

HEPS 工程工作笔记

HEPS Technical Note

标题 (Title)	聚焦器件误差问题分析		
作者 (Author)/ 系统 (System)	宫宇, 杨福桂	日期 (Date)	2020-3-06
编号 (Serial No.)		页数 (Pages)	共 页 (含附件)
<div>摘要 (abstract):</div> <div>束线聚焦器件聚焦能力误差对束线性能的影响分析。开展包括理论和实验方面的研究。</div> <div>结论:</div>			
会 签 Concurred by			
有效性 Validation	填表人 Prepared by	审 核 Reviewed by	批 准 Approved by
签 名 Signature	XX		
日期 Date	XX (一定写上日期)		

## 1 无误差的情况

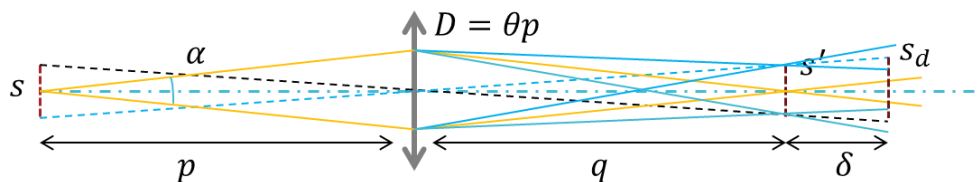


图 1-1 离焦误差计算图示

如上图 1-1 所示，考虑离焦量为 $\delta$ 时，观察平面上的光斑尺寸。根据缩放比，无离焦时的光斑尺寸为：

$$s' = \frac{sq}{p}$$

由光路图，可以获得整个光学系统的接收口径

$$D = \alpha p$$

有两种情况：

(1) 观察点位置的移动 $\delta$ 为变量，系统聚焦性能不变。

根据几何关系，可以得到离焦光斑尺寸为

$$s_d = s \frac{\delta + q}{p} + D \frac{\delta}{q} = s \frac{\delta + q}{p} + \alpha \frac{p\delta}{q}$$

若离焦光斑尺寸是理想光斑尺寸的  $k$  倍，即  $s_d = k s'$ ，则有离焦量限制为：

$$\delta = (k - 1) \frac{s \frac{q}{p}}{\frac{s}{p} + \alpha \frac{p}{q}}$$

考虑近似问题，重组离焦光斑尺寸公式

$$s_d = s \frac{q}{p} + \delta \left( \frac{s}{p} + \frac{\alpha p}{q} \right)$$

其中，第一项  $s \frac{q}{p}$  是光源理想成像结果，第二项是离焦像差的光斑尺寸扩展，来自于两个

方面， $\frac{s}{p}$  是光源对聚焦镜的张角， $\frac{\alpha p}{q}$  是样品处的发散角。对于 HEPS 来说， $\frac{s}{p} \ll \frac{\alpha p}{q}$ ，因

此上式可以近似为：

$$s_d = s \frac{q}{p} + \frac{\alpha p}{q} \delta = \frac{s}{M} + \alpha M \delta$$

(2) 系统的聚焦性能变化，例如  $M$  变化，导致离焦问题 $\delta$ ，此时 $\delta$ 是因变量。研究该问题时，此时观察平面  $q + \delta = q_0$  不变。

$$s_d = s \frac{\delta + q}{p} + D \frac{\delta}{q} = s \frac{q_0}{p} + \alpha p \frac{q_0 - q}{q}$$

## 2 聚焦镜问题

### 2.1 单纯离焦误差

考虑反射镜的误差问题。

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} = \varphi = \frac{2}{R \sin \theta}$$

其中， $R$  是子午面形曲率半径， $\theta$  是掠入射角。

当聚焦镜的焦距是自变量时， $\varphi$  的改变引起焦点光斑的变化。

$$s_d = s \frac{q_0}{p} + \alpha p \frac{q_0 - q}{q} = \frac{s}{M_0} + \alpha p q_0 (\varphi - \varphi_0)$$

当离焦量是自变量时， $\delta$  的改变引起焦点光斑的变化

$$s_d = \frac{s}{M} + \alpha M \delta$$

$$M = \frac{2p}{R \sin \theta} - 1$$

可见，当反射镜的面形或者光线掠入射角的变化会引起系统缩放比  $M$  的改变，进而引起聚焦光斑尺寸的变化。

对于 HEPS 来说，需要区分面形误差是否是聚焦光斑尺寸的主要贡献者。

### 2.2 离焦误差-面形误差耦合

假设反射镜的面形误差为  $\sigma$  RMS，则面形误差引起的光斑扩展为

$$s_{slope} = 2q_0\sigma$$

$q_0$  是理想焦点位置，也是观察点位置。

当面形误差是主要贡献者时， $s_{d0} = 2q_0\sigma$ ，与离焦误差综合作用：

$$s_{dr} = \sqrt{(2q_0\sigma)^2 + \left( \frac{s}{M_0} + \alpha p q_0 (\varphi - \varphi_0) \right)^2}$$

