Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

Table des matières

Table des matières **1**
A. Contexte et problématique explorée dans ce projet **2**
B. Préparation des données **2**
C. Préparation théorique **2**
1. Calcul du rendement attendu (ER) 2
2. Matrice de covariance des rendements (Σ) 3
3. Modèle de la frontière efficiente 3
4. Calcul et explication de x_opt (Méthode de Monte-Carlo) 3
5. Algorithme pour gérer les cas où le cash devient négatif 4
D. Variables et méthode d'étude **5**
E. Études complètes **8**
1. Variation de Sigmax et du nombre d'actions : impact sur Espmax 8
2. Variation du nombre d'actions : impact sur le nuage de points 9
3. Variation du nombre d'actions et de k : impact sur le cours des valeurs du Portefeuille 11
4. Variation de Sigmax et nombre d'actions : impact sur le capital final 12
5. Variation du nombre d'actions : impact sur la variance des rendements du portefeuille 14
6. Variation du nombre de simulations : impact sur Espmax 17
7. Variation de k : impact sur le cours des valeurs du portefeuille 18
8. Variation de la fréquence de rééquilibrage : impact sur le cours des valeurs du portefeuille 19
9. Maintien de plusieurs actions dans le portefeuille vs achat direct du CAC 40 21
F. Conclusions **22**
G. Annexes **23**

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

A. Contexte et problématique explorée dans ce projet

Ce projet est mené dans le cadre de la matière "Finance de marché 2", M2 MIAGE IF en alternance à l'université Paris Dauphine, réalisé par Yang YANG et Binh Minh NGUYEN. Les principaux axes explorés sont :

1. L'impact de différentes valeurs de Sigmax
2. L'impact de différents coûts de transaction
3. L'impact de différentes fréquences de transaction
4. L'impact du nombre d'actions dans le portefeuille
5. La comparaison entre l'achat direct du CAC 40 et l'achat de plusieurs actions qui le composent en termes de rendement

B. Préparation des données

Ce projet porte sur un ensemble de 30 actions toutes appartenant à l'indice CAC 40, et de l'indice CAC40 elle-même :

- 12 actions initiales venant du TP2 Finance de marché 2
- Les 18 nouvelles actions et l'indice CAC40 récupérées à partir de Investing.com
- Les données des actions, contenues dans des fichiers .xlsm, couvrent la période du 2 janvier 2018 au 13 décembre 2019. Chaque fichier contient les colonnes suivantes: ID, Dates, Ouverture, Max (plus haut du jour), Min (plus bas du jour), Fermeture (cours de clôture), Volume (volume des transactions).
- Plusieurs portefeuilles ont été constitués pour représenter différentes compositions :
  - Portefeuille des 6 premières actions parmi les anciennes actions : ['AccordHotel', 'Axa', 'BNP', 'Casino', 'ENGI', 'LVMH'].
  - Portefeuille des 6 dernières actions parmi les anciennes actions : ['Orange', 'Peugeot', 'Renault', 'Total', 'Veolia', 'Vivendi'].
  - Portefeuille des 12 anciennes actions
  - Portefeuille comprenant les 12 anciennes actions et les 18 nouvelles actions

Les choix de la composition pour les portefeuilles de 6 actions et des 18 nouvelles actions sont arbitraires, sélectionnés pour les besoins du projet.

C. Préparation théorique

1. Calcul du rendement attendu (ER)

Le rendement moyen espéré de chaque action est calculé à partir des prix historiques.
La formule utilisée est la suivante :

$$R_t = \frac{S_{t+1}}{St} - 1$$

où St est le **prix moyen** de l'action au jour t, défini comme :

$$S_t = \frac{Max_t + Min_t}{2}$$

Le rendement moyen **ER[j]** pour l'action j est ensuite obtenu en moyennant les rendements journaliers sur toute la période analysée.

2. Matrice de covariance des rendements (Σ)

La **matrice de covariance** des rendements permet d'évaluer la volatilité et la corrélation entre les actions. Elle est définie comme suit :

$$\Sigma_{i,j} = Cov(R_i, R_j)$$

où Ri et Rj sont les rendements des actions i et j. Cette matrice est calculée en centrant les rendements de chaque action autour de leur moyenne, puis en évaluant la covariance entre chaque paire d'actions.

La **condition de non-singularité** de la matrice Σ est vérifiée en s'assurant que son déterminant est non nul :

$$\det(\Sigma) \neq 0$$

3. Modèle de la frontière efficiente

Le modèle repose sur la **théorie du portefeuille de Markowitz**, qui établit une relation entre le **risque (sigma(σ))** et le **rendement espéré**. La frontière efficiente est définie par :

$$m_\sigma = \frac{b}{a} + \sqrt{\sigma^2 - \frac{1}{a}} \times norm$$

où :

- m_σ représente le rendement maximal espéré pour une volatilité donnée **σ**
- **a** et **b** sont des paramètres calculés à partir de la matrice Σ et du vecteur des rendements **ER**
- **norm** est une valeur dérivée de la distance quadratique entre les rendements et leur moyenne.

4. Calcul et explication de x_opt (Méthode de Monte-Carlo)

Dans ce projet, **x_opt** représente l'allocation optimale du capital sur un ensemble d'actions, en fonction des contraintes de risque et des rendements espérés. Il est obtenu en maximisant le rendement tout en respectant une contrainte de risque (Sigmax).

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

L'optimisation de l'allocation du portefeuille est réalisée à l'aide de la **méthode de Monte Carlo**. La méthode de Monte Carlo est une technique probabiliste qui consiste à **tester un grand nombre de solutions aléatoires** et à sélectionner la meilleure.

Ici, nous générons aléatoirement **NS** portefeuilles (par exemple, 50 000 simulations) et nous choisissons celui qui **offre le meilleur rendement tout en respectant la contrainte de risque**.

Étapes du Calcul:

1. **Génération aléatoire des allocations**
   - On crée un **vecteur de poids** aléatoire pour chaque action (Utiliser la **loi uniforme** permet de garantir que les valeurs de x_opt ne soient pas négatives).
2. **Évaluation du rendement et du risque**
   - On calcule le **rendement espéré** du portefeuille :

     $$E(X) = XT \cdot ER$$

   - On calcule le **risque** du portefeuille :

     $$\sigma(X) = \sqrt{XT \cdot \Sigma \cdot X}$$

3. **Sélection du portefeuille optimal**
   - On garde uniquement les portefeuilles dont le **risque est inférieur à la contrainte σmax**.
   - Parmi ces portefeuilles, on choisit **celui qui a le meilleur rendement**.

Attention : ER et la matrice de covariance sont calculés à partir des données de 2018, car ces paramètres doivent être estimés sur un historique de prix.

x_opt est dérivé des données de 2018, et en appliquant x_opt aux données de 2019, on évalue la performance réelle de la stratégie en dehors de l'échantillon d'entraînement

5. Algorithme pour gérer les cas où le cash devient négatif

Lorsque les coûts de transaction sont pris en compte, il est possible que le cash disponible devienne négatif après l'exécution des transactions. Pour résoudre ce problème, nous avons développé l'algorithme suivant :

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

```python
def cal_theta_cash_fee(C, x_opt, St, k, old_theta):
    theta = np.array([int(C * x_opt[i] / St[i]) for i in range(len(St))])
    fee = np.abs(theta - old_theta).T @ St * k
    cash = C - theta.T @ St - fee

    # Ajustement si le cash est négatif
    C_available = C
    while cash < 0:
        C_available -= 1
        theta = np.array([int(C_available * x_opt[i] / St[i]) for i in range(len(St))])
        fee = np.abs(theta - old_theta).T @ St * k
        cash = C - theta.T @ St - fee

    return theta, cash, fee
```

(S'il arrive que le cash devienne négatif, on diminue petit à petit le capital disponible C disponible pour racheter moins d'actions tout en gardant x optimal, jusqu'à ce que cash >= 0)

Exemple démonstratif:

Sans l'algorithme

```python
C = 120
St = np.ones(12)
k = 0.01
x = np.array([1 / 12 for _ in range(12)])
theta, cash, fare = cal_theta_cash_fare(C, x, St, k)
print(theta)
print(cash)
print(fare)
```

```
[10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10]
-1.2
1.2
```

Avec l'algorithme

```python
C=120
St = np.ones(12)
k=0.01
x = np.array([1/12 for _ in range(12)])
theta, cash, fare = cal_theta_cash_fare(C, x, St, k)
print(theta)
print(cash)
print(fare)
```

```
[9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9]
9.92
1.08
```

D. Variables et méthode d'étude

Dans cette étude, nous avons défini deux types de variables pour faciliter le suivi des études:

1. Variables Cibles (Objectifs)

- **Espmax (Rendement attendu maximal) :** Estimation du rendement optimal basée sur les données de 2018, obtenue en testant différentes allocations sous contrainte de risque.
- **Cours des valeurs journalières du portefeuille :** Valeur du portefeuille chaque jour en 2019, à partir d'un capital initial de 100 000 €.
- **Capital Final :** Valeur finale du capital au 13 décembre 2019, représentant le résultat final du portefeuille après un an d'investissement.
- **Nuage de points :** Représente la dispersion des simulations des portefeuilles possibles et la forme/les statistiques de ce nuage de points.
- **Variance :** Variance du rendement du portefeuille basée sur les données de 2018.

