重 庆 大 学

学 生 实 验 报 告

实验课程名称______________________________

开课实验室　______________________________

学　　　院 __________年级______专业班________

学 生 姓 名 ______________学　号______________

开 课 时 间 ________至________学年第______学期

总 成 绩	
教师签名	

数 学 与 统 计 学 院 制

开课学院、实验室： **实验时间 ：** **年 月 日**

课程名称		实验项目名 称		实验项目类型				
				验证	演示	综合	设计	其他
指导教师		成 绩						

实验目的

1. 学习建立更复杂优化问题的非线性规划模型;

2.理解非线性规划的基本概念,特别是局部最优解和整体最优解;

3.掌握使用 MATLAB 优化工具箱求解非线性规划的方法;

4.体验建立实际问题的非线性规划模型及求解的过程;

基础实验

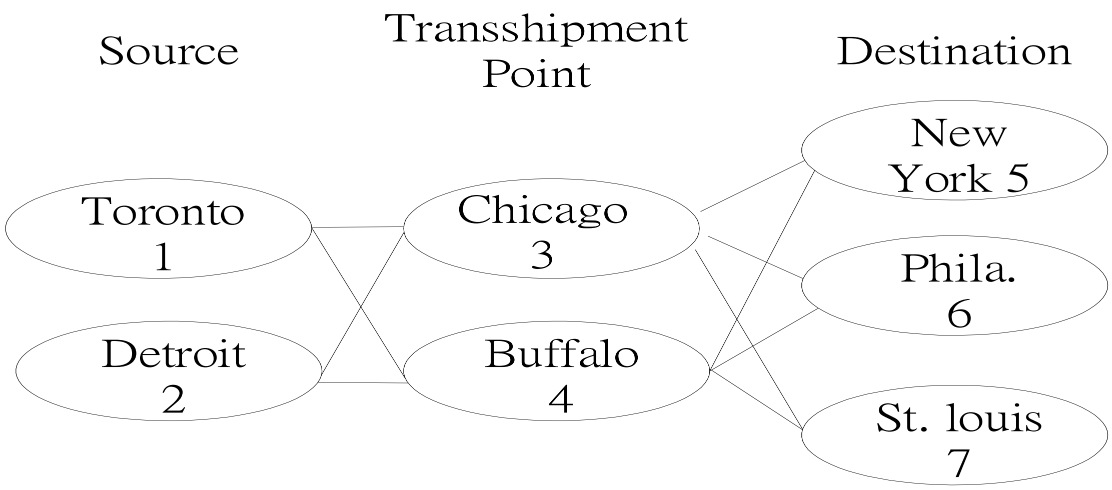
一、实验内容

线性和非线性规划实验

二、实验过程（一般应包括实验原理或问题分析，算法设计、程序、计算、图表等， 实验结果及分析）

1.**(运输问题)**从 Toronto 和 Detroit 两市分别有两批货物

途径 Chicago 和 Buffalo 最终到达 New York、Phila.和 St.louis 市.之间的路线表述如下图:



其中 Toronto 和 Detroit 分别有 600 和 500 的货物需要运出,New York、Phila. 和 St.louis 的货物需求分别是 450、350 和 300.每一段上的运输单价如下面两表：

	To		
From	Chicago	Buffalo	Supply
Toronto	$4	$ 7	600
Detroit	$ 5	$ 7	500

	To		
From	New York	Phila.	St.louis
Chicago	$3	$ 2	$ 2
Buffalo	$ 1	$ 3	$ 4
Demand	450	350	300

问：如何进行运输安排使整个的运输费用最少？试建立问题的数学模型并求出最优解。

分析过程：（手写）

MATLAB 程序：

```
z=[4,7,5,7,3,2,2,1,3,4];
a11=[1 1 0 0;0 0 1 1];
a12=zeros(2,6);
a21=zeros(3,4);
a22=[eye(3),eye(3)];
a31=[eye(2),eye(2)];
a32=[-1 -1 -1 0 0 0;0 0 0 -1 -1 -1];
A=[a11,a12;a21,a22;a31,a32];
B=[600;500;450;350;300;0;0];
v1=zeros(1,10);
[x fval exitflag output]=linprog(z,[],[],A,B,v1)
```

