

奥数小蓝书初中数学

习题笔记

✦ For Qucy

目录

1	因式分解	2
1.1	提公因式	2
1.2	应用公式	2
2	方程与方程组	3
2.1	看 a 与1	3
2.2	一元一次方程的求解	3
3	一次函数与二次函数	3
3.1	一次函数的图象与性质	3
3.2	二次函数的图象与性质	4

Abstract

本文档主要是对初中数学奥数小蓝本系列教材中的习题做详细的解析说明。

和教材本身相比，本文档有如下变化:

- ☒ 教材中习题在每个章节都从1开始重新编号，本文档中将这些所有习题按0, 1, 2...的顺序全局排序。
- ☒ 解答添加了难度星数☆，☆☆，☆☆☆，分别对应竞赛练习题目的易、中、难三个难度等级。

1 因式分解

1.1 提公因式

例 1.1 分解因式: $12a^2x^3 + 6abx^2y - 15acx^2$
做为第1个例题, 难度极低, 不熟练的可以慢慢地一个个地提取公因式。

练习 1. 因式分解: $5x^2y - 10xyz + 5xy$

练习 2. 因式分解: $a(x - a) + b(a - x) - (x - a)$

练习 3. 因式分解: $-2x(x + 1) + a(x + 1) + (x + 1)$

练习 4. 因式分解: $\frac{3}{2}b^{3n-1} + \frac{1}{6}b^{2n-1}$ (n 是正整数)

练习 5. 因式分解: $2(p - 1)^2 - 4q(p - 1)$

练习 6. 因式分解: $mn(m^2 + n^2) - n^2(m^2 + n^2)$

练习 7. 因式分解: $(5a - 2b)(2m + 3p) - (2a - 7b)(2m + 3p)$

练习 8. 因式分解: $2(x + y) + 6(x + y)^2 - 4(x + y)^3$

练习 9. 因式分解: $(x + y)^2(b + c) - (x + y)(b + c)^2$

练习 10. 因式分解: $6p(x - 1)^3 - 8p^2(x - 1)^2 - 2p(1 - x)^2$

1.2 应用公式

这里的公式, 除了课本上的基本公式外, 还需要知道立方和、立方差公式:

$$\begin{aligned}a^3 + b^3 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}\tag{1}$$

以及下面的立方公式:

$$\begin{aligned}a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 &= (a + b)^3 \\a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 &= (a - b)^3\end{aligned}\tag{2}$$

例 1.2 分解因式: ??

📌 课后习题

练习 11. 因式分解: $16 - (3a + 2b)^2$

练习 12. 因式分解: $4y^2 - (2z - x)^2$

练习 13. 因式分解: $a^4 - b^4$

练习 14. 因式分解: $-81a^4b^4 + 16c^4$

练习 15. 因式分解: $20a^3x^3 - 45axy^2$

练习 16. 因式分解: $(3a^2 - b^2)^2 - (a^2 - 3b^2)^2$

练习 17. 分解因式: $x^8 - y^8$

练习 18. 分解因式: $16x^5 - x$

练习 19. 因式分解: $(5x^2 + 2x - 3)^2 - (x^2 - 2x - 3)^2$

练习 20. 因式分解: $32a^3b^3 - 4b^9$

2 方程与方程组

2.1 看 a 与1

这是一个具有哲学味道的章节，如果能对“字母代表数”这个概念有比较深的理解力即可。

此小节的主要目的，是为了能够让读者从小学的数学认知中，提高到初中的抽象思维境界。

2.2 一元一次方程的求解

练习 21. 解方程:

a) $0.5x = 19.5$

b) $\frac{x+3}{0.5} + \frac{\frac{1}{3}(x+4)}{0.125} = 5x+19$

练习 22. 解方程:

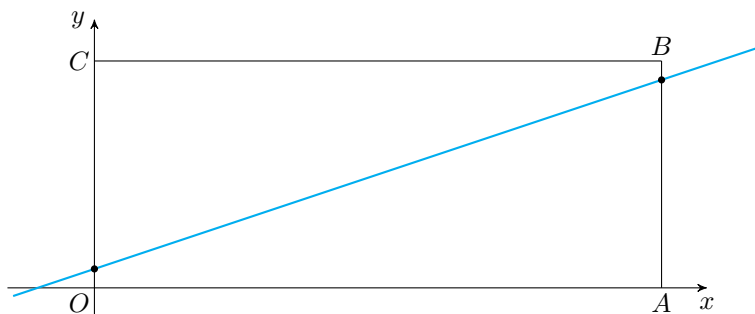
a) $\frac{x+2}{4} - \frac{2x-3}{6} = 1$

b) $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{2} = 1$

3 一次函数与二次函数

3.1 一次函数的图象与性质

练习 23. 如图，在直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的顶点 B 的坐标为 $(15, 6)$ ，直线 $y = \frac{1}{3}x + b$ 恰好将矩形 $OABC$ 分成面积相等的两部分，求 b 的值。



3.2 二次函数的图象与性质

References

- [1] 单增: 数学奥林匹克小丛书初中卷 (第二版), 因式分解技巧, 华东师范大学出版社, 2012
- [2] 葛军: 数学奥林匹克小丛书初中卷 (第二版), 方程与方程组, 华东师范大学出版社, 2012
- [3] 李惟峰: 数学奥林匹克小丛书初中卷 (第二版), 一次函数与二次函数, 华东师范大学出版社, 2012
- [4] Kenneth H.Rosen: Discrete Mathematics and Its Applications(7th Edition), 离散数学及其应用, 2012
- [5] Graham, Knuth, Patashnik: Concret Mathematics, A Foundation For Computer Science
- [6] 陈仁政: π 的密码, 科学出版社, 2011