

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA
ESTADÍSTICA Y CIENCIAS SOCIALES



TESIS

**“IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO ETAS PARA LA
SIMULACIÓN DE RÉPLICAS EN LA PLACA DE NAZCA”**

**PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO
ESTADÍSTICO**

ELABORADO POR:

LIN CHIU CHEN YANG

ASESOR:

GRADOS PAREDES DANIEL

LIMA - PERÚ

2025

Dedicatoria

A mi familia, por su apoyo incondicional y amor constante.

A mis amigos, por su compañía y motivación.

A mis docentes, por su guía y conocimientos compartidos.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco profundamente a mi familia por su apoyo incondicional a lo largo de este proyecto. A mis profesores y tutores, por su orientación y paciencia. También quiero expresar mi gratitud a mis compañeros y amigos, quienes con sus ideas y ánimos hicieron posible este trabajo. Finalmente, un reconocimiento especial a todas las personas que, de una u otra forma, contribuyeron a la realización de este informe.

ÍNDICE

RESUMEN	V
ABSTRACT	VI
PRÓLOGO	VII
LISTA DE TABLAS	VIII
LISTA DE FIGURAS	IX
LISTA DE SÍMBOLOS Y TÉRMINOS	X
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	1
1.1 GENERALIDADES	1
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	3
1.3 OBJETIVOS DEL ESTUDIO	4
1.3.1 Objetivo General	4
1.3.2 Objetivos Específicos	4
1.4 HIPÓTESIS DEL ESTUDIO	4
1.4.1 Hipótesis General	4
1.4.2 Hipótesis Específicas	5
1.5 METODOLOGÍA	5
CAPÍTULO II: FUNDAMENTO TEÓRICO Y CONCEPTUAL	6
2.1 PRIMER TEMA	6
2.1.1 Procesos Puntuales	6
2.2 SEGUNDO TEMA	8
2.2.1 Proceso de Hawkes	8
2.3 TERCER TEMA	12
2.3.1 Distribución de Réplicas	12
2.4 CUARTO TEMA	13
2.4.1 Modelo Espacio Temporal ETAS	13
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	14

RESUMEN

Este estudio tiene como objetivo desarrollar y aplicar el modelo de secuencia de réplicas de tipo epidémico (ETAS) para simular y analizar las secuencias de réplicas originadas entre la placa de Nazca y la Sudamericana, permitiendo así una evaluación más precisa del riesgo y una mejor planificación de la respuesta a emergencias en la región de Perú. La investigación comienza con una revisión teórica y metodológica de los modelos en sismología, centrándose en el modelo ETAS, su formulación matemática y los supuestos subyacentes. Se desarrolla una implementación computacional del modelo ETAS utilizando la técnica de máxima verosimilitud para la estimación de parámetros, la cual se valida mediante simulaciones y comparación con datos históricos de secuencias de réplicas. Luego, el modelo se aplica a un conjunto de datos reales de una región específica obtenidos del Instituto Geofísico del Perú (IGP), con un análisis de su precisión para predecir el momento y la ubicación de las réplicas, obteniendo así un mapa de calor de zonas con más riesgo sísmico. Finalmente, la capacidad predictiva del modelo sintético generado se evalúa comparando sus resultados con los datos reales, identificando las fortalezas y limitaciones del modelo ETAS en diferentes escenarios de actividad sísmica.

ABSTRACT

Este estudio tiene como objetivo desarrollar y aplicar el modelo de secuencia de réplicas de tipo epidémico (ETAS) para simular y analizar las secuencias de réplicas originadas entre la placa de Nazca y la Sudamericana, permitiendo así una evaluación más precisa del riesgo y una mejor planificación de la respuesta a emergencias en la región de Perú. La investigación comienza con una revisión teórica y metodológica de los modelos en sismología, centrándose en el modelo ETAS, su formulación matemática y los supuestos subyacentes. Se desarrolla una implementación computacional del modelo ETAS utilizando la técnica de máxima verosimilitud para la estimación de parámetros, la cual se valida mediante simulaciones y comparación con datos históricos de secuencias de réplicas. Luego, el modelo se aplica a un conjunto de datos reales de una región específica obtenidos del Instituto Geofísico del Perú (IGP), con un análisis de su precisión para predecir el momento y la ubicación de las réplicas, obteniendo así un mapa de calor de zonas con más riesgo sísmico. Finalmente, la capacidad predictiva del modelo sintético generado se evalúa comparando sus resultados con los datos reales, identificando las fortalezas y limitaciones del modelo ETAS en diferentes escenarios de actividad sísmica.

PRÓLOGO

El presente trabajo de tesis se desarrolla con el propósito de contribuir al entendimiento y modelamiento de los fenómenos sísmicos en el territorio peruano, una región caracterizada por su alta actividad tectónica debido a la interacción entre las placas de Nazca y Sudamericana. Motivado por la necesidad de mejorar las herramientas de análisis y predicción de réplicas sísmicas, se plantea la aplicación del modelo de secuencia de réplicas de tipo epidémico (ETAS), un enfoque estadístico basado en procesos de puntos que permite representar la naturaleza autoexcitada de los eventos sísmicos.

Durante el desarrollo de la investigación se llevó a cabo una revisión teórica sobre los fundamentos de los modelos sismológicos y de los procesos de Hawkes, así como una implementación computacional del modelo ETAS mediante el método de máxima verosimilitud para la estimación de parámetros. Este trabajo implicó la validación del modelo mediante simulaciones y su posterior aplicación a datos reales proporcionados por el Instituto Geofísico del Perú (IGP), con el fin de evaluar su capacidad predictiva y su utilidad en la identificación de zonas de mayor riesgo sísmico.

