



Implementación del Modelo ETAS para la Predicción de las Réplicas de un Terremoto

Investigación Estadística

Docente: Ruiz Olorte Demetrio Antonio

Lin Chiu Chen Yang

June 6, 2024

Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ingeniería

Económica, Estadística y Ciencias Sociales

FIEECS

Contents

1 Introducción

2 Marco Teórico

2.1 Base Teórica

 2.1.1 Distribución de Réplicas

 2.1.2 Modelo Espacio Temporal ETAS

 2.1.3 Estimación de Parámetros

2.2 Marco Conceptual

 2.2.1 Glosario de Términos

References

1 Introducción

Los terremotos representan uno de los fenómenos naturales más devastadores y difíciles de predecir en el mundo. A lo largo de la historia, estos eventos han causado pérdidas humanas y materiales significativas, generando la necesidad imperante de desarrollar métodos efectivos para su predicción y mitigación de riesgos. La predicción de terremotos es una rama de la ciencia de la sismología ciencia que estudia los terremotos, disciplina que llego a ser científica a partir del segundo mitad del siglo XIX El deseo de encontrar herramientas que permitan predecir el fenómeno natural llevaron en 1880 a John Milne, famoso ingeniero británico inventar el sismógrafo (Kossobokov & Shebalin, 2003). Se han planteado distintos métodos de predicción desde anomalías en el campo electromagnético de la tierra o perturbaciones de la ionosfera (Freund et al., 2009) hasta el comportamiento animal al sentir las ondas P momentos previos al fenómeno (Woith, Petersen, Hainzl, & Dahm, 2018) pero no es hasta la década de los 70 que empezaron los estudios estadísticos representándolos como eventos puntuales espacio-temporales (Ogata, 2017).

¿Qué es la predicción de un terremoto? Según el Diccionario Oxford, las palabras predicción y pronóstico son sinónimos, mientras que para la sismología son términos que marcan diferencia. El pronóstico de terremotos se refiere a estimaciones a largo plazo durante un período de tiempo prolongado, que puede ir desde meses hasta décadas, en cambio, la predicción de terremotos generalmente se define como la especificación del tiempo, lugar y magnitud de un futuro terremoto dentro límites establecidos a corto plazo pueden ocurrir en días, semanas o meses (Ismail-Zadeh, 2013) nos enfocaremos en la predicción de las réplicas consecuentes de un terremoto de magnitud considerable. La frecuencia de las réplicas disminuye aproximadamente con el tiempo recíproco después del terremoto principal según la ley de Omori y Gutenberg Ritter. Ogata (2017) propuso el modelo de agrupación de secuencias de réplicas espaciotemporales epidemiológicas (Epidemic Type Aftershock Sequence) por sus sílabos ETAS, es un modelo de procesos puntuales que representa la actividad sísmica en una región durante un período de tiempo mediante procesos Poisson, una variante del proceso 'Hawkes' donde es una especie de proceso puntual autoexcitante teniendo función de intensidad condicional a los eventos ocurridos después del núcleo desencadenante es decir la ocurrencia de un terremoto excita la actividad sísmica en curso, aumentando la probabilidad de ocurrencia de nuevos terremotos en el futuro cercano; el modelo fue inicialmente diseñado para modelar la tasa de sismicidad en función del tiempo, pero luego se amplió para modelar la decadencia de las réplicas tanto en el tiempo como en el espacio. Los modelos de la familia ETAS se han consolidado como el mejor modelo para describir la evolución espaciotemporal de secuencias de réplicas; por lo tanto, se utilizan ampliamente para anticipar patrones sísmicos y pronósticos a corto plazo de grandes réplicas (Darzi, Halldorsson, Hrafnkelsson, & Vogfjör, 2022) este modelo ha sido aplicado en varios estudios como: análisis de sismicidad sur de California (Console, Jackson, &

Kagan, 2010); Japon (Omi, Ogata, Hirata, & Aihara, 2014); Italia (Lombardi & Marzocchi, 2010); Olfus Islandia (Darzi et al., 2022); región de Kermanshah Irán (lafmejani & Shabani, 2022) y el caso más cercano la sismicidad de Chile y placa de Nazca (Silbergleit & Prezzi, 2012). Sin embargo, este modelo adolece de varias deficiencias según (Nishikawa & Nishimura, 2023) el modelo no logra la sismicidad ocurrida por eventos de deslizamiento de la placa SSE también sesgos en la calibración de parámetros debido a la incompletitud de las réplicas a corto plazo (Mizrahi, Nandan, & Wiemer, 2021) es entonces cuando Ogata (2017) usa el criterio de información de Akaike (Akaike, 1974) un indicador estadístico que compara el desempeño predictivo de los modelos paramétricos cuando el conjunto de datos futuros no está disponible.

