Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ingeniería Económica, Estadística y Ciencias Sociales
Escuela Profesional de Ingeniería Estadística

Primer Informe de Laboratorio

Seguros de Una Vida, Cálculo Numérico

Análisis Actuarial

Docente: Dra. Magen Infante Rojas

Giraldo Zela Jose Eduardo
Lin Chiu Chen Yang
Socualaya Andrade Marlon Andre

Resumen— Este informe presenta el cálculo del Valor Actuarial Presente (APV) de varios tipos de seguros de vida, incluyendo seguro whole life, n-year term, y n-year term increasing, tanto en casos continuos como discontinuos. Los cálculos se realizaron para una persona con edad x = 10, bajo una tasa de interés i = 0.06, y siguiendo la ley de Moivre con una edad máxima w = 110. Se consideraron diversas estructuras de productos, como seguros diferidos con un período de m = 2 años y seguros fraccionados mensualmente con m = 4. Para el caso discreto, se utilizaron tablas actuariales y el software R para realizar las proyecciones y cálculos correspondientes. El objetivo de este estudio es comparar los resultados entre los distintos tipos de seguros y analizar el impacto de las variables sobre el APV.

Contents

1 Introducción

1.1 Marco Teórico

Sea X la edad de muerte de un individuo es una ***variable aleatoria*** continua no negativa este se interpreta como el tiempo de vida de un individuo recién nacido desde su nacimiento.
Tiene como función de distribución **(Cumulative distribution function) CDF**: $F_0(x) = Pr(X \leq x)$ tambien se describe a menudo mediante su función supervivencia **(Survival distribution function) SDF**: $S_0(x) = Pr(X > x)$ entonces tenemos la funcion de densidad (Density function):

$$f_0(x) = \frac{dF_0(x)}{dx} = -\frac{dS_0(x)}{dx}$$

$$CDF \rightarrow F_0(x) = \int_0^x f_0(z)dz$$

$$SDF \rightarrow S_o(x) = \int_x^\infty f_0(z)dz$$

cuyos propiedades tenemos $S_0(0) = 1$, $S_o(\infty) = 0$ y $F_o(\infty) = 1$ reflejando la nula supervivencia y seguridad de defusión cuando x tiende al infinito. Lo descrito anteriormente se calcula a base del nacimiento de un individuo ahora el individuo a cumplido los x años seria una probabilidad condicional, nombramos una nueva variable aleatoria T_x como la **vida restante de un individuo cumplido los x años** entonces el SDF esta condicionado a que el individuo cumpla los x años y viva t años más distribuida como T_x esta se llama Conditional Survival Probability Function se representa como ${}_tp_x$:

$${}_tq_x \rightarrow P(T_x \leq t) = F_x(t) = \frac{s(x) - s(x+t)}{s(x)}$$

$${}_tp_x \rightarrow P(T_x > t) = 1 - F_x(t) = \frac{s(x+t)}{s(x)}$$

1.2 Fuerza de Mortalidad

La fuerza de la mortalidad de un recién nacido a la edad x:

$$\mu_x = \frac{f_0(x)}{1 - F_0(x)} = \frac{f_0(x)}{S_0(x)}$$

en caso de que el individuo cumpla x años la fuerza de la mortalidad de T_x es:

$$\mu_x(t) = \frac{f_0(x+t)}{S_0(x+t)} = \frac{f_x(t)}{S_x(t)} = \mu_{x+t}$$

$$f_x(t) = \frac{dF_x(t)}{dt} = -\frac{dS_x(t)}{dt} = \frac{f_0(x+t)}{S_0(x)} =_t p_x \times \mu_{x+t}$$

1.3 Ley de Moivre

La Ley de De Moivre es un modelo de supervivencia aplicado en la ciencia actuarial , llamado así por Abraham de Moivre. Es una ley simple de mortalidad basada en una función de supervivencia lineal. La ley de De Moivre tiene un solo parámetro w llamada edad máxima . Según la ley un recién nacido tiene una probabilidad de sobrevivir al menos x años dada por la función de supervivencia:

$$S_o(x) = 1 - \frac{x}{w}; \qquad 0 \leq x < w$$

Según la ley de De Moivre, la probabilidad condicional de que una persona de x años sobreviva al menos t años más y su fuerza de mortalidad es:

$${}_tp_x = \frac{s(x+t)}{s(x)} = \frac{w - (x+t)}{w - x}; \qquad \mu_{x+t} = \frac{1}{w - (x+t)}; \qquad 0 \leq t < w - x$$

y la variable aleatoria de vida futura T (x) por lo tanto sigue una distribución uniforme en $[0, w - x]$