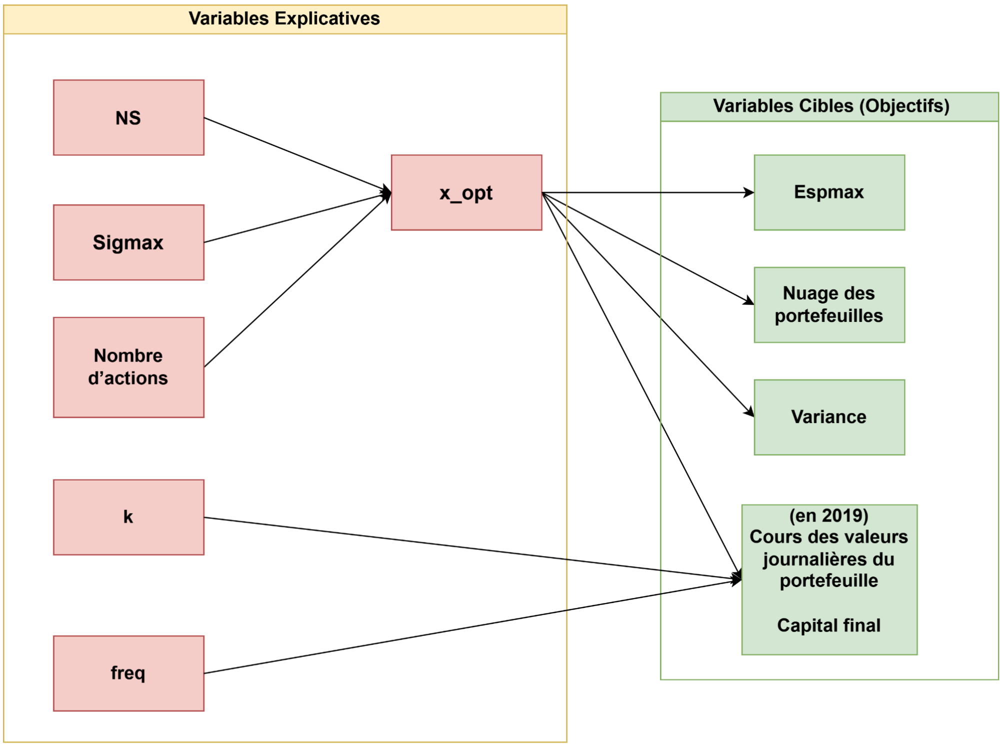
2. Variables Explicatives (Facteurs influençant les objectifs)

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

- **sigMax :** Contrainte sur le risque maximal acceptable du portefeuille, variant entre **0.007 et 0.01** *(Nous avons testé 200 000 simulations pour chaque portefeuille, et les sigma de tous les scénarios restent systématiquement dans cette plage)*
- **NS** (Nombre de scénarios Monte Carlo) **:** Influence la précision de l'optimisation en générant plus ou moins d'allocations testées.
- **Composition du portefeuille :** Nombre et sélection des actifs inclus dans le portefeuille. Les quatre portefeuilles étudiés sont : **6 premières actions, 6 dernières actions, 12 actions et 30 actions**.
- **freq :** Fréquence de rééquilibrage, déterminant à quelle fréquence les positions sont ajustées (en jours). Valeurs testées : **0, 1, 10, 30, 60**
- **k :** Coût de transaction. Valeurs testées : **0, 0.01, 0.02, 0.05**
- **x_opt (Allocation optimale des fonds entre les actions) :** Calculée via Monte Carlo, influencée par NS, sigMax et la composition du portefeuille

Nous appliquons la méthode du contrôle des variables en faisant varier une seule variable explicative (ou deux) à la fois, tout en maintenant les autres constantes. Cela permet d'analyser précisément l'impact individuel de chaque variable explicative sur les variables cibles.

Ce diagramme résume les couples des variables Explicative - Objectif que nous allons étudier dans ce rapport:



Pour chaque étude ci-dessous, un diagramme de ce type résumera les variables incluses dans chaque analyse.

Voici les règles applicables à tous les diagrammes :

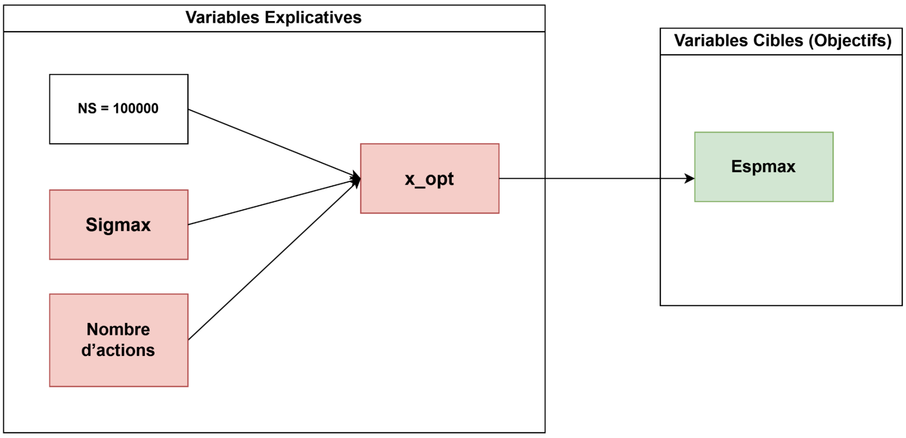
- Rectangle en rouge : variables explicatives qui varient..

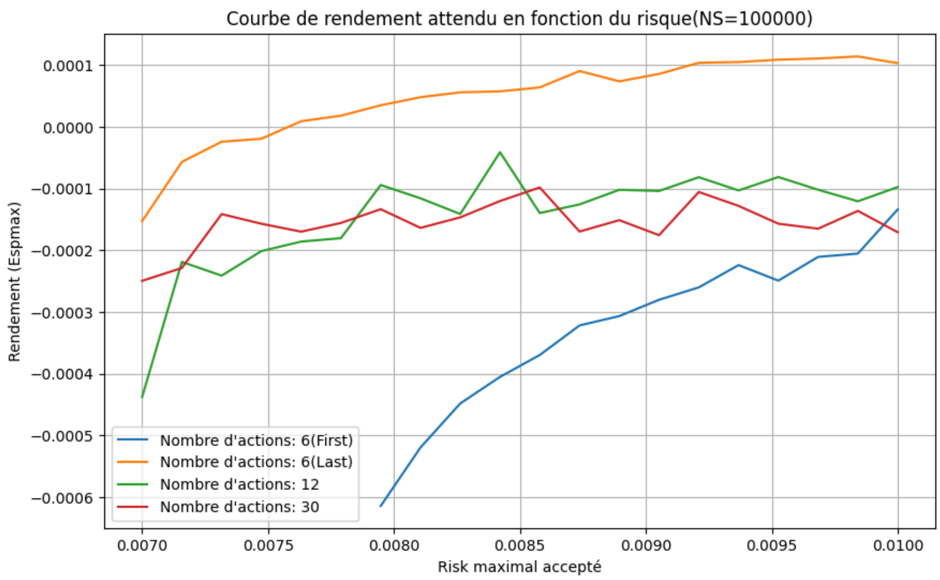
Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

- Rectangle en vert : variables cibles dont nous étudions les impacts.
- Rectangle en blanc : variables maintenues constantes..

E. Études complètes

1. Variation de Sigmax et du nombre d’actions : impact sur Espmax





Observations et conclusions:

- Le rendement attendu maximal (**Espmax**) augmente avec l’élévation du risque maximal accepté (**sigMax**) pour les quatre portefeuilles. Cette tendance est particulièrement marquée pour les portefeuilles de six actions.

=> Ce résultat est conforme à l’intuition qui veut qu’un risque plus élevé permette généralement d’obtenir un rendement plus important.

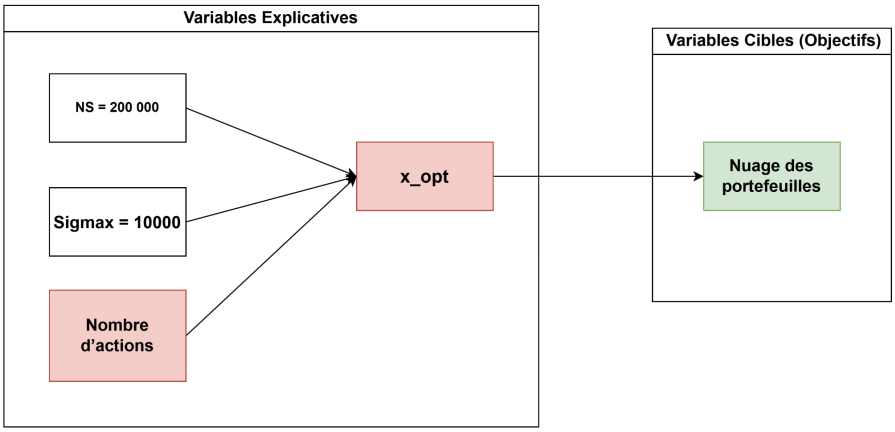
- L’augmentation du nombre d’actions n’entraîne pas systématiquement une hausse ou une baisse du rendement attendu maximal. Aucune relation linéaire évidente n’existe entre le nombre d’actions et **Espmax**.

=> Il ne suffit pas d'augmenter ou de réduire le nombre d'actions pour améliorer ou diminuer systématiquement le rendement.