La realización de esta tesis representó un proceso de aprendizaje integral, en el que se combinaron conocimientos de estadística, programación y geofísica. A su vez, permitió valorar la importancia del modelamiento estadístico como herramienta fundamental para la gestión del riesgo y la prevención de desastres naturales.

Finalmente, se espera que los resultados obtenidos sirvan como referencia para futuras investigaciones orientadas al perfeccionamiento de modelos predictivos en sismología, contribuyendo al fortalecimiento de las capacidades científicas y técnicas en la mitigación del riesgo sísmico en el Perú.

LISTA DE TABLAS

LISTA DE FIGURAS

Figura N° 2.1	Observamos la distribución de la función de intensidad $\Lambda(S)$ (derecha) del proceso puntual. Gráfico generado mediante spatstat de R	11
Figura N° 2.2	Simulación del proceso de Hawkes con distintos valores de parámetros λ , α y β en R	11

LISTA DE SÍMBOLOS Y TÉRMINOS

SÍMBOLOS

H_t	: historia sísmica hasta el tiempo t
μ	: representa la tasa de sismicidad de fondo
$S(M)$: función de magnitud G-R representado por la ley exponencial de Gutenberg-Richter
$k(M) = A\epsilon_a$: productividad directa de Utsu
$g(t, M)$: se define como la función de excitación
B_M	: Factor de reducción asociado al amortiguamiento efectivo β_M
c_a	: Amortiguamiento del AMS

GLOSARIO DE TÉRMINOS

- Aftershock : Un terremoto más pequeño que sigue a un terremoto más grande.
- Catálogo : Es una base de datos que contiene todos los parámetros que caracterizan a un sismo
- ETAS : Modelo de secuencia de réplicas de tipo epidémico
- Hawkes : Un tipo de proceso puntual autoexcitado

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

1.1 GENERALIDADES

Los terremotos representan uno de los fenómenos naturales más devastadores y difíciles de predecir en el mundo. A lo largo de la historia, estos eventos han causado pérdidas humanas y materiales significativas, generando la necesidad imperante de desarrollar métodos efectivos para su predicción y mitigación de riesgos. La predicción de terremotos es una rama de la ciencia de la sismología que estudia los terremotos, disciplina que llegó a ser científica a partir de la segunda mitad del siglo XIX. Es cuando el deseo de encontrar herramientas que permitan estudiar el fenómeno natural llevó en 1880 a John Milne, famoso ingeniero británico, a inventar el sismógrafo (Kossobokov y Shebalin (2003)). Se han planteado distintos métodos de predicción desde anomalías en el campo electromagnético de la tierra o perturbaciones de la ionosfera (Freund et al. (2009)) hasta el comportamiento animal al sentir las ondas P momentos previos al fenómeno (Woith, Petersen, Hainzl, y Dahm (2018)) pero no es hasta la década de los setenta que empezaron los estudios estadísticos representándolos como procesos estocásticos asimismo esta disciplina se ha extendido no solo en la geofísica sino también a través de múltiples campos de la ciencia como la sismología fotónica donde últimas investigaciones sugieren el uso de tecnologías emergentes a base de fibra óptica para su estudio (Lindsey y Martin (2021)).

¿Qué es la predicción de un terremoto? Según el Diccionario Oxford, las palabras predicción y pronóstico son sinónimos, mientras que para la sismología son términos que marcan diferencia. El pronóstico de terremotos se refiere a estimaciones a largo plazo durante un período de tiempo prolongado, que puede ir desde meses hasta décadas, en cambio, la predicción de terremotos generalmente se define como la especificación del tiempo, lugar y magnitud de un futuro terremoto dentro de límites establecidos a corto plazo pueden ocurrir en días, semanas o meses (Ismail-Zadeh (2013)); por su naturaleza estocástica la capacidad de predecir con precisión queda corta por no decir imposible, por eso ahora en adelante la investigación se centra netamente en el pronóstico de eventos sísmicos más no predicción.

Se han planteado varios métodos de pronóstico (Ogata (1988)) propone estudiar los eventos de forma epidemiológica planteando así el modelo ETAS de carácter temporal mas tarde en conjunto con (Zhuang, Werner, Zhou, Harte, y Hainzl (2011)) se desarrolló el modelo de tipo espacio-temporal que se detallará en las siguientes secciones del documento.

El Perú se encuentra ubicado en una región sísmicamente activa exactamente el cinturón de fuego del pacifico debido a la convergencia de dos placas tectónicas

entre la Placa de Nazca y la Sudamericana. Este proceso llamado subducción, donde la Placa de Nazca se hunde debajo de la Sudamericana acumulando tensiones, es responsable de la generación de terremotos frecuentes y actividad volcánica en las costas del Pacífico incluyendo Colombia, Ecuador, Perú, Bolivia y Chile. En el artículo de (Villegas-Lanza et al. (2016)) se detallan los grandes terremotos ocurridos a lo largo de la zona de subducción peruana en los segmentos centro y sur, como Lima-Callao de 1746 ($8.8M_W$) y el terremoto de Pisco de 2007 ($8.0M_W$) respectivamente.

Al estar en una área con alta frecuencia sísmica, lo que genera un peligro continuo de desastres naturales que impactan notablemente a su población, infraestructura y economía. De acuerdo con información del Instituto Nacional de Defensa Civil, más del 70 % de los peruanos reside en regiones sumamente susceptibles a sismos. En estas circunstancias, la creación de herramientas científicas que permitan anticipar estos eventos se establece como una prioridad para la nación.