运行结果：

```
>> ex5_01


z =


     4     7     5     7     3     2     2     1     3     4



A =


     1     1     0     0     0     0     0     0     0     0
     0     0     1     1     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     1     0     0     1     0     0
     0     0     0     0     0     1     0     0     1     0
     0     0     0     0     0     0     1     0     0     1
     1     0     1     0    -1    -1    -1     0     0     0
     0     1     0     1     0     0     0    -1    -1    -1
```

```
B =

   600
   500
   450
   350
   300
     0
     0

Optimization terminated.

x =

  600.0000
    0.0000
  252.5412
  247.4588
  202.5412
  350.0000
  300.0000
  247.4588
    0.0000
    0.0000


fval =
```

```
  7.5500e+003


exitflag =

     1


output =

      iterations: 5
       algorithm: 'large-scale: interior point'
    cgiterations: 0
         message: 'Optimization terminated.'
```

结果分析：按照 MATLAB 的运算结果最优运输安排如下

找到了最优解

x =	前四个解表示从 source 到 transshipment point 的运输情况
	后六个解表示从 transshipment point 到 destination 的运输情况
600.0000	从 Tronto 到 Chiago 的运量为 600
0.0000	从 Tronto 到 Buffalo 的运量为 0
252.5412	从 Detroit 到 Chiago 的运量为 252.5412
247.4588	从 Destroit 到 Buffalo 的运量为 247.4588
202.5412	从 Chiago 到 New york 的运量为 202.5412
350.0000	从 Chiago 到 Phila 的运量为 350.0000
300.0000	从 Chiago 到 st louis 的运量为 202.5412
247.4588	从 Bufflo 到 New york 的运量为 247.4588
0.0000	从 Bufflo 到 Phlia 的运量为 0

0.0000   从 Bufflo 到 st louis 的运量为 0

fval =

7.5500e+003   整个运输花费的最小费用为$7550

2、求解非线性规划

$$\begin{aligned}
&\min f = \exp(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5) \\
&s.t. \qquad \sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 10; \\
&\qquad\qquad x_2 x_3 - 5 x_4 x_5 = 0 \\
&\qquad\qquad x_1^3 + x_2^3 + 1 = 0 \\
&\qquad\qquad -2.3 \le x_i \le 2.3, \quad i = 1,2 \\
&\qquad\qquad -2.3 \le x_i \le 3.2, \qquad i = 3,4,5
\end{aligned}$$

目标函数与约束条件都以给出

当初始值为 x0=[-3 -2 1 2 1]程序：

1.主函数：

```
x0=[-3 -2 1 2 1];
lb=[-2.3 -2.3 -2.3 -2.3 -2.3];
ub=[2.3 2.3 3.2 3.2 3.2];
options=optimset('display','iter','tolfun',1e-10);
[x fval]=fmincon('dfun2',x0,[],[],[],[],lb,ub,'mycon2',options)
```

2.dfun2 函数

```
function F=dfun(x)
F=exp(x(1)*x(2)*x(3)*x(4)*x(5));
```

3.mycon2 函数

```
function [c,ceq]=mycon(x)
```

```
c=[];
ceq=[x(1)^2+x(2)^2+x(3)^2+x(4)^2+x(5)^2-10;
     x(2)*x(3)-5*x(4)*x(5);
     x(1)^3+x(2)^3+1];
```

运行结果：

```
Maximum number of function evaluations exceeded;
 increase OPTIONS.MaxFunEvals.

x =

   -1.0445    0.5193    0.6196    2.8733    0.0224          MATLAB给出的最优解

fval =

    0.9786                    目标函数的值
```

将初始值改为x0=[-1 -1 -1 -2 -1]

运行结果：

```
Optimization terminated: Search direction less than 2*options.TolX
 and maximum constraint violation is less than options.TolCon.
Active inequalities (to within options.TolCon = 1e-006):
  lower      upper     ineqlin   ineqnonlin
    3

x =

   -0.6934   -0.8736   -2.3000   -1.8490   -0.2173
```

fval =

0.5713

比较两次的结果差距很大；

再将初始值改为 x0=[0 0 0 0 0]

```
Optimization terminated: No feasible solution found.
 Search direction less than 2*options.TolX but constraints are not satisfied.

x =

     0     0     0     0     0

fval =

     1
```