1.4 Actuarial Present Value APV

Sea Z la variable aleatoria de valor presente de un beneficio de seguro de vida completo de 1 pagadero en el momento T. Entonces:

$$Z_t = (1+i)^{-t} = v^t = e^{-\delta t}; \qquad \delta = ln(1+i)$$

El valor esperado de Z_t es el valor actual actuarial APV:

$$\overline{A}_x = E[Z_t] = E[v^t] = \int_0^\infty v^t f_x(t)dt = \int_0^\infty v^t {}_tp_x \times \mu_{x+t} dt$$

2 Objetivo General

Se calcularán **8 seguros de vida** diferentes en dos casos distintos: en el prmer caso el **continuo** pagables al momento de la muerte y el segundo el **discreto** pagables al final del año de la muerte. las condiciones dadas son: Se empleará la **ley de Moivre**, la edad del individuo es $x = 10$, la edad límite es $w = 110$, a tasa de interes i del **6%** anual, plazo de termino n **es 5 años**, en caso de diferido m **es 2 años**, $m - tly$ **es 4 meses**.

Tipo de Capital	Nombre del Seguro	Notación APV
Constante	whole life	$\overline{A}_x$
Constante	n-year term	$\overline{A}^{1}_{x:\overline{n}\vert}$
Constante	n-year pure endowment	$A_{x:\overline{n}\vert}^{\;\;1}$
Constante	n-year endowment	$\overline{A}_{x:\overline{n}\vert}$
Constante	n-year term m-yeard deferred	${}_{m/n}\overline{A}_x$
Creciente	n-year term increasing annually	$(I\overline{A})^{1}_{x:\overline{n}\vert}$
Decreciente	n-year term decreasing annually	$(D\overline{A})^{1}_{x:\overline{n}\vert}$
Creciente m-ésimamente	whole life increasing m-tly	$(I^{(m)}\overline{A})_x$

Table 1: Tabla de los seguros a calcular

2.1 Objetivo especifico 1

Realizar cálculos de los siguientes seguros de una vida pagables al momento de la muerte.

2.2 Objetivo especifico 2

Programar los cálculos de los siguientes seguros de una vida, pagables al final del año de la muerte. utilizando el software libre R-project utilizando las probabilidades de muerte de la Tabla SPP2017.

3 Metodología

3.1 Parte 1 - Seguros pagaderos al momento del fallecimiento

3.1.1 Seguro de vida entera (whole life):

Proporciona un pago después de la muerte del asegurado (en cualquier momento en el futuro).

$$b_t = 1; \quad v_t = v^t; \quad Z = v^t; \quad t \geq 0$$

el valor actual actuarial APV es:

$$\overline{A}_x = E[Z_t] = E[v^t] = \int_0^\infty v^t f_x(t)dt = \int_0^\infty v^t {}_tp_x \times \mu_{x+t} dt$$

$$\overline{A}_x = \int_0^{w-x} e^{-\delta t} \frac{w-x-t}{w-x} \frac{1}{w-x-t} dt$$

$$\overline{A}_x = \int_0^{110-10} e^{-ln(1+0.06)t} \frac{1}{110-10} dt$$

$$\overline{A}_x = \frac{1}{100} \int_0^{100} e^{-0.0582689t} dt = 0.17111$$

3.1.2 Seguro de vida a término de n años (n-year term):

El beneficio se paga en el momento del fallecimiento mientras esta vigente la póliza dentro de los n años.

$$b_t = \begin{cases} 1, t \leq n \\ 0, t > n \end{cases}$$

el valor actual actuarial APV es:

$$\overline{A}_{\overset{1}{x}\,\overline{n}|} = E[Z_t] = E[v^t] = \int_0^\infty v^t f_x(t)dt = \int_0^n v^t {}_tp_x \times \mu_{x+t} dt$$

$$\overline{A}_{\overset{1}{x}\,\overline{n}|} = \int_0^5 e^{-ln(1+0.06)t} \frac{1}{110-10} dt$$

$$\overline{A}_{\overset{1}{x}\,\overline{n}|} = \frac{1}{100} \int_0^5 e^{-0.0582689t} dt = 0.04337$$

