

概率论与数理统计 02

1、概率的公理化定义：设 Ω 为一个样本空间， \mathcal{F} 为 Ω 的某些子集组成的一个事件域。如果对任意一事件 $A \in \mathcal{F}$ ，定义在 \mathcal{F} 上的一个实值函数 $P(A)$ 满足：

(1) 非负性公理：若 $A \in \mathcal{F}$ ，则 $P(A) \geq 0$

(2) 正则性公理： $P(\Omega) = 1$

(3) 可列可加性公理：若 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ 互不相容，则

$P(\bigcup_{i=1}^{+\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$ ，则称 $P(A)$ 为事件 A 的概率

2、确定概率的方法：

(一) 频数方法：在大量重复实验中，用频率的稳定值去获得概率的一种方法，其基本思想是：（频率确定概率）

(1) 随机试验可以大量重复进行

(2) 在 n 次重复实验中，记 $n(A)$ 为事件 A 出现的次数，又称 $n(A)$ 为事件 A 的频数，称 $f_n(A) = \frac{n(A)}{n}$ 为事件 A 的频率

(3) 随着试验的重复次数的增加，频率会逐渐稳定并趋于常数，这个稳定值我们称为**概率**。

(二) 古典方法

古典方法是在经验事实的基础上对被考察事件发生可能性进行符合逻辑分析后得出该事件的概率方法。其基本思想为：

(1) 所涉及的随机现象只有有限个样本点（有限性）

(2) 每个基本结果出现的可能性相等（等可能性）

(3) 若事件 A 含有 k 个样本点，则事件 A 的概率为

$$P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 所含样本点的个数}}{\Omega \text{ 中所有样本点的个数}} = \frac{k}{n}$$

(三) 几何方法

确定概率的几何方法，其基本思想是：

(1) 如果一个随机现象的样本空间： Ω 充满某个区域，其度量（长度、面积或体积等）大小可用 S_{Ω} 表示（可度量性）

(2) 任意一点落在度量相同得子区域内是等可能的（等可能性）

(3) 若事件 A 为 Ω 中的某各自区域其度量的大小可以用 S_A 表示，则事件 A 的概率为 $P(A) = \frac{S_A}{S_{\Omega}}$

(四) 主观方法

主观概率（贝叶斯学派）：一个事件的概率是人们根据经验对该事件发生可能性所给出的个人信念。

主观概率是频率方法和古典方法的一个补充。