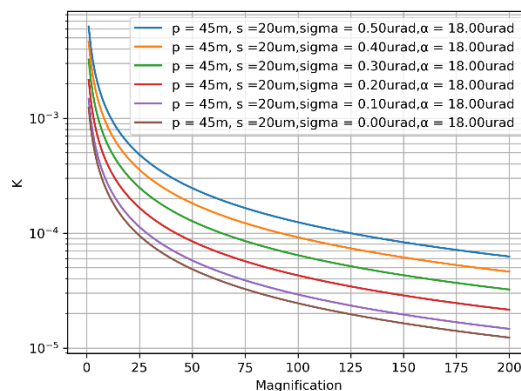
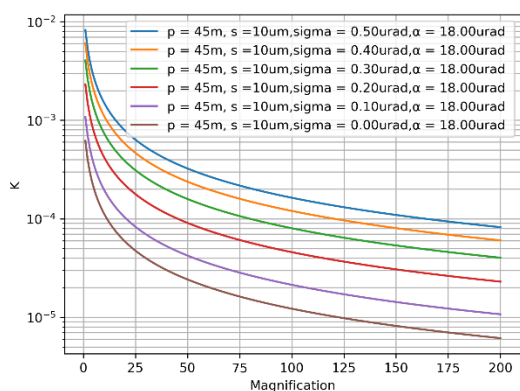
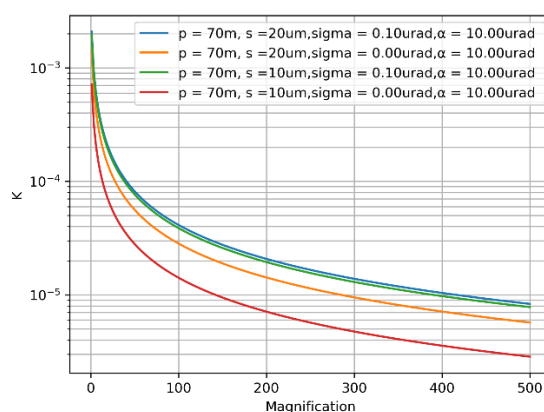
这里认为，离焦引起的光斑扩展比为：

$$s_{dr} = \sqrt{(2q_0\sigma)^2 + \left( \frac{s}{M_0} + \alpha p q_0 (\varphi - \varphi_0) \right)^2}$$

$$k = \frac{s_{dr}}{s_{d0}} = \frac{\sqrt{(2q_0\sigma)^2 + \left(\frac{s}{M_0} + \alpha p q_0(\varphi - \varphi_0)\right)^2}}{\sqrt{(2q_0\sigma)^2 + \left(\frac{s}{M_0}\right)^2}}$$

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{\sqrt{(k^2 - 1)(2q_0\sigma)^2 + k^2 \left(\frac{s}{M_0}\right)^2} - \frac{s}{M_0}}{\alpha p q_0}$$

$$K = \frac{\varphi - \varphi_0}{\varphi_0} = \frac{\varphi - \varphi_0}{(p + q_0)/p q_0} = \frac{1}{\alpha} \frac{1}{M_0 + 1} \left[ \sqrt{(k^2 - 1)(2\sigma)^2 + k^2 \left(\frac{s}{p}\right)^2} - \frac{s}{p} \right]$$



微米聚焦模式下，缩放比一般为 50，若面形误差为 0.3  $\mu\text{rad}$ ，那么对应的  $2\text{e-}4$ ，如果掠入射角为 2 mrad，那么对应的掠入射角的误差要求控制在 400 nrad。

忽略这部分的分析

这里认为，离焦引起的光斑扩展比为：

$$k = \frac{s_{dr}}{s_{d0}} = \sqrt{\left(\frac{\frac{s}{M_0} + \alpha p q_0 (\varphi - \varphi_0)}{2 q_0 \sigma}\right)^2 + 1}$$

进一步地有

$$\left| \frac{s}{M_0} + \alpha p q_0 (\varphi - \varphi_0) \right| = 2 q_0 \sigma \sqrt{k^2 - 1}$$

由此可以获得光焦度的变化容许范围，

对于  $\varphi - \varphi_0 > 0$  的情况，

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{2 q_0 \sigma (k^2 - 1) - \frac{s}{M_0}}{\alpha p q_0} = \frac{2 \sigma \sqrt{k^2 - 1}}{\alpha p} - \frac{s}{\alpha p^2}$$

$$\frac{\varphi - \varphi_0}{\varphi_0} = \frac{\varphi - \varphi_0}{(p + q_0)/p q_0} = \left( 2 \sigma \sqrt{k^2 - 1} - \frac{s}{p} \right) \frac{1}{\alpha} \frac{1}{M_0 + 1}$$

可见， $\varphi - \varphi_0$  与面形误差  $\sigma$  和  $k$  容限密切相关。

$k = 1.1$  时，

$$K = \frac{\varphi - \varphi_0}{\varphi_0} = \left( \frac{0.92 \sigma}{\alpha} - \frac{s}{\alpha p} \right) \frac{1}{M_0 + 1}$$