3.1.3 Póliza de seguro de vida pura n años (n-year pure endowment):

Solo paga un beneficio si el asegurado sobrevive hasta el final del plazo del contrato. No hay pago en caso de fallecimiento durante el período del seguro.

$$b_t = \begin{cases} 0, t \leq n \\ 1, t > n \end{cases}$$

el valor actual actuarial APV es:

$$A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} = {}_nE_x = E[Z_t] = v^n {}_np_x$$

$$A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} = e^{-ln(1+0.06)5} \frac{110-(10+5)}{110-10}$$

$$A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} = e^{-ln(1+0.06)5} \frac{95}{100} = 0.70989$$

3.1.4 Póliza de seguro de vida n años (n-year endowment):

En este caso, la póliza paga una suma asegurada si el asegurado fallece durante el período del seguro o si sobrevive hasta el final del plazo.

$$b_t = 1; \qquad v_T \begin{cases} v^t, t \leq n \\ v^n, t > n \end{cases}$$

el valor actual actuarial APV es:

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = E[Z_t] = \bar{A}^{1}_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t {}_tp_x \times \mu_{x+t} dt + v^n {}_np_x$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = 0.04337 + 0.70989 = 0.75326$$

3.1.5 Póliza a término de n años diferido m años (n-year term m-yeard deferred):

Comienza a cubrir después de m años de diferimiento y tiene una duración de n años desde ese punto. Si el asegurado fallece dentro del período de cobertura entre los años m y m+n, se paga la suma asegurada. Si fallece antes de que comience el seguro o despues del termino, no se paga nada.

$$b_t = \begin{cases} 1, & m < t \leq m+n \\ 0, & t \leq m, t > m+n \end{cases}$$

el valor actual actuarial APV es:

$${}_{m|n}\bar{A}_x = E[Z_t] = E[v^t] = \int_m^{m+n} v^t f_x(t) dt = \int_m^{m+n} v^t {}_tp_x \times \mu_{x+t} dt$$

$${}_{m|n}\bar{A}_x = \int_2^{2+5} e^{-ln(1+0.06)t} \frac{1}{110-10} dt$$

$${}_{m|n}\bar{A}_x = \frac{1}{100} \int_2^7 e^{-ln(1+0.06)t} dt = 0.03860$$

3.1.6 Póliza a término de n años que incrementa anualmente (n-year term increasing annually):

La suma asegurada aumenta cada año durante el plazo del seguro.

$$b_t = \begin{cases} \lfloor t+1 \rfloor, t \leq n \\ \ 0 \quad\ , t > n \end{cases} \qquad Z_t = \begin{cases} \lfloor t+1 \rfloor v^t, t \leq n \\ \ 0 \qquad\ , t > n \end{cases}$$

el valor actual actuarial APV es:

$$(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{n}|} = E[Z_t] = E[v^t] = \int_0^n \lfloor t+1 \rfloor v^t f_x(t) dt = \int_0^n \lfloor t+1 \rfloor v^t {}_tp_x \times \mu_{x+t} dt$$

$$(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n \lfloor t+1 \rfloor e^{-\delta t} \frac{w-x-t}{w-x} \frac{1}{w-x-t} dt$$

$$(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{n}|} = \int_0^5 \lfloor t+1 \rfloor e^{-\delta t} \frac{1}{110-10} dt$$

$$(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{100} \int_0^5 \lfloor t+1 \rfloor e^{-\delta t} dt$$

$$(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{100} (\int_0^1 1e^{-\delta t} dt + \int_1^2 2e^{-\delta t} dt + \int_2^3 3e^{-\delta t} dt + \int_3^4 4e^{-\delta t} dt + \int_4^5 5e^{-\delta t} dt)$$

$$(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{n}|} = 0.12507$$

3.1.7 Póliza a término de n años que disminuye anualmente (n-year term decreasing annually:

La suma asegurada disminuye cada año durante el plazo del seguro, es decir, el beneficio pagadero por fallecimiento va reduciéndose hasta llegar a cero al final del período; si sobrevive al final del plazo, no se paga ninguna indemnización y la póliza caduca.

