



Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ingeniería Económica, Estadística y Ciencias Sociales
Escuela Profesional de Ingeniería Estadística

Implementación del Modelo ETAS para la Simulación de Réplicas en la placa de Nazca

Taller de Investigación Estadística

Docente: *Grados Paredes Daniel*

Lin Chiu Chen Yang



Figure 1. ¿Pueden los animales predecir los terremotos? (Woith et al., 2018), fotografía de (Trinity Kubassek., 2017) con licencia libre CC0.

Capítulo 1

Presentación

1. Introducción

- 1.1 Contexto
- 1.2 Problema de Investigación
- 1.3 Motivación
- 1.4 Objetivos
 - 1.4.1 Objetivos Generales
 - 1.4.2 Obejetivos Específicos
- 1.5 Hipótesis

1. Introducción

1.1 Contexto

1.2 Problema de Investigación

1.3 Motivación

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivos Generales

1.4.2 Obejetivos Específicos

1.5 Hipótesis

“ ¿ Es posible la
predicción de
terremotos ? ”

Geller, R. J. (1997).

1. Introducción

1.1 Contexto

1.2 Problema de Investigación

1.3 Motivación y Justificación

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivos Generales

1.4.2 Obejetivos Específicos

1.5 Hipótesis

- Por qué es importante
- Que limitaciones anteriores aborda
- Que contribución aporta
- En que consiste

Figure 2. Terremoto Siria Turquía febrero de 2023 de magnitud 7,8 M_w , para mayo del mismo año ha generado más de 30 000 réplicas , fotografía de (Ahmed akacha.,2023) con licencia libre.



1. Introducción

1.1 Contexto

1.2 Problema de Investigación

1.3 Motivación

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivos Generales

1.4.2 Obejetivos Específicos

1.5 Hipótesis

Objetivo General

Desarrollar y replicar el modelo ETAS (Epidemic-Type Aftershock Sequence) para simular réplicas sísmicas seleccionando como región la costa del Pacífico.

Objetivos Específicos

- Revisión Teórica y Metodológica
- Implementación del Modelo ETAS
- Aplicación a Datos Reales
- Evaluación y Comparación

Capítulo 2

Metodología

2. Literatura

- 2.1 Antecedentes
- 2.2 Marco Teórico

3. Metodología

- 3.1 Comprensión de Datos
- 3.2 Preparación de Datos
- 3.3 Ajuste del Modelo

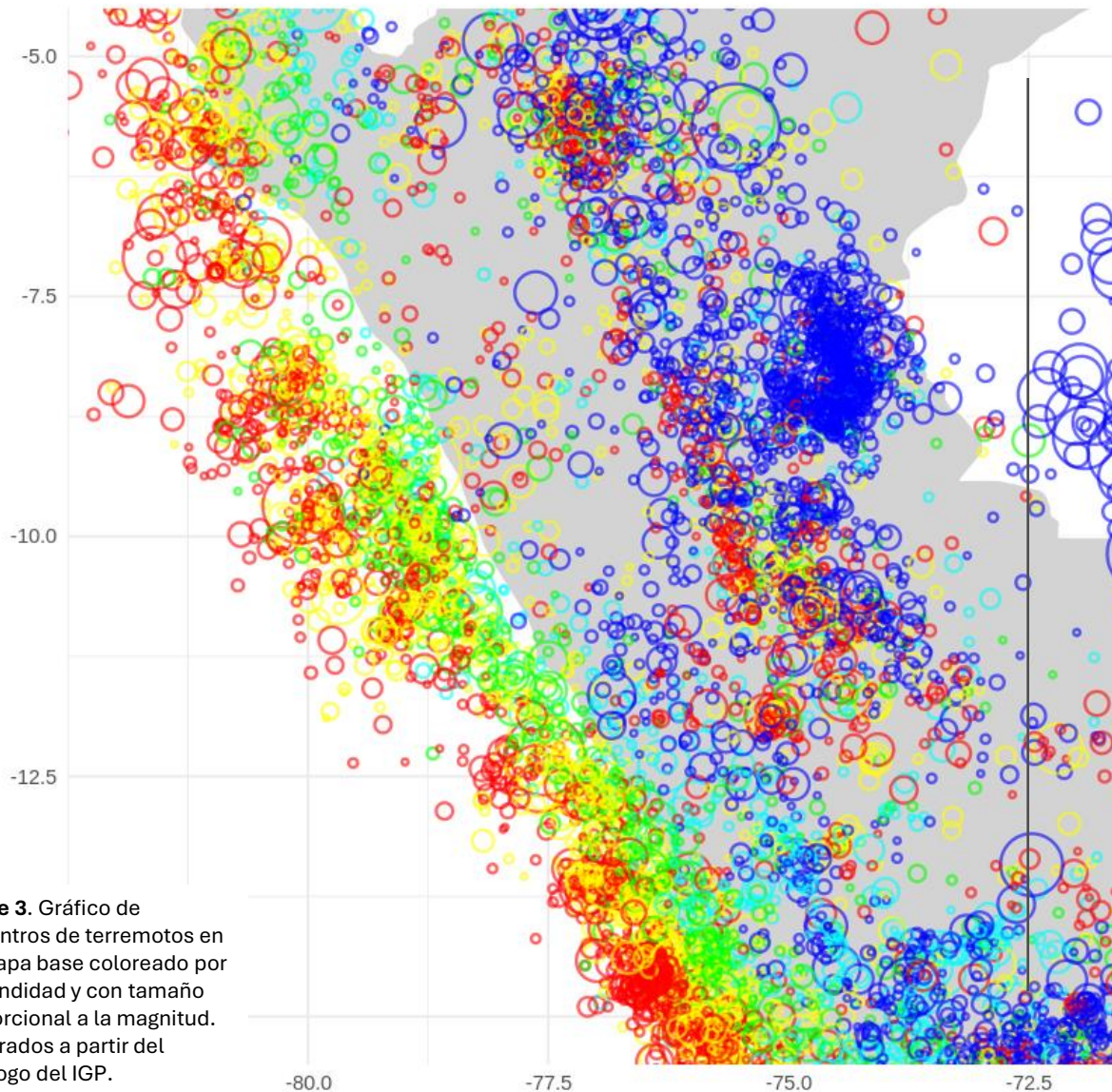


Figure 3. Gráfico de epicentros de terremotos en un mapa base coloreado por profundidad y con tamaño proporcional a la magnitud. Generados a partir del catálogo del IGP.