El pronóstico de sismos, a diferencia de la predicción determinista, se fundamenta en modelos estadísticos que analizan la probabilidad de que ocurran eventos futuros basándose en patrones históricos y en estructuras geológicas conocidas. Este enfoque capacita a los responsables de la toma de decisiones para desarrollar planes de contingencia, fortalecer infraestructuras vitales y elaborar políticas de desarrollo urbano más resistentes. La implementación del modelo ETAS en Perú brinda la oportunidad de crear mapas de riesgo que sean dinámicos y adaptables, constituyendo un progreso notable en comparación con los métodos convencionales.

Asimismo, la adopción de modelos como ETAS fomenta la integración de áreas como estadística, informática y geofísica, promoviendo un enfoque interdisciplinario en la administración del riesgo de desastres. Esto ayuda a mejorar las habilidades técnicas en entidades como el IGP, el CENEPRED y el INDECI, realzando la importancia de la ciencia en el desarrollo de políticas públicas.

Previo a la implementación del modelo ETAS, se han propuesto distintos métodos para representar la aparición de sismos y sus réplicas. Entre estos métodos se encuentran los modelos de Poisson homogéneo, que son populares por su sencillez matemática, aunque son deficientes al no poder reflejar la agrupación temporal de los eventos sísmicos. Luego se presentaron modelos de renovación y modelos de tiempo variable como el proceso de Cox, que añaden un elemento aleatorio a la tasa de ocurrencia, pero que todavía tienen limitaciones al no incluir adecuadamente la interacción entre diferentes eventos.

Más recientemente, se han analizado modelos que utilizan redes neuronales profundas, aprendizaje supervisado e enfoques híbridos con metodologías bayesia-

nas. A pesar de que estas técnicas tienen el potencial de identificar patrones complejos, su implementación sigue siendo restringida por la falta de datos etiquetados y la dificultad de interpretar los resultados. Por otro lado, el modelo ETAS se muestra como un equilibrio entre complejidad estadística y aplicabilidad práctica, proporcionando una representación que es comprensible y ha sido validada empíricamente respecto a la actividad sísmica.

Por lo tanto, esta investigación tiene como objetivo no solo aplicar el modelo ETAS en el ámbito nacional, sino también enriquecer el debate metodológico sobre la viabilidad de los modelos estocásticos en regiones geológicas específicas, tales como la Placa de Nazca.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

La comprensión de terremotos sigue siendo un desafío primario de la sismología; estas traen importantes implicaciones sociales y económicas. A pesar de décadas de investigación, aún no es posible determinar con exactitud cuándo, dónde y con qué intensidad ocurrirá un sismo. Esto se debe a la naturaleza compleja de los fenómenos sísmicos y a la interacción de múltiples factores geológicos, físicos u otros que lo preceden; lo cual se realiza el StatSei (The International Statistical Seismology conference) evento bienal que reúne a investigadores y expertos en el campo de la sismología estadística, esta investigación se apoya en varios de los artículos propuestos donde se abordará principalmente la posibilidad de su pronóstico mediante modelos estadísticos que simulan la sismicidad, acercándonos a la posición de (Geller (1997)) "¿Es posible la predicción?".

Posterior al evento sísmico surgen las réplicas, también conocidas como aftershocks, ocurren después de un terremoto principal y pueden tener una magnitud menor, pero aún representan un riesgo significativo para la población y las infraestructuras afectadas (Darzi, Halldorsson, Hrafnkelsson, y Vogfjörð (2022)) las cuales pueden permanecer en pie frente al terremoto principal pero la llegada de oleadas de réplicas consecutivas sobrepasan el límite de estrés de la infraestructura haciendo que colapse sin previo aviso es por eso que el estudio de los modelos predictivos es indispensable para la sociedad, y su precisión conlleva al dilema de ¿alarmar? ¿O no alarmar? Advertir de un terremoto que no ocurre también conlleva un costo: no solo el costo civil y económico. Entidades públicas como el IGP realizan investigaciones científicas con finalidad de la prevención, reducción de riesgos de desastres orientando al Estado promover políticas para proteger la vida de la población. Por otro lado en (Mignan y Woessner (2012)) y (Gulia, Wiemer, y Wyss (2012)) ambos autores proponen la importancia de la completitud y consistencia de los datos para el análisis de sismicidad pero factores no controlables como la calibración instrumental, el ruido externo disminuyen la calidad de estos por eso la realización de

simulaciones pueden ayudar a mejorarlos; también, en la revisión de literatura no se encontró la implementación del modelo en la región de la placa de Nazca por consiguiente esta investigación intenta replicar un modelo descriptivo propuesto por (Ogata (2017)) para comparar la sismicidad de la región y los estudios anteriores.

1.3 OBJETIVOS DEL ESTUDIO

1.3.1 Objetivo General

Desarrollar y replicar el modelo ETAS (Epidemic-Type Aftershock Sequence) para simular réplicas sísmicas seleccionando como región la costa del Pacífico.

1.3.2 Objetivos Específicos

- **Revisión Teórica y Metodológica:** Realizar una revisión exhaustiva de la literatura sobre modelos temporales y de procesos espacio-puntuales aplicados a sismología, con énfasis en el modelo ETAS. Describir los fundamentos teóricos del modelo ETAS y sus variantes, incluyendo la formulación matemática y los supuestos subyacentes.
- **Implementación del Modelo ETAS:** Desarrollar una implementación computacional del modelo ETAS utilizando técnicas paramétricas para la estimación de parámetros. Validar la implementación mediante simulaciones y comparación con datos históricos de secuencias de réplicas.
- **Aplicación a Datos Reales:** Aplicar el modelo ETAS a un conjunto de datos reales de secuencias de réplicas sísmicas de una región específica. Analizar la precisión del modelo en la predicción de la ocurrencia de réplicas en términos de tiempo y ubicación.
- **Evaluación y Comparación:** Evaluar la capacidad predictiva del modelo ETAS comparando sus resultados con otros modelos existentes. Identificar las fortalezas y limitaciones del modelo ETAS en diferentes escenarios de actividad sísmica.

1.4 HIPÓTESIS DEL ESTUDIO

1.4.1 Hipótesis General

Se analizará si el modelo ETAS proporcionará simulaciones de réplicas sísmicas coherentes con los datos históricos en la región de la costa del Pacífico, permitiendo una mejor identificación de focos de riesgo. También si la inclusión de datos de sismicidad simulada mejorará la calidad y la completitud de los datos utilizados

en el análisis de sismicidad, superando las limitaciones impuestas por factores no controlables.

1.4.2 Hipótesis Específicas

- Hipótesis Específica 1.
- Hipótesis Específica 2.
- Hipótesis Específica 3.

1.5 METODOLOGÍA

La metodología seguida para el desarrollo de la presente tesis es la siguiente:

- Paso 1.
- Paso 2.
- Paso 3.
- Paso 4.

CAPÍTULO II: FUNDAMENTO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

La pregunta es como se podrá desarrollar un modelo capaz de simular fenómenos tan caóticos como los sismos, gracias a su naturaleza estocástica se puede empezar planteando desde un modelo simple como poisson o de renovación pasando a modelos agrupados, a base de la fórmula empírica de Omori-Utsu nos conduce al modelo ETAS temporal propuesto por (Ogata (1988)) sin considerar el espacio todos estos son detallados por (Zhuang, Werner, Zhou, Hainzl, y Harte (2012)). A base de este se plantean variantes incluyendo el espacio transformándolos en modelos espacio-temporales todos detallados en (Zhuang et al. (2011)) se detallará la forma de ellas en la siguiente sección.

Este modelo ha sido ampliamente aplicado en varios estudios como: análisis de sismicidad sur de California donde (Console, Jackson, y Kagan (2010)) usa el modelo para desagrupar réplicas; (Omi, Ogata, Hirata, y Aihara (2014)) plantea la estimación de parámetros incluso con la incompletitud de datos; (Lombardi y Marzocchi (2010)) describe la sismicidad en la región de Italia; (Darzi et al. (2022)) propone la estimación de parámetros de forma bayesiana analizando la sismicidad de Olufus Islandia; (Iafmejani y Shabani (2022)) aplica en la región de Kermanshah Irán; (Nishikawa y Nishimura (2023)) incluyo al modelo el efecto de eventos de deslizamiento de la placa SSE; (Mizrahi, Nandan, y Wiemer (2021)) propone método para estimar parámetros frente a la incompletitud de datos.

2.1 PRIMER TEMA

2.1.1 Procesos Puntuales

Los procesos puntuales constituyen modelos matemáticos esenciales en la probabilidad y la estadística espacial. Se utilizan para representar la aparición aleatoria de eventos en el tiempo, en el espacio, o en ambas dimensiones simultáneamente. Estos eventos son vistos como “puntos” que se producen de manera aleatoria dentro de un área específica, que puede ser una línea temporal, un área geográfica, o incluso un marco de espacio-tiempo. La relevancia de estos procesos radica en su habilidad para representar fenómenos en campos tan variados como la física, la biología, la ingeniería, la economía y, de manera destacada, la estadística aplicada a datos tanto espaciales como temporales.

Para iniciar nuestro entendimiento de esta teoría, examinamos el caso más sencillo: el proceso puntual en una dimensión temporal. Este es conocido como proceso puntual temporal, y uno de los modelos más investigados y aplicados es el de Poisson. Este modelo, también considerado como proceso de conteo, se define por el conteo de eventos que suceden hasta un momento específico t , que se representa

como $(N(t))$. El proceso de Poisson tiene tres propiedades clave.

- Incrementos independientes: las cantidades de eventos que suceden en períodos de tiempo no conectados son autónomas unas de otras.
- Incrementos estacionarios: la posibilidad de que un determinado número de eventos suceda en un período depende únicamente de la duración de ese período, sin importar el instante específico en que sucede.
- Distribución exponencial entre eventos: los intervalos de tiempo entre llegadas sucesivas cumplen con una distribución exponencial con parámetro λ , lo que sugiere que los eventos ocurren de manera aleatoria en el tiempo, manteniendo una tasa de aparición constante.

Cuando la frecuencia de ocurrencia λ es uniforme a través del tiempo, se clasifica como un proceso homogéneo o estacionario. No obstante, en numerosas situaciones del mundo real, la tasa de ocurrencia puede fluctuar temporalmente, lo que resulta en un proceso de Poisson que no es homogéneo o estacionario, donde $\lambda(t)$ se convierte en una función del tiempo. Este tipo de procesos es útil para modelar situaciones en las que la probabilidad de que ocurran eventos varía con el paso del tiempo, como la llegada de clientes a un negocio en diferentes horas del día, la frecuencia de terremotos en un periodo específico o la tasa de fallos en un sistema.

El concepto de procesos puntuales no se restringe únicamente al tiempo; también se puede extender al ámbito espacial. En vez de enfocarse en un momento específico t se analiza un área del espacio $A \subset S$ donde S es el espacio total bajo análisis (por ejemplo, un plano, una superficie geográfica, o incluso un volumen tridimensional). En este contexto, $N(A)$ indica cuántos eventos se han registrado dentro del área A . Así, el proceso puntual espacial describe cómo ocurren los eventos en el espacio, como la distribución de árboles en un bosque, el surgimiento de enfermedades en una población dispersa geográficamente, o la posición de estrellas en una sección del firmamento. En el ámbito espacial, una función fundamental del proceso es la función de intensidad $\lambda(s)$ donde $s \in S$. Esta función expresa la frecuencia esperada de eventos por unidad de área (o volumen) en el punto s . Para una área determinada A , se puede determinar la media esperada de eventos en esa área de la siguiente manera:

$$\mu(A) = \int_A \lambda(s) ds$$

Este valor refleja la probabilidad de ocurrencias en A , y si la función $\lambda(s)$ permanece constante a lo largo del espacio, el fenómeno es espacialmente uniforme, similar al proceso de Poisson que es uniforme en el tiempo. Por el contrario, si $\lambda(s)$ fluctúa

según la ubicación, se trata de un proceso espacial no uniforme, capaz de reflejar cambios en la densidad de ocurrencias a través del espacio.

Es importante mencionar que $\lambda(s)$ puede ser tanto determinista como estocástico. En numerosos modelos sofisticados, la intensidad se representa como variable aleatoria espacial $\Lambda(S)$, lo que origina lo que se denomina un proceso Cox o un proceso de Poisson mixto. En estos tipos de procesos, la propia intensidad enfrenta incertidumbre, permitiendo representar fenómenos más elaborados, donde no solo la localización de las ocurrencias es aleatoria, sino también la estructura subyacente que rige su aparición. Por ejemplo, en el ámbito de la epidemiología, se puede asumir que el nivel de riesgo de infección no es completamente claro, sino que se distribuye aleatoriamente en el espacio en función de elementos socioambientales.

Una característica fundamental de los procesos puntuales es su habilidad para integrar información contextual a través de covariables espaciales o temporales, lo que permite modelar la intensidad $\lambda(s)$ como una función de variables explicativas. Esta estructura es frecuentemente utilizada en modelos log-lineales como los de la forma:

$$\lambda(s) = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1(s) + \dots + \beta_p x_p(s))$$

donde $x_1(s), x_2(s), \dots, x_p(s)$ representan las variables observadas en el punto s , y los parámetros β_i muestran la conexión entre estas variables y la intensidad de los eventos. Estos enfoques son comúnmente utilizados en campos como geociencias, criminología y evaluación ambiental.

En conclusión, los procesos puntuales son fundamentales para estudiar fenómenos donde los eventos suceden en ubicaciones y/o tiempos aleatorios. Desde contar simples llegadas dentro de un rango de tiempo hasta la modelación avanzada de patrones espaciales con intensidad estocástica, estos procesos facilitan el desarrollo de análisis precisos y predictivos basados en probabilidades. El proceso de Poisson, ya sea homogéneo o no homogéneo, sirve como base para muchas de estas aplicaciones, y su extensión a contextos espaciales y espacio-temporales permite una amplia gama de estudios estadísticos aplicados.

2.2 SEGUNDO TEMA

2.2.1 Proceso de Hawkes

Para entender el proceso de Hawkes, según lo descrito por (Kowshik.C (2020)), es importante considerar cómo en muchos fenómenos reales, la ocurrencia de un evento no es independiente de eventos pasados. En otras palabras, ciertos eventos tienen la capacidad de influir en la probabilidad de ocurrencia de eventos futuros. Esta idea da lugar a la clasificación de procesos puntuales en autoexcitados, inhi-

bidos e independientes.

Un proceso autoexcitado es aquel en el que la ocurrencia de un evento incrementa la probabilidad de que ocurran más eventos similares en el futuro cercano. Un ejemplo común es el comportamiento del mercado financiero: una venta masiva de acciones puede desencadenar un efecto dominó, donde otros inversores, al percibir una posible crisis, también deciden vender sus activos. Este fenómeno se conoce como ventas por pánico y puede generar una cascada de eventos de venta en un corto periodo de tiempo.

En contraposición, existen los procesos inhibidos, en los cuales la ocurrencia de un evento reduce la probabilidad de eventos futuros. Un ejemplo claro se observa en fenómenos ecológicos como los incendios forestales. Después de un gran incendio, la masa combustible (vegetación) ha sido consumida, lo que disminuye significativamente la posibilidad de un nuevo incendio en la misma región durante un tiempo considerable. Así, el evento inicial tiene un efecto inhibitorio sobre la ocurrencia futura.

Finalmente, tenemos los procesos independientes, donde la ocurrencia de un evento no influye en la ocurrencia de otros. Este es el caso del proceso de Poisson homogéneo, en el cual los eventos se distribuyen en el tiempo (o espacio) de forma completamente aleatoria y con una tasa constante. Estos procesos representan una base teórica importante, pero a menudo son demasiado simplistas para modelar fenómenos del mundo real donde la dependencia temporal es clave.