$$b_t = \begin{cases} n - \lfloor t \rfloor, t \leq n \\ 0 \quad ,t > n \end{cases} \qquad Z_t = \begin{cases} (n - \lfloor t \rfloor)v^t, t \leq n \\ 0 \quad ,t > n \end{cases}$$

el valor actual actuarial APV es:

$$(D\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = E[Z_t] = E[v^t] = \int_0^n (n - \lfloor t \rfloor)v^t f_x(t)dt = \int_0^n (n - \lfloor t \rfloor)v^t {}_tp_x \times \mu_{x+t}dt$$

$$(D\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = \int_0^n (n - \lfloor t \rfloor)e^{-\delta t}\frac{w-x-t}{w-x}\frac{1}{w-x-t}dt$$

$$(D\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = \int_0^5 (n - \lfloor t \rfloor)e^{-\delta t}\frac{1}{110-10}dt$$

$$(D\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{100}\int_0^5 (n - \lfloor t \rfloor)e^{-\delta t}dt$$

$$(D\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{100}(\int_0^1 5e^{-\delta t}dt + \int_1^2 4e^{-\delta t}dt + \int_2^3 3e^{-\delta t}dt + \int_3^4 2e^{-\delta t}dt + \int_4^5 1e^{-\delta t}dt)$$

$$(D\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = 0.13517$$

3.1.8 seguro de vida entera con beneficio creciente m veces al año(whole life increasing m-tly:)

Es un seguro que proporciona cobertura durante toda la vida del asegurado, con un beneficio por fallecimiento que aumenta m veces al año. En nuestro caso m-thly=4 seria un incremento cada 3 meses.

$$b_t = \frac{\lfloor tm+1 \rfloor}{m} \qquad Z_t = \frac{\lfloor tm+1 \rfloor}{m}v^t$$

el valor actual actuarial APV es:

$$(I^{(m)}\bar{A})_x = E[Z_t] = E[v^t] = \int_0^\infty (\frac{\lfloor tm+1 \rfloor}{m})v^t f_x(t)dt = \int_0^\infty (\frac{\lfloor tm+1 \rfloor}{m})v^t {}_tp_x \times \mu_{x+t}dt$$

$$(I^{(m)}\bar{A})_x = \int_0^{w-x} \frac{\lfloor tm+1 \rfloor}{m}e^{-\delta t}\frac{w-x-t}{w-x}\frac{1}{w-x-t}dt$$

$$(I^{(m)}\bar{A})_x = \int_0^{110-10} \frac{\lfloor tm+1 \rfloor}{m}e^{-\delta t}\frac{1}{110-10}dt$$

$$(I^{(m)}\bar{A})_x = \frac{1}{100}\int_0^{100} \frac{\lfloor 4t+1 \rfloor}{4}e^{-\delta t}dt$$

$$(I^{(m)}\bar{A})_x = \frac{1}{100}(\int_0^{0.25} \frac{1}{4}e^{-\delta t}dt + \int_{0.25}^{0.50} \frac{2}{4}e^{-\delta t}dt + \int_{0.50}^{0.75} \frac{3}{4}e^{-\delta t}dt + ... + \int_{99.75}^{100} \frac{400}{4}e^{-\delta t}dt)$$

para resolver la siguiente integral recursiva se empleara el ordenador. Diseñemos un algoritmo para automatizar los calculos en R. Creamos una funcion **intFun** que tiene de entrada **arg**:

$$intFun = \frac{1}{100}\int_{inf}^{sup} \frac{arg+1}{4}e^{-ln(1+0.06)t}dt$$

donde $inf = \frac{arg}{4}$ y $sup = \frac{arg+1}{4}$ luego sumamos en un bucle for en la variable M.

```r
### creamos nuestra funcion

  intFuc <- function(arg) {
    sup <- (arg+1)/4
    inf <- arg/4
    r <-integrate(function(t) (sup) * exp(-t*log(1.06)),
                  lower = inf,
                  upper = sup
                  )
    return(r$value / 100)
  }

  M <- 0    #  iniciamos la variable

### iniciamos la recurcion
  for (i in 0:399) { M <- M + intFuc(i) }
```

Listing 1: algoritmo para resolver.