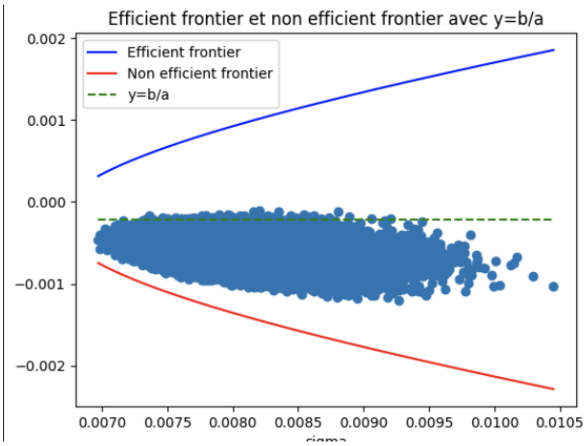
- Le portefeuille composé des six dernières actions obtient le meilleur rendement attendu maximal, tandis que celui constitué des six premières actions affiche la pire performance.

=> La sélection des actions joue un rôle important dans la performance du portefeuille.

2. Variation du nombre d'actions : impact sur le nuage de points

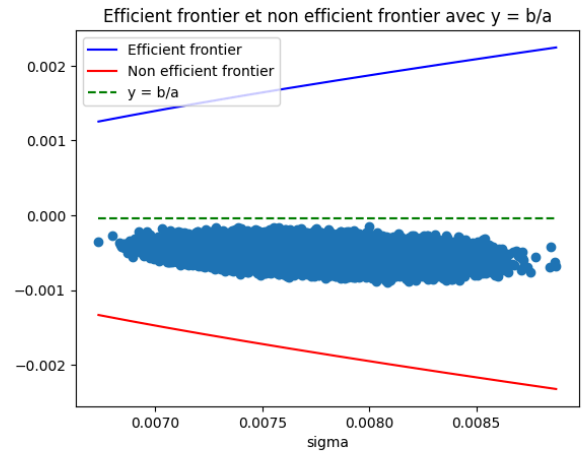


Pour 12 actions




```
Min sigma:  0.006896652858335929
Max sigma:  0.010293834655413362
Moyenne sigma:  0.00800125837872078
Variannce sigma:  1.215640036407196e-07
Min esp:  -0.001189891780705833
Max esp:  -6.623251486177957e-05
Moyenne esp:  -0.0006170396551031503
Variannce esp:  1.4862364736837372e-08
```

Pour 30 actions

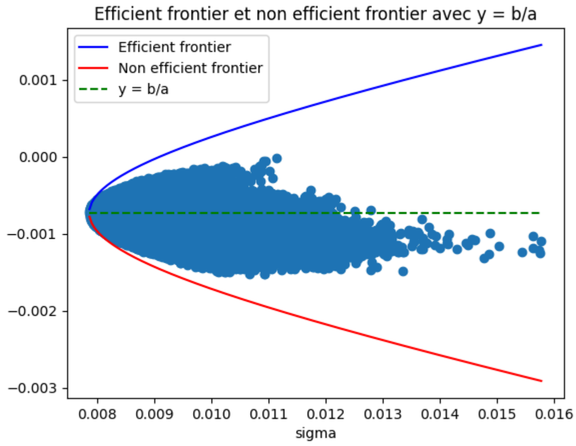


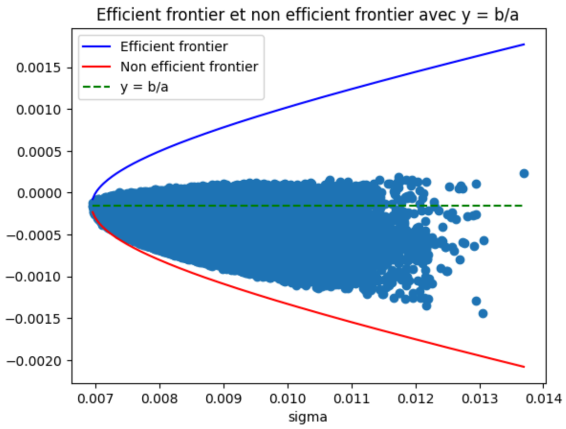

```
Min sigma: 0.006733773192521356
Max sigma: 0.008873536640147337
Moyenne sigma: 0.007684436663056527
Variance sigma: 5.7065198519513284e-08
Min esp: -0.0008989273083689857
Max esp: -0.00015349699366911786
Moyenne esp: -0.0005183672048383356
Variance esp: 7.097501283293389e-09
```

Pour 6 premières actions

Pour 6 dernières actions

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN






```
Min sigma: 0.007869048064018888
Max sigma: 0.015779367355865573
Moyenne sigma: 0.008988966298550363
Variance sigma: 3.8224518056441226e-07
Min esp: -0.0015282776297206291
Max esp: -2.180634145026856e-05
Moyenne esp: -0.0008447475210943241
Variance esp: 2.8406519225966867e-08
```

```
Min sigma: 0.006955338177150543
Max sigma: 0.013695712215817134
Moyenne sigma: 0.008414048935446686
Variance sigma: 5.023164224458134e-07
Min esp: -0.0014335554273561164
Max esp: 0.00023966105712171817
Moyenne esp: -0.00038960641053898315
Variance esp: 2.8860474310043123e-08
```

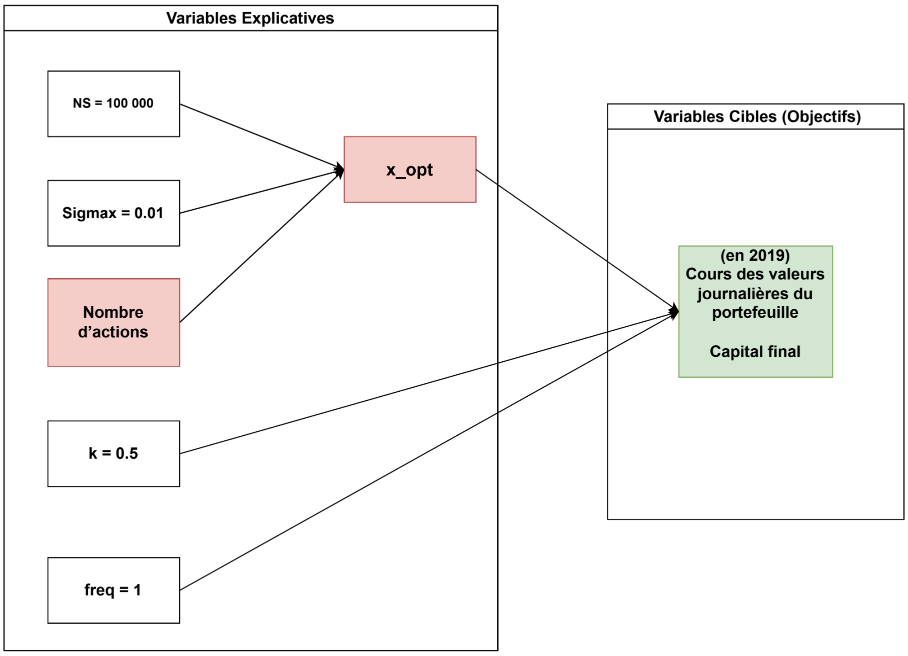
Observations et conclusions:

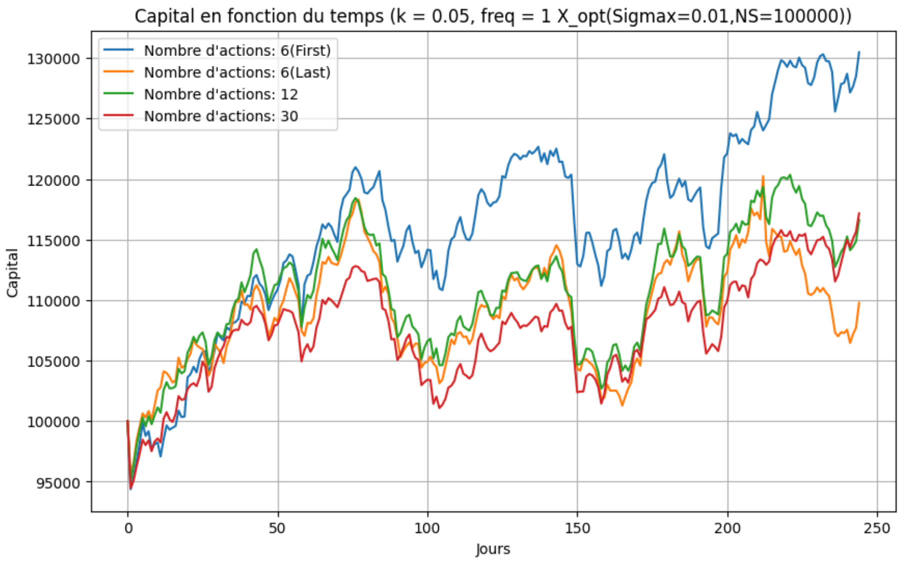
- Plus le nombre d'actions augmente, plus l'intervalle des valeurs possibles pour le rendement et le risque (**sigma**) se réduit. Le nuage de points devient plus concentré aussi.
- Pour les portefeuilles de six actions, il y a pas mal de points qui se situent sur la frontière efficiente, tandis que pour le portefeuille de 30 actions, le nuage de points est nettement éloigné de cette frontière.