若让  $K > 0$ ，则有

$$\frac{0.92 \sigma}{\alpha} > \frac{s}{\alpha p}$$

得到

$$\sigma > \frac{s}{0.92 p}$$

即该种情形时针对的是面形误差大于光源本征张角。

对于  $\varphi - \varphi_0 < 0$  的情况，

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{\pm 2 q_0 \sigma (k^2 - 1) - \frac{s}{M_0}}{\alpha p q_0} = \frac{\pm 2 \sigma \sqrt{k^2 - 1}}{\alpha p} - \frac{s}{\alpha p^2}$$

$$\frac{\varphi - \varphi_0}{\varphi_0} = \frac{\varphi - \varphi_0}{(p + q_0)/p q_0} = \left( \pm 2 \sigma \sqrt{k^2 - 1} - \frac{s}{p} \right) \frac{1}{\alpha} \frac{1}{M_0 + 1}$$

---

由于

$$\frac{\varphi - \varphi_0}{\varphi_0} = \frac{R - R_0}{R} \text{ 或者 } \frac{\theta - \theta_0}{\theta}$$

$K$  也可以作为曲率半径或者掠入射角的变化百分比。

## 2.3 衍射效应

注意这里没有考虑衍射效应，对于大缩放比成像，当接收口径比较小时，衍射的光斑扩展占主要作用。因此，该数据的有效性需要再讨论。

考虑波动，衍射角为

$$\Sigma_{dif} = 0.88\lambda/\Delta$$

$\Delta$ 是口径尺寸。样品处的光斑尺寸贡献为 $q_0\Sigma_{dif}$

### Coherence length

- Longitudinal (Temporal) coherence
  - Determined by monochromaticity  

$$l_c = \lambda^2/\Delta\lambda$$

For  $\lambda/\Delta\lambda = 7000$  (Si 111),  $\lambda = 0.1$  nm,  $l_c = 0.7$   $\mu$ m  
 $l_c \gg \text{max path difference (} W\theta \text{)}$  to ensure good contrast
- Transverse (Spatial) coherence
  - Determined by collimation
  - Quantitatively, the transverse coherence length is described as the distance between the two narrow slits in the Young's experiment which drops the interference fringes contrast to  $\exp(-1/2) = 0.6$ .
  - For a Gaussian distributed source with the rms size of  $\Sigma$ 

$$L_c = \frac{\lambda D}{2\pi\Sigma} \approx 0.16 \frac{\lambda D}{\Sigma}$$
  - For a flat rectangular beam with size  $\Delta$ ,
$$L_c = \frac{\lambda D}{2\Delta}$$

H. Otsuki and P. Elleaume, *Undulators, Wigglers and Their Applications* (Taylor and Francis, London, 2003).

### Transverse coherence length (continue)

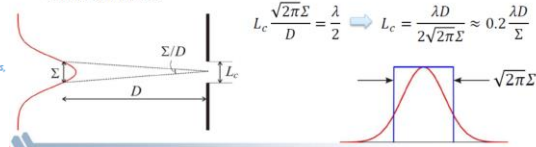
- Another way of defining  $L_c$  comes from the phase space area. For a Gaussian laser mode with rms size and angle width of  $\sigma$  and  $\sigma'$ , we have

$$\sigma\sigma' = \lambda/4\pi$$

- Considering a rectangle of width  $\Delta = \sqrt{2\pi}\Sigma$  and height 1 has the same area as a Gaussian of rms width  $\Sigma$  and height 1, we have  

$$\Delta\Delta' = \lambda/2$$

- Coherence by propagation (van Cittert-Zernike theorem) of a Gaussian beam

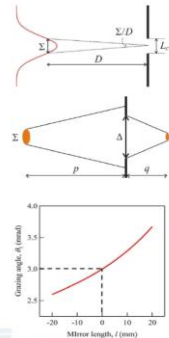


### Some general equations

- Coherence length
 
$$L_c = \frac{\lambda D}{2\sqrt{2\pi}\Sigma}$$
- Focal size (FWHM)
 
$$S = \sqrt{S_{\text{geo}}^2 + S_{\text{dif}}^2}$$

$$S_{\text{geo}} = \frac{2.355q\Sigma}{p}, \quad S_{\text{dif}} = \frac{0.88\lambda q}{\Delta}$$
- Mirror aperture
 
$$\Delta \approx L \sin \theta$$

$\theta$  — grazing angle at the mirror center



## 2.4 色散问题

当光学系统工作在粉光模式下时，需要考虑折射率透镜的色散效应所引起的光斑扩展问题。如图所示，光源尺寸  $s$ ，接收口径  $D = \alpha p$ 。

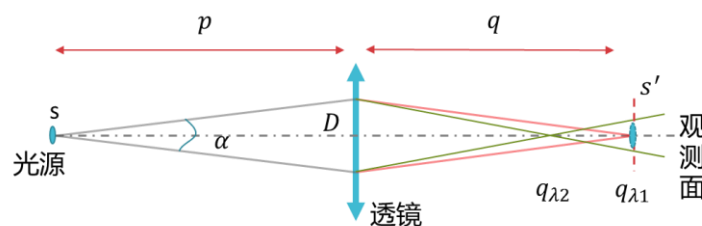


图 2-1 聚焦透镜色散效应分析

考虑两个波长 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ ,

$$\lambda_2 = (1 + k)\lambda_1$$

在 $\lambda_1$ 的焦平面上, 可以推导 $\lambda_2$ 的光斑尺寸为

$$s'_{\lambda_2} = \left(1 + \frac{1}{M}\right) 2kD = 2\left(1 + \frac{1}{M}\right) k\alpha p$$