Para modelar estos diferentes comportamientos, se introduce el concepto de función de intensidad condicional, denotada por $\lambda^*(t)$. Esta función representa la tasa instantánea de ocurrencia de eventos en un instant t , dado todo el historial previo del proceso hasta ese momento, denotado como $H(t)$. Formalmente, se define como:

$$\lambda^*(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{E[N(t + \Delta t) - N(t) | H(t)]}{\Delta t} \quad (2.1)$$

esta está condicionada a la historia previa $H(t)$. El proceso de Hawkes es una variante de procesos puntuales autoexcitados planteado por Alan G. Hawkes. Utilizados para modelar eventos que están agrupados temporalmente como "terremotos" y "ventas de acciones por pánico". Definamos la función de intensidad condicional de Hawkes. Sea $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k$ la secuencia de tiempos de llegada del proceso puntual hasta el tiempo t , la intensidad condicional de Hawkes es:

$$\lambda^*(t) = \mu(t) + \sum_{t_i < t} \phi(t - t_i) \quad (2.2)$$

La constante μ se denomina intensidad de fondo y ϕ se denomina función de excitación. Si ϕ es igual a cero, este proceso puntual autoexcitado se reduce a un simple proceso de Poisson estacionario. Existen múltiples funciones de excitación según el diseño del modelo, la más común es el decaimiento exponencial.

$$\phi(t) = \alpha e^{-\beta t}$$

Los parámetros α y β son constantes. Donde α es encargado de incrementar la intensidad luego de la llegada de un evento y con el tiempo esta decae con β .

Para comprender la función de intensidad condicional, simulemos un proceso de puntos de Hawkes simple donde θ es el vector de parámetros λ , α y β . En la figura 2.2 se observan cuatro gráficos de intensidad condicional frente al tiempo. Comenzamos con $\theta = 0.1, 0.1, 0.1$ si incrementamos la intensidad λ a 0.5 en el segundo gráfico vemos que la intensidad de fondo se mantuvo por encima de 0.5. Para comprender el impacto de α , β . Aumentemos α a 0.5. En el tercer gráfico vemos que el número de eventos aumentó, porque en cada ocurrencia de un evento aumenta la intensidad de llegada del siguiente evento en α . Si aumentemos β a 0.5. En el cuarto gráfico se pueden ver decaimientos constantes.

El proceso de Hawkes ha encontrado una gran variedad de aplicaciones prácticas. En finanzas, se usa para modelar la dinámica de transacciones en los mercados, especialmente en contextos de alta frecuencia, donde las operaciones se agrupan en intervalos cortos de tiempo. También se ha empleado para estudiar eventos extremos como caídas del mercado provocadas por el contagio del miedo o la especulación.

En sismología, el modelo ha sido útil para describir réplicas de terremotos. Un sismo principal puede aumentar temporalmente la probabilidad de sismos menores en la misma región, fenómeno conocido como "aftershocks", cuya intensidad decae con el tiempo de manera similar a la función de excitación.

En el ámbito de las redes sociales, se ha utilizado para modelar la difusión de información o noticias virales, donde una publicación puede desencadenar reacciones sucesivas (comentarios, compartidos, likes), formando picos de actividad.

También en epidemiología, los modelos de Hawkes permiten estudiar la propagación de enfermedades contagiosas, donde un individuo infectado puede generar nuevos contagios cuya probabilidad disminuye conforme pasa el tiempo desde la infección inicial.

Extensiones del modelo El modelo original de Hawkes ha sido ampliado en diversas direcciones. Por ejemplo:

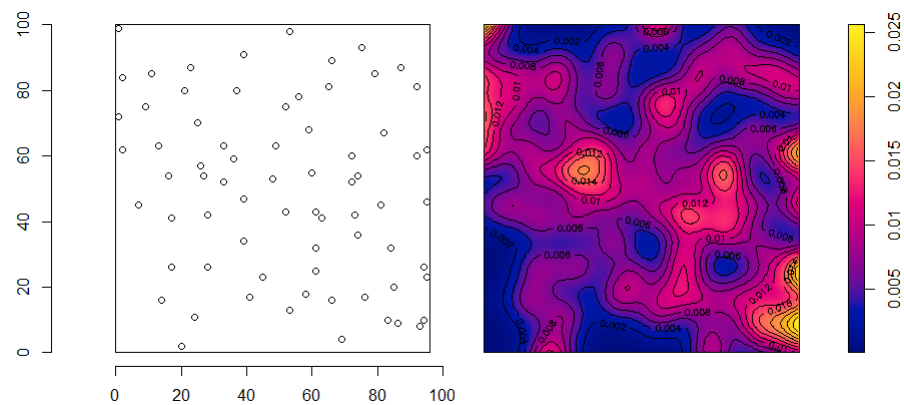


FIGURA N° 2.1: Observamos la distribución de la función de intensidad $\Lambda(S)$ (derecha) del proceso puntual. Gráfico generado mediante spatstat de R