此时 fmincon 函数似乎已经没法正确工作了，一直停留在初始位置。

3、桃李花园服务中心选址

设(a_i，b_i)(i=1~20)为第 i 栋住宅楼的坐标；

a = [29.74 4.9 69.32 65.0 98.3 55.27 40.0 19.8 62.5 73.3 37.58 0.98 41.98 75.37 79.38 92.0 84.47 36.77 62.08 73.13];

b =[19.39 90.48 56.92 63.18 23.44 54.88 93.16 33.5 65.5 39.19 62.73 69.9 39.72 41.37 65.52 83.75 37.16 42.52 59.46 56.58];

（1）选择服务中心，使得到所以住宅总距离最短。假定所有距离使用欧氏距离。

（2）假定不同的住宅有不同的服务频率，频率为 c=[1 1 2 4 4 2 5 1 6 1 1 1 4 2 6 2 1 2 4 5]。重新计算服务中心的地址。

分析过程：

MATLAB程序：

1.主程序：

```
lb=[0 0];
x0=[20 20];
options=optimset('display','iter','tolfun',1e-10);
[x fvalx]=fmincon('dfun3_1',x0,[],[],[],[],lb,[],[],options)
[y fvaly]=fmincon('dfun3_2',x0,[],[],[],[],lb,[],[],options)
c=[29.74,4.9,69.32,65.0,98.3,55.27,40.0,19.8,62.5,73.3,37.58,0.98,41.98,75.37,79.38,92.0,84.47,36.77,62.08,73.13];
d=[19.39,90.48,56.92,63.18,23.44,54.88,93.16,33.5,65.5,39.19,62.73,69.9,39.72,41.37,65.52,83.75,37.16,42.52,59.46,56.58];
plot(c,d,'o',x(1),x(2),'*',y(1),y(2),'+')
```

2. dfun3_1函数：

```
function F=dfun3_1(x)
a=[29.74,4.9,69.32,65.0,98.3,55.27,40.0,19.8,62.5,73.3,37.58,0.98,41.98,75.37,79.38,92.0,84.47,36.77,62.08,73.13];
b=[19.39,90.48,56.92,63.18,23.44,54.88,93.16,33.5,65.5,39.19,62.73,69.9,39.72,41.37,65.52,83.75,37.16,42.52,59.46,56.58];
e=0;

for i=1:20
    e=e+sqrt( (x(1)-a(i))^2+(x(2)-b(i))^2 );
end
F=e;
```

3. dfun3_2函数：

```
function F=dfun3_2(x)
a=[29.74,4.9,69.32,65.0,98.3,55.27,40.0,19.8,62.5,73.3,37.58,0.98,41.98,75.37,79.38,92.0,84
```

```
.47,36.77,62.08,73.13];
b=[19.39,90.48,56.92,63.18,23.44,54.88,93.16,33.5,65.5,39.19,62.73,69.9,39.72,41.37,65.52,83.75,37.16,42.52,59.46,56.58];
c=[1 1 2 4  4 2 5 1 6 1 1 1 4 2 6 2 1 2 4 5];
e=0;

for i=1:20
    e=e+c(i)*sqrt( (x(1)-a(i))^2+(x(2)-b(i))^2 );
end
F=e;
```

运行结果：

1.数值结果：

未考虑服务频率时的结果

x =

61.2407　56.9737　　决策变量最优选择为 61.2407 与 56.9397。即为了到个住宅楼总距离最小服务站因建在 x 坐标：61.2407，y 坐标 56.9727 的位置