Poisson point processes

Es un proceso de conteo $\{N(t), t \geq 0\}$ donde $N(t) \sim \text{Poiss}(\lambda t)$ teniendo los tiempos de arribo distribuidos idénticamente $t_i - t_{i-1} \sim \text{Exp}(\lambda)$ siendo λ la tasa del proceso. Se puede ver una simulación en la Figura 4.

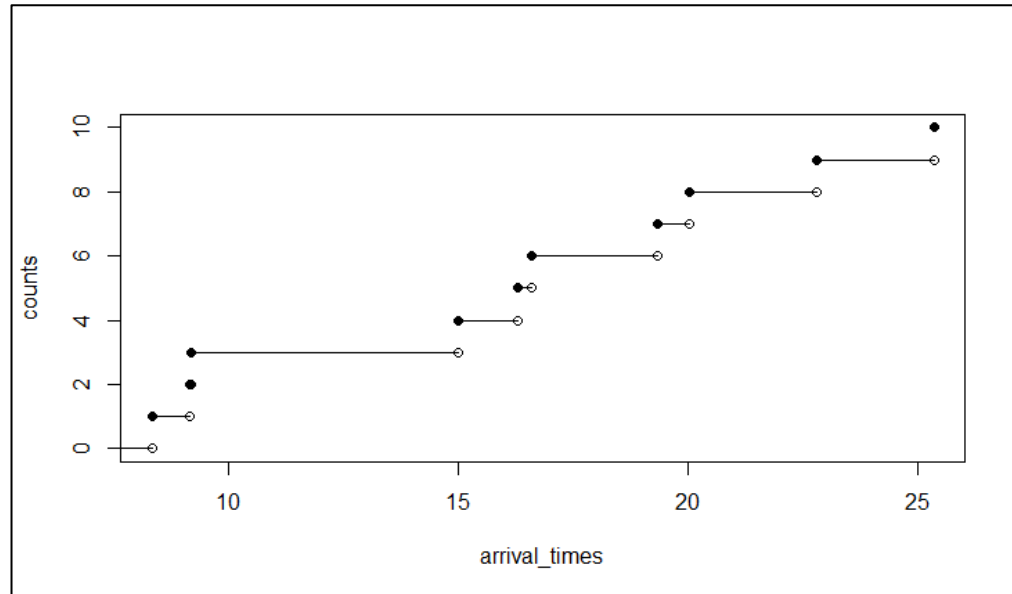


Figure 4. Representación gráfica de un proceso puntual Poisson generado mediante R.

Pasamos a dos dimensiones tiempo t por A región en el espacio S entonces $N(A)$ sería el número de eventos ocurridos en dicha región, el proceso puntual tendría como función de intensidad $\lambda(S)$.

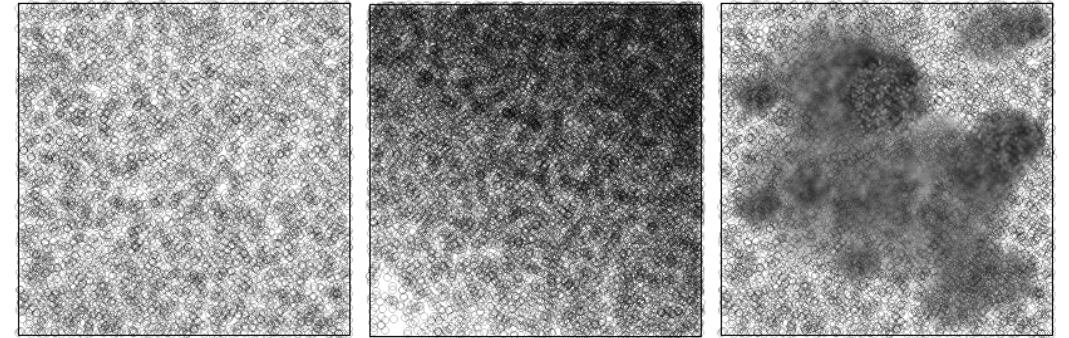


Figure 5. Representación gráfica de un proceso espacial puntual Poisson generado mediante R. La primera de $\lambda = 300$ es un proceso regular estacionario homogéneo el siguiente proceso no estacionario no-homogéneo de $\lambda(t) = 10 + 100x + 200y$ y la última un proceso agrupado de intensidad $\Lambda(t)$

intensidad condicional

$$\lambda^*(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{E[N(t + \Delta t) - N(t) | H(t)]}{\Delta t}$$

Hawkes processes

Un proceso de Hawkes univariado se define como un proceso puntual temporal autoexcitado cuya función de intensidad condicional se define como:

$$\lambda^*(t) = \mu(t) + \sum_{t_i < t} \phi(t - t_i)$$

La constante μ es intensidad de fondo y ϕ función de excitación. Existen múltiples funciones de excitación según el diseño del modelo, la más común es el decaimiento exponencial.