=> Cela pourrait peut-être expliquer pourquoi, dans la partie précédente, nous avons observé que l'impact de Sigmax sur Espmax était plus marqué pour les portefeuilles de six actions..

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

3. Variation du nombre d’actions et de k : impact sur le cours des valeurs du Portefeuille






```
Frais totaux pour nombre d'action = 6(First) (k = 0.05  et freq = 1 ): 12830.536600000005
Capital final pour nombre d'action = 6(First) (k = 0.05 et freq = 1 ): 130470.51640000001
Frais totaux pour nombre d'action = 6(Last) (k = 0.05  et freq = 1 ): 13758.999000000002
Capital final pour nombre d'action = 6(Last) (k = 0.05 et freq = 1 ): 109774.47074999996
Frais totaux pour nombre d'action = 12 (k = 0.05  et freq = 1 ): 14373.234575000006
Capital final pour nombre d'action = 12 (k = 0.05 et freq = 1 ): 116623.52629999975
Frais totaux pour nombre d'action = 30 (k = 0.05  et freq = 1 ): 15613.261700000015
Capital final pour nombre d'action = 30 (k = 0.05 et freq = 1 ): 117163.40555000053
```

Observations et conclusions :

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

- Le coût total des transactions décroît selon l’ordre suivant **:** BD30 > BD12 > BD6 (First) ≈ BD6 (Last)

=> L'impact des frais est plus marqué pour les portefeuilles contenant un plus grand nombre d'actions.

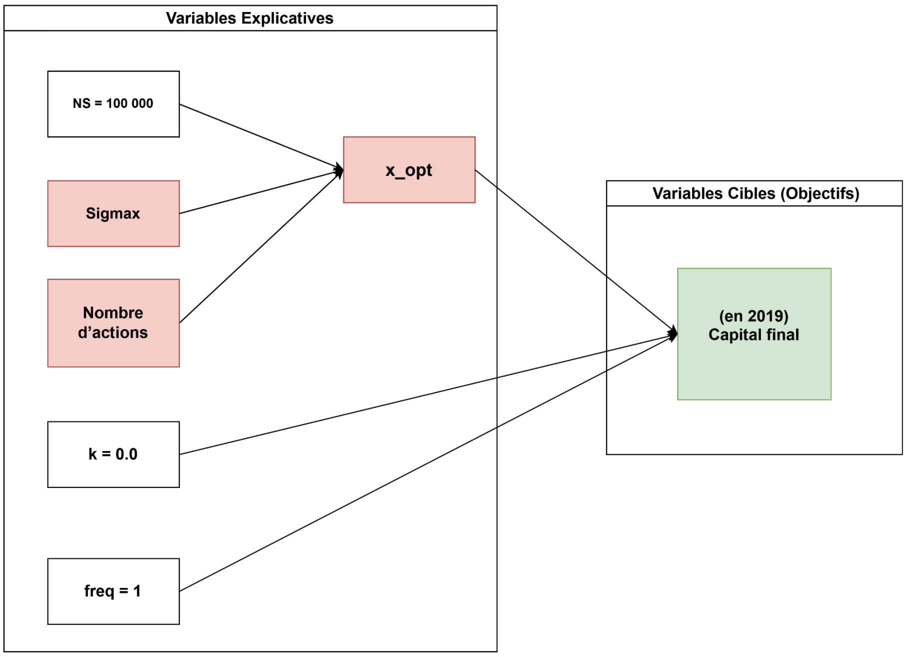
- Le portefeuille BD6 (First) obtient le meilleur capital final, tandis que BD6 (Last) affiche la pire performance, avec ou sans les frais de transaction.

=> Cette observation est cohérente avec l’analyse précédente sur l’impact de sigMax et du nombre d’actions sur Espmax. (1. Variation de Sigmax et du nombre d’actions : impact sur Espmax)

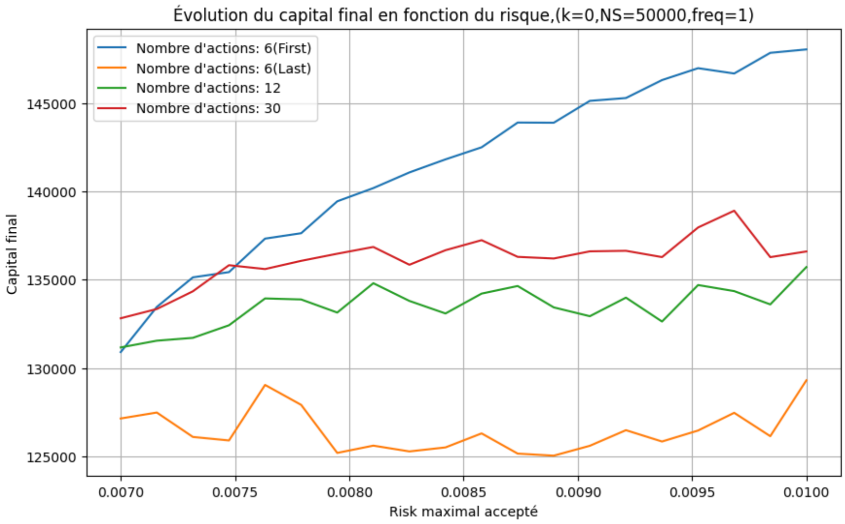
=> Plus d’actions ne signifie pas forcément un meilleur rendement.

=> La qualité des actions sélectionnées joue un rôle important en termes de rendement, comme le montre la différence entre BD6 (First) et BD6 (Last).

4. Variation de Sigmax et nombre d’actions : impact sur le capital final



Yang YANG
Binh Minh NGUYEN



Observations et conclusions:

- Le portefeuille BD6 (First) atteint le capital final le plus élevé à la fin de 2019, quelle que soit la valeur du risque maximal accepté (sigMax).
- Le portefeuille BD6 (Last) affiche le capital final le plus bas dans la majorité des cas.

=> Le choix des actions joue un rôle déterminant dans la performance du portefeuille.

- Les courbes du capital final des portefeuilles BD12 et BD30 se situent entre celles de BD6 (First) et BD6 (Last), avec des valeurs très proches

=> Le nombre d'actions n'est pas nécessairement un facteur clé pour maximiser le rendement final.

- Une tendance haussière du capital final est observée avec l'augmentation de sigMax, bien que cet effet soit moins marqué pour le portefeuille BD6 (Last).

=> Ce résultat est cohérent avec l'intuition selon laquelle un risque plus élevé permet potentiellement d'obtenir un rendement plus important.

- Dans la première étude, nous avons observé que l'Espmax (donc le rendement potentiel) du portefeuille composé des 6 dernières actions était le plus élevé, tandis que celui du portefeuille des 6 premières actions était le plus bas. Cependant, dans cette étude, c'est l'inverse qui est observé. Autrement dit, le portefeuille des 6 premières actions a eu une mauvaise performance en 2018 mais une bonne performance en 2019, alors que pour le portefeuille des 6 dernières actions, c'est l'inverse. En revanche, le classement des deux autres portefeuilles reste inchangé.

=> La performance passée ne détermine pas nécessairement la performance future. Il est difficile de prévoir l'avenir et donc de sélectionner ou d'évaluer avec certitude la qualité d'une action. Pour obtenir un résultat plus stable, il peut être plus judicieux d'opter pour un portefeuille diversifié avec plusieurs actions plutôt que de se limiter à une sélection restreinte.

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

5. Variation du nombre d'actions : impact sur la variance des rendements du portefeuille

Après l'exploration précédente, nous n'avons pas observé de relation entre le nombre d'actions dans le portefeuille et le rendement. Quel est alors le rôle concret de la diversification du portefeuille ?

5.1. Partie théorique

(Formules issues du cours "Gestion de risque de portefeuille" de Monsieur PETER François)

Le rendement de l'action i est donné par :

$$R_i = \beta_i \cdot R_m + \epsilon_i$$

D'où la variance du rendement de l'action i :

$$Var(R_i) = \beta_i^2 \cdot Var(R_m) + Var(\epsilon_i)$$

avec :

- R_i : rendement de l'action i
- β_i : coefficient bêta de l'action i, mesurant sa sensibilité aux variations du marché
- R_m : rendement du marché
- ϵ_i : composante aléatoire (bruit)
- $Var(R_i)$ est **la variance de la valeur de l'action** (le risque total de l'action).
- $\beta_i^2 \cdot Var(R_m)$ représente **le risque systématique**, qui est causé par les fluctuations du marché et ne peut pas être diversifié.
- $Var(\epsilon_i)$ représente **le risque non systématique**, qui peut être réduit par la diversification.