fvalx =

573.1206　　最小的总距离为 573.1206

考虑服务频率的结果

y =

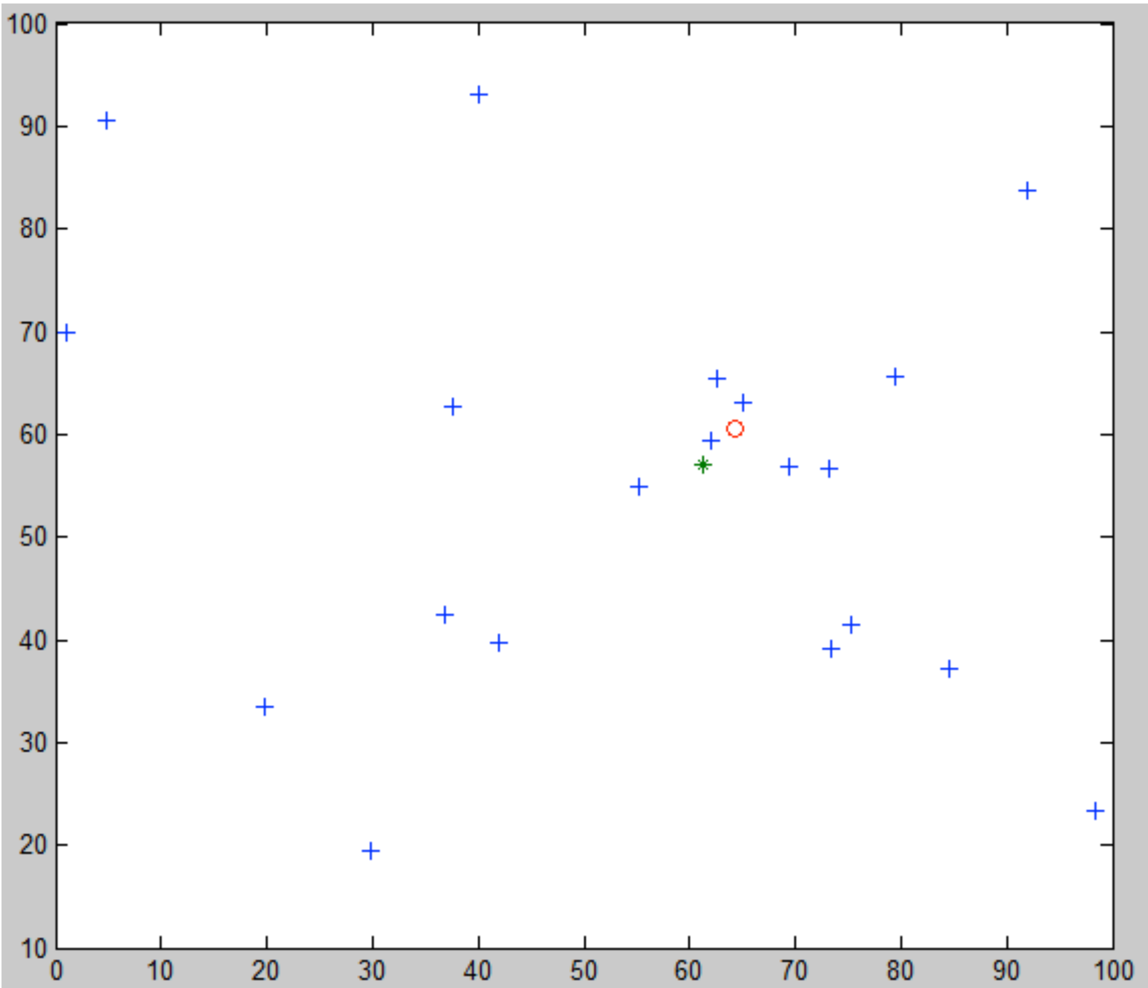
64.2579　60.4889　　考虑了个住宅楼的服务频率不同，服务站应该建在 x 坐标为 64.2579，y 坐标为 60.4889 的位置。

fvaly =

1.2561e+003　　　　　　考虑了服务频率的不同后总的服务距离最小值为 1256.1

图象结果：

住宅楼与服务站位置图



图中‘+’带表个住宅楼的位置，‘*’代表未考虑服务频率时的服务站的最佳位置，‘o’代表考虑了服务频率后的服务站的最佳位置。

分析：考虑服务频率前后图中服务中心的位置可以的知服务站的最优位置向着服务频率高的住宅楼偏移了。

4.（人员组织安排）随着电话银行等业务的开展，香港汇丰银行在美国的服务中心需要雇佣一批话务员处理相关业务。通过对以往数据的分析，发现一天中不同的时段打进电话的数量是不同的，通过估计从上午9时到下午5时每个小时的话务员需要量分别是10，12，14，16，18，17，15和10人。话务员可以使用全职雇员和临时雇员，全职雇员的薪水是每天120美元，临时雇员是每小时10美元。全职雇员从上午9时工作到下午5时，但中间有一个小时的休息时间。一般地，一半的雇员在11时开始休息，一半的雇员在 12 时休息。临时雇员每次是工作连续的四小时，中间没有休息时间。公司可用的全职雇员不超过 12人。同时要求一半以上的工作由全职雇员完成。试给出一个人员的雇佣方案，使得公司所支付的薪水总数最少。（要求得到问题的整数解。）