这里假设, 离焦光斑扩展量远大于系统光斑缩放成像尺寸。

对于折射率透镜来说, 折射率系数满足:

$$\delta = 2.7(\lambda^2 \rho Z/A) 10^{-6}$$

其中, 波长的单位为埃, 密度为 g/cm<sup>3</sup>, z 是原子序数, A 是原子质量 (g)。

折射率透镜的光焦度为

$$\varphi = 2\delta/R$$

可见, 光焦度与光子能量的二次方成反比。由此, 可以计算光焦度的色散变化:

$$\varphi_{\lambda_2} = \varphi_{\lambda_1} [(1 + k)^2 - 1]$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{\lambda_1} - \varphi_{\lambda_2} = 2k\varphi_{\lambda_1}$$

### 3 仿真实验

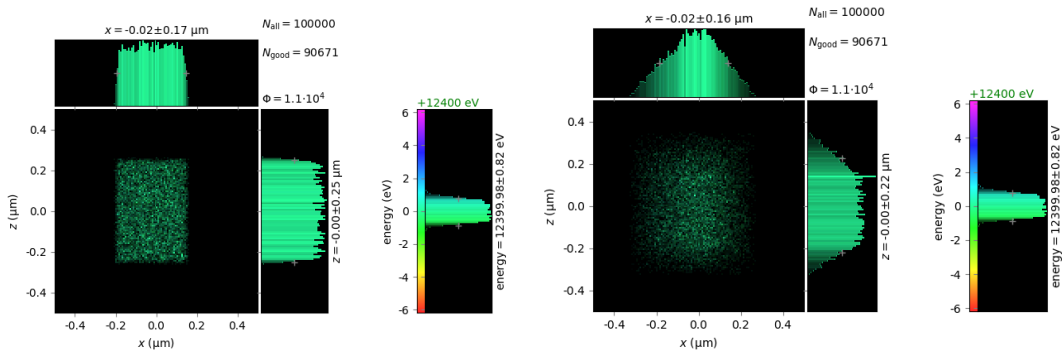
为了验证理论推导, 下面使用追迹软件仿真 KB 镜的计算。

#### 3.1 平顶几何光源-无误差-几何光学

在理论推导上, 假设接收口径内的光是均匀分布的。因此, 在具体应用于实际光源之前, 可以先计算。不考虑反射镜。

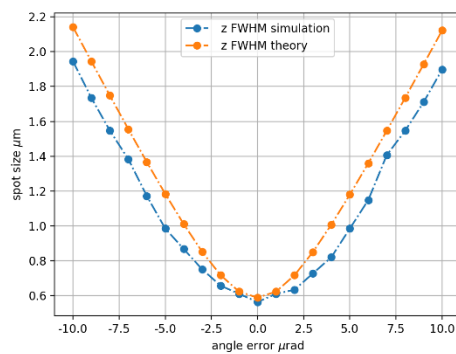
程序调试过程:

(1) 焦点位置的确定是否正确

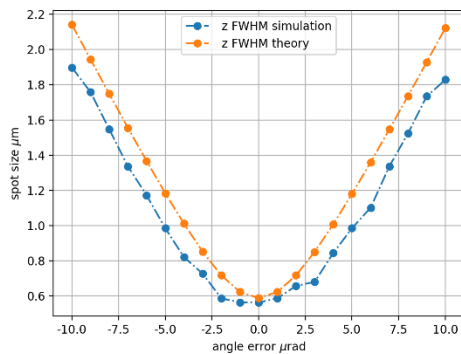


光源平顶型和高斯型;

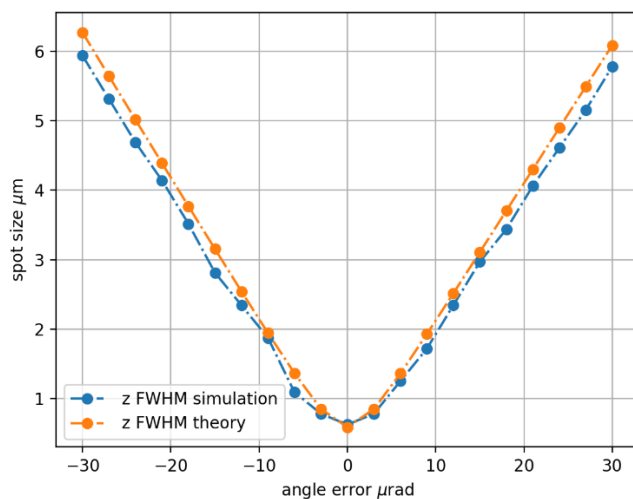
误差曲线选择中间值还是累积值；  
由于计算中光源尺寸为 sigma 统计值，因此需要将光斑尺寸模型调整为高斯分布值。