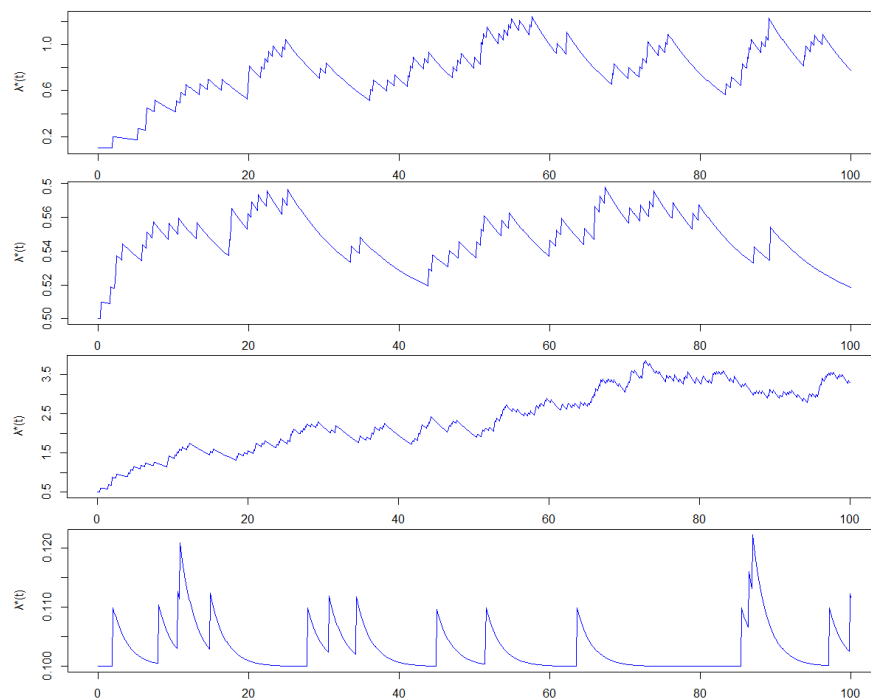


FIGURA N° 2.2: Simulación del proceso de Hawkes con distintos valores de parámetros λ , α y β en R

- En los procesos de Hawkes multivariados, se consideran múltiples tipos de eventos que pueden autoexcitarse entre sí o cruzadamente. Por ejemplo, en un mercado financiero, una venta en un activo puede aumentar la probabilidad de venta en otro.
- Los procesos espacio-temporales de Hawkes incorporan coordenadas geográficas además del tiempo, siendo aplicables en criminología, vigilancia epidemiológica y propagación de incendios.
- También existen modelos no paramétricos, donde la función de excitación se estima directamente de los datos sin asumir una forma funcional específica, lo que aumenta la flexibilidad del modelo.

2.3 TERCER TEMA

2.3.1 Distribución de Réplicas

En todos los catálogos de hipocentros sísmicos incluyen la cinco parámetros principales las cuales son tiempo de ocurrencia, longitud y latitud del epicentro, profundidad focal y magnitud; en nuestro estudio se analiza la actividad sísmica en relación de cuatro dimensiones (t_n, x_n, y_n, M_n) , $n = 1, 2, \dots, N$, ignorando la profundidad debido a la baja precisión en comparación con las otras coordenadas.

La probabilidad de que ocurra un terremoto en un tiempo t , una ubicación (x, y) de magnitud M , condicionado a los eventos ocurridos en el pasado $H_t = \{(t_i, x_i, y_i, M_i); t_i < t\}$ se representa en la siguiente ecuación:

$$\frac{P(\text{evento en } [t, t + \Delta t] \times [x, x + \Delta x] \times [y, y + \Delta y] \times [M, M + \Delta M] | H_t)}{\Delta t \Delta x \Delta y \Delta M} \approx \lambda(t, x, y, M | H_t) \quad (2.3)$$

donde λ es función de intensidad condicional del proceso puntual que intentamos modelar que representa la probabilidad de que ocurra eventos de magnitudes ΔM en el intervalo de tiempo t y una región definida por Δxy . Las tasas y magnitudes de las réplicas siguen varias leyes empíricas bien establecidas; como la de Gutenberg-Richter donde $\lambda(M)$ es la intensidad de terremotos de magnitud menor o igual a M en una región en un período de tiempo con constantes a y $b = \beta$ que varían según la región de estudio.

$$\lambda(M) = 10^{a-bM} = Ae^{-\beta M} \quad (2.4)$$

También la ley de Omori (1894) y (Utsu, 1961) proponen el decaimiento de las

réplicas según el tiempo después del terremoto principal expresado como:

$$n(t) = \frac{k}{(c+t)^p} \quad (2.5)$$

teniendo como constantes k, c y p.

2.4 CUARTO TEMA

2.4.1 Modelo Espacio Temporal ETAS

El modelo ETAS es un proceso de puntos de ramificación (también conocidos como Hawkes o procesos de puntos autoexcitantes) la ocurrencia de un terremoto excita la actividad sísmica en curso, aumentando la probabilidad de ocurrencia de nuevos terremotos en el futuro cercano donde la sismicidad es el resultado de la suma de dos componentes: la sismicidad de fondo (eventos independientes) y la sismicidad desencadenada (eventos agrupados). Matemáticamente, esto conduce a la siguiente expresión para la intensidad sísmica condicional:

$$\lambda(t, x, y, M | H_t) = S(M) \left[\mu(x, y) + \sum_{i: t_i < t} k(M_i) g(t - t_i) f(x - x_i, y - y_i) \right] \quad (2.6)$$

donde

- H_t es la historia sísmica hasta el tiempo t;
- μ representa la tasa de sismicidad de fondo
- $S(M)$ función de magnitud G-R representado por la ley exponencial de Gutenberg-Richter
- $k(M) = Ae^{\alpha m}$ productividad directa de Utsu
- $g(t, M)$ se define como la función de excitación en el contexto de los procesos de Hawkes