obtenemos como el resultado de M:

$$(I^{(m)}\bar{A})_x = 2.907458$$

3.2 Parte 2 - Seguros pagaderos al final del año del fallecimiento

Para determinar el valor actual actuarial del beneficio necesitamos calcular el valor esperado $E(Z)$ de esta variable aleatoria Z . Supongamos que el beneficio por muerte se paga al final del año de la muerte entoces su APV seria:

$$A_x = E(Z) = E(v^k) = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} {}_kp_x q_{x+k} = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} {}_{k|}q_x$$

recordando otras de las propiedades que nos ayudaria a formular el algoritmo serian:

$$p_x = 1 - q_x$$

$${}_{k|}q_x = {}_kp_x q_{x+k}$$

$${}_kp_x = p_x p_{x+1} ... p_{x+k-1} = \prod_{i=0}^{k-1} p_{x+i}$$

para esbozar lo que se necesita hacer vemos como ejemplo con Seguro de vida a término de n=5 años.

$$A^1_{x:\overline{n}|} = E[Z] = E[v^{k+1}] = \sum_{k=0}^{n-1=4} v^{k+1} {}_{k|}q_x = \sum_{k=0}^{n-1=4} v^{k+1} {}_kp_x q_{x+k}$$

$$\begin{array}{lllll}
k=0 & v^1 {}_0p_{10} q_{10} & \rightarrow & v^1 1 q_{10} \\
k=1 & v^2 {}_1p_{10} q_{11} & \rightarrow & v^2 p_{10} q_{11} \\
k=2 & v^3 {}_2p_{10} q_{12} & \rightarrow & v^3 p_{10} p_{11} q_{12} \\
k=3 & v^4 {}_3p_{10} q_{13} & \rightarrow & v^4 p_{10} p_{11} p_{12} q_{13} \\
k=4 & v^5 {}_4p_{10} q_{14} & \rightarrow & v^5 p_{10} p_{11} p_{12} p_{13} q_{14}
\end{array}$$

4 Código R-project

4.1 Importando datos

Para el calculo se empleara la tabla de mortalidad SPP2017 provenientes de la Superintendencia de Banca y Seguros SBS en las siguientes lineas importaremos los datos desde un documento csv ”tabSPP.csv”:

```
###----- importando datos --------------------------------

  library(csv)
  data <-read.csv("tabSPP.csv",header=T,sep=";",dec=",")
  head(data)   # viendo los datos
  str(data)

###-------------------------------------------------------
```

Listing 2: importando datos.

Una vez cargado los datos podemos obserbar nuestra tabla: Tenemos age(edad), HS(Hombres Sanos),

age	HS	MS	HI	MI
0	0.008397704	0.006102972	0.029430999	0.020981143
1	0.001585424	0.001031731	0.006153445	0.003928103
2	0.001298969	0.000828947	0.005074029	0.003176322
3	0.001048594	0.000654351	0.004127940	0.002526855
4	0.000833673	0.000506886	0.003313978	0.001976550
5	0.000680229	0.000408277	0.002821810	0.001683307

Table 2: Tabla SPP2017

MS(Mujeres Sanas), HI(Hombres con condición de Invalidez), MI(Mujeres con condición de Invalidez) la tabla nos detalla las tasas de mortalidad q_x de cada tipo divididos por edad de 0 a 109.

4.2 Creación de Funciones Principales

```
###----- creando funcion qx ------------------------------

  qx <- function(type, x) {
    return(data[[type]][data$age == x])
  }
  qx("HI",2)   # probando la funcion
```

Listing 3: creando funcion qx.

esta función reprecenta a q_x al llamarla nos retornara el valor de tabla un ejemplo seria q_2 de HI(Hombres con condición de Invalidez) nos tendria que resultar 0.005074029.

```
###----- creando funcion px ------------------------------

  px <- function(type, x) { return(1 - qx(type,x)) }
  px("HI",2)   # probando la funcion
```

Listing 4: creando funcion px.

esta función reprecenta a p_x al llamarla nos retornara uno menos el valor de tabla por que $p_x = 1 - q_x$ un ejemplo seria p_2 de HI(Hombres con condición de Invalidez) nos tendria que resultar 0.994925971.

```r
###----- creando funcion kpx ------------------------------

  kpx <- function(type, k, x) {
    if(k<1) return(1)    #  si k vale 0 retorna 1
    P <- 1
    for (i in 0:(k-1)) { P <- P*px(type,x+i) }
    return(P)
  }
```

