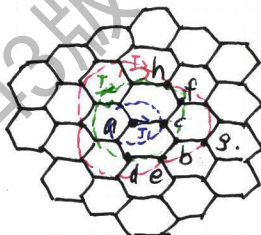
★ [例] 每边电阻均为 r , 求

(1) R_{ab}

(2) I_{de} (a, f, g, h)

(3) R_{ah}

解: (1) $I_{ac} = \frac{I}{3} + \frac{I}{6} = \frac{1}{2} I$
 $I_{cb} = \frac{I}{3} + \frac{I}{6} = \frac{1}{2} I$
 $R_{ab} = \frac{I_{ac} r + I_{cb} r}{I} = r$



$I_1 = \frac{1}{3} I$

$I_2 = \frac{1}{6} I$

$I_3 = \frac{1}{2} I$

(2) $I_1 = I_4 = I_7 = I_A$

$I_2 = I_3 = I_5 = I_6 = I_8 = I_9 = I_B$

$3I_A + 6I_B = I$

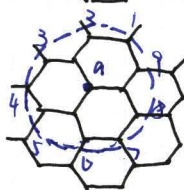
b, d 关于 a 对称: $I'_{de} = I_{be} = \frac{1}{2} I_A$

同理: 从 g 流出的: $I_{de}'' = I_B$

$\Rightarrow I_{de} = I'_{de} + I_{de}'' = \frac{1}{2} I_A + I_B = \frac{1}{2} I$

(3) 从一个对称面到另一个对称面, 若均以电阻 r 相接, 不必对称, 必电流相等:

$I R_{ab} = 2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right) = \frac{7}{6} I r \Rightarrow R_{ah} = R_{ag} = \frac{7}{6} r$



基本方程

$$PV = \nu RT; \quad E = \frac{i}{2} \nu RT;$$

$$Q = \Delta E + W.$$

基本关系

$$C_V = \frac{i}{2} R;$$

$$C_P = C_V + R;$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}.$$

比较项目

吸收热量: $Q = n C \Delta T;$

内能增量: $\Delta E = n C_V \Delta T;$

对外做功: $W = \int P dV.$

基本过程

	过程方程	内能增量	对外做功	吸收热量
等容	$\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0} = \frac{\nu R}{V}$	$\Delta E_V = \nu \cdot \frac{i}{2} R \Delta T$ <small>C_V</small>	0	$Q_V = \nu \cdot \frac{i}{2} R \Delta T$
等压	$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} = \frac{\nu R}{P}$	$\Delta E_P = \nu \cdot \frac{i}{2} R \Delta T$	$W_P = P \Delta V$ $= \nu R \Delta T$	$Q_P = \nu \left(\frac{i}{2} + 1 \right) R \Delta T$ <small>C_P</small>
等温	$PV = P_0 V_0 = \nu RT$	0	$W_T = \nu RT \ln \frac{V}{V_0}$ ③ ☆	$Q_T = \nu RT \ln \frac{V}{V_0}$
绝热	$PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma$ ① ☆	$\Delta E_a = \nu \cdot \frac{i}{2} R \Delta T$	$W_a = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{\gamma - 1}$ ② ☆	0

①: $Q = \Delta E + W \Rightarrow \delta Q = dE + \delta W = dE + P dV = 0$
 $\Rightarrow \frac{i}{2} \nu R dT + \nu RT \cdot \frac{dV}{V} \Rightarrow \text{又 } \frac{i}{2} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \Rightarrow T V^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} \Rightarrow PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma$

②: $W_a = -\Delta E_a = \nu \cdot \frac{1}{\gamma-1} \cdot R \cdot \left(\frac{P_1 V_1}{\gamma} - \frac{P_2 V_2}{\gamma} \right) = \frac{1}{\gamma-1} (P_1 V_1 - P_2 V_2)$

或: $W_a = \int P dV = \int P_1 \frac{V_1^\gamma}{V^\gamma} dV = \frac{1}{\gamma-1} (P_1 V_1 - P_2 V_2)$

③: $W_T = \int \nu RT \cdot \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V}{V_0}$