中心区域对比，二者没有明显差异

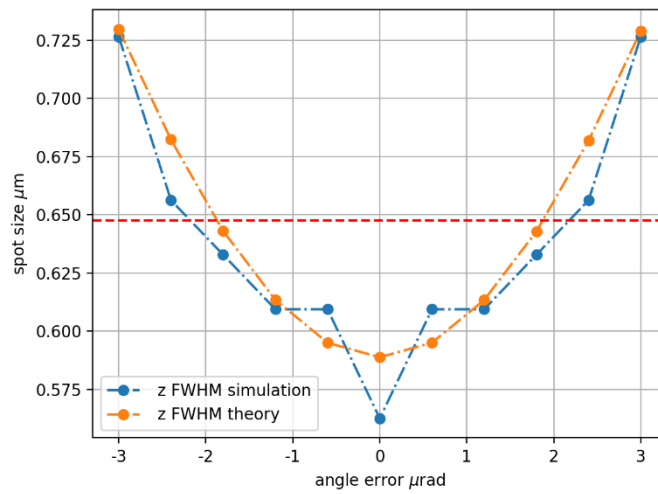


扩大至一定程度



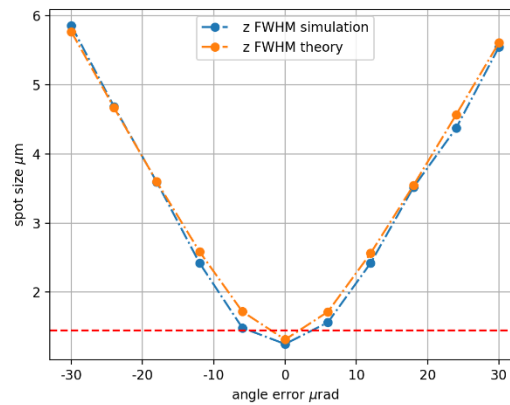
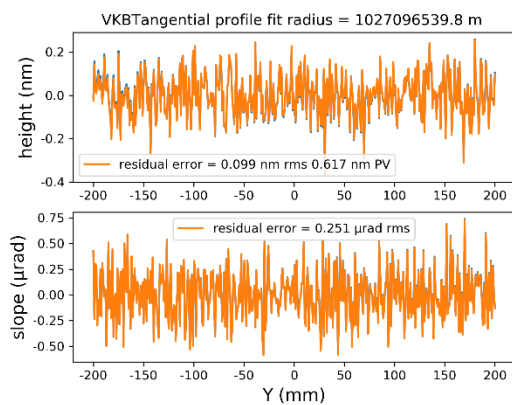
误差对比曲线



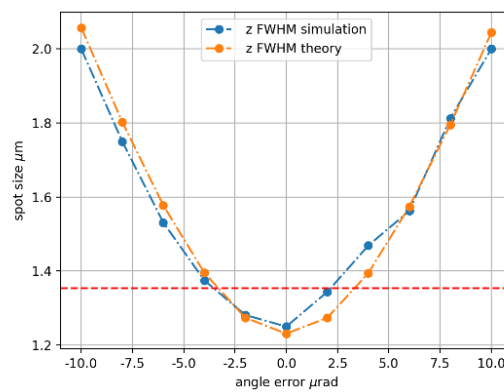


## 3.2 几何面形误差

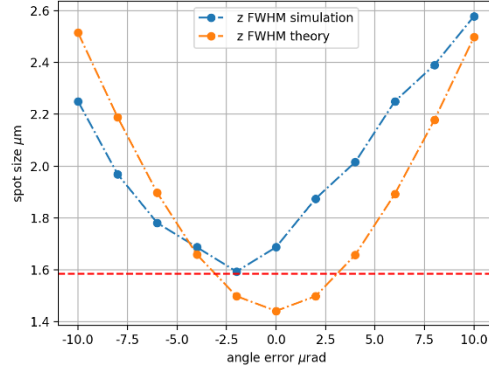
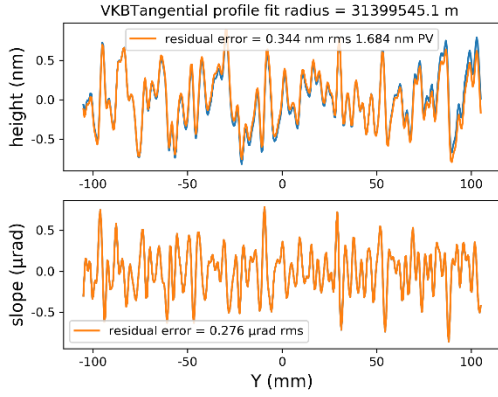
离焦项有 0.9 的修正



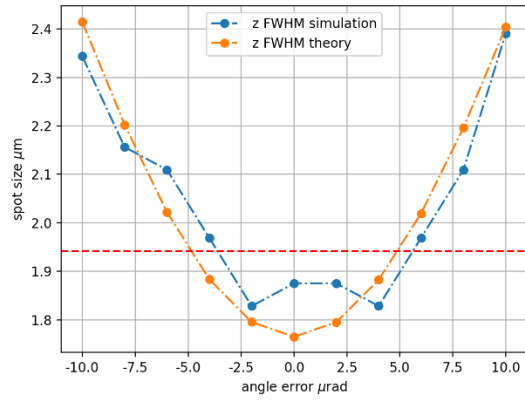
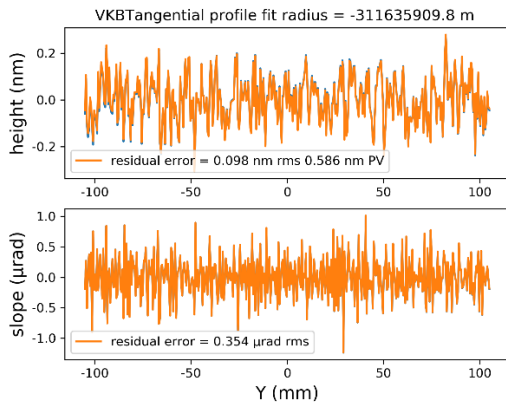
缩小角度范围，理论曲线使用参数 0.23 $\mu\text{rad}$  rms，修正系数 0.8。



