

# Homework Week 1

本次作业中，需要求解 N 阶 Rosenbrock 函数的最优值，当我们将 N 阶函数展开后：

$$f(x) = [100(x_1^2 - x_2)^2 + (x_1 - 1)^2] + [100(x_3^2 - x_4)^2 + (x_3 - 1)^2] \dots$$

可以发现只有相邻两项（例如  $x_1$  和  $x_2$ ， $x_3$  和  $x_4$ ）之间有联系，因此可以每次求解两个变量的最优值。

对于每两个相邻变量，在每次迭代中，需要计算的梯度值为：

$$\nabla f(x) = \begin{pmatrix} 400x_k(x_k^2 - x_{k+1}) + 2(x_k - 1) \\ -200(x_k^2 - x_{k+1}) \end{pmatrix}, k \text{ 为正的奇数}$$

另外，每次迭代还需要使用 Armijo 准则确定搜索步长，也就是说，步长  $\alpha$  需要满足：

$$f(\mathbf{x} + \alpha \mathbf{d}) \leq f(\mathbf{x}) + c\alpha \mathbf{d}^T \nabla f(\mathbf{x})$$

最后，每一次迭代中的变量值可以根据以下公式计算出：

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha \mathbf{d}$$

综上，每次从给定的初始值集合中取出相邻的两个初始值，迭代计算梯度、步长并更新值，当梯度小于一定值时或者迭代次数较多时，可以退出并返回最后的迭代值作为结果。