Listing 5: creando funcion kpx.

esta función reprecenta a ${}_kp_x$ se crea a partir de ${}_kp_x = p_x p_{x+1} ... p_{x+k-1} = \prod_{i=0}^{k-1} p_{x+i}$

```r
###----- creando funcion k1qx ------------------------------

  k1qx <- function(type, k, x) { return(kpx(type,k,x)*qx(type,x+k)) }
```

Listing 6: creando funcion k1qx.

esta función reprecenta a ${}_{k|}q_x$ se crea a partir de ${}_{k|}q_x = {}_kp_x q_{x+k}$

4.3 Seguro de vida entera pagada a final del año (whole life):

$$b_{k+1} = 1; \quad v_{k+1} = v^{k+1}; \quad Z = v^{k+1}; \quad k = 0, 1, 2, 3...$$

el valor actual actuarial APV es:

$$A_x = E[Z] = E[v^{k+1}] = \sum_{k=0}^{w-n-1} v^{k+1} {}_{k|}q_x = \sum_{k=0}^{w-n-1} v^{k+1} {}_kp_x q_{x+k}$$

para x=10 con interez de 6%

$$A_x = \sum_{k=0}^{99} v^{k+1} {}_{k|}q_{10}$$

la funcion creada seria:

```r
###----- creando funcion para whole life ------------------------------

  Ax_apv <- function(type, w, x, i) {
    Ax <- 0
    v <- 1 + i
    for (i in 0:(w-x-1)){
      Ax <- Ax + (v**(-(i+1))*k1qx(type,i,x))
    }
    return(Ax)
  }
```

Listing 7: creando funcion Ax apv.

tiene como parámetro de ingreso type("HS","MS","HI","MI"), w=110, x=10 y interez del 6% anual.

4.4 Póliza a término de n años que incrementa anualmente pagada a final del año (n-year term increasing annually):

$$b_{k+1} = \begin{cases} k+1, k = 0, 1..., n-1 \\ 0 \quad, k = n, n+1, ... \end{cases} \qquad Z_{k+1} = \begin{cases} (k+1)v^{k+1}, k = 0, 1..., n-1 \\ 0 \quad, k = n, n+1, ... \end{cases}$$

el valor actual actuarial APV es:

$$(IA)^{1}_{x:\overline{n}|} = E[Z] = E[v^{k+1}] = \sum_{k=0}^{n-1} (k+1)v^{k+1}{}_{k|}q_x = \sum_{k=0}^{n-1} (k+1)v^{k+1}{}_{k}p_x q_{x+k}$$

la funcion creada seria:

```
###----- creando funcion para n-year term increasing annually ---------

 IA1xn_apv <- function(type, n, x, i) {
   IA1xn <- 0
   v <- 1 + i
   for (i in 0:(n-1)){
     IA1xn <- IA1xn + (i+1)*(v**(-(i+1))*k1qx(type,i,x))
   }
   return(IA1xn)
 }
```

Listing 8: creando funcion IA1xn apv.

tiene como parámetro de ingreso type(”HS”,”MS”,”HI”,”MI”), n=5, x=10 y interez del 6% anual.

5 Resultados

Los resultados se reflejan en la siguiente tabla: Se puede ve para ambos tipos de seguros (vida entera y

APV seguro	HS	MS	HI	MI
Ax apv	0.02549658	0.01754484	0.06552144	0.04113463
IA1xn apv	0.003043588	0.001548304	0.01431696	0.007340574

Table 3: Resultados obtenidos

temporal con aumento anual), los hombres sanos (HS) tienen un APV más alto que las mujeres sanas (MS). Tambien para ambos tipos de seguros, las personas con invalidez (HI y MI) tienen un APV significativamente mayor que las personas sanas (HS y MS).