改变面形，  
离焦项修正因子 0.8



离焦项修正因子 0.8，



由此可见公式

$$s_{dr} = \sqrt{(2 * 2.35q_0\sigma)^2 + \left(\frac{2.35s}{M_0}\right)^2 + (t_0\alpha p q_0(\varphi - \varphi_0))^2}$$

其中， $t_0$ 是修正因子，当离焦误差比较大时， $t_0$ 比较小

由上个图可以看出  $M=40$ ，无误差的要求为 2urad 的水平，百分比为  $1e-3$ ；有误差时，要求为 5urad 的水平，百分比为  $2.5e-3$ 。与理论计算值相当

$$k = \frac{s_{dr}}{s_{d0}} = \frac{\sqrt{(2 * 2.35q_0\sigma)^2 + \left(\frac{2.35s}{M_0}\right)^2 + (t_0\alpha p q_0(\varphi - \varphi_0))^2}}{\sqrt{(2 * 2.35q_0\sigma)^2 + \left(\frac{2.35s}{M_0}\right)^2}}$$

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{\sqrt{(k^2 - 1) \left[ (2 * 2.35 q_0 \sigma)^2 + \left( \frac{2.35 s}{M_0} \right)^2 \right]}}{t_0 \alpha p q_0}$$

最后，修正为

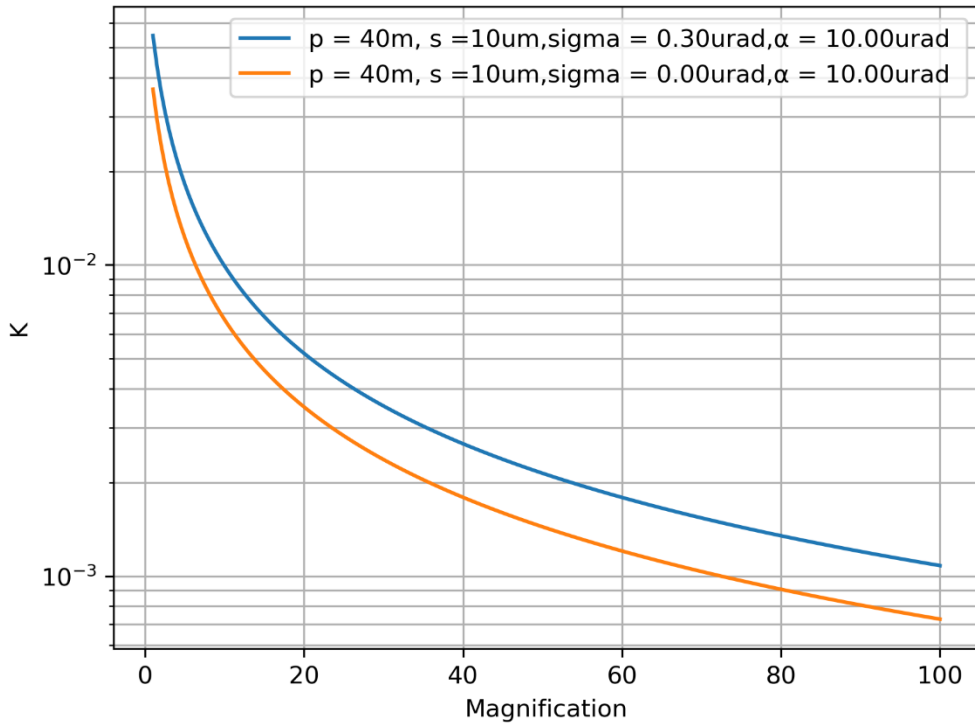
$$K = \frac{\varphi - \varphi_0}{\varphi_0} = \frac{\varphi - \varphi_0}{(p + q_0)/p q_0} = \frac{1}{\alpha t_0} \frac{1}{M_0 + 1} \sqrt{(k^2 - 1) \left[ (2 * 2.35 \sigma)^2 + \left( \frac{2.35 s}{p} \right)^2 \right]}$$

考虑波动， $\Sigma_{dif} = 0.88\lambda/\Delta$ 为衍射角。

$$s_{dr} = \sqrt{(q_0 \Sigma_{dif})^2 + (2 * 2.35 q_0 \sigma)^2 + \left( \frac{2.35 s}{M_0} \right)^2 + (t_0 \alpha p q_0 (\varphi - \varphi_0))^2}$$