Le rendement de pour une portefeuille contenant plusieur (n) actions est donné par :

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} x_i R_i = \sum_{i=1}^{n} x_i (\beta_i R_m + \epsilon_i)$$

avec :

- R_p : rendement du portefeuille
- x_i : poids (ou proportion) de l'actif iii dans le portefeuille

La variance du rendement du portefeuille est alors :

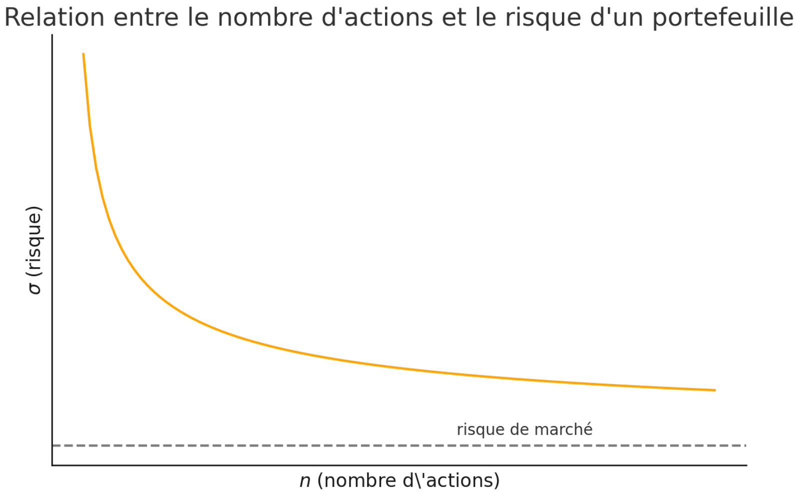
Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

$$Var(R_p) = \beta_P{}^2 \cdot Var(R_m) + \sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 Var(\epsilon_i)$$

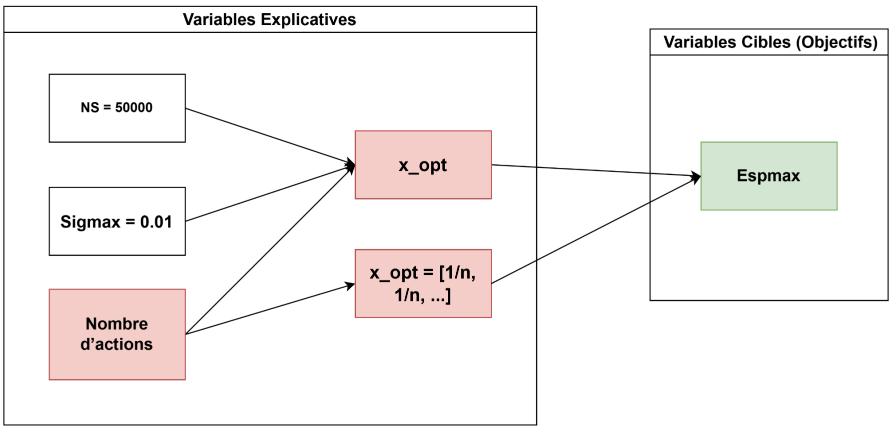
En prenant la limite lorsque n tend vers infini, si les poids x_i sont bien répartis :

$$\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 Var(\epsilon_i) = 0$$

Cela signifie qu’en théorie, avec **un nombre suffisamment grand d'actions**, **le risque non systématique tend vers zéro**, et la variance totale du portefeuille devient simplement égale au risque systématique du marché.

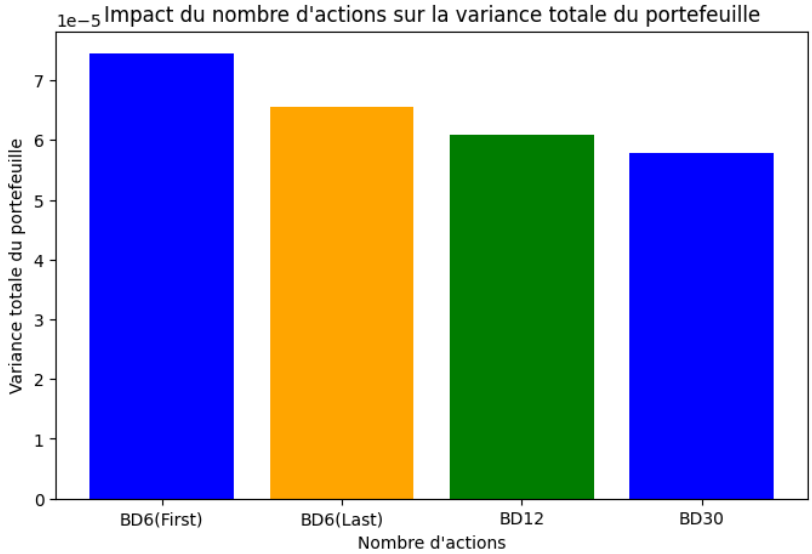


5.2. Calcul de la variance de la valeur du portefeuille



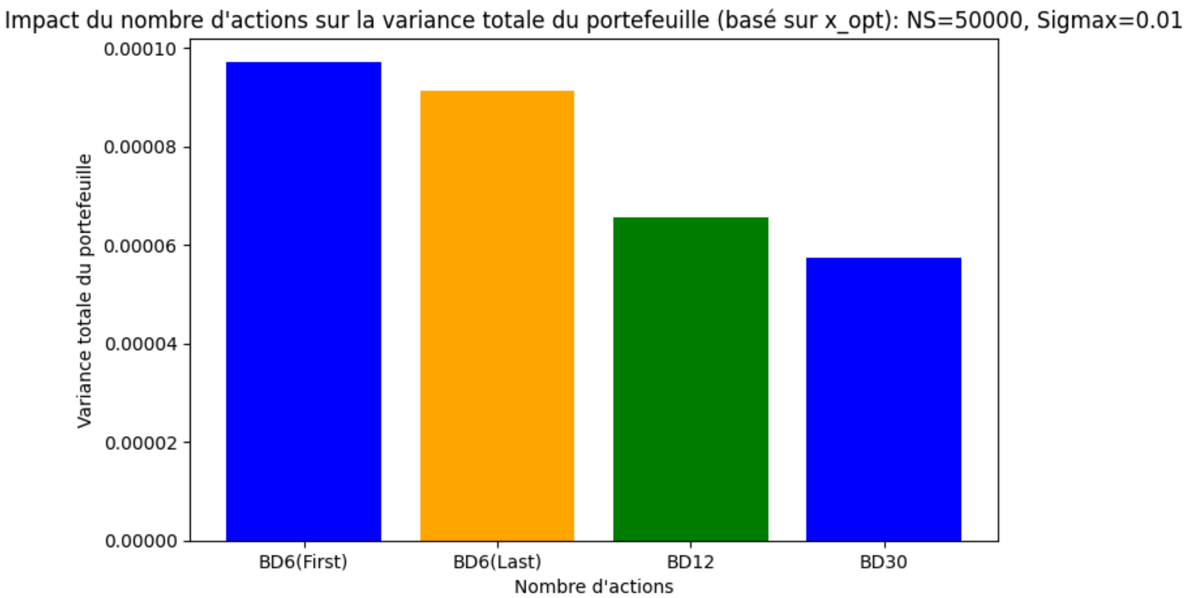
Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

Cas où l'on fixe x = [1/(nombre d'actions du portefeuille), …] (la même proportion pour tous les actions dans le portefeuille)




```
Nombre d'actions: BD6(First), Variance totale du portefeuille : 0.000074
Nombre d'actions: BD6(Last), Variance totale du portefeuille : 0.000066
Nombre d'actions: BD12, Variance totale du portefeuille : 0.000061
Nombre d'actions: BD30, Variance totale du portefeuille : 0.000058
```

Cas où l'on utilise x_opt, qui maximise le rendement du portefeuille




```
Nombre d'actions: BD6(First), Variance totale du portefeuille (basé sur x_opt): 0.000097
Nombre d'actions: BD6(Last), Variance totale du portefeuille (basé sur x_opt): 0.000093
Nombre d'actions: BD12, Variance totale du portefeuille (basé sur x_opt): 0.000063
Nombre d'actions: BD30, Variance totale du portefeuille (basé sur x_opt): 0.000056
```

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

Observations et conclusions:

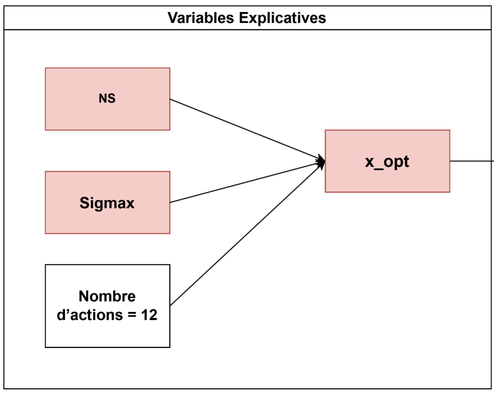
- La variance totale du portefeuille diminue à mesure que le nombre d'actions augmente.

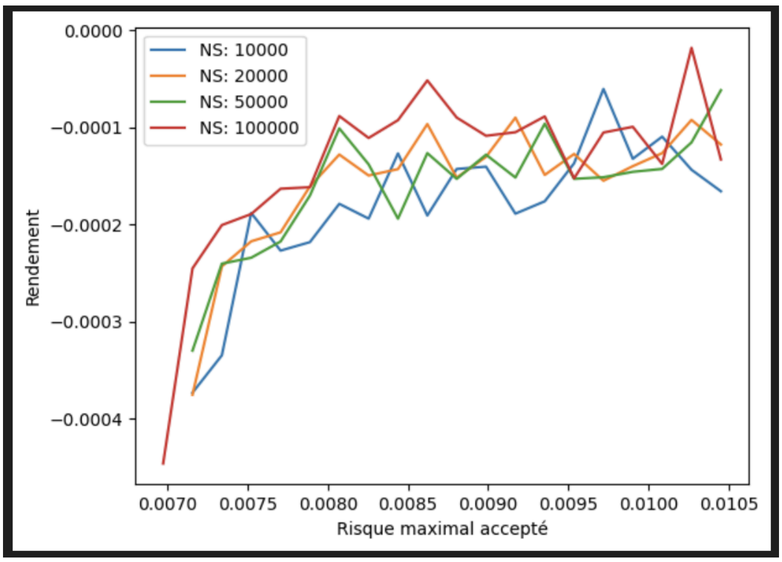
=> Cela confirme que la diversification réduit la variance, ce qui correspond à une diminution du risque non systématique.

