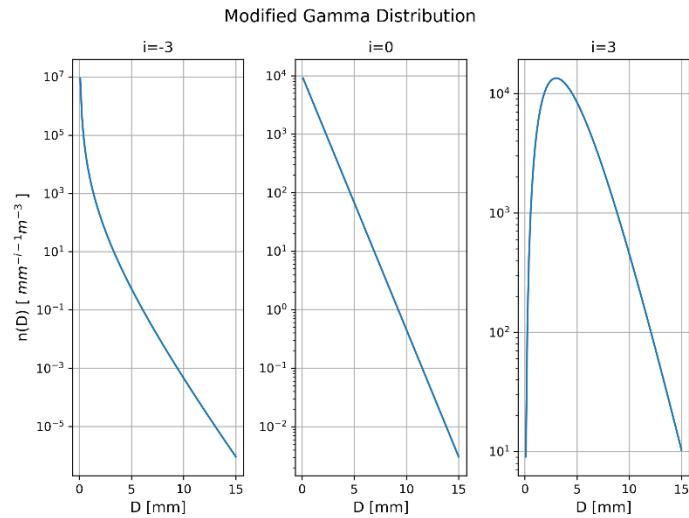


雲物理學 HW4

B13209015 楊承翰

1. Modified Gamma Distribution



(圖一) 不同 i 值對應的 gamma distribution

上方圖一顯示了不同 i 值所計算的粒徑分布，可以見到當 $i=-3$ 時，其粒徑分布以小粒子數量最多、大粒子數量極小。而 $i=0$ 為 Marshall-Palmer distribution，其一樣為小粒子數量最多，且數量為 exponential decay 隨粒子大小遞減。當 $i=3$ 時則有明顯峰值，小於峰值對應大小的粒子數量快速減少，大於峰值對應大小的粒子則有類似 power-log 的分布。

三種分布對於不同大小粒子數量有不同特徵，隨著 i 值變大，大粒子數量也隨之增加。

藉由計算第六矩量 $Z = \int D^6 \cdot n(D)dD$ ，可以計算出以下三種不同粒徑分布對應的雷達反射因子 Z ：

$$Z = 6.00e+04, i=-3$$

$$Z = 7.15e+06, i=0$$

$$Z = 3.38e+09, i=3$$

可以見到 Z 值隨 i 值變大而增加，其原因為不同 i 值所對應的粒徑分布與數量不同， i 值越大的粒徑分布大粒子數量越多，直徑六次方後的 Z 值也

會被放大。若對應現實雷達觀測，較小的 i 值對應的小粒子較無法被雷達觀測到，而 i 值較大的大粒子對於雷達而言則有較強的回波訊號。

2. Bulkwater Parameterization

$$V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{dD^3}{dt} = \frac{6}{\pi\rho} \frac{dm}{dt}$$

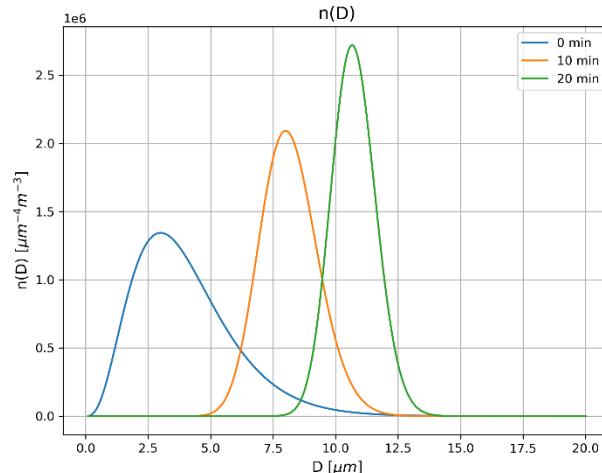
$$\Rightarrow \frac{dM_3}{dt} = \int \frac{dD^3}{dt} n(D) dD = \int \frac{6}{\pi\rho} \cdot 4\pi \left(\frac{D}{2}\right) f_v \frac{\Delta S}{A_d + A_k} n(D) dD = \frac{6f_v}{\pi\rho} \frac{dQ}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} D^3(t) = 3D^2(t) \cdot \frac{dD(t)}{dt} [Chain Rule]$$

$$\Rightarrow \frac{dD^2}{dt} = 2D \frac{dD}{dt} = 2D \cdot \frac{2}{3D} \frac{dD^3}{dt} = 8 \frac{1}{\rho} f_v \frac{\Delta S}{A_d + A_k}$$

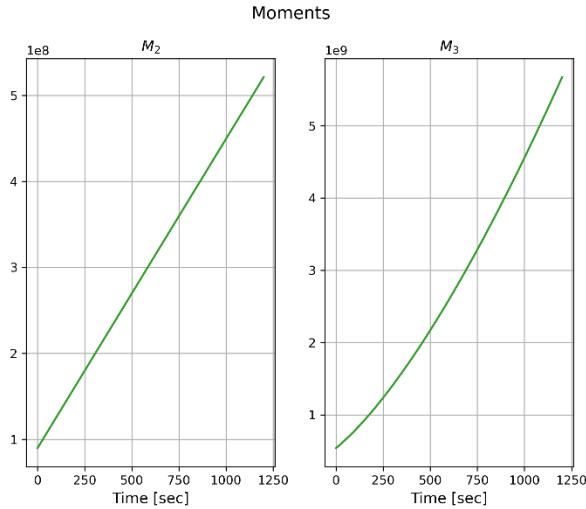
$$\Rightarrow \frac{dM_2}{dt} = \int \frac{dD^2}{dt} n(D) dD = \frac{8 \cdot f_v}{\rho} \frac{\Delta S}{A_d + A_k} \int n(D) dD = \frac{8f_v}{\rho} \frac{\Delta S}{A_d + A_k} \cdot M_0$$

藉由上面推導結論，可以在每一時間步進行差分，求出下一時間的矩量後再計算 gamma distribution 中的 i, N_0 與 λ 以此迭代求出每一時間的粒徑分布 $n(D) = N_0 \cdot D^i \cdot \exp(-\lambda D^1)$ 。



(圖二) 雲滴凝結成長粒徑分布

從計算的結果可以看到凝結成長過程使雲滴半徑隨時間增加，且粒徑譜寬度逐漸變窄，這與透過理論所得的群體成長結果相同。



(圖三) 雲滴凝結成長滴二、三矩量變化

而矩量隨時間變化同樣可以從以上推導看出， $\frac{dM_2}{dt} = Constant$; $\frac{dM_3}{dt} \propto \frac{dQ}{dt}$

因此 M_2 隨時間變化為一斜直線，而 M_3 變化則受 dQ/dt 影響。

若將 $\frac{dM_2}{dt}$ 與 $\frac{dM_3}{dt}$ 對應單一雲滴凝結成長過程：

M_2 可對應面積而 $\frac{dA}{dt} = Constant$ ，因此 M_2 變化為線性。

M_3 可對應體積，當密度為 1 時則等同質量，而單一雲滴凝結成長時 $\frac{dm}{dt} \propto$

$r \cdot \frac{dr}{dt} \propto \frac{1}{r}$ ，因此可以預期 M_3 變化斜率逐漸增加且增加速率漸緩。