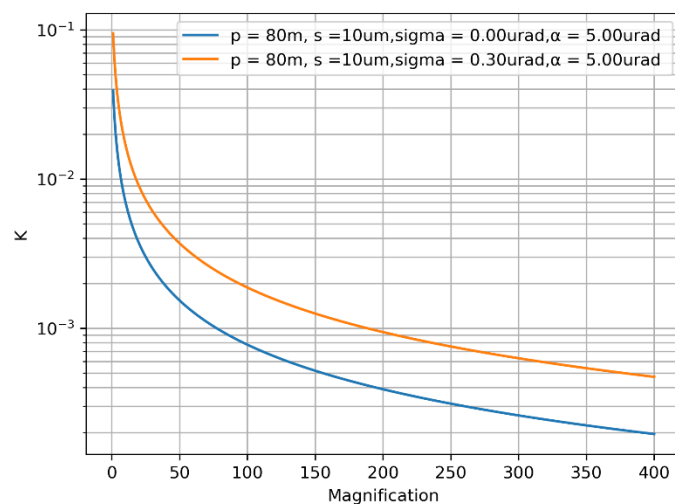
$$K = \frac{1}{\alpha t_0} \frac{1}{M_0 + 1} \sqrt{(k^2 - 1) \left[ (\Sigma_{dif})^2 + (2 * 2.35 \sigma)^2 + \left( \frac{2.35 s}{p} \right)^2 \right]}$$

仅考虑几何面形误差，



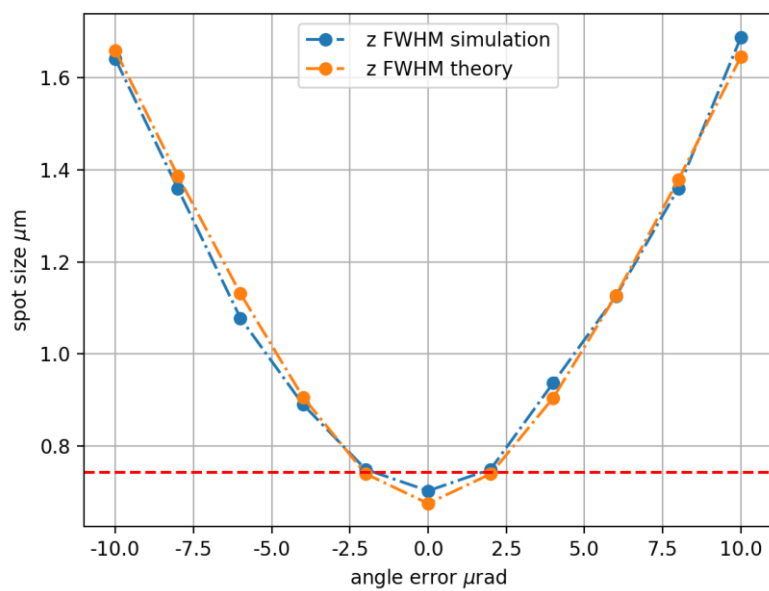
### 3.2.1 大缩放比的情况计算

改变缩放比为 200，p=80m，接收角为 5urad，

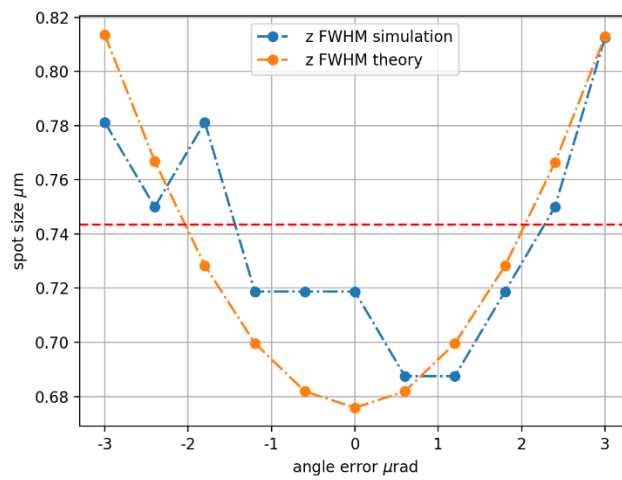


有误差

面形误差 0.375urad rms,  $t_0=0.75$

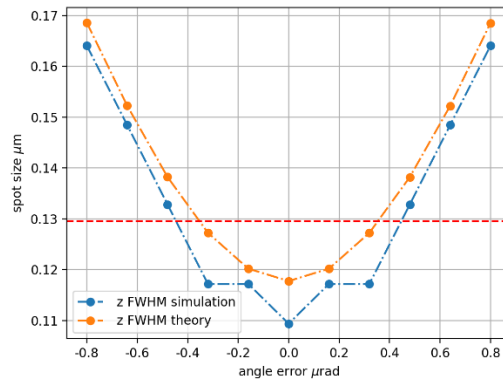
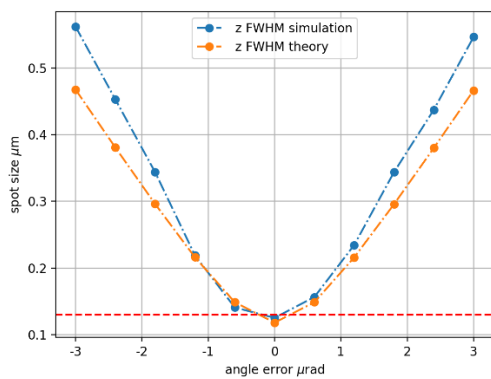