Las réplicas, también conocidas como aftershocks, son eventos sísmicos que ocurren después de un terremoto principal y pueden tener una magnitud menor, pero aún representan un riesgo significativo para la población y las infraestructuras afectadas (Darzi et al., 2022) las cuales pueden permanecer en pie frente al terremoto principal pero la llegada de oleadas de replicas consecutivas sobrepasan el límite de estrés de la infraestructura haciendo que colapse sin previo aviso es por eso que el estudio de los modelos predictivos es indispensable para la sociedad, pero su resultado poco preciso no ha puesto en duda si en realidad los terremotos impredecibles (Geller, 1997); el dilema de ¿alarmar? ¿O no alarmar? Advertir de un terremoto que no ocurre también conlleva un costo: no solo el costo civil y económico. Es el caso de este estudio para poder lograr modelos predictivos con más precisión

2 Marco Teórico

2.1 Base Teórica

2.1.1 Distribución de Réplicas

En todos los catálogos de hipocentros sísmicos incluyen la cinco parámetros principales las cuales son tiempo de ocurrencia, longitud y latitud del epicentro, profundidad focal y magnitud; en nuestro estudio se analiza la actividad sísmica en relación de cuatro dimensiones (t_n, x_n, y_n, M_n) , $n = 1, 2, \dots, N$, ignorando la profundidad debido a la baja precisión en comparación con las otras coordenadas.

La probabilidad de que ocurra un terremoto en un tiempo t , una ubicación (x, y) de magnitud M , condicionado a los eventos ocurridos en el pasado $H_t = \{(t_i, x_i, y_i, M_i); t_i < t\}$ se representa en la siguiente ecuación:

$$\frac{P(\text{evento en } [t, t + \Delta t] \times [x, x + \Delta x] \times [y, y + \Delta y] \times [M, M + \Delta M] | H_t)}{\Delta t \Delta x \Delta y \Delta M} \approx \lambda(t, x, y, M | H_t)$$

donde λ es función de intensidad condicional del proceso puntual que intentamos modelar que representa la probabilidad de que ocurra eventos de magnitudes ΔM en el intervalo de tiempo t y una región definida por Δxy . Las tasas y magnitudes de las réplicas siguen varias leyes empíricas bien establecidas; como la de Gutenberg-Richter donde $\lambda(M)$ es la intensidad de terremotos de magnitud menor o igual a M en una región en un período de tiempo con constantes a y $b = \beta$ que varían según la región de estudio.

$$\lambda(M) = 10^{a-bM} = Ae^{-\beta M}$$

También la ley de (Omori, 1894) y (Utsu, 1961) proponen el decaimiento de las réplicas según el tiempo después del terremoto principal expresado como:

$$n(t) = \frac{k}{(c + t)^p}$$

teniendo como constantes k , c y p .

2.1.2 Modelo Espacio Temporal ETAS

El modelo ETAS es un proceso de puntos de ramificación (también conocidos como Hawkes o procesos de puntos autoexcitantes) la ocurrencia de un terremoto excita la actividad sísmica en curso, aumentando la probabilidad de ocurrencia de nuevos terremotos en el futuro cercano donde

la sismicidad es el resultado de la suma de dos componentes: la sismicidad de fondo (eventos independientes) y la sismicidad desencadenada (eventos agrupados). Matemáticamente, esto conduce a la siguiente expresión para la intensidad sísmica condicional:

$$\lambda(t, x, y, M|H_t) = S(M) \left[\mu(x, y) + \sum_{i:t_i < t} k(M_i)g(t - t_i)f(x - x_i, y - y_i) \right]$$

donde

- H_t es la historia sísmica hasta el tiempo t ;
- μ representa la tasa de sismicidad de fondo
- $S(M)$ función de magnitud G-R representado por la ley exponencial de Gutenberg-Richter
- $k(M) = Ae^{\alpha m}$ productividad directa de Utsu
- $g(t, M)$ se define como la función de excitación en el contexto de los procesos de Hawkes

2.1.3 Estimación de Parámetros

Los parámetros a estimar son μ, K, α, c, p donde K, α son constantes de la ley de productividad de las réplicas de Utsu y c y p son constantes de la ley de Omori-Utsu modificada. Los cinco parámetros se pueden estimar mediante el método de estimación de máxima verosimilitud (MLE) la probabilidad logarítmica se puede expresar de la siguiente manera:

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^N \log \lambda(t_i, \theta) - \int_0^T \lambda(t, \theta) dt$$

