基礎数学A 1章総復習 注意する点

1. 三次式の因数分解(大問2(5))

(例1) $x^3 + 6x - x + 30$

上の式は三次の因数分解の公式に即した内容ではないため**因数定理**を利用する.

上の式を$P(x)$と置くと, $P(2) = 0$なので, 因数分解した式は

$$
\begin{aligned}
&(x-2)(x^2+8x+15) \\
\therefore\ &(x-2)(x+3)(x+5)
\end{aligned}
$$

これを導く過程で**組立除法**が利用するとよい.

(例2) $x^3 + 6x^2 + 27x + 27$

上の式は$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$で因数分解が可能である. 因数分解をすると$(a+3)^3$.

(例3) $x^3 + 64$

上の式は$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$で因数分解が可能である. 因数分解をすると$(x+4)(x^2 - 4a + 16)$

<まとめ>
三次式の因数分解はまず, 例2, 例3のように因数分解の公式が利用できるか試す. 三次の因数分解の公式に即していなければ因数定理を用いて因数分解を行う.

2. 余剰定理(大問4)

余剰定理: 整式$P(x)$ を$(x-a)$で割った余りは$P(a)$
$\Updownarrow$
因数定理: 整式$P(a) = 0$ならば$P(x)$は$(x-a)$を因数に持つ

(例1) $P(x) = (x-1)(x+2)Q(x) + 3x - 1$ ※$Q(x)$は商 $P(x)$を$x+2$で割った余り

$P(x)$を$(x+2)$で割ったときの余り=$P(-2)$なので,

$$
\begin{aligned}
&P(-2) = (-2-1)(-2+2)Q(-2) + 3\cdot(-2) - 1 \\
\therefore\ &0 - 6 - 1 = -7
\end{aligned}
$$

※$P(x)$をn次式で割ると余りは何次式になるか
$$P(x) = a_1x^n + a_2x^{n-1} + a_3x^{n-2} \cdots a_{n-1}x + a_n$$
これをn次式で割ると, n次の項までは必ず割り切れ, 余りが出る可能性があるのは$n-1$次以降の項になる.
(例) $P(x)$を1次式で割ると, $P(x)$の1次の項まで割り切れ, 余りは整数項のみ(a)になる.

(例2) $P(x)$を$x-3$で割った余りが4 , $x+4$で割った余りが-4
$P(x) = (x-3)(x+4)Q(x) + ax + b$とする. ※二次式で割った余りは一次式になる.
$P(x)$にそれぞれを代入して$P(3) = 4$, $P(-4) = -4$となるので

$$
\begin{cases}
3a + b = 4 \\
-a + b = -4
\end{cases}
$$
$$\therefore P(x) = (x-1)(x+2)Q(x) + 2x - 2$$

3.絶対値(出題なし)

$$\begin{aligned}|a-b| = & \quad a-b(a>b)\\ = & \quad 0(a=b)\\ = & \quad b-a(a<b)\end{aligned}$$

(例1) $\left|\frac{4}{33}-\pi\right| = \pi - \frac{4}{33}\left(\pi > \frac{4}{33}\right)$ $\pi \simeq 3.14159265\cdots$

(例2) $|e-\pi| = \pi - e(\pi > e)$ $e \simeq 2.71828182\cdots$

4. 複素数の絶対値(大問6(5))

$$\left|\alpha^2\right| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$$

(例1) $\left|\frac{6-9i}{1+4i}\right| = \frac{\sqrt{6^2+9^2}}{\sqrt{1^2+4^2}} = \frac{\sqrt{135}}{\sqrt{17}} = \frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{17}}$ ※分母と分子に分けて計算する.

(例2)

$$|x+4ni| + |3x+i| = \sqrt{x^2+(4n)^2} + \sqrt{(3x)^2+1^2} = \sqrt{x^2+16n^2} + \sqrt{9x^2+1}$$