- Le passage de BD6 à BD12 entraîne une réduction significative de la variance. L'ajout d'actions supplémentaires (de BD12 à BD30) continue d'atténuer la variance, mais avec un impact moindre.

=> Au-delà d'un certain nombre d'actions, l'effet de diversification devient marginal : chaque nouvel actif réduit de moins en moins la variance totale.

6. Variation du nombre de simulations : impact sur Espmax



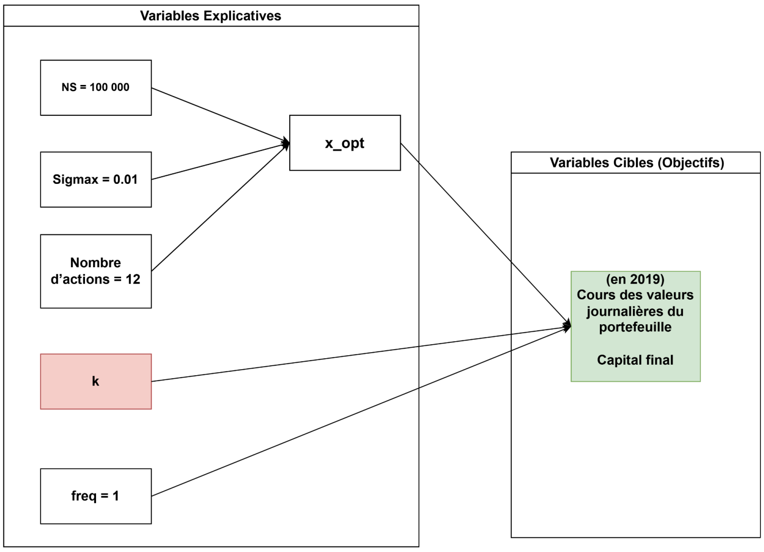


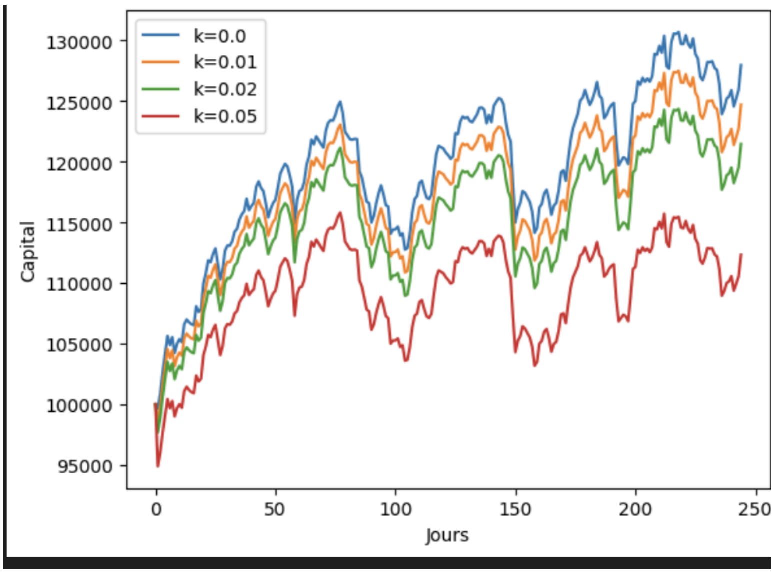
Observations et conclusions:

- En augmentant le nombre de simulations (NS), la tendance indique que le risque augmente donc le rendement augmente devient plus clair. De plus, le cours devient plus stable.

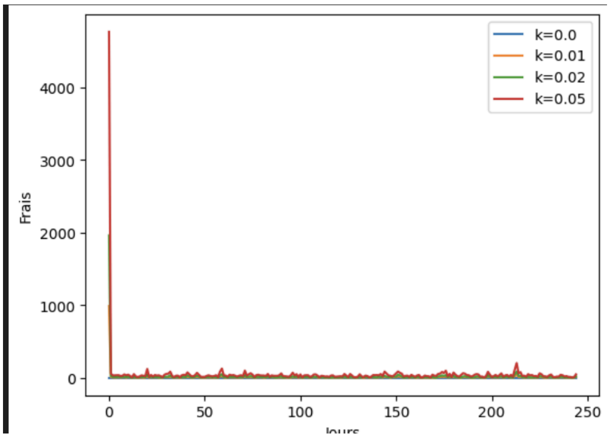
Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

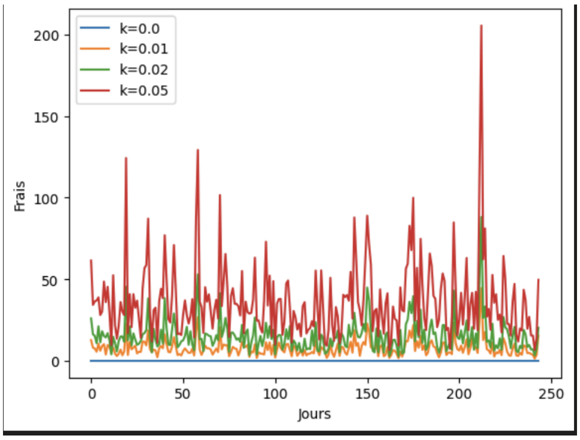
7. Variation de k : impact sur le cours des valeurs du portefeuille





Yang YANG
Binh Minh NGUYEN





Le graphe après avoir retirer le premier jour

Observations et conclusions:

- Plus la valeur de K augmente, plus le cours descend

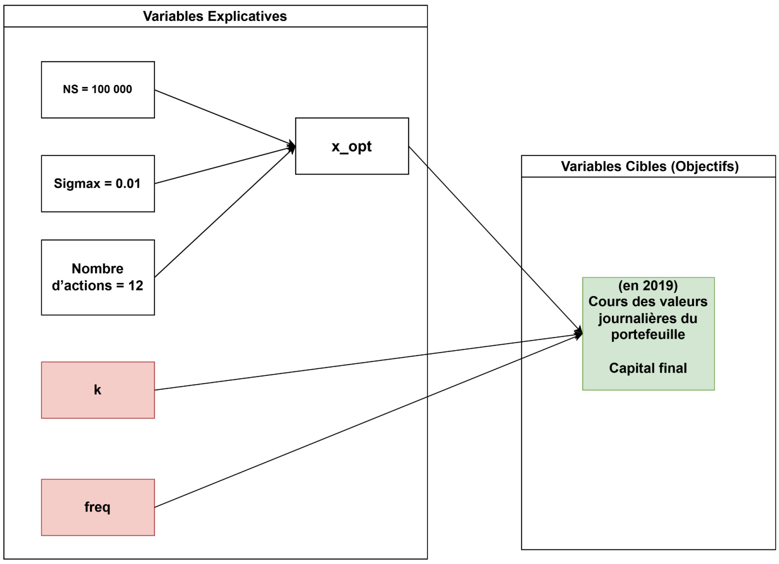
=> Logique

- Le capital après le premier jour diminue de manière significative et le frais de transaction du premier jour est très important

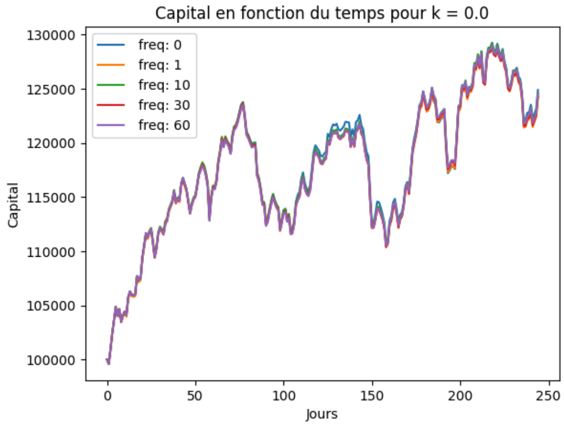
=> En effet, au premier jour, il est nécessaire de construire entièrement le portefeuille à partir de zéro. Cela implique l'achat d'un grand nombre d'actions, ce qui entraîne un nombre élevé de transactions et, par conséquent, des frais de transaction importants.

8. Variation de la fréquence de rééquilibrage : impact sur le cours des valeurs du portefeuille

L'idée initiale est de rebalancer constamment le portefeuille pour maintenir la valeur optimale de x_opt. Cependant, lorsque les coûts de transaction sont pris en compte, cette stratégie devient moins viable. En effet, les frais associés à chaque transaction peuvent rapidement s'accumuler et réduire les rendements potentiels. C'est pourquoi qu'on pensait que ce serait intéressant d'étudier l'impact de fréquence de rebalance sur le rendement.