2.2 Marco Conceptual

2.2.1 Glosario de Términos

- **Aftershock o Réplica** es un terremoto más pequeño que sigue a un terremoto más grande.
- **greatest** representa la tasa de sismicidad de fondo
- **greatest** función de magnitud G-R representado por la ley exponencial de Gutenberg-Richter
- **greatest** productividad directa de Utsu
- **greatest** se define como la función de excitación en el contexto de los procesos de Hawkes

References

- Akaike, H. (1974, December). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716–723. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705> doi: 10.1109/tac.1974.1100705
- Console, R., Jackson, D. D., & Kagan, Y. Y. (2010, March). Using the etas model for catalog declustering and seismic background assessment. *Pure and Applied Geophysics*, 167(6–7), 819–830. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1007/s00024-010-0065-5> doi: 10.1007/s00024-010-0065-5
- Darzi, A., Halldorsson, B., Hrafinkelsson, B., & Vogfjör, K. S. (2022, September). Short-term bayesian etas spatiotemporal forecasting of the Ölfus 2008 earthquake sequence in iceland. *Tectonophysics*, 839, 229522. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1016/j.tecto.2022.229522> doi: 10.1016/j.tecto.2022.229522
- Freund, F. T., Kulahci, I. G., Cyr, G., Ling, J., Winnick, M., Tregloan-Reed, J., & Freund, M. M. (2009, December). Air ionization at rock surfaces and pre-earthquake signals. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 71(17–18), 1824–1834. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1016/J.JASTP.2009.07.013> doi: 10.1016/j.jastp.2009.07.013
- Geller, R. J. (1997, December). Earthquake prediction: a critical review. *Geophysical Journal International*, 131(3), 425–450. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.1997.tb06588.x> doi: 10.1111/j.1365-246x.1997.tb06588.x
- Ismail-Zadeh, A. T. (2013). Earthquake prediction and forecasting. In *Encyclopedia of earth sciences series* (p. 225–231). Springer Netherlands. Retrieved from http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-4399-4_106 doi: 10.1007/978-1-4020-4399-4_106
- Kossobokov, V., & Shebalin, P. (2003). Earthquake prediction. In *Nonlinear dynamics of the lithosphere and earthquake prediction* (p. 141–207). Springer Berlin Heidelberg. Retrieved from http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-05298-3_4 doi: 10.1007/978-3-662-05298-3_4
- lafmejani, d. k., & Shabani, E. (2022, September). Modeling earthquake data using etas model to forecast aftershock subsequences applying different parameterizations in kermanshah region, iran. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.21203/rs.3.rs-1996634/v1> doi: 10.21203/rs.3.rs-1996634/v1
- Lombardi, A. M., & Marzocchi, W. (2010, November). The etas model for daily forecasting of italian seismicity in the csep experiment. *Annals of Geophysics*, 53(3). Retrieved from <http://dx.doi.org/10.4401/ag-4848> doi: 10.4401/ag-4848
- Mizrahi, L., Nandan, S., & Wiemer, S. (2021, December). Embracing data incompleteness for better earthquake forecasting. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 126(12). Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1029/2021JB022379> doi: 10.1029/2021jb022379
- Nishikawa, T., & Nishimura, T. (2023, May). Development of an epidemic-type aftershock-sequence model explicitly incorporating the seismicity-triggering effects of slow slip events. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 128(5). Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1029/2023JB026457> doi: 10.1029/2023jb026457
- Ogata, Y. (2017, August). Statistics of earthquake activity: Models and methods for earthquake predictability studies. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 45(1), 497–527. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-earth-063016-015918> doi: 10.1146/annurev-earth-063016-015918
- Omi, T., Ogata, Y., Hirata, Y., & Aihara, K. (2014, February). Estimating the etas model from

- an early aftershock sequence. *Geophysical Research Letters*, 41(3), 850–857. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1002/2013GL058958> doi: 10.1002/2013gl058958
- Omori, F. (1894). On the after-shocks of earthquakes. *The journal of the College of Science, Imperial University, Japan* = ., 7, 111–200. Retrieved from <https://doi.org/10.15083/00037562> (application/pdf) doi: 10.15083/00037562
- Silbergleit, V., & Prezzi, C. (2012, February). Statistics of major chilean earthquakes recurrence. *Natural Hazards*, 62(2), 445–458. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1007/s11069-012-0086-8> doi: 10.1007/s11069-012-0086-8
- Woith, H., Petersen, G. M., Hainzl, S., & Dahm, T. (2018, April). Review: Can animals predict earthquakes? *Bulletin of the Seismological Society of America*, 108(3A), 1031–1045. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1785/0120170313> doi: 10.1785/0120170313