缩小范围至 3urad，计算结果如下，可见误差容许为 2urad，误差贡献为主时，与缩放比无关，略高于理论曲线结果。

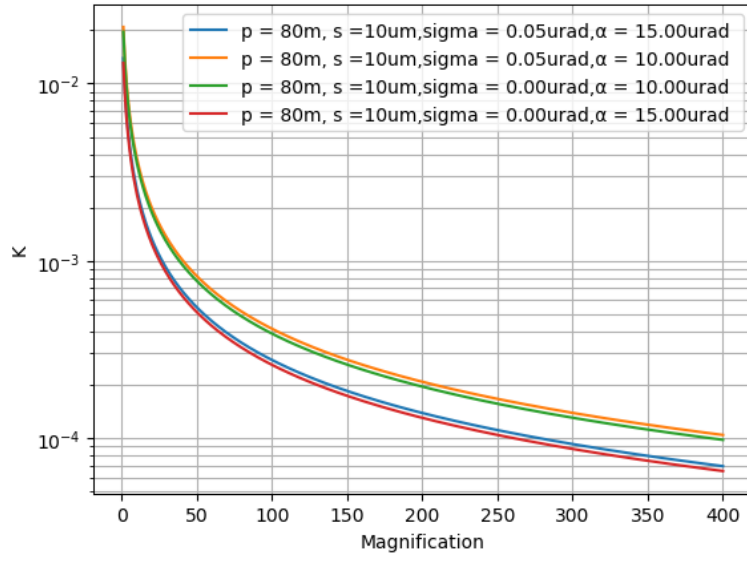


## 无误差

无误差时，角度为  $400\text{nrad}$ ，比例为  $2\text{e-}4$ ，理论值为  $3\text{e-}4$ ，追迹结果更严格。



从计算结果来看，该公式可以近似成立。



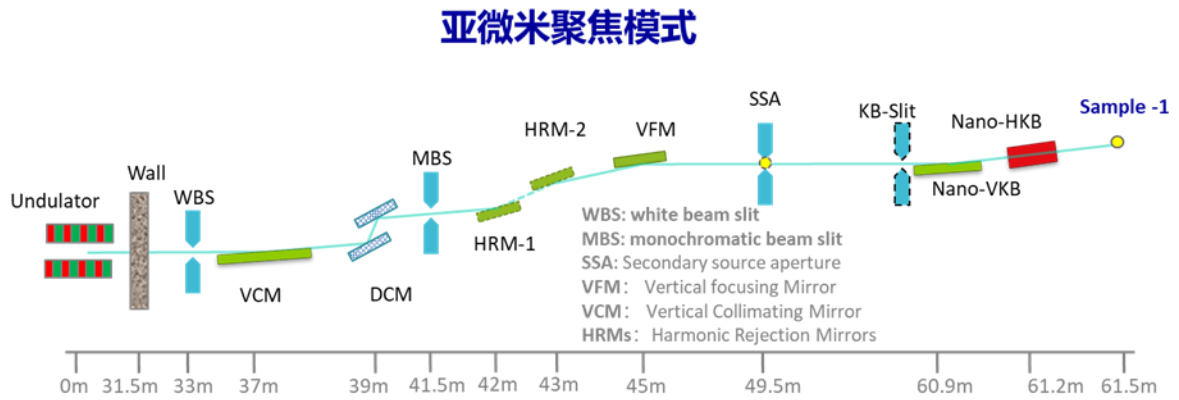
总得结果，

$$s_{dr} = \sqrt{(q_0 \Sigma_{dif})^2 + (2 * 2.35 q_0 \sigma)^2 + \left(\frac{2.35s}{M_0}\right)^2 + (t_0 \alpha p q_0 (\varphi - \varphi_0))^2}$$

$$K = \frac{1}{\alpha t_0} \frac{1}{M_0 + 1} \sqrt{(k^2 - 1) \left[ (\Sigma_{dif})^2 + (2 * 2.35 \sigma)^2 + \left(\frac{2.35s}{p}\right)^2 \right]}$$

仅考虑几何面形误差，

### 3.3 B8 束线分析



器件	位置 (m)	长度 (mm)	有效接收口径 ( $\mu\text{rad} \times \mu\text{rad}$ )
光源			
白光狭缝	35	0.875×0.875	25×25
VCM	37	544	25×25
单色器	39		25×25
单色器狭缝	41.5		18×18
Note: 为了模拟能扫, 狭缝需要考虑扫描的功能			
HRMs	42-43	450	18×20.7
VFM	45	450	18×20.7
Note: 考虑到出高变化, 反射镜加长 60mm			
二次光源狭缝	49.5	-	-
Note: 考虑能扫变化,			
亚微米 VKB	60.9	300	5.4(V)
亚微米 HKB	61.2	300	8.3(H)
样品点	61.5		

水平直接聚焦, 垂直二次聚焦:

$$M_H = \frac{61.2}{0.3} = 204$$

$$M_V = \frac{37}{4.5} \frac{11.4}{0.6} = 156$$

水平缩放比较大, 水平尺寸:

