重 庆 大 学

学 生 实 验 报 告

实验课程名称＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

开课实验室　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

学　　　院＿＿＿＿＿＿年级＿＿＿＿专业班＿＿＿＿＿

学 生 姓 名＿＿＿＿＿＿＿＿学　号＿＿＿＿＿＿＿＿

开 课 时 间＿＿＿＿＿至＿＿＿＿＿学年第＿＿＿＿学期

总 成 绩	
教师签名	

数 学 与 统 计 学 院 制

开课学院、实验室： **实验时间 ： 年 月 日**

课程名称		实验项目名 称		实验项目类型				
				验证	演示	综合	设计	其他
指导教师		成 绩						

实验目的

1） 掌握微分方程求解的三种解法：解析法、数值解法以及图形表示解的方法;

2） 学会使用 MATLAB 软件求解析解、数值解和图形解；

3） 通过范例学习怎样建立微分方程模型和分析问题的思想

基础实验

一、实验内容

微分方程求解及应用实例

（1）了解连续问题离散化的思想，知道求解微分方程的解析法、数值解法以及图形表示解的方法，理解求微分方程数值解的欧拉方法,了解龙格---库塔方法的思想；

（2）使用 MATLAB 软件的函数求微分方程的解析解、数值解和图形解；

（3）建立微分方程模型和掌握分析问题的思想。

二、实验过程（一般应包括实验原理或问题分析，算法设计、程序、计算、图表等， 实验结果及分析）

1、 求微分方程的解析解，并画出它们的图形，

$y' = y + 2x, \quad y(0) = 1, \quad 0<x<1;$

$y'' + y = \cos(x), y(0)=1, y'(0)=0;$

代码：

（1）

```
y=dsolve('Dy=y+2*x','y(0)=1','x')
ezplot(y,[0 1])
```

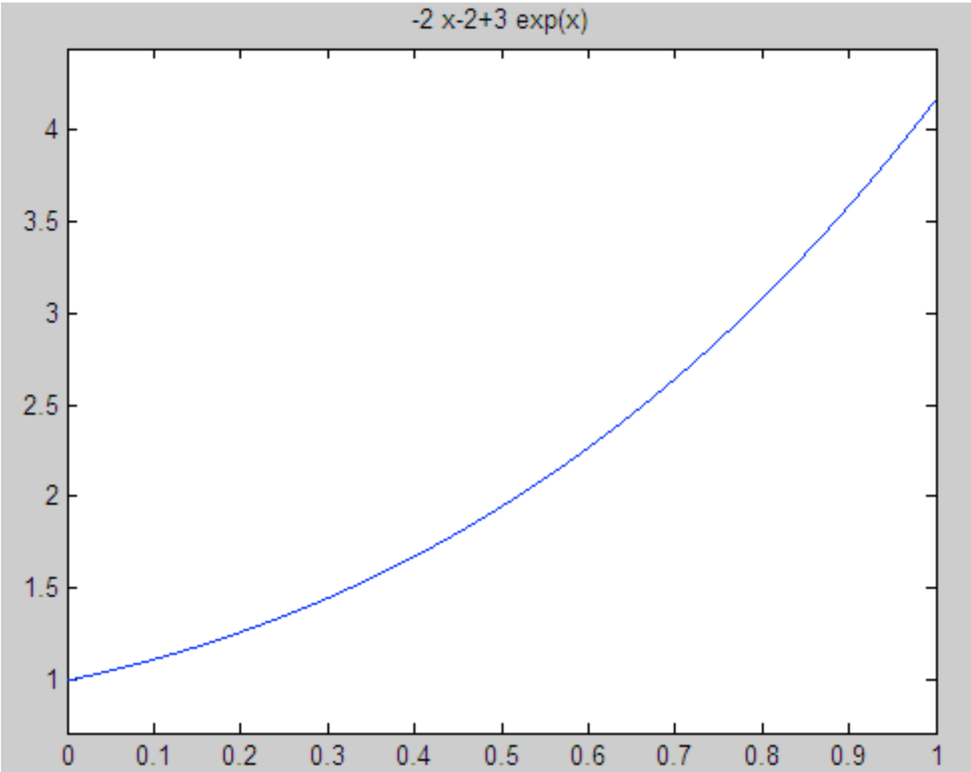
运行结果：

```
>> ex04_1_1
```

y =

-2*x-2+3*exp(x)

截图：　　　　　　　　　　　　　　y =-2*x-2+3*exp(x)图像



(2)代码：

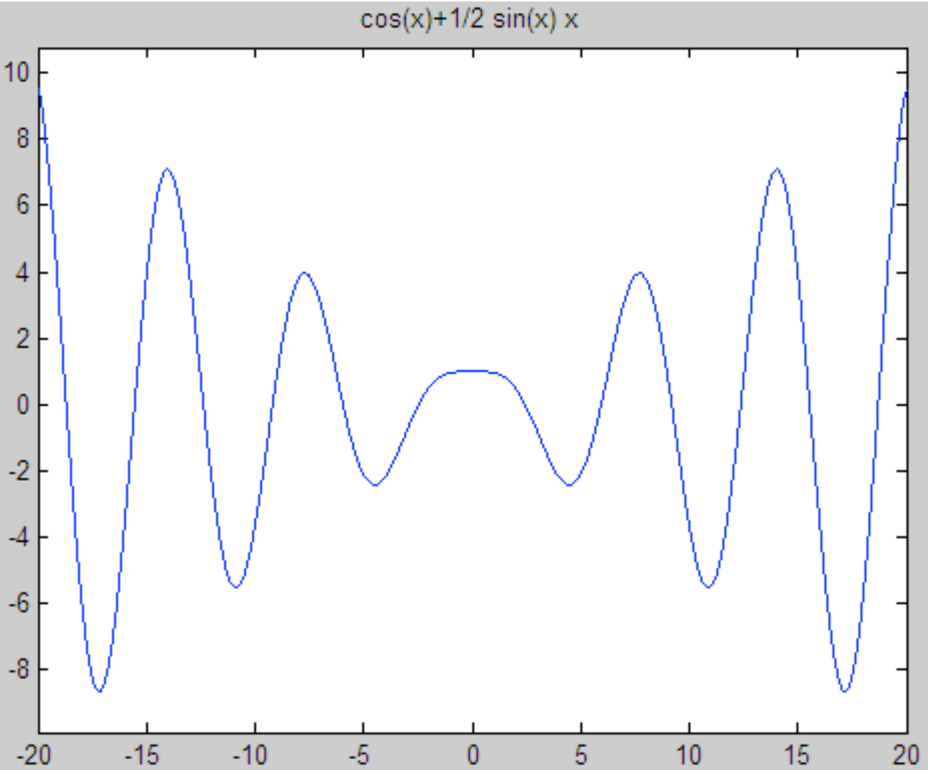
```
y=dsolve('D2y=-y+cos(x)','y(0)=1','Dy(0)=0','x')
ezplot(y,[-20 20])
```

运行结果：

```
>> ex04_1_2

y =

cos(x)+1/2*sin(x)*x
```

>>

截图：　　　　　　　　　y =cos(x)+1/2*sin(x)*x 图像



2、求方程　y′=y-2x/y, y(0) = 1 的数值解(0≤x≤1),并和解析解加以比较，并画出它们的图形 。

代码：

主函数：

```
[x,y]=ode45('fun2',[0 1],[1]);
plot(x,y);
Y=dsolve('Dy=y-2*x/y','y(0)=1')
[x,y]
```

fun2 函数：

```
function F=fun2(x,y)
F(1)=y-2*x/y;
```

运行结果：（前部分为解析解后部分为数值解，其中左列为 x 的数值右列为 y 的数值）

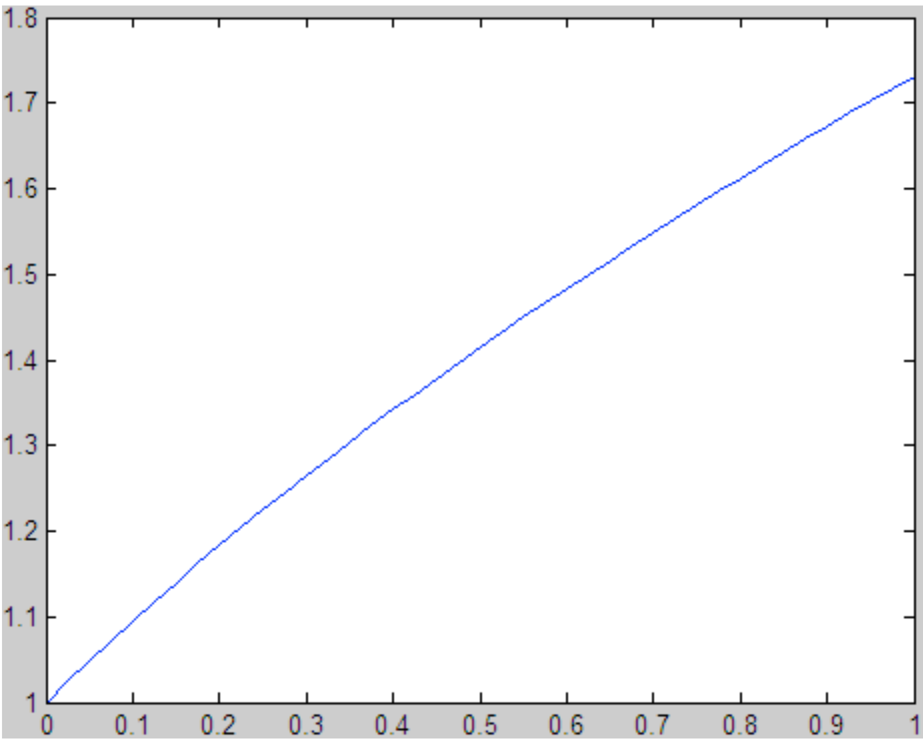
```
>> ex04_2

Y =

(2*x+exp(2*t)*(-2*x+1))^(1/2)



ans =

         0    1.0000
    0.0250    1.0247
    0.0500    1.0488
    0.0750    1.0724
    0.1000    1.0954
    0.1250    1.1180
    0.1500    1.1402
    0.1750    1.1619
    0.2000    1.1832
    0.2250    1.2042
    0.2500    1.2247
    0.2750    1.2450
    0.3000    1.2649
    0.3250    1.2845
    0.3500    1.3038
    0.3750    1.3229
    0.4000    1.3416
    0.4250    1.3601
    0.4500    1.3784
```

0.4750	1.3964
0.5000	1.4142
0.5250	1.4318
0.5500	1.4491
0.5750	1.4663
0.6000	1.4832
0.6250	1.5000
0.6500	1.5166
0.6750	1.5330
0.7000	1.5492
0.7250	1.5652
0.7500	1.5811
0.7750	1.5969
0.8000	1.6125
0.8250	1.6279
0.8500	1.6432
0.8750	1.6583
0.9000	1.6733
0.9250	1.6882
0.9500	1.7029
0.9750	1.7176
1.0000	1.7321

>>

截图：

y=(2*x+exp(2*t)*(-2*x+1))^(1/2)图像



3、Rossler 微分方程组：

$$\begin{cases} x' = -y - z \\ y' = x + ay \\ z' = b + z(x - c) \end{cases}$$

当固定参数 b=2, c=4 时，试讨论随参数 a 由小到大变化（如 a∈(0, 0.65]）而方程解的变化情况，并且画出空间曲线图形，观察空间曲线是否形成混沌状？

代码：（子函数 rossler 在 a 取任何值时都相同故只列出一次）

Rossler 函数:

```
function F=rossler(t,x)
global a;
F=zeros(3,1);
F(1)=-x(2)-x(3);
F(2)=x(1)+a*x(2);
F(3)=2+x(3)*( x(1)-4 );
```

主函数：

（1）参数 a 取 0.1

```
global a;
a=0.1;
[t,x]=ode45('rossler',[0,500],[0,0,0],[],a);
subplot(1,2,1),plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3));,title('x,y,z对t作图')
subplot(1,2,2),plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3)),title('x,y,z空间曲线')
grid on;
```

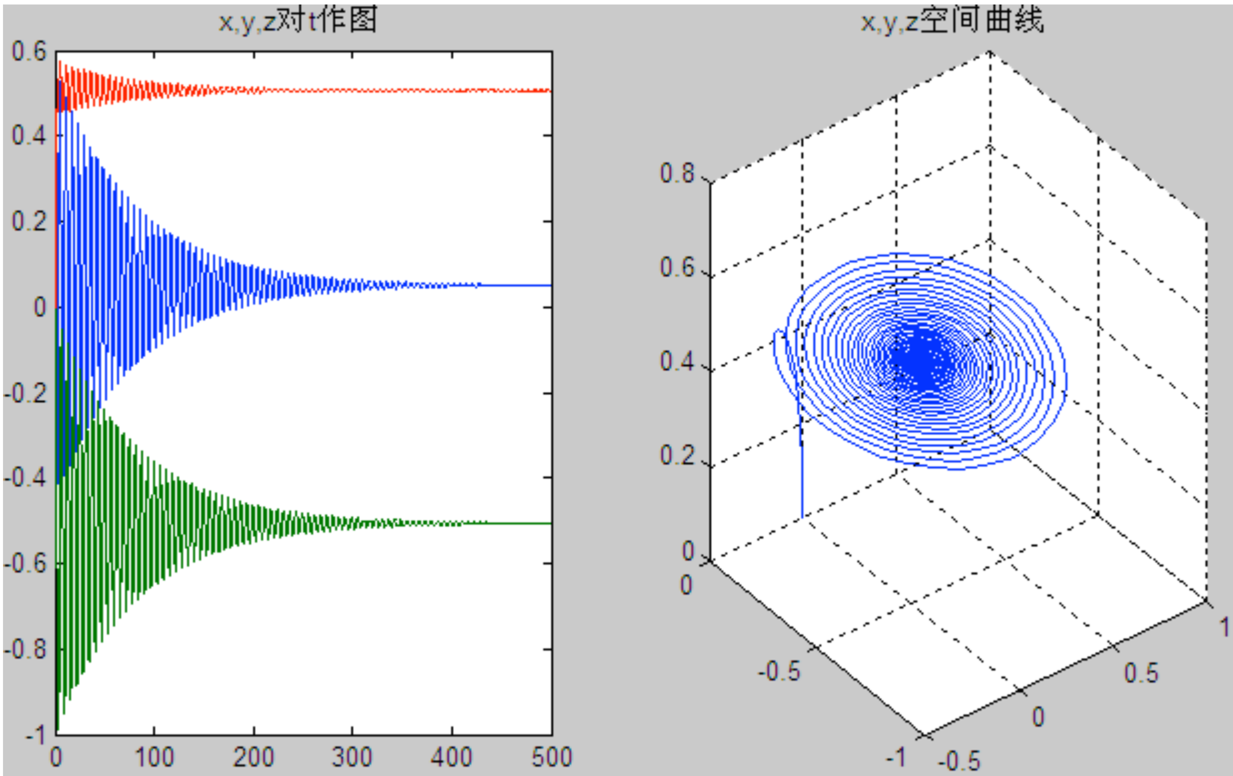
（2）参数取 a 取 0.5

```
global a;
a=0.5;
[t,x]=ode45('rossler',[0,500],[0,0,0],[],a);
subplot(1,2,1),plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3));,title('x,y,z对t作图')
subplot(1,2,2),plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3)),title('x,y,z空间曲线')
grid on;
```

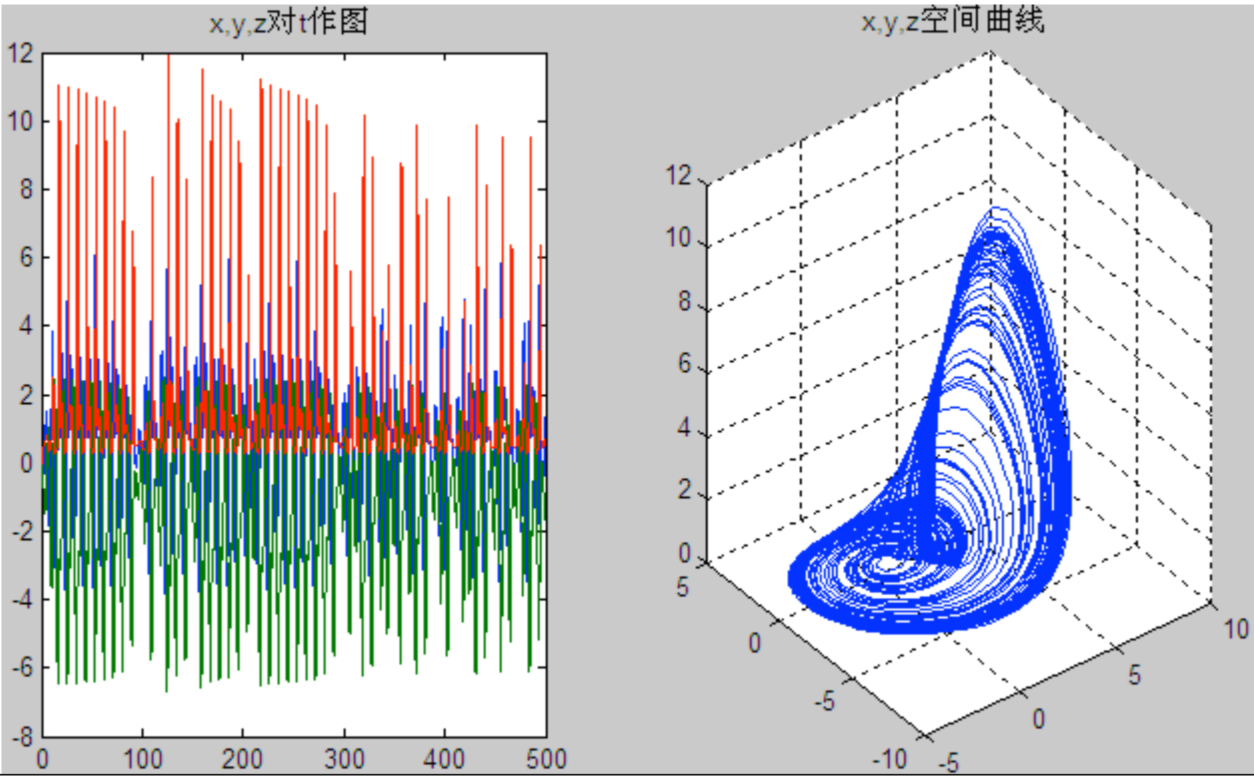
（3）参数 a 取 0.6

```
global a;
a=0.6;
[t,x]=ode45('rossler',[0,30],[0,0,0],[],a);
subplot(1,2,1),plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3));,title('x,y,z对t作图')
subplot(1,2,2),plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3)),title('x,y,z空间曲线')
grid on;
```

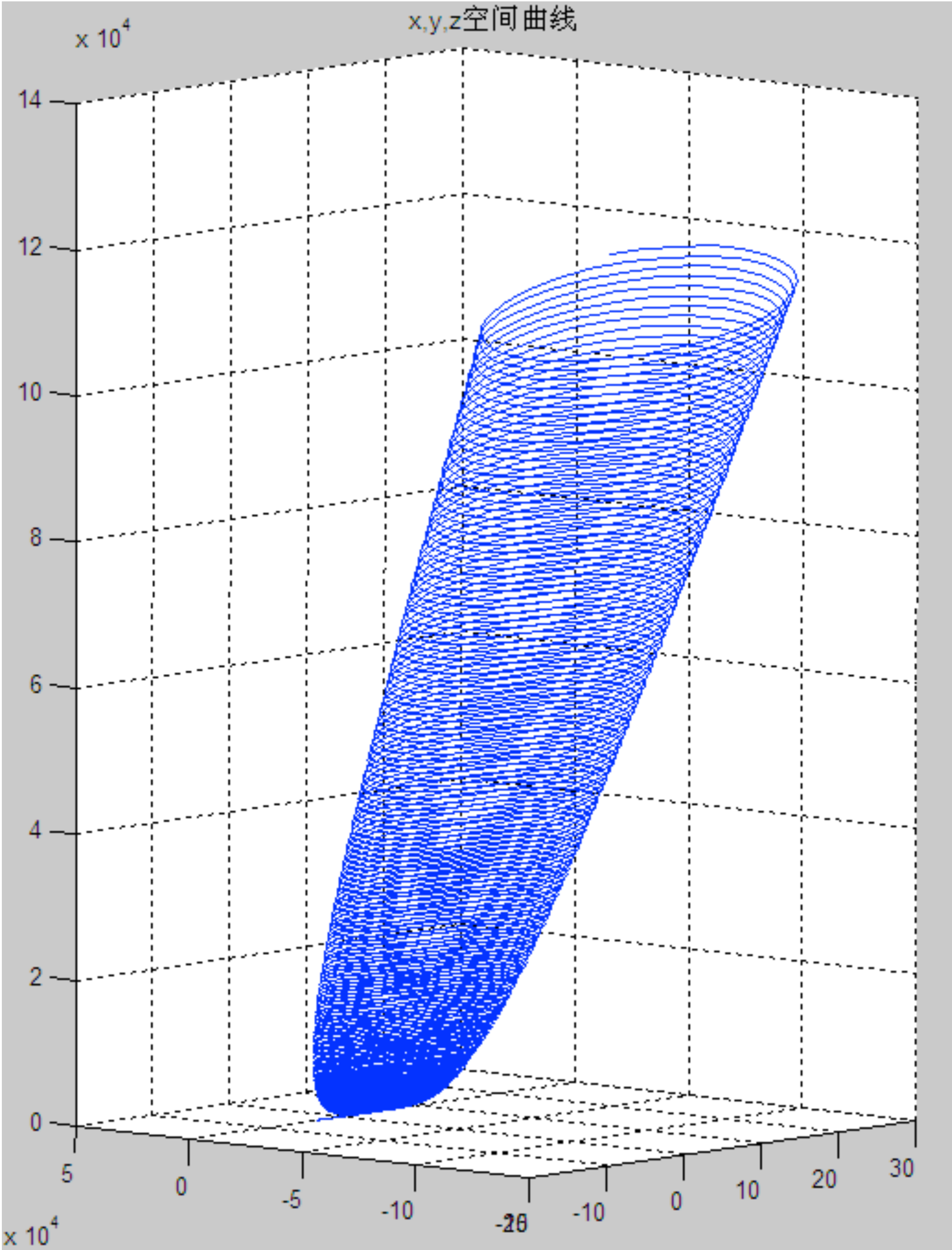
参数 a=0.1时的图像



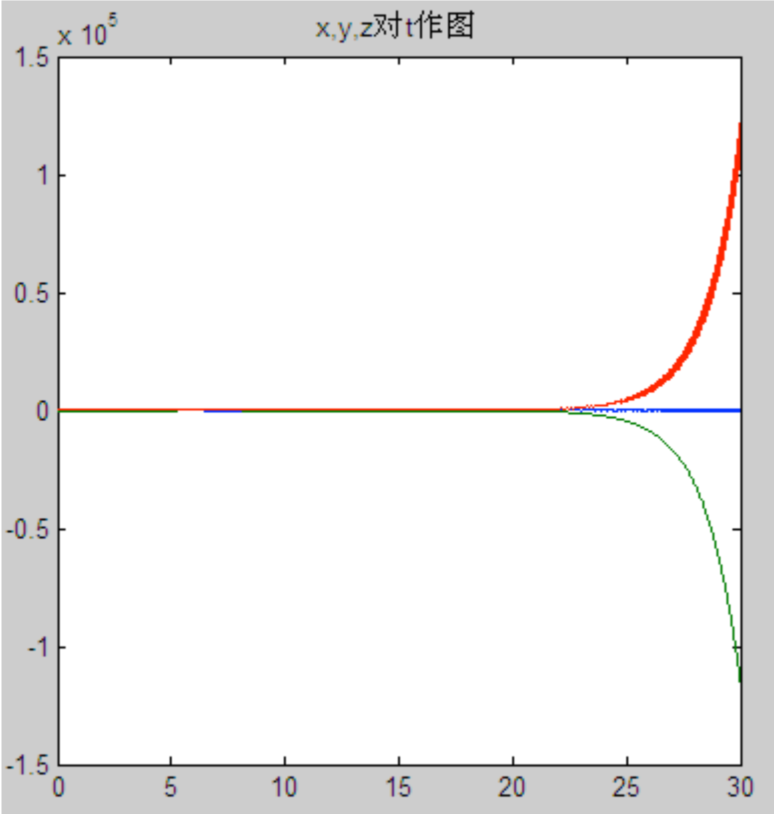
参数 a=0.5 时候的图像



参数 a=0.65 时候的图像（由于图幅较大换为两幅图）



明显看到相图按某种规律变化



分析：

当 a=0.1 时候，通过观察 x,y,z 对时间 t 做的图看出微分方程的解 x,y,z 在衰减的振动中趋于某一个稳定的值，而观察 x,y,z 的相图可以看出图中有一个结点，相图中的空间曲线绕该点做距离减小的旋转最后不断的接近这个点，该点就是稳定结点。

当 a=0.5 的时候，通过观察 x,y,z 对时间 t 做的图看出微分方程的解 x,y,z 波动的很厉害，比较小的 t 的改变也会导致 x,y,z 有很大的变化，而观察其相图发现其相图中空间曲线呈现出混沌状。

当 a=0.6 的时候，通过观察 x,y,z 对时间 t 作图看出微分方程的解 x,y,z，开始在 0 附近最后均发散，观察 x,y,z 的空间相图发现相图曲线按照某种规律绕圈并越圈绕越大，于此对应当的然就是 x,y,z 发散。