$$\phi(t) = \alpha e^{-\beta t}$$

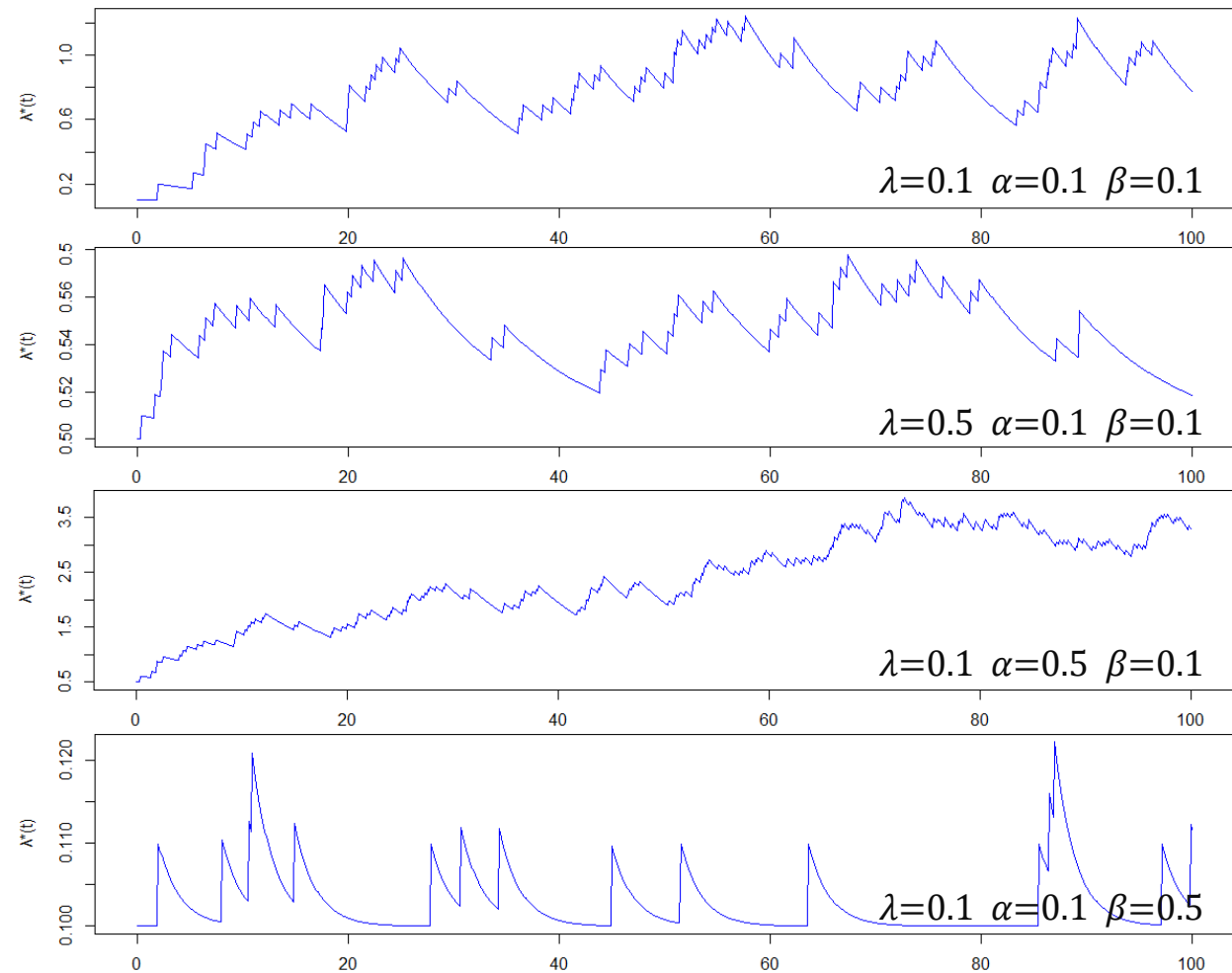


Figure 6. Representación gráfica de un proceso Hawkes generado mediante R.

Distribución de Réplicas

Ley de Gutenberg-Richter

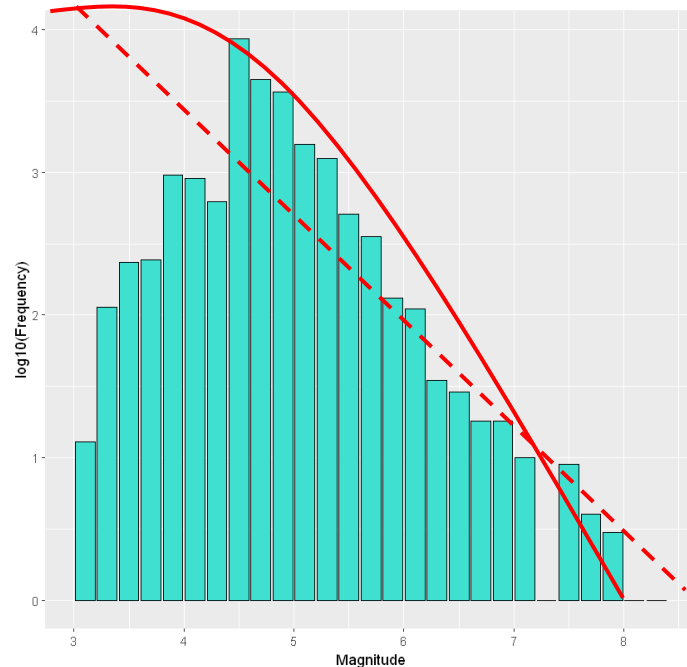


Figure 7. Histograma logaritmico de magnitudes del catálogo de IGP.

$$N = 10^{a-bM}$$

Ley de Omori-Utsu

También la ley de Omori, 1894 y (Utsu, 1961) proponen el decaimiento de las réplicas según el tiempo después del terremoto principal expresado como:

$$n(t) = \frac{k}{(c + t)^p}$$

teniendo como constantes k , c y p donde varían según la región donde se estudia.

Epidemic-Type Aftershock Sequence ETAS model

$$s(m) = \beta e^{-\beta(m-m_0)}$$

$$\kappa(m) = Ae^{\alpha(m-m_0)}$$

$$g(t) = \frac{p-1}{c} \left(1 + \frac{t}{c}\right)^{-p}$$

modelo temporal

$$\lambda(t, m) = s(m) \left[\mu + \sum_{i: t_i < t} \kappa(m_i) g(t - t_i) \right]$$

$$f(x, y|m) = \frac{1}{\pi\sigma(m)} f\left(\frac{x^2 + y^2}{\sigma(m)}\right)$$

modelo espacio-temporal

$$\lambda(t, x, y, m) = s(m) \left[\mu(x, y) + \sum_{\{k: t_k < t\}} \kappa(m_k) g(t - t_k) f(x - x_k, y - y_k; m_k) \right]$$

Model 1 [*Rathbun 1993; Console et al. 2003*]

$$f(x, y; m) = \frac{1}{2\pi D^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2D^2}}$$

Model 2 [*Ogata 1998; Zhuang et al. 2002*]

$$f(x, y; m) = \frac{1}{2\pi D^2 e^{\alpha(m-m_0)}} e^{-\frac{x^2+y^2}{2D^2 e^{\alpha(m-m_0)}}}$$

Model 3 [*Ogata 1998; Console et al. 2003*]

$$f(x, y; m) = \frac{q-1}{\pi D^2} \left(1 + \frac{x^2+y^2}{D^2}\right)^{-q}$$

Model 4 [*Ogata 1998; Zhuang et al. 2002, 2004*]

$$f(x, y; m) = \frac{q-1}{\pi D^2 e^{\alpha(m-m_0)}} \left(1 + \frac{x^2+y^2}{D^2 e^{\alpha(m-m_0)}}\right)^{-q}$$

Model 5 [*Zhuang et al. 2005; Ogata and Zhuang 2006*]

$$f(x, y; m) = \frac{q-1}{\pi D^2 e^{\gamma(m-m_0)}} \left(1 + \frac{x^2+y^2}{D^2 e^{\gamma(m-m_0)}}\right)^{-q}$$

Estimación de Parámetros MLE

Los parámetros a estimar son μ, K, α, c, p donde K, α son constantes de la ley de productividad de las réplicas de Utsu y c y p son constantes de la ley de Omori-Utsu modificada. Los cinco parámetros se pueden estimar mediante el método de estimación de máxima verosimilitud (MLE) la probabilidad logarítmica se puede expresar de la siguiente manera:

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^N \log \lambda(t_i, \theta) - \int_0^T \lambda(t, \theta) dt$$

donde θ es el conjunto de parámetros a estimar y $[0, T]$ es el intervalo de tiempo para el cual se deben estimar los parámetros. Encontrar el máximo de una función es un problema de optimización típico, que en la mayoría de los casos debe resolverse numéricamente por métodos Quasi-Newton.

Comprensión de Datos

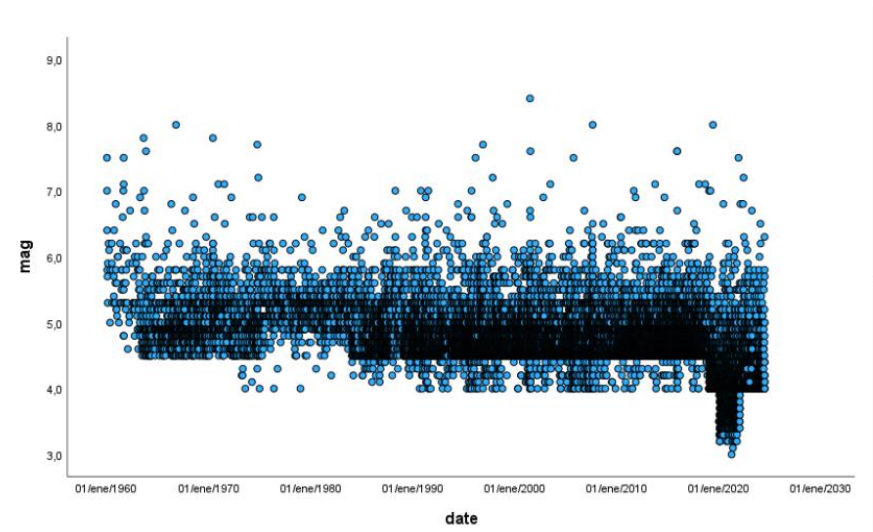


Figure 8. Diagrama de dispersión de magnitudes de eventos con el tiempo.

Table 1. Ejemplo de un catálogo de terremotos

Event	Date	Time	Longitude	Latitude	Depth	Magnitude
1	1998-01-06	15:39:31.00	-75.82	-14.15	49	4.20
2	1998-01-06	20:01:50.90	-70.34	-18.10	188	4.80
3	1998-01-10	17:02:56.00	-80.28	-4.19	36	5.10
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
100	1998-07-25	08:57:26.90	-69.14	-16.83	67	4.90
101	1998-07-29	13:34:14.00	-74.65	-14.98	96	4.70

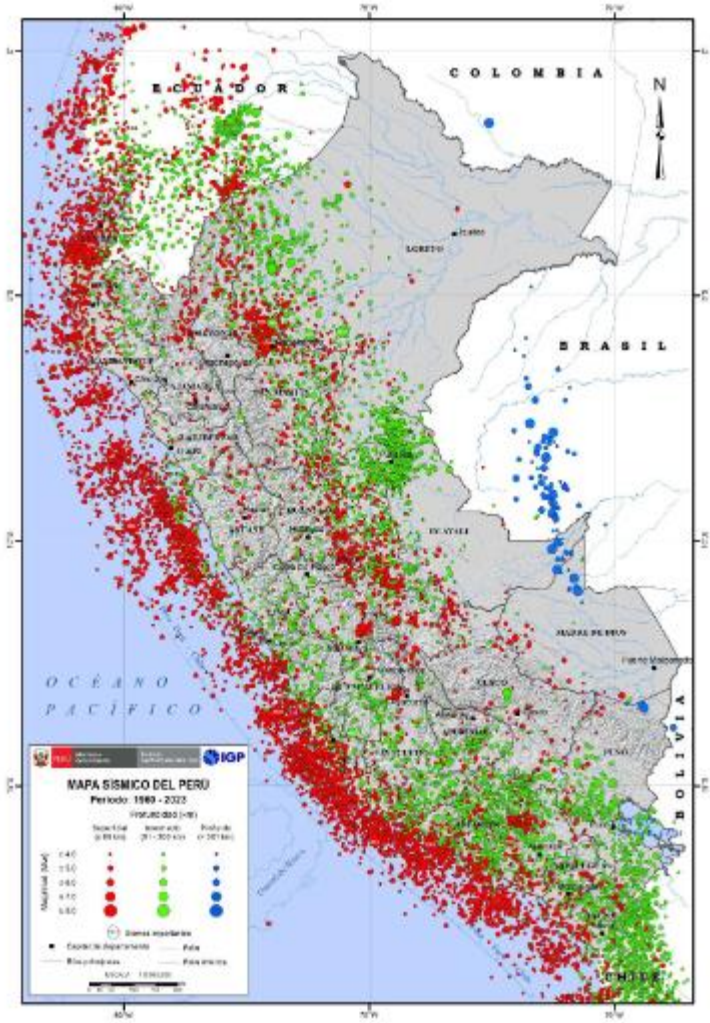


Figure 9. Mapa Sísmico del Perú 1960 - 2023 CENSIS,2023,

Ajuste del Modelo

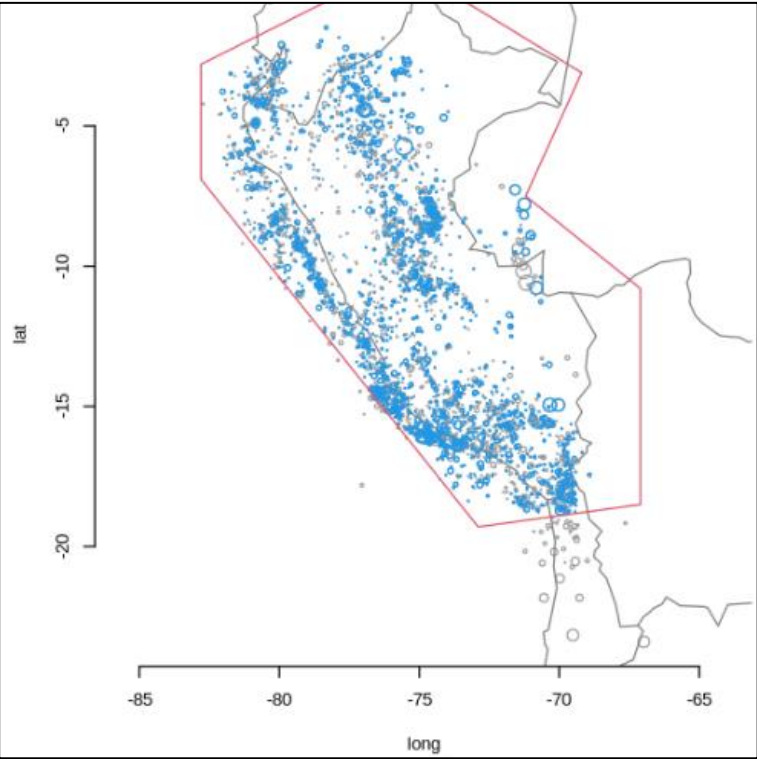


Figure 10. Poligono de estudio para nuestro modelo ETAS,

point	longitude	latitude
1	-82.8	-2.8
2	-82.8	-6.9
3	-72.9	-19.3
4	-67.1	-18.5
5	-67.1	-10.8
6	-71.2	-7.5
7	-69.2	-3.1
8	-75.6	0.8

Table 2. Coordenadas de los puntos

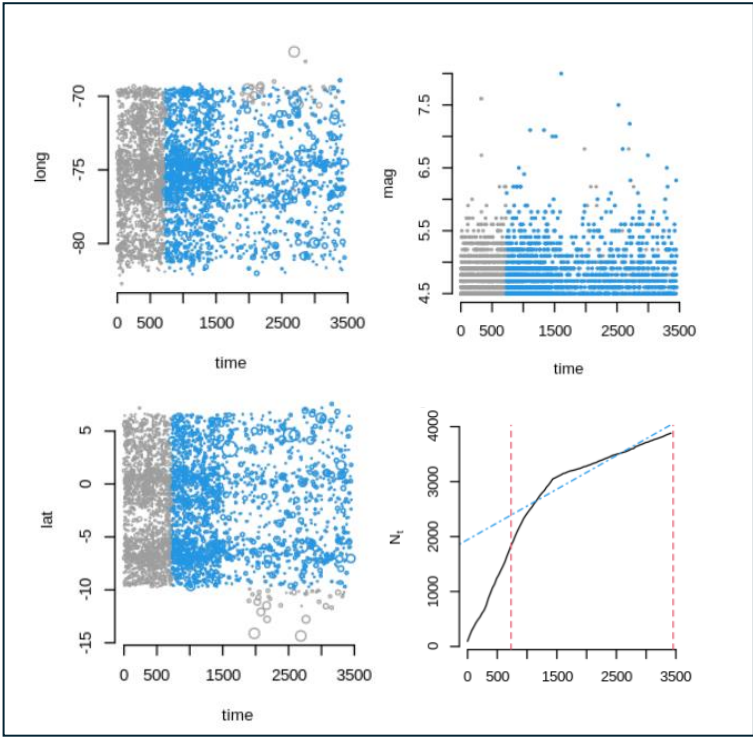
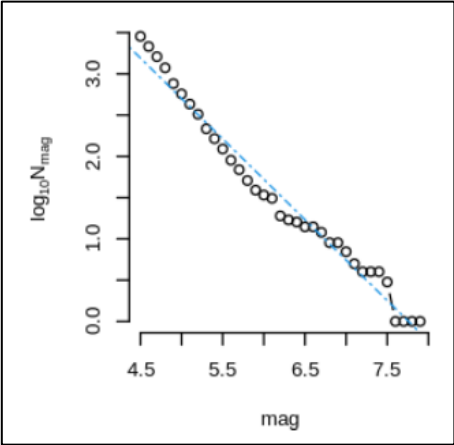


Figure 11. Datos en la ventana de estudio,

Capítulo 3

Conclusiones

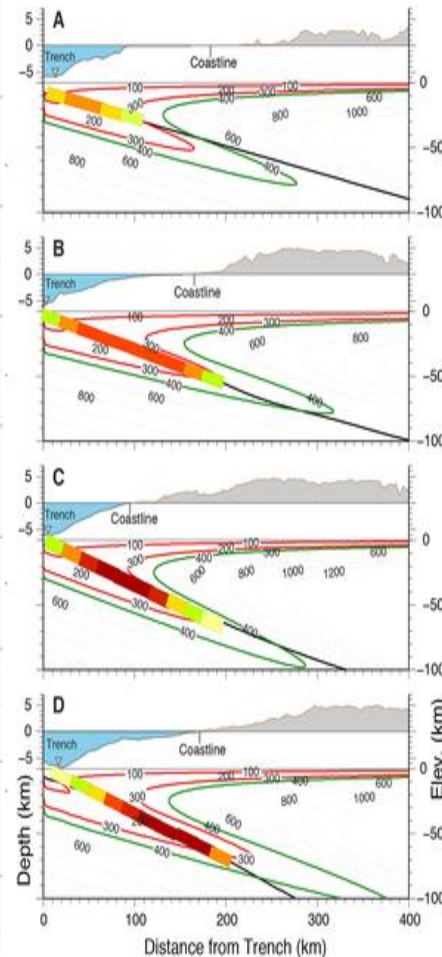
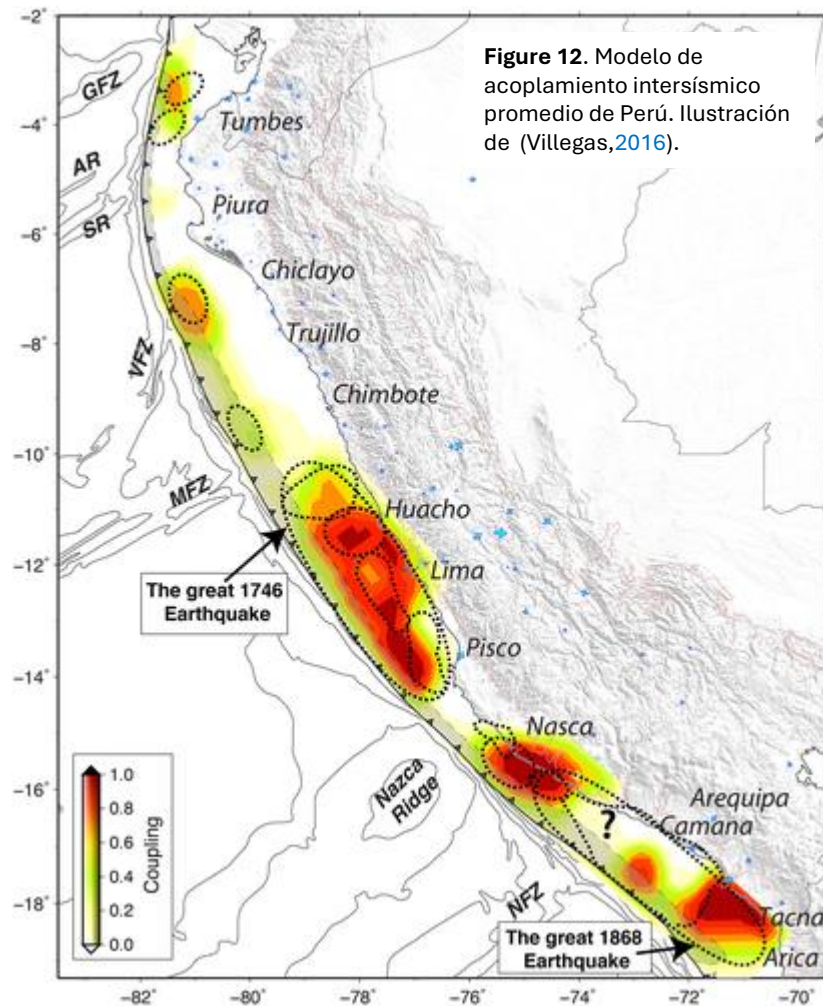
4. Resultados

