

原创 【Luogu 4213】杜教筛

2019-08-28 11:04:42 我是一只计算鸡 阅读数 24 文章标签: Luogu 4213

版权声明：本文为博主原创文章，遵循 CC 4.0 BY-SA 版权协议，转载请附上原文出处链接和本声明。

本文链接：<https://blog.csdn.net/giftedpanda/article/details/100115139>

题目：求莫比乌斯函数、欧拉函数前缀和。

由于  $n$  为  $2^{31} - 1$ ，所以用杜教筛。

莫比乌斯函数

$$S(n) = \sum_{i=1}^n \mu(i)$$

$$\sum_{i=1}^n (1 * \mu)(i) = \sum_{i=1}^n S\left(\left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor\right)$$

$$1 = S(n) + \sum_{i=2}^n S\left(\left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor\right)$$

$$S(n) = 1 - \sum_{i=2}^n S\left(\left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor\right)$$

欧拉函数

$$S(n) = \sum_{i=1}^n \varphi(i)$$

$$\sum_{i=1}^n (1 * \varphi)(i) = \sum_{i=1}^n S\left(\left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor\right)$$

$$\frac{1}{2}n(n+1) = S(n) + \sum_{i=2}^n S\left(\left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor\right)$$

$$S(n) = \frac{1}{2}n(n+1) - \sum_{i=2}^n S\left(\left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor\right)$$

```

1  #include<bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  const int maxn = 5e6 + 7;
4  typedef long long ll;
5  int p[maxn], flg[maxn];
6  ll mu[maxn], phi[maxn];
7  int T, n;
8  unordered_map<ll, ll> mump, phimp;
9  void init() // 线性筛
10 {
11     flg[1] = phi[1] = mu[1] = 1;
12     int tot = 0;
13     for(int i = 2; i <= maxn; i++) {
14         if(!flg[i]) p[++tot] = i, mu[i] = -1, phi[i] = i - 1;
15         for(int j = 1; j <= tot && i * p[j] <= maxn; j++) {
16             flg[i * p[j]] = 1;
17             if(i % p[j] == 0) {
18                 mu[i * p[j]] = 0;
19                 phi[i * p[j]] = phi[i] * p[j];
20                 break;
21             }
22             mu[i * p[j]] = -mu[i];
23             phi[i * p[j]] = phi[i] * phi[p[j]];
24         }
25     }
26     for(int i = 1; i <= maxn; i++) phi[i] += phi[i-1], mu[i] += mu[i-1];
27 }

```

```
28 | ll S_mu(int n) // 杜教筛求解莫比乌斯函数前缀和 | {
29 | {
30 |     if(n < maxn) return mu[n];
31 |     if(mump[n]) return mump[n]; // 记忆化搜索
32 |     ll ans = 1;
33 |     for(int i = 2, j; i <= n && j < 2147483647; i = j+1) {
34 |         j = n / (n / i);
35 |         ans -= S_mu(n / i) * (j - i + 1);
36 |     }
37 |     return mump[n] = ans;
38 | }
39 | ll S_phi(int n) // 杜教筛求解欧拉函数前缀和
40 | {
41 |     if(n < maxn) return phi[n];
42 |     if(phimp[n]) return phimp[n]; // 记忆化搜索
43 |     ll ans = 0;
44 |     if(n % 2 == 0) ans = (ll) n / 2 * (n + 1);
45 |     else ans = (ll)(n + 1) / 2 * n;
46 |     for(int i = 2, j; i <= n && j < 2147483647; i = j+1) {
47 |         j = n / (n / i);
48 |         ans -= S_phi(n / i) * (j - i + 1);
49 |     }
50 |     return phimp[n] = ans;
51 | }
52 | int main()
53 | {
54 |     init();
55 |     scanf("%d", &T);
56 |     while(T--) {
57 |         scanf("%d", &n);
58 |         printf("%lld %lld\n", S_phi(n), S_mu(n));
59 |     }
60 |     return 0;
61 | }
```

有 0 个人打赏

文章最后发布于: 2019-08-28 11:04:42

©2019 CSDN 皮肤主题: 终极编程指南 设计师: CSDN官方博客

1024

程序员节，为程序员加油！

关闭