Yang YANG
Binh Minh NGUYEN



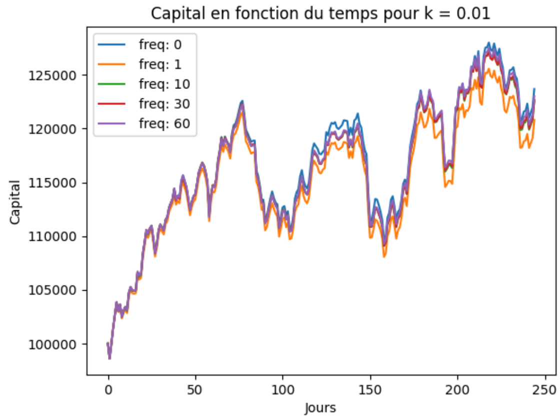

```
Frais totaux pour k =  0.0 et freq =  0 : 0.0
Capital final pour k =  0.0 et freq =  0 : 125446.93850000002

Frais totaux pour k =  0.0 et freq =  1 : 0.0
Capital final pour k =  0.0 et freq =  1 : 125245.72849999981

Frais totaux pour k =  0.0 et freq =  10 : 0.0
Capital final pour k =  0.0 et freq =  10 : 125581.56349999989

Frais totaux pour k =  0.0 et freq =  30 : 0.0
Capital final pour k =  0.0 et freq =  30 : 125253.49849999997

Frais totaux pour k =  0.0 et freq =  60 : 0.0
Capital final pour k =  0.0 et freq =  60 : 125088.75099999999
```



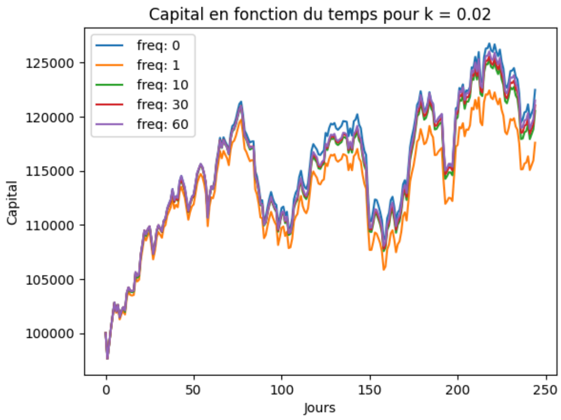

```
Frais totaux pour k =  0.01 et freq =  0 : 989.93709
Capital final pour k =  0.01 et freq =  0 : 124229.93140999999

Frais totaux pour k =  0.01 et freq =  1 : 2943.601065
Capital final pour k =  0.01 et freq =  1 : 121988.67288499995

Frais totaux pour k =  0.01 et freq =  10 : 1732.2561399999997
Capital final pour k =  0.01 et freq =  10 : 123559.9573599999

Frais totaux pour k =  0.01 et freq =  30 : 1402.6140400000002
Capital final pour k =  0.01 et freq =  30 : 123666.00196000002

Frais totaux pour k =  0.01 et freq =  60 : 1257.68729
Capital final pour k =  0.01 et freq =  60 : 123623.72620999992
```



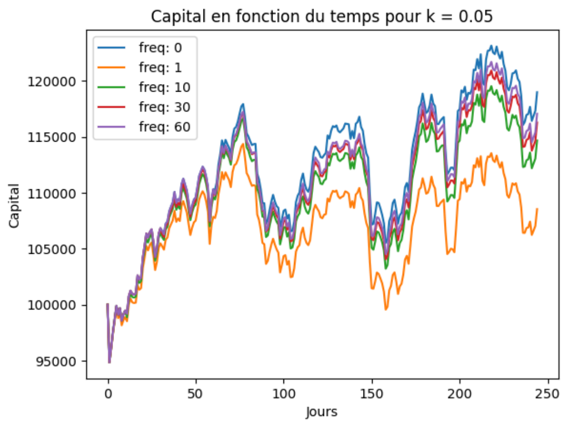

```
Frais totaux pour k =  0.02 et freq =  0 : 1956.7052299999998
Capital final pour k =  0.02 et freq =  0 : 122981.46077

Frais totaux pour k =  0.02 et freq =  1 : 5797.032029999999
Capital final pour k =  0.02 et freq =  1 : 118775.94551999946

Frais totaux pour k =  0.02 et freq =  10 : 3437.56303
Capital final pour k =  0.02 et freq =  10 : 121572.1704700001

Frais totaux pour k =  0.02 et freq =  30 : 2761.6322800000003
Capital final pour k =  0.02 et freq =  30 : 121995.33872

Frais totaux pour k =  0.02 et freq =  60 : 2485.01313
Capital final pour k =  0.02 et freq =  60 : 122106.98786999995
```




```
Frais totaux pour k =  0.05 et freq =  0 : 4761.5232000000005
Capital final pour k =  0.05 et freq =  0 : 119550.7328

Frais totaux pour k =  0.05 et freq =  1 : 13881.862824999993
Capital final pour k =  0.05 et freq =  1 : 109691.73467499993

Frais totaux pour k =  0.05 et freq =  10 : 8273.795325000001
Capital final pour k =  0.05 et freq =  10 : 115860.86567499998

Frais totaux pour k =  0.05 et freq =  30 : 6715.355574999999
Capital final pour k =  0.05 et freq =  30 : 117267.24042499994

Frais totaux pour k =  0.05 et freq =  60 : 6061.102575000001
Capital final pour k =  0.05 et freq =  60 : 117835.69592499998
```

Observations et conclusions:

- Plus la fréquence de rebalancement est élevée, plus les coûts de transaction sont importants, ce qui entraîne une diminution du capital final.
- Constat intéressant : Ne pas rebalancer le portefeuille (fréquence = 0) donne le meilleur résultat!

=> Suggère que maintenir constamment x_opt n'est pas aussi crucial qu'on pourrait le penser. En effet, le coût de transaction devient un facteur beaucoup plus important à considérer dans la réalité.

9. Maintien de plusieurs actions dans le portefeuille vs achat direct du CAC 40

On se demandait, au lieu de manipuler un grand nombre d'actions séparément, ce qui génère de nombreuses transactions et donc des coûts élevés, on pourrait simplement opter pour un portefeuille constitué seul de l'indice du CAC40, avec un coût de transaction minimum ?

Statistiques du portefeuille d'un seul indice :

```
ER_CAC40:   -0.0004970702060981592
Sigma_CAC40:   0.007726965879921416
```

Statistiques du portefeuille de 12 actions :

```
Rendement maximal:  -0.00011180082784428414
Risque quand rendement est maximal:  0.007938056444304427
```

=> Le rendement du CAC40 est généralement plus faible, mais son écart-type (sigma) est moins élevé

Maintenant, nous comparons la performance du portefeuille composé de l'indice CAC40 à celle d'un portefeuille de 12 actions (dans la partie 8). L'avantage de l'indice est qu'il nécessite un seul achat à la date 0, donc un seul frais de transaction au début. En outre, dans la réalité, les ETF qui suivent les indices imposent généralement des frais de gestion annuels d'environ 0.20% à 0.25%. Ces frais ont été pris en compte dans nos calculs :

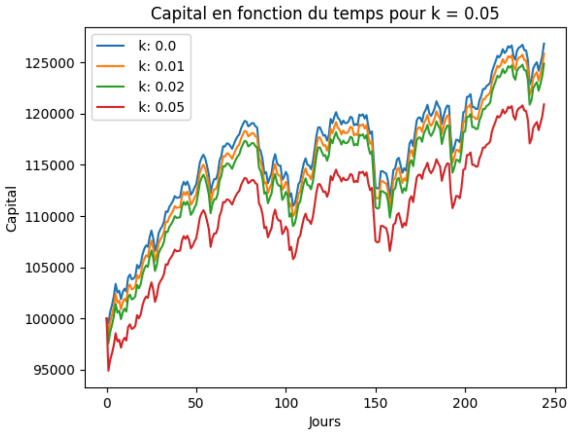
```python
fee_management = 0.2 / 100
S0 = S_CAC40_2019[0]

for k in ks:
    C = 100000
    theta = int(C / S0)
    fee = theta * S0 * (k + fee_management)
    cash = C - theta * S0 - fee
```

Performance du portefeuille composé de l'indice CAC40:

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN

```
Frais totaux pour k =  0.0 : 195.42978
Capital final pour k =  0.0 : 126823.27522
Frais totaux pour k =  0.01 : 1172.57868
Capital final pour k =  0.01 : 125846.12632
Frais totaux pour k =  0.02 : 2149.7275799999998
Capital final pour k =  0.02 : 124868.97742
Frais totaux pour k =  0.05 : 4839.213600000001
Capital final pour k =  0.05 : 120892.88639999999
```



Voici les performances comparées :

- **k = 0** : Performance du CAC40 > performance du portefeuille de 12 actions
  126 823 vs 125 581 (avec fréquence de 10)
- **k = 0.001** : Performance du CAC40 > performance du portefeuille de 12 actions
  125 846 vs 124 229 (avec fréquence de 0)
- **k = 0.002** : Performance du CAC40 > performance du portefeuille de 12 actions
  124 868 vs 122 981 (avec fréquence de 0)
- **k = 0.005** : Performance du CAC40 > performance du portefeuille de 12 actions
  120 892 vs 119 550 (avec fréquence de 0)

=> Acheter simplement un ETF représentant l'indice CAC40 à la date 0 et ne rien faire jusqu'à la fin de l'année peut offrir une performance meilleure avec des frais minimaux, comparé à un portefeuille d'actions avec un rebalancement fréquent. Cela souligne l'importance de considérer les coûts de transaction dans la gestion des portefeuilles, car ces derniers peuvent significativement influencer les rendements nets.

F. Conclusions

En bref, à travers cette étude complète, nous avons pu tirer les conclusions suivantes :

- Accepter un risque plus élevé permet généralement d’obtenir un rendement plus important.
- La sélection et la qualité des actions jouent un rôle déterminant dans la performance du portefeuille. Cependant, la performance passée ne garantit pas la performance future, rendant difficile la sélection des actions.
- Le nombre d’actions n’a pas d’impact direct sur le rendement final, mais plus il augmente, plus l’intervalle des valeurs possibles pour le rendement et le risque (sigma) se réduit.
- La diversification réduit la variance du portefeuille, mais au-delà d’un certain seuil, l’effet devient marginal.
- Les frais de transaction ont un impact plus marqué sur les portefeuilles contenant un grand nombre d’actions et augmentent avec la fréquence de rebalancement, ce qui réduit le capital final.
- Il peut être intéressant de ne pas rebalancer le portefeuille (fréquence = 0) pour minimiser les coûts.

- Maintenir constamment une allocation optimale (x_opt) n’est pas crucial en pratique, car les coûts de transaction peuvent réduire les gains attendus.
- En augmentant le nombre de simulations (NS), la qualité et la précision des résultats s’améliorent.
- Acheter un ETF répliquant l’indice CAC40 et le conserver sans rebalancement peut offrir une meilleure performance nette qu’un portefeuille de plusieurs actions avec des ajustements fréquents.

G. Annexes

Le code détaillé est disponible sur ce lien GitHub :
https://github.com/yangjoanne216/FinanceMarche

Code pour le chargement des données :

```
import numpy as np
import numpy.linalg as cm
import pandas as pd
import glob
import numpy.random as npr
import matplotlib.pyplot as plt
import os

# contenu de excel :
"Actif","Date","Ouverture","Max","Min","Fermeture","Volume"
# tous les actions que on a utiliser en cours Finance marché 2 (12
actions)
file_list_actions = sorted(glob.glob("actions/*.xlsm"))

# tous les actions que on a trouver en ligne (18 actions)
file_list_new_action = [
    file for file in glob.glob("new actions/*.xlsm") if "CAC40" not in
file
]

file_list_6_first = file_list_actions[:6]
file_list_6_last = file_list_actions[6:]
file_list_12 = file_list_actions
file_list_30 = file_list_actions + file_list_new_action

BD_dict = {
    "BD6(First)": [
        pd.read_excel(file, engine="openpyxl") for file in
file_list_6_first
    ],
```

```
    "BD6(Last)": [pd.read_excel(file, engine="openpyxl") for file in
file_list_6_last],
    "BD12": [pd.read_excel(file, engine="openpyxl") for file in
file_list_12],
    "BD30": [pd.read_excel(file, engine="openpyxl") for file in
file_list_30],
}

selected_actions_first = [
    os.path.splitext(os.path.basename(file))[0].split()[0] for file in
file_list_6_first
]
selected_actions_last = [
    os.path.splitext(os.path.basename(file))[0].split()[0] for file in
file_list_6_last
]
print("La composition des actions de BD6_first :",
selected_actions_first)
print("La composition des actions de BD6_last :",
selected_actions_last)
```

Code pour le calcul du cash, du thêta et des cours des valeurs du portefeuille, adapté pour intégrer le coût de transaction et la fréquence de rééquilibrage :

```
def cal_theta_cash_fee(C, x_opt, St, k, old_theta):
    theta = np.array([int(C * x_opt[i] / St[i]) for i in
range(len(St))])
    fee = np.abs(theta - old_theta).T @ St * k
    cash = C - theta.T @ St - fee

    # Ajustement si le cash est négatif
    C_available = C
    while cash < 0:
        C_available -= 1
        theta = np.array([int(C_available * x_opt[i] / St[i]) for i in
range(len(St))])
        fee = np.abs(theta - old_theta).T @ St * k
        cash = C - theta.T @ St - fee

    return theta, cash, fee


def test_strategy_with_k(C, x_opt, S, k, freq=1):
```

```
    Cs = [C]
    S0 = np.array([S[i][0] for i in range(len(BD))])
    theta, cash, fee = cal_theta_cash_fee(C, x_opt, S0, k,
np.zeros(len(BD), dtype=int))
    fees = [fee]

    for t in range(1, len(S[0])):
        St = np.array([S[i][t] for i in range(len(BD))])
        C = cash + theta.T @ St
        Cs.append(C)

        # Rééquilibrage si t est multiple de freq
        if freq == 0:
            fees.append(0)
            continue

        if t % freq != 0:
            fees.append(0)
        else:
            theta, cash, fee = cal_theta_cash_fee(C, x_opt, St, k,
theta)
            fees.append(fee)

    return Cs, fees
```

Code pour le traitement de donnée des nouvelles actions :

```
import pandas as pd

chemin_fichier = "CAC40.csv"
df = pd.read_csv(chemin_fichier, dtype=str)

colonnes_numeriques = ["Dernier", "Ouv.", " Plus Haut", "Plus Bas",
"Vol."]
for col in colonnes_numeriques:
    if col in df.columns:
        df[col] = df[col].str.replace(r"\.(?=\d{3})", "", regex=True)

fichier_sortie = "./CAC40.csv"
df.to_csv(fichier_sortie, index=False, encoding="utf-8")
```

```
print(f"Prétraitement terminé, fichier sauvegardé sous
{fichier_sortie}")
```

```
import os
import pandas as pd
from openpyxl.styles import numbers

# Définir les dossiers d'entrée et de sortie
dossier_entree = "new actions csv"  # Dossier contenant les fichiers
CSV
dossier_sortie = "new actions"  # Dossier pour enregistrer les fichiers
XLSX

# Vérifier si le dossier de sortie existe, sinon le créer
if not os.path.exists(dossier_sortie):
    os.makedirs(dossier_sortie)

# Parcourir tous les fichiers CSV dans le dossier d'entrée
for fichier in os.listdir(dossier_entree):
    if fichier.endswith(".csv"):  # Vérifier que le fichier est un CSV
        chemin_fichier = os.path.join(dossier_entree, fichier)

        try:
            # Lire le fichier CSV en tant que texte brut
            df = pd.read_csv(chemin_fichier, dtype=str)
            df.columns = df.columns.str.strip()  # Supprimer les
espaces des noms de colonnes

            # Extraire le nom du fichier sans extension pour l'utiliser
comme "Actif"
            nom_actif = os.path.splitext(fichier)[0]

            # Dictionnaire de correspondance des noms de colonnes
            correspondance_colonnes = {
                "Date": "Date",
                "Ouv.": "Ouverture",
                "Plus Haut": "Max",
                "Plus Bas": "Min",
                "Dernier": "Fermeture",
                "Vol.": "Volume"
            }
```

```
            # Renommer les colonnes existantes si elles sont présentes dans le fichier
            colonnes_valides = {ancien: nouveau for ancien, nouveau in correspondance_colonnes.items() if ancien in df.columns}
            df = df.rename(columns=colonnes_valides)

            # Conserver uniquement les colonnes souhaitées
            colonnes_finales = ["Date", "Ouverture", "Max", "Min", "Fermeture", "Volume"]
            df = df.reindex(columns=colonnes_finales)

            # Ajouter la colonne "Actif"
            df.insert(0, "Actif", nom_actif)

            # Convertir la colonne "Date" au format datetime et trier par ordre chronologique
            df["Date"] = pd.to_datetime(df["Date"], format="%d/%m/%Y", errors="coerce")
            df = df.sort_values(by="Date")

            # Convertir les colonnes numériques en float (en remplaçant les virgules par des points)
            colonnes_numeriques = ["Ouverture", "Max", "Min", "Fermeture"]
            for col in colonnes_numeriques:
                df[col] = df[col].str.replace(",", ".", regex=True).astype(float)

            # Convertir la colonne "Volume" en valeurs numériques
            def convertir_volume(volume):
                if isinstance(volume, str):
                    volume = volume.replace(",", ".")  # Remplacer la virgule par un point
                    if "K" in volume:
                        return float(volume.replace("K", "")) * 1000  # Convertir en milliers
                    elif "M" in volume:
                        return float(volume.replace("M", "")) * 1000000  # Convertir en millions
                return pd.to_numeric(volume, errors="coerce")  # Autres cas, conversion en numérique

            df["Volume"] = df["Volume"].apply(convertir_volume)
```

```
            # Générer le chemin de sortie avec le format .xlsx (Excel)
            fichier_sortie = os.path.join(dossier_sortie, f"{nom_actif}.xlsm")

            # Enregistrer les données dans un fichier Excel avec mise en forme correcte
            with pd.ExcelWriter(fichier_sortie, engine="openpyxl") as writer:
                df.to_excel(writer, sheet_name="Actions Data", index=False, header=False)
                workbook = writer.book
                worksheet = writer.sheets["Actions Data"]

                # Appliquer le format de date correct dans Excel
                for row in range(2, worksheet.max_row + 1):
                    cell = worksheet.cell(row=row, column=2)  # B colonne est la date
                    cell.number_format = 'm/d/yyyy'  # Format d'affichage Excel

            print(f"Conversion terminée : {fichier} → {fichier_sortie} (avec en-tête et format datetime correct)")

        except Exception as e:
            print(f"Erreur lors de la lecture du fichier {fichier} : {e}")
```

Structure du projet :

Yang YANG
Binh Minh NGUYEN