4.1 Resultados

5. Conclusiones

5.1 Conclusiones

5.2 Agradecimientos



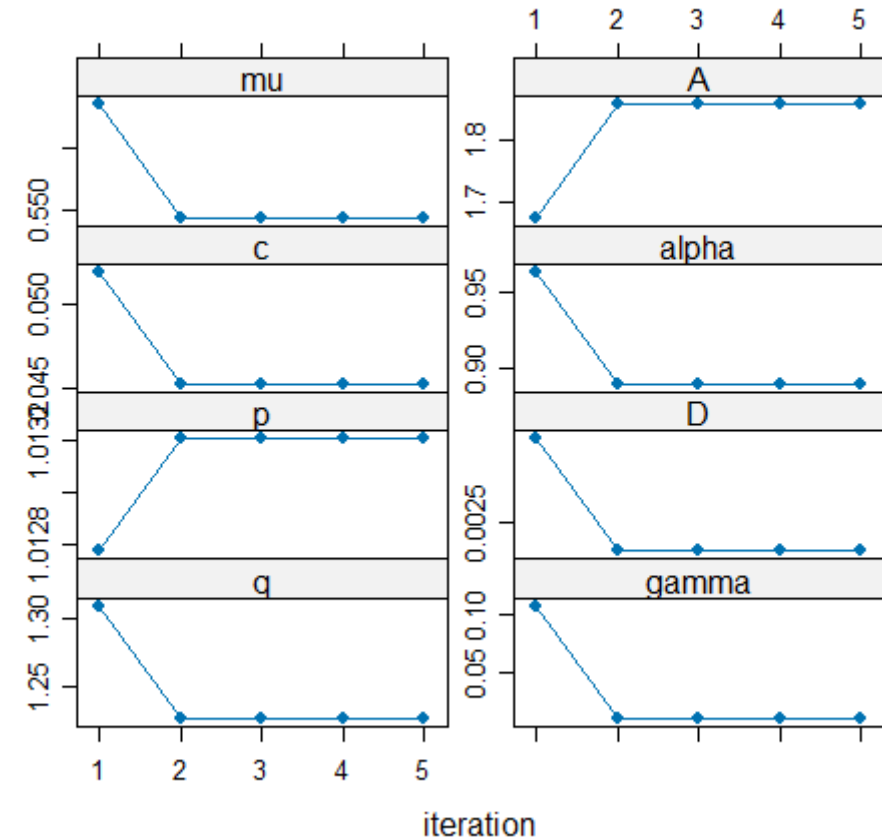
Resultados

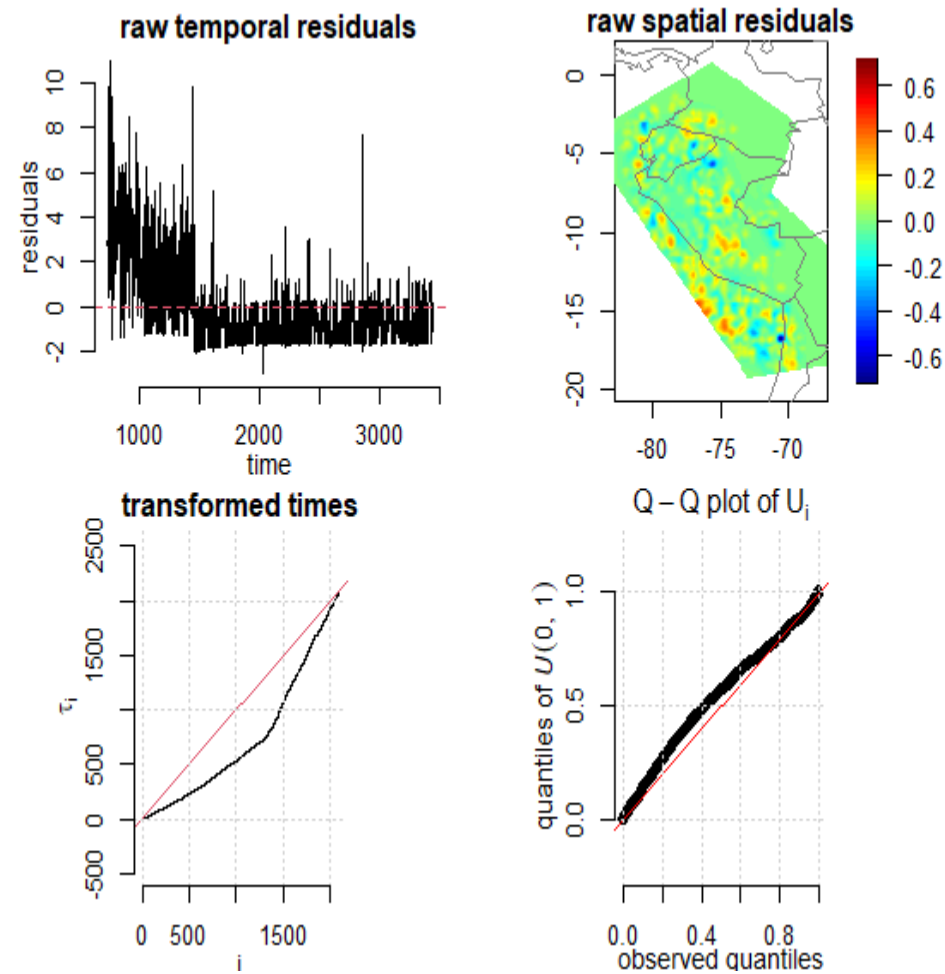
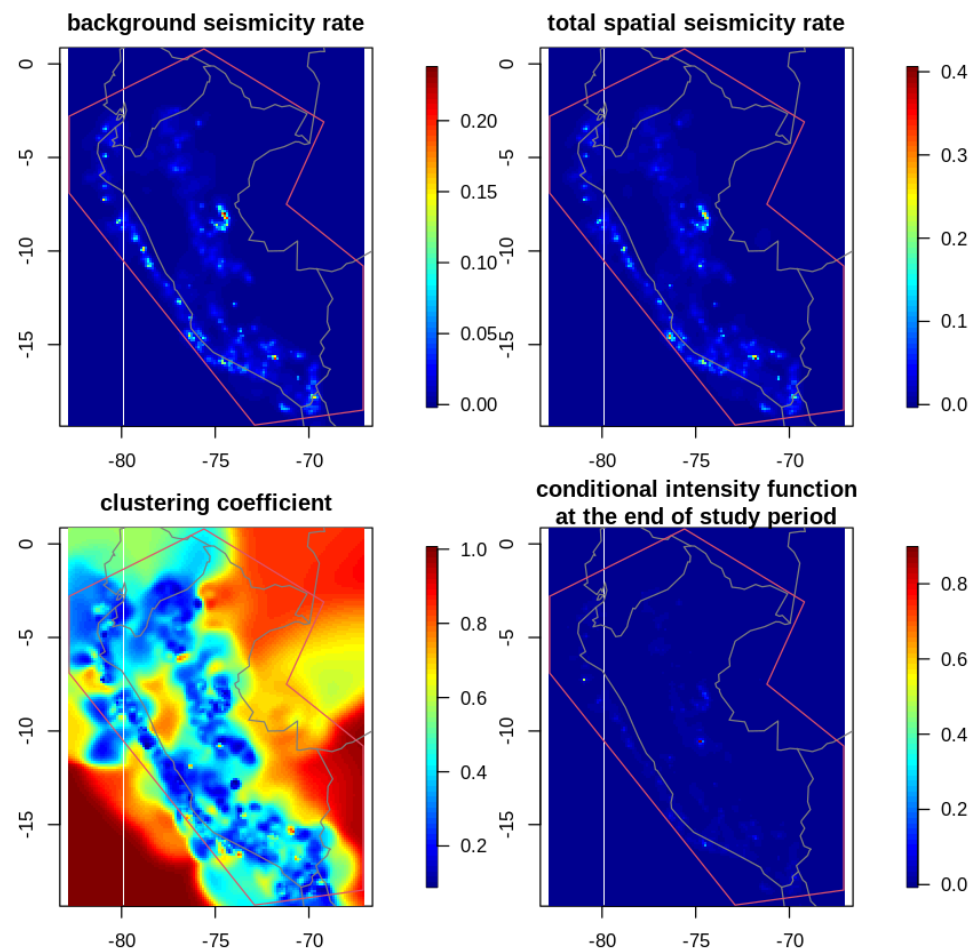
Luego de ajustar nuestros parámetros el modelo ETAS: ajustado mediante el método iterativo de desagrupación estocástica convergió después de 5 iteraciones tiempo de ejecución transcurrido 18,4 minutos procesado paralelamente en un procesador octacore Intel Core i5 decima generación:

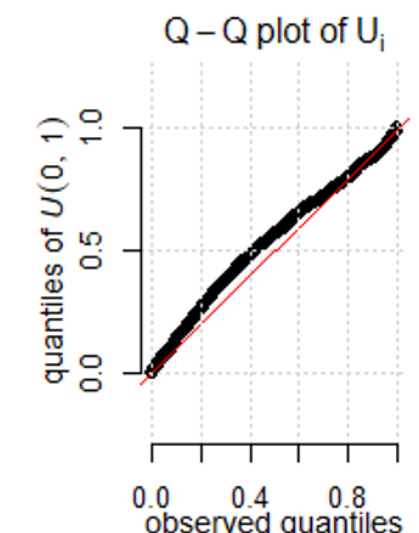
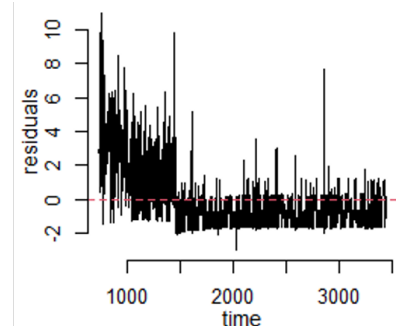
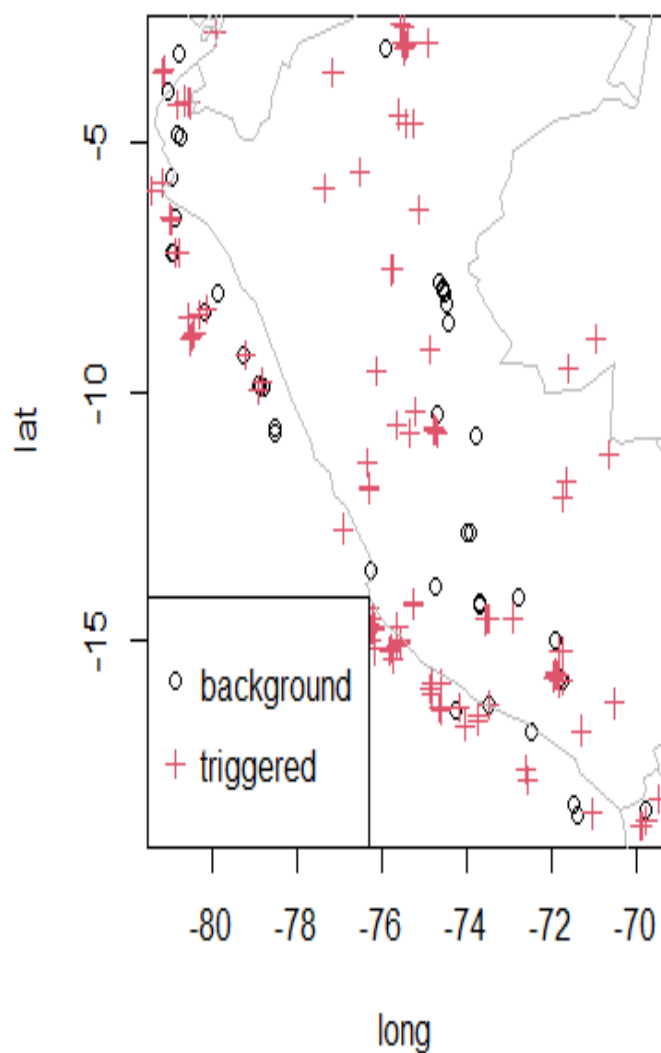
Table 2. Resultados del ajuste de parámetros

