## Homework Week 1

本次作业中,需要求解 N 阶 Rosenbrock 函数的最优值,当我们将 N 阶函数展开后:

$$f(x) = [100(x_1^2 - x_2)^2 + (x_1 - 1)^2] + [100(x_3^2 - x_4)^2 + (x_3 - 1)^2] \dots$$

可以发现只有相邻两项(例如 $x_1$ 和 $x_2$ ,  $x_3$ 和 $x_4$ )之间有联系,因此可以每次求解两个变量的最优值。

对于每两个相邻变量,在每次迭代中,需要计算的梯度值为:

$$\nabla f(x) = \begin{pmatrix} 400x_k(x_k^2 - x_{k+1}) + 2(x_k - 1) \\ -200(x_k^2 - x_{k+1}) \end{pmatrix}, k 为正的奇数$$

另外,每次迭代还需要使用 Armijo 准则确定搜索步长,也就是说,步长α需要满足:

$$f(\mathbf{x} + \alpha \mathbf{d}) \le f(\mathbf{x}) + c\alpha \mathbf{d}^T \nabla f(\mathbf{x})$$

最后,每一次迭代中的变量值可以根据以下公式计算出:

$$\boldsymbol{x_{k+1}} = \boldsymbol{x_k} + \alpha \boldsymbol{d}$$

综上,每次从给定的初始值集合中取出相邻的两个初始值,迭代计算梯度、步长并更新值, 当梯度小于一定值时或者迭代次数较多时,可以退出并返回最后的迭代值作为结果。

## 运行结果:

当 N 等于 4, 并且初始值为 1, 2, 3, 4 时, 运行结果是:

