一 导数的概念

温故知新

归纳特征

平均速度 $\bar{v}=\dfrac{S(t_0+\Delta t)-S(t_0)}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t\to 0}A$ 瞬时速度

平均加速度 $\bar{a}=\dfrac{v(t_0+\Delta t)-v(t_0)}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t\to 0}A$ 瞬时加速度

割线斜率 $k_{PQ}=\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\xrightarrow{\Delta x\to 0}A$ 切线斜率

共性：蕴含的思想方法？

形式的共同特征？ 由特殊到一般

概念生成

明确表示

设函数$y=f(x)$在区间(a,b)上有定义，$x_0\in(a,b)$，若

注意对应

比值 $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{(x_0+\Delta x)-x_0}=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}\xrightarrow[\Delta x\to 0]{}A$，则称

$f(x)$在$x=x_0$处**可导**，常数A为函数$f(x)$在$x=x_0$处的**导数**，记作$f'(x_0)$.

$$即\ f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=A.$$

任务一

概念辨析

对于函数$f(x)$，若$f'(x_0)=1$，求：

(1) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0)-f(x_0-h)}{h}$　(2) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+(-h))-f(x_0)}{-h}$

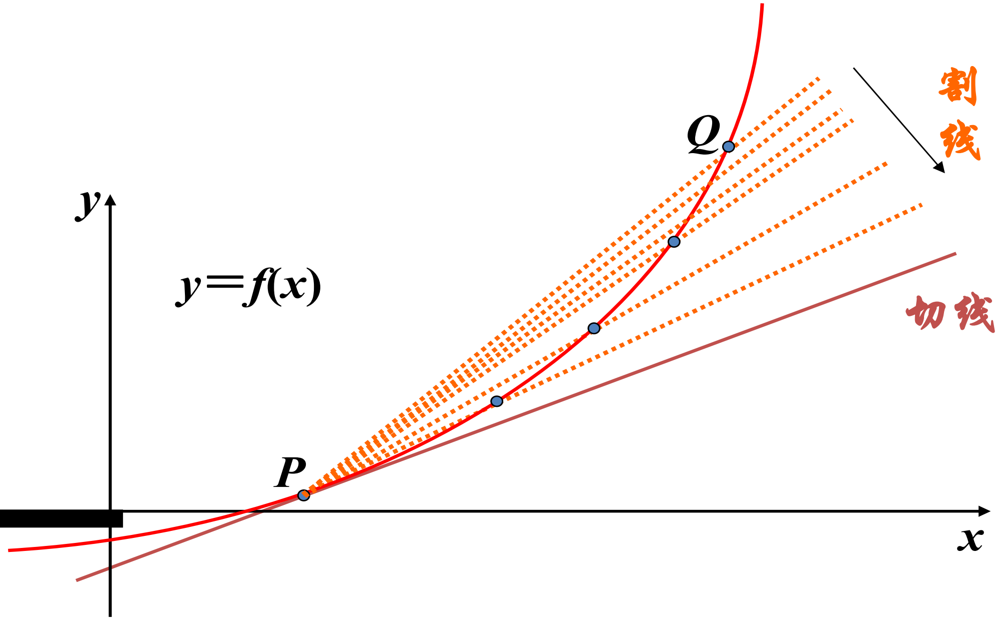
(3) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}$　(4) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0-3h)-f(x_0)}{h}$

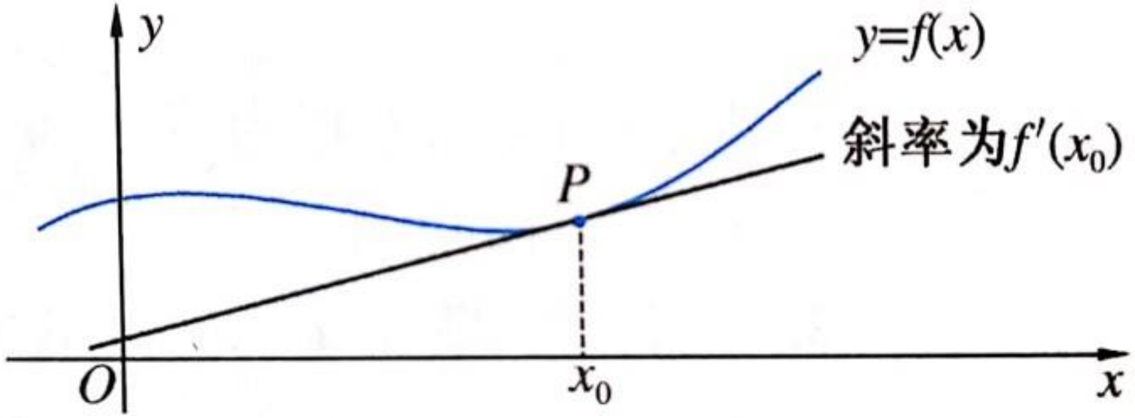
数形结合
几何意义

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=A.$$

导数 $f'(x_0)$ 的几何意义?

曲线$y=f(x)$在点$P(x_0,f(x_0))$处的切线斜率。



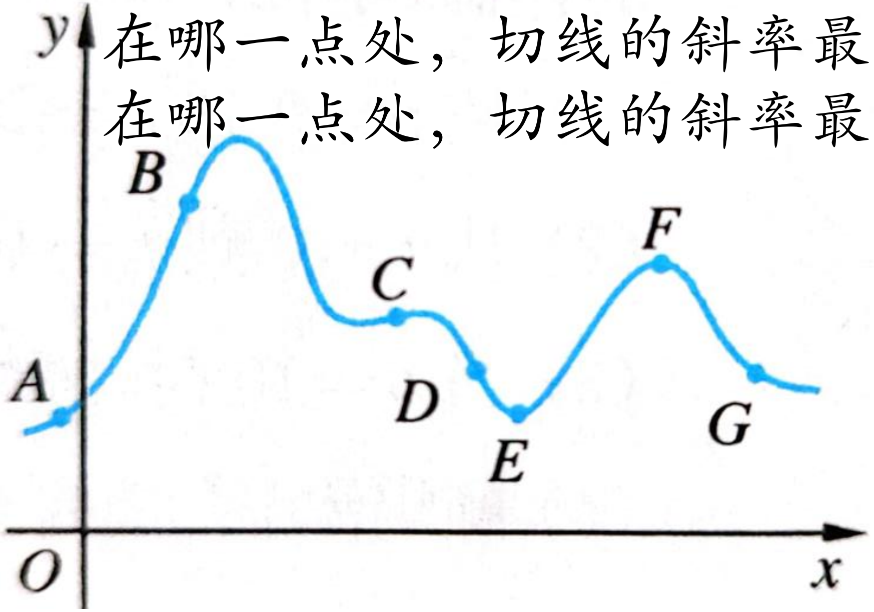


任务二 识图用图

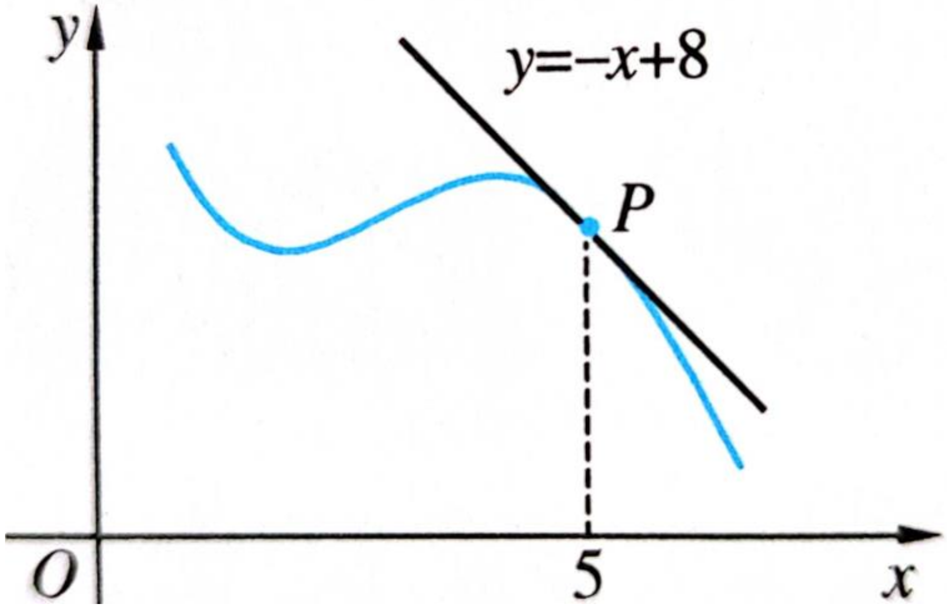
如图，A,B,C,D,E,F,G为函数$y=f(x)$图象上的点。哪些点处的切线斜率为零？在哪些点处，切线的斜率为正？为负？

在哪一点处，切线的斜率最大？

在哪一点处，切线的斜率最小？



如图，曲线$y=f(x)$在点P处的切线方程是$y=-x+8$，求$f(5)$及$f'(5)$.



导数$f'(x_0)$	切线的斜率$k=f'(x_0)$	切线的倾斜角	曲线$y=f(x)$在$x=x_0$附近
>0	>0	锐角	上升
<0	<0	钝角	下降
$=0$	$=0$	零角	——

数 形

任务三
巩固运用

已知$f(x)=x^2$，

(1) 求曲线$y=f(x)$在$(1,1)$处的切线方程。

(2) 求$f(x)$在$x=a$处的导数。

求导数三步骤：求增量 算比值 取极限

若$f(x)$对于区间(a,b)内任一点都可导，则$f(x)$在各点处的导数也随着自变量x的变化而变化，因而也是自变量x的函数，该函数称为$f(x)$的**导函数**，记作$f'(x)$，简称为$\boldsymbol{f(x)}$**的导数**。

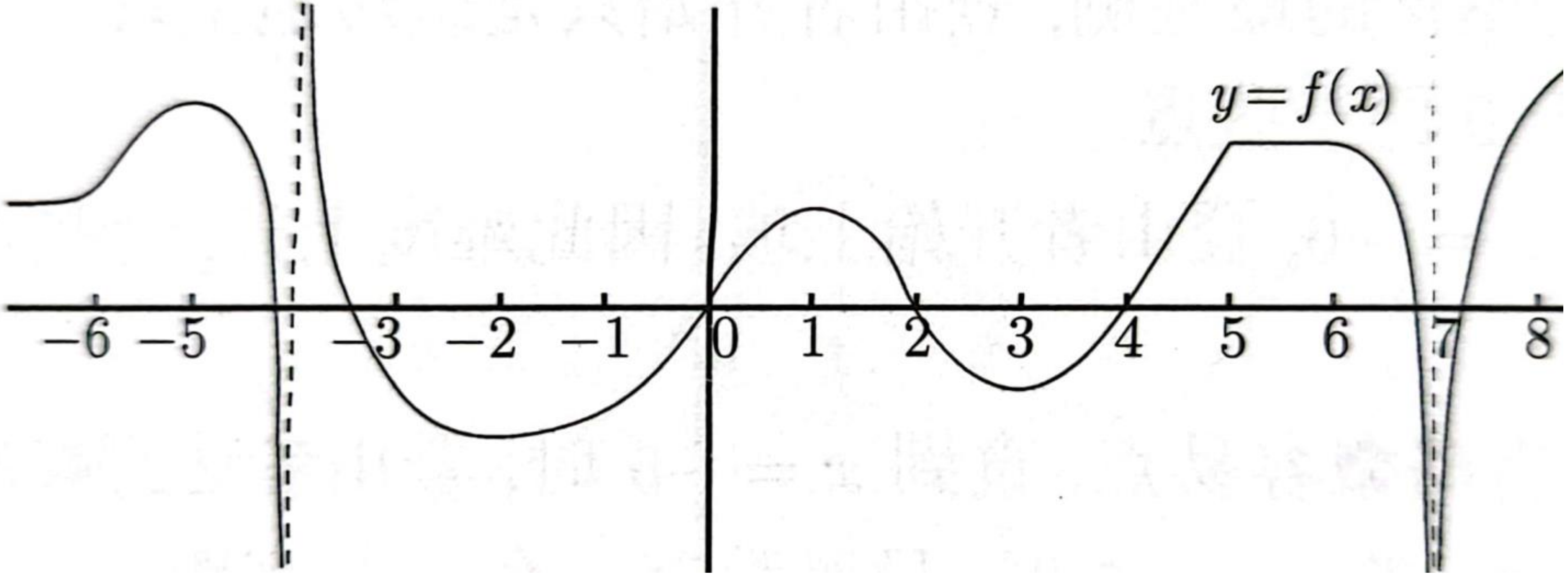
如何理解 $f'(x_0)$？

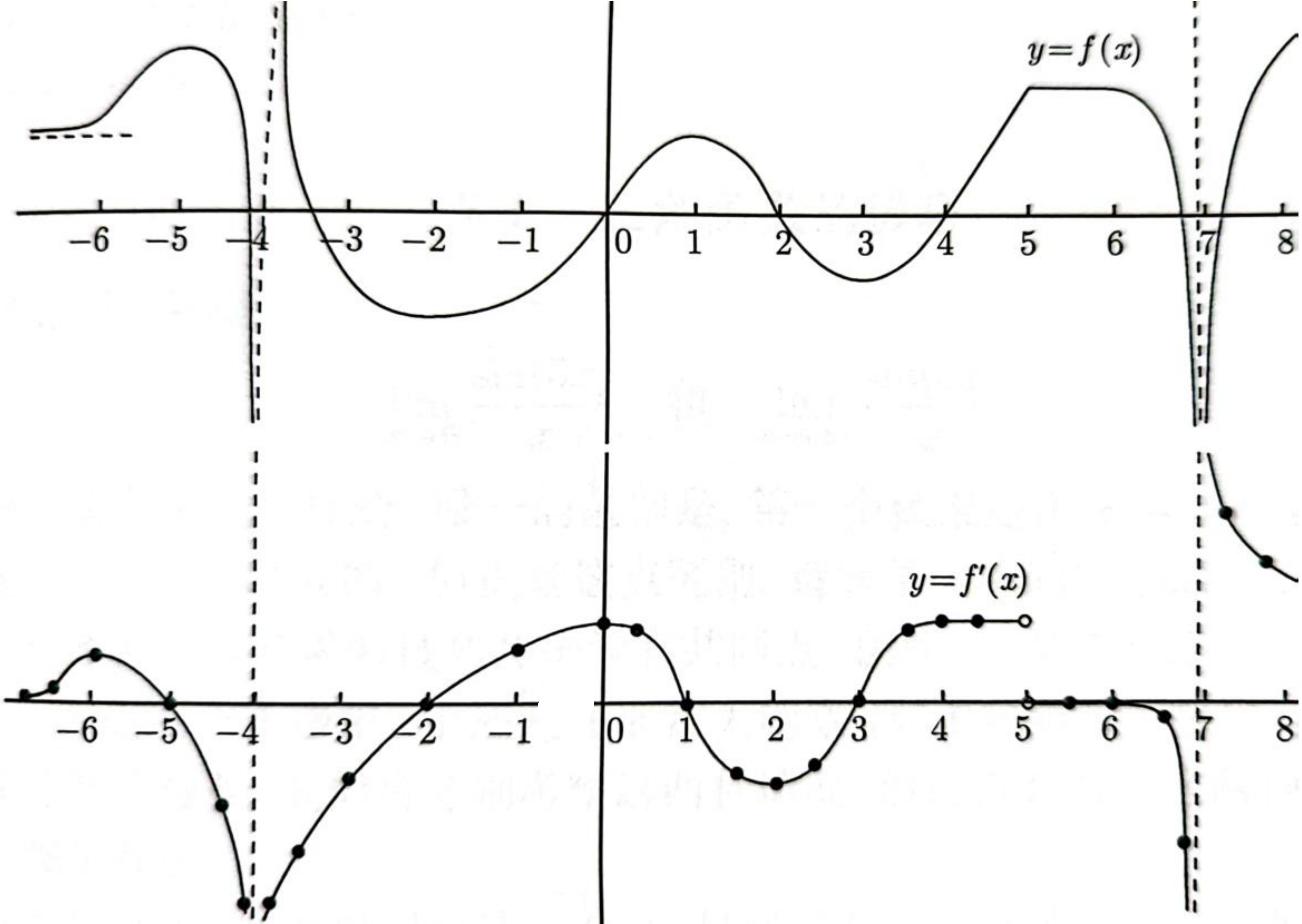
$f(x)$在$x=x_0$处的导数$f'(x_0)$

导函数$f'(x)$在$x=x_0$处的函数值

任务四

拓展探究 画出下述函数的导函数的图象





$y=f(x)$
−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8
$y=f'(x)$
−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8

小结

知识 导数定义 $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=A.$

几何意义 点$P\big(x_0,f(x_0)\big)$处切线斜率$f'(x_0)$.

导函数$f'(x)$

学识 数学素养 直观想象、数学抽象、逻辑推理、数学运算

认识 思想方法 在局部小范围内以不变代替变

运动变化的观点 极限思想

作业

书后习题$P_{199}-P_{200}$

导数

增量比值取极限，
瞬时变化率导函。
静止得心终有极，
变迁应手演无穷。