分析过程：

MATLAB程序：

（1）主函数：

```
f=[120 40 40 40 40 40]

a=[1;1;1/2;1/2;1;1;1;1];

s1=sparse(1:5,1:5,ones(1,5),8,5,5);

s2=sparse(2:6,1:5,ones(1,5),8,5,5);

s3=sparse(3:7,1:5,ones(1,5),8,5,5);

s4=sparse(4:8,1:5,ones(1,5),8,5,5);

s=s1+s2+s3+s4;

b=full(s);

A=-[a,b]

B=-[10 12 14 16 18 17 15 10]

I = [1:length(f)]
```

```
Aeq=[];
Beq=[];
lb=[9.1,zeros(1,5)];
ub=[11.9,10000000*ones(1,5)];
[x,fval,status] = intprog(f,A,B,I,Aeq,Beq,lb,ub)
```

（2）intprog 函数 （用于实现整数规划功能）：

```
function [x,fval,status] = intprog(f,A,B,I,Aeq,Beq,lb,ub,e)
%整数规划求解函数 intprog()
%      其中 f 为目标函数向量
%      A 和 B 为不等式约束 Aeq 与 Beq 为等式约束
%      I 为整数约束
%      lb 与 ub 分别为变量下界与上界
%      x 为最优解，fval 为最优值
%例子:
%         maximize 20 x1 + 10 x2
%         S.T.
%                 5 x1 + 4 x2 <=24
%                 2 x1 + 5 x2 <=13
%                    x1, x2 >=0
%                    x1, x2 是整数
% f=[-20, -10];
% A=[ 5  4; 2 5];
% B=[24; 13];
% lb=[0 0];
% ub=[inf inf];
% I=[1,2];
% e=0.000001;
% [x v s]= IP(f,A,B,I,[],[],lb,ub,,e)
```

```
% x = 4     1  v = -90.0000   s = 1


% 控制输入参数
if nargin < 9, e = 0.00001;
   if nargin < 8, ub = [];
      if nargin < 7, lb = [];
         if nargin < 6, Beq = [];
            if nargin < 5, Aeq = [];
               if nargin < 4, I = [1:length(f)];
               end, end, end, end, end, end


%求解整数规划对应的线性规划,判断是否有解
options = optimset('display','off');
[x0,fval0,exitflag] = linprog(f,A,B,Aeq,Beq,lb,ub,[],options);
if exitflag < 0
    disp('没有合适整数解');
    x = x0;
    fval = fval0;
    status = exitflag;
    return;
else
    %采用分支定界法求解
    bound = inf;
    [x,fval,status] = branchbound(f,A,B,I,x0,fval0,bound,Aeq,Beq,lb,ub,e);
end
```

（3）branchbound 函数（实现分支定定界算法）：

```
function [newx,newfval,status,newbound] = branchbound(f,A,B,I,x,fval,bound,Aeq,Beq,lb,ub,e)
```

```
% 分支定界法求解整数规划
% f,A,B,Aeq,Beq,lb,ub 与线性规划相同
% I 为整数限制变量的向量
% x 为初始解，fval 为初始值
options = optimset('display','off');
[x0,fval0,status0]=linprog(f,A,B,Aeq,Beq,lb,ub,[],options);

%递归中的最终退出条件
%无解或者解比现有上界大则返回原解
if status0 <= 0 || fval0 >= bound
    newx = x;
    newfval = fval;
    newbound = bound;
    status = status0;
    return;
end

%是否为整数解,如果是整数解则返回
intindex = find(abs(x0(I) - round(x0(I))) > e);
if isempty(intindex)
    newx(I) = round(x0(I));
    newfval = fval0;
    newbound = fval0;
    status = 1;
    return;
end

%当有非整可行解时，则进行分支求解
%此时必定会有整数解或空解
```

```
%找到第一个不满足整数要求的变量
n = I(intindex(1));
addA = zeros(1,length(f));
addA(n) = 1;
%构造第一个分支 x<=floor(x(n))
A = [A;addA];
B = [B,floor(x(n))];
[x1,fval1,status1,bound1] = branchbound(f,A,B,I,x0,fval0,bound,Aeq,Beq,lb,ub,e);
A(end,:) = [];
B(:,end) = [];
%解得第一个分支，若为更优解则替换，若不是则保持原状

status = status1;
if status1 > 0 && bound1 < bound
    newx = x1;
    newfval = fval1;
    bound = fval1;
    newbound = bound1;
else
    newx = x0;
    newfval = fval0;
    newbound = bound;
end

%构造第二分支
A = [A;-addA];
B = [B,-ceil(x(n))];
[x2,fval2,status2,bound2] = branchbound(f,A,B,I,x0,fval0,bound,Aeq,Beq,lb,ub,e);
A(end,:) = [];
```

```
B(:,end) = [];

%解得第二分支，并与第一分支做比较，如果更优则替换
if status2 > 0 && bound2 < bound
    status = status2;
    newx = x2;
    newfval = fval2;
    newbound = bound2;
end
```

运行结果：

```
>> ex5_04

f =

   120    40    40    40    40    40                /目标函数系数向量/



A =                                                   /不等式约束系数稀疏矩阵/

   -1.0000   -1.0000         0         0         0         0
   -1.0000   -1.0000   -1.0000         0         0         0
   -0.5000   -1.0000   -1.0000   -1.0000         0         0
   -0.5000   -1.0000   -1.0000   -1.0000   -1.0000         0
   -1.0000         0   -1.0000   -1.0000   -1.0000   -1.0000
   -1.0000         0         0   -1.0000   -1.0000   -1.0000
   -1.0000         0         0         0   -1.0000   -1.0000
   -1.0000         0         0         0         0   -1.0000
```

```
B =                                          /不等式约束常数向量/

   -10   -12   -14   -16   -18   -17   -15   -10


I =                            /指明第几个决策变量是整数变量/

     1     2     3     4     5     6


x =                                /最优化决策变量的结果/

    10     3     4     2     3     2


fval =                /目标函数的最小值，即公司支付薪水的最小值/

  1.7600e+003


status =                    /算法找到了最优解/

     1
```

结果分析：

为达到总的薪水最少，同时又满足约束条件，公司的最优雇佣方式为：

1. 全职雇员雇佣 10 名。

2. 9 点到 10 点，临时雇员雇佣 3 名。

3. 10 点到 11 点，临时雇员雇佣 4 名。

4. 11 点到 12 点，临时雇员雇佣 2 名。

5. 12 点到 1 点，临时雇员雇佣 3 名。

6. 1 点到 2 点，临时雇员雇佣 2 名。

按照以上方式雇佣，总的薪金可以达到最少为$1760 每天。

应用实验（或综合实验）

一、实验内容

5 号宋体

二、问题分析

5 号宋体

三、数学模型的建立与求解(一般应包括模型、求解步骤或思路，程序放在后面的附录中)

5 号宋体

四、实验结果及分析

5 号宋体

五、附录（程序等）

5 号宋体

总结与体会

通过这次实验我学会了如何建立数学规划模型，从复杂的实际问题的大量文字语言描述中提取出有用的数学模型确定优化的目标和寻求决策，从决策中找到正确的找到决策变量，从目标中找到正确的目标函数，从大量丰富的条件中找到约束条件，利用约束条件列出可行域。此外还学会了利用 MATLAB 解决线性非线性规划问题，提高了自己的编程水平，特别是学会了处理整数规划问题，了解了整数规划中使用的分支定界算法。

杨阳

John.Y.Yang

教师签名

年　月　日

备注：

1、同一章的实验作为一个实验项目，每个实验做完后提交电子稿到服务器的“全校任选课数学实验作业提交”文件夹，文件名为“学院学号姓名实验几”，如“机械 20073159 张新实验一”。

2、提交的纸质稿要求双面打印，中途提交批改不需要封面，但最后一次需将该课程所有实验项目内页与封面一起装订成册提交。

3、综合实验要求 3 人合作完成，请在实验报告上注明合作者的姓名。