6 Conclusiones

Las personas con invalidez (tanto hombres como mujeres) tienen un mayor riesgo de fallecimiento, lo que resulta en un APV más alto. En promedio, los hombres sanos tienen una probabilidad ligeramente mayor de fallecer en los próximos años en comparación con las mujeress, lo que incrementa el valor esperado de los pagos por fallecimiento. El seguro de vida entera ofrece un APV mayor que el seguro temporal con aumento anual, lo que refleja el mayor valor esperado del pago de los beneficios debido a la cobertura de por vida, esto es lógico, ya que en el seguro de vida entera, el asegurado está cubierto durante toda su vida, lo que aumenta las probabilidades de que el beneficio por fallecimiento se pague. En cambio, el seguro temporal con aumento anual solo cubre por un período limitado (n años), y si el asegurado no fallece dentro de ese período, el beneficio no se paga.

7 Anexo

El codigo completo implementado en lenguaje R.

```r
##############################################################
#
#      2024.10.08
#    Seguros de Una Vida, Calculo Numerico
#
##############################################################


###----- importando datos --------------------------------

  library(csv)
  data <-read.csv("tabSPP.csv",header=T,sep=";",dec=",")
  head(data)   # viendo los datos
  str(data)

###----- creando funcion qx ------------------------------

  qx <- function(type, x) {
    return(data[[type]][data$age == x])
  }
  #qx("HI",2)   # probando la funcion

###----- creando funcion px ------------------------------

  px <- function(type, x) { return(1 - qx(type,x)) }
  #px("HI",2)   # probando la funcion

###----- creando funcion kpx ------------------------------

  kpx <- function(type, k, x) {
    if(k<1) return(1)   #  si k vale 0 retorna 1
    P <- 1
    for (i in 0:(k-1)) { P <- P*px(type,x+i) }
    return(P)
  }

###----- creando funcion k1qx ------------------------------

  k1qx <- function(type, k, x) { return(kpx(type,k,x)*qx(type,x+k)) }


###----- creando funcion para whole life ------------------------------

  Ax_apv <- function(type, w, x, i) {
    Ax <- 0
    v <- 1 + i
    for (i in 0:(w-x-1)){
      Ax <- Ax + (v**(-(i+1))*k1qx(type,i,x))
    }
    return(Ax)
  }

###----- creando funcion para n-year term increasing annually ---------

```

```
  IA1xn_apv <- function(type , n, x, i) {
    IA1xn <- 0
    v <- 1 + i
    for (i in 0:(n-1)){
      IA1xn <- IA1xn + (i+1)*(v**(-(i+1))*k1qx(type,i,x))
    }
    return(IA1xn)
  }

##############################################################
##############################################################
#     EJECUCION

Ax_apv("HS",110,10,0.06)
Ax_apv("MS",110,10,0.06)
Ax_apv("HI",110,10,0.06)
Ax_apv("MI",110,10,0.06)

IA1xn_apv("HS",5,10,0.06)
IA1xn_apv("MS",5,10,0.06)
IA1xn_apv("HI",5,10,0.06)
IA1xn_apv("MI",5,10,0.06)

#############
```

Listing 9: codigo completo.

Las fuentes consultadas son (Newton L Bowers, 1997, ewton L Bowers, 1997),(José Antonio Gil Fana, 1999, osé Antonio Gil Fana, 1999),(Infante, 2019, nfante, 2019),(Sandoya, 2007, andoya, 2007) los datos son obtenidos desde la pagina oficial de la Superintendencia de Banca y Seguros SBS (de Banca y Seguros SBS, 2024b, e Banca y Seguros SBS, 2024b) junto con el documento metodologico de los datos (de Banca y Seguros SBS, 2024a, e Banca y Seguros SBS, 2024a) y agradecimientos especiales para (Beauchemin, 2019, eauchemin, 2019) donde documenta la manera de escribir en notacion actuarial para latex.

8 Bibliografía

References

Beauchemin, D. (2019). Actuarial symbols of life contingencies and financial mathematics.

de Banca y Seguros SBS, S. (2024a). documento metodologico spp2017.

de Banca y Seguros SBS, S. (2024b). Sistema privado de pensiones spp2017.

Infante, M. (2019). *Vida Restante Actuarial y Fuciones Contingentes*. Editorial EDUNI.

José Antonio Gil Fana, Antonio Heras Martínez, J. L. V. Z. (1999). *Matemática de los seguros de vida*. Editorial MAPFRE.

Newton L Bowers, Hans U Gerber, J. C. H. D. A. J. C. J. N. (1997). *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries.

Sandoya, F. (2007). *Matematicas Actuariales y Operaciones de Seguros*. Editorial ESPOL.