随机事件与概率01

1、概率论与数理统计研究的对象是随机现象，概率论是研究随机现象的模型（即概率分布），数理统计是研究随机现象的数据收集和处理。

2、随机现象：在一定的条件下，并不总是出现相同结果的现象称为随机现象。随机现象有两个特点：

(1)结果不止一个

(2)哪一个结果出现，人们事先并不知道

随机现象的各种结果会表现出一定的规律性，这种规律性称之为统计规律。

随机试验：对在相同条件下可以重复的随即现象的观察、记录、实验称为随机试验。随机试验具有的特点：随机型与重复性。

3、随机现象的一切可能基本结果组成的集合称为样本空间。记为$\Omega=\{\omega\}$，其中ω表示基本结果，又称为样本点。样本点是今后抽样的**最基本单元**。

样本空间的分类：（1）离散样本空间：样本点的个数位有限个或可列个（2）连续样本空间：样本点的个数为无限不可列个

比如：抛硬币问题属于离散，电视机寿命属于连续

4、随机事件：随机现象的某些样本点的集合称为随机事件，简称事件，常用大写字母A、B、C…表示。根据定义，需要注意以下几点：

（1）任一事件 A 是相应样本空间的一个子集

（2）如果 A 中某个样本点出现，就说 A 发生了

（3）Ω的单点集称为**基本事件**，Ω的最大自己（即Ω本身）称为**必然事件**。Ω的最小自己（即空集φ）称**不可能事件**。

5、随机变量：用来表示随机现象结果的变量称为随机变量。常用写字母 X,Y,Z 表示。

因此，事件的三种表示：用语言、用集合、用随机变量

6、事件间的关系

（一）包含关系：$A \subset B$，A 发生必然导致 B 发生

（二）相等关系：$A \subset B \to A \subset B 且 B \subset A$

（三）互不相容：A 和 B 不可能同时发生

7、事件间的运算

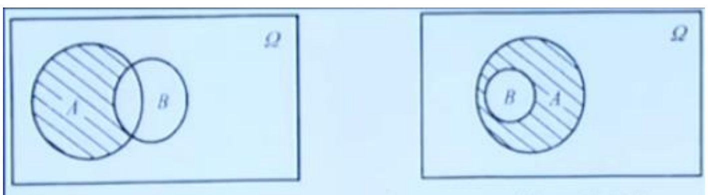
（一）事件 A 与 B 的并： $A \cup B$　 A 与 B 至少有一个发生

如果有事件$A_1, A_2, \ldots$，则称$U_{i=1}^{n} A_i$称为有限并，$U_{i=1}^{\infty} A_i$称为可列并。

（二）事件 A 与 B 的交：$A \cap B = AB$　 A 与 B 同时发生

如果有事件$A_1, A_2, \ldots$，则称$\cap_{i=1}^{n} A_i$称为有限交，$\cap_{i=1}^{\infty} A_i$称为可列交。

（三）事件 A 与 B 的差：$A - B$　 A 发生但 B 不发生



(a) $A-B$　　(b) $A-B$ ($A \supset B$)

（四）对立事件：$\bar{A}$　A 不发生

（1）$\bar{A}$ 与 A 互为对立事件

（2）$\bar{A}$ +A=1

（3）$\overline{\Omega}=\emptyset$，$\overline{\emptyset}=\Omega$，即必然事件的对立事件是不可能事件，不可能事件的对立事件是必然事件

（4）对立事件一定是互不相容事件，但互不相容事件不一定是对立事件。

（5）A-B 可以记为$A\bar{B}$

（6）$\bar{\bar{A}}=A$

（五）事件的运算性质

（1）交换律：$A\cup B=B\cup A$　　$A\cap B=B\cap A$

（2）结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

（3）分配律：$(A\cup B)\cap C=AC\cup BC$

（4）对偶律（德摩根公式）：

①事件并的对立等于对立的交：$\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}$

②事件交的对立等于对立的并：$\overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$

（六）事件域

设Ω为样本空间，$\mathcal{F}$是由Ω的子集组成的集合类，若$\mathcal{F}$满足以下三点，则称$\mathcal{F}$为事件域。

（1）　$\Omega\in\mathcal{F}$

（2）　若$A\in\mathcal{F}$，则$\bar{A}\in\mathcal{F}$

（3）　若$A_n\in\mathcal{F},n=1,2,\ldots,$则$\cup_{n=1}^{+\infty}A_n\in\mathcal{F}$