ML estimates of model parameters:							
	β	μ	A	c	α	p	D
$\hat{\theta}$	3.3243	0.5497	1.8560	0.0453	0.8895	1.0132	0.0023
SE	0.0053	0.0084	0.0276	0.0662	0.0213	0.0003	0.0732
Declustering Probabilities							
	Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	
	0.0000	0.5188	0.7382	0.6490	0.8512	1.0000	
log-likelihood:				-10361.76	AIC:	20739.53	

estimates of the model parameters







Conclusiones

De los puntos planteados anteriormente se pudo desarrollar con éxito el modelo ETAS pero según los resultados la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov indica que U_j no sigue una distribución $U(0, 1)$ con un p-value de $8.438e-12$ el modelo ajustado aún no es capaz de describir con detalle la compleja agrupación espacial de los terremotos podría existir anomalía en la sismicidad de la región se sospecha que son originados por los datos depurados. En el punto de vista de la literatura la revisión teórica y metodologías empleados por otros investigadores se aconseja modificar método de estimación de parámetros como la bayesiana o encontrar otra variante de función de activación. Por último la sismicidad de cada región es distinta por lo cual existe múltiples métodos para modelarla.

References

- Omori, F. (1894). On the after-shocks of earthquakes [application/pdf]. *The journal of the College of Science, Imperial University, Japan* = ., 7, 111–200. <https://doi.org/10.15083/00037562>
- Ogata, Y. (1988). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes. *Journal of the American Statistical Association*, 83(401), 9–27. <https://doi.org/10.1080/01621459.1988.10478560>
- Geller, R. J. (1997). Earthquake prediction: A critical review. *Geophysical Journal International*, 131(3), 425–450. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1997.tb06588.x>
- Kossobokov, V., & Shebalin, P. (2003). Earthquake prediction. In *Nonlinear dynamics of the lithosphere and earthquake prediction* (pp. 141–207). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-05298-3_4
- Scordilis, E. M. (2006). Empirical global relations converting m_s and m_b to moment magnitude. *Journal of Seismology*, 10(2), 225–236. <https://doi.org/10.1007/s10950-006-9012-4>
- Freund, F. T., Kulahci, I. G., Cyr, G., Ling, J., Winnick, M., Tregloan-Reed, J., & Freund, M. M. (2009). Air ionization at rock surfaces and pre-earthquake signals. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 71(17–18), 1824–1834. <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2009.07.013>
- Console, R., Jackson, D. D., & Kagan, Y. Y. (2010). Using the etas model for catalog declustering and seismic background assessment. *Pure and Applied Geophysics*, 167(6–7), 819–830. <https://doi.org/10.1007/s00024-010-0065-5>
- Hauksson, E., Hardebeck, J. L., & Woessner, J. (2010). What is an instrumental seismicity catalog? <https://doi.org/10.5078/CORSSA-38784307>
- Lombardi, A. M., & Marzocchi, W. (2010). The etas model for daily forecasting of italian seismicity in the csep experiment. *Annals of Geophysics*, 53(3). <https://doi.org/10.4401/ag-4848>
- Mark Naylor, D. H., Katerina Orfanogiannaki. (2010). Exploratory data analysis: Magnitude, space and time. <https://doi.org/10.5078/CORSSA-92330203>
- Zhuang, J., Werner, M. J., Zhou, S., Harte, D., & Hainzl, S. (2011). Basic models of seismicity: Spatiotemporal models. <https://doi.org/10.5078/CORSSA-07487583>
- Gulia, L., Wiemer, S., & Wyss, M. (2012). Catalog artifacts and quality control. <https://doi.org/10.5078/CORSSA-93722864>
- Mignan, A., & Woessner, J. (2012). Estimating the magnitude of completeness for earthquake catalogs. <https://doi.org/10.5078/CORSSA-00180805>
- Zhuang, J., Werner, M. J., Zhou, S., Hainzl, S., & Harte, D. (2012). Basic models of seismicity: Temporal models. <https://doi.org/10.5078/CORSSA-79905851>
- Ismail-Zadeh, A. T. (2013). Earthquake prediction and forecasting. In *Encyclopedia of earth sciences series* (pp. 225–231). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4399-4_106
- Omi, T., Ogata, Y., Hirata, Y., & Aihara, K. (2014). Estimating the etas model from an early aftershock sequence. *Geophysical Research Letters*, 41(3), 850–857. <https://doi.org/10.1002/2013gl058958>
- Villegas-Lanza, J. C., Chlieh, M., Cavalié, O., Tavera, H., Baby, P., Chire-Chira, J., & Nocquet, J.-M. (2016). Active tectonics of peru: Heterogeneous interseismic coupling along the nazca megathrust, rigid motion of the peruvian sliver, and subandean shortening accommodation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 121(10), 7371–7394. <https://doi.org/10.1002/2016jb013080>
- Ogata, Y. (2017). Statistics of earthquake activity: Models and methods for earthquake predictability studies. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 45(1), 497–527. <https://doi.org/10.1146/annurev-earth-063016-015918>
- Mueller, C. S. (2018). Earthquake catalogs for the usgs national seismic hazard maps. *Seismological Research Letters*, 90(1), 251–261. <https://doi.org/10.1785/0220170108>
- Woith, H., Petersen, G. M., Hainzl, S., & Dahm, T. (2018). Review: Can animals predict earthquakes? *Bulletin of the Seismological Society of America*, 108(3A), 1031–1045. <https://doi.org/10.1785/0120170313>
- Jalilian, A. (2019). Etas: An r package for fitting the space-time etas model to earthquake data. *Journal of Statistical Software*, 88(Code Snippet 1). <https://doi.org/10.18637/jss.v088.c01>
- lafmejani davood kazemi, d. k., & Shabani, E. (2022). Modeling earthquake data using etas model to forecast aftershock subsequences applying different parameterizations in kerman-shah region, iran. <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-1996634/v1>
- Molkenthin, C., Donner, C., Reich, S., Zöller, G., Hainzl, S., Holschneider, M., & Oppen, M. (2022). Gp-etaz: Semiparametric bayesian inference for the spatio-temporal epidemic type aftershock sequence model. *Statistics and Computing*, 32(2). <https://doi.org/10.1007/s11222-022-10085-3>
- CENSIS. (2023). Mapasismico2023. https://ultimosismo.igpp.gob.pe/img/mapas_sismicos/mp_2023.jpg?v=3221881
- Nishikawa, T., & Nishimura, T. (2023). Development of an epidemic-type aftershock-sequence model explicitly incorporating the seismicity-triggering effects of slow slip events. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 128(5). <https://doi.org/10.1029/2023jb026457>
- CENSIS. (2024). Igp_datos_sismicos. <https://ultimosismo.igpp.gob.pe/descargar-datos-sismicos>