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Console, R., Jackson, D. D., y Kagan, Y. Y. (2010, marzo). Using the etas model for catalog declustering and seismic background assessment. *Pure and Applied Geophysics*, 167(6–7), 819–830. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1007/s00024-010-0065-5> doi: 10.1007/s00024-010-0065-5
- Darzi, A., Halldorsson, B., Hrafnkelsson, B., y Vogfjörð, K. S. (2022, septiembre). Short-term bayesian etas spatiotemporal forecasting of the Ölfus 2008 earthquake sequence in iceland. *Tectonophysics*, 839, 229522. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.tecto.2022.229522> doi: 10.1016/j.tecto.2022.229522
- Freund, F. T., Kulahci, I. G., Cyr, G., Ling, J., Winnick, M., Tregloan-Reed, J., y Freund, M. M. (2009, diciembre). Air ionization at rock surfaces and pre-earthquake signals. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 71(17–18), 1824–1834. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/J.JASTP.2009.07.013> doi: 10.1016/j.jastp.2009.07.013
- Geller, R. J. (1997, diciembre). Earthquake prediction: a critical review. *Geophysical Journal International*, 131(3), 425–450. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.1997.tb06588.x> doi: 10.1111/j.1365-246x.1997.tb06588.x
- Gulia, L., Wiemer, S., y Wyss, M. (2012). Catalog artifacts and quality control. Descargado de http://www.corssa.org/export/sites/corssa/.galleries/articles-pdf/gulia_et_al.pdf doi: 10.5078/CORSSA-93722864
- Ismail-Zadeh, A. T. (2013). Earthquake prediction and forecasting. En *Encyclopedia of earth sciences series* (p. 225–231). Springer Netherlands. Descargado de http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-4399-4_106 doi: 10.1007/978-1-4020-4399-4_106
- Kossobokov, V., y Shebalin, P. (2003). Earthquake prediction. En *Nonlinear dynamics of the lithosphere and earthquake prediction* (p. 141–207). Springer Berlin Heidelberg. Descargado de http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-05298-3_4 doi: 10.1007/978-3-662-05298-3_4
- Kowshik.C. (2020). *Understanding point processes*. Descargado de <https://kowshikchilamkurthy.medium.com/understanding-point-processes-6e3d2f6c5480>
- lafmejani, d. k., y Shabani, E. (2022, septiembre). Modeling earthquake data using etas model to forecast aftershock subsequences applying different param-

- terizations in kermanshah region, iran. Descargado de <http://dx.doi.org/10.21203/rs.3.rs-1996634/v1> doi: 10.21203/rs.3.rs-1996634/v1
- Lindsey, N. J., y Martin, E. R. (2021). Fiber-optic seismology. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 49(Volume 49, 2021), 309-336. Descargado de <https://www.annualreviews.org/content/journals/10.1146/annurev-earth-072420-065213> doi: <https://doi.org/10.1146/annurev-earth-072420-065213>
- Lombardi, A. M., y Marzocchi, W. (2010, noviembre). The etas model for daily forecasting of italian seismicity in the csep experiment. *Annals of Geophysics*, 53(3). Descargado de <http://dx.doi.org/10.4401/ag-4848> doi: 10.4401/ag-4848
- Mignan, A., y Woessner, J. (2012). Estimating the magnitude of completeness for earthquake catalogs. Descargado de <http://www.corssa.org/export/sites/corssa/.galleries/articles-pdf/Mignan-Woessner-2012-CORSSA-Magnitude-of-completeness.pdf> doi: 10.5078/CORSSA-00180805
- Mizrahi, L., Nandan, S., y Wiemer, S. (2021, diciembre). Embracing data incompleteness for better earthquake forecasting. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 126(12). Descargado de <http://dx.doi.org/10.1029/2021JB022379> doi: 10.1029/2021jb022379
- Nishikawa, T., y Nishimura, T. (2023, mayo). Development of an epidemic-type aftershock-sequence model explicitly incorporating the seismicity-triggering effects of slow slip events. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 128(5). Descargado de <http://dx.doi.org/10.1029/2023JB026457> doi: 10.1029/2023jb026457
- Ogata, Y. (1988, marzo). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes. *Journal of the American Statistical Association*, 83(401), 9–27. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1080/01621459.1988.10478560> doi: 10.1080/01621459.1988.10478560
- Ogata, Y. (2017, agosto). Statistics of earthquake activity: Models and methods for earthquake predictability studies. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 45(1), 497–527. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-earth-063016-015918> doi: 10.1146/annurev-earth-063016-015918
- Omi, T., Ogata, Y., Hirata, Y., y Aihara, K. (2014, febrero). Estimating the etas model from an early aftershock sequence. *Geophysical Research Letters*, 41(3), 850–857. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1002/2013GL058958> doi: 10.1002/2013gl058958

- Omori, F. (1894). On the after-shocks of earthquakes. *The journal of the College of Science, Imperial University, Japan* = 日本科学雑誌, 7, 111–200. Descargado de <https://doi.org/10.15083/00037562> (application/pdf) doi: 10.15083/00037562
- Villegas-Lanza, J. C., Chlieh, M., Cavalié, O., Tavera, H., Baby, P., Chire-Chira, J., y Nocquet, J. (2016, octubre). Active tectonics of peru: Heterogeneous interseismic coupling along the nazca megathrust, rigid motion of the peruvian sliver, and subandean shortening accommodation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 121(10), 7371–7394. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1002/2016JB013080> doi: 10.1002/2016jb013080
- Woith, H., Petersen, G. M., Hainzl, S., y Dahm, T. (2018, abril). Review: Can animals predict earthquakes? *Bulletin of the Seismological Society of America*, 108(3A), 1031–1045. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1785/0120170313> doi: 10.1785/0120170313
- Zhuang, J., Werner, M. J., Zhou, S., Hainzl, S., y Harte, D. (2012). Basic models of seismicity: temporal models. Descargado de <http://www.corssa.org/export/sites/corssa/.galleries/articles-pdf/Zhuang-et-al-2012-CORSSA-Temporal-models.pdf> doi: 10.5078/CORSSA-79905851
- Zhuang, J., Werner, M. J., Zhou, S., Harte, D., y Hainzl, S. (2011). Basic models of seismicity: spatiotemporal models. Descargado de <http://www.corssa.org/export/sites/corssa/.galleries/articles-pdf/Zhuang-et-al-2011-CORSSA-Spatiotemporal-models.pdf> doi: 10.5078/CORSSA-07487583