4、水的流出时间

一横截面积为常数 A，高为 H 的水池内盛满水，

由池底一横截面积为 B 的小孔放水。设水从小

孔流出的速度为 v = (2gh)0.5，求在任意时刻的

水面高度和将水放空所需的时间。

时间 t → 高度 h。(要求，建立模型

选择适的参数值并给出数值解。)

分析过程：(手写)

代码：

主函数：

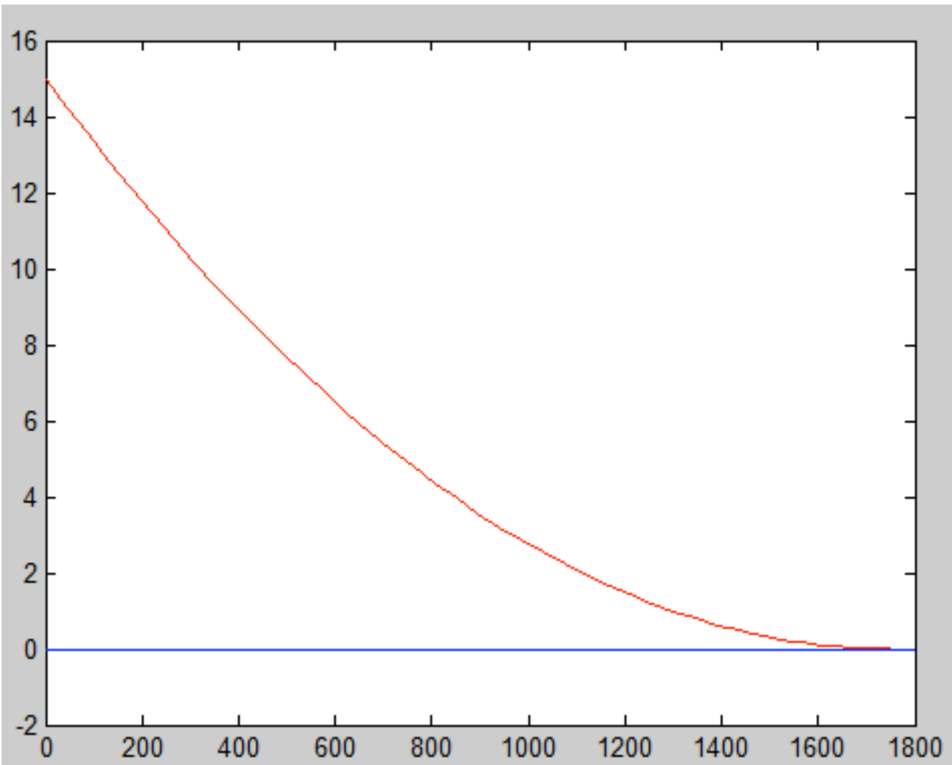
```
global A
global B
global g
A=2;
B=0.002;
g=9.8;
H=15;
[t,h]=ode45('Volume',[0,1800],[H]);
plot(t,h(:,1),'r',t,0*t,'b')
```

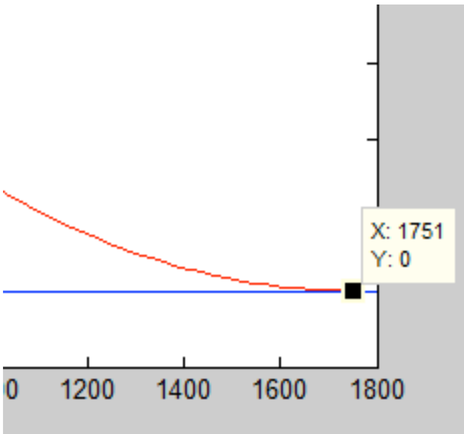
Volume 函数：

```
function F=Volume(t,h);
global A
global B
global g
F=-B/A*sqrt(2*g*h);
```

运行结果：

水面高度 h 关于 t 德尔曲线图像





从图中看出需要 1751 秒水才能放光。

5、考虑相互竞争模型

两种相似的群体之间为了争夺有限的同一种食物来源和生活空间而进行生存竞争时，往往是竞争力较弱的种群灭亡，而竞争力较强的种群达到环境容许的最大数量。

假设有甲、乙两个生物种群，当它们各自生存于一个自然环境中，均服从 Logistic 规律。

符号说明 ：

1、$x_1(t)$，$x_2(t)$是两个种群的数量；

2、r_1，r_2是它们的固有增长率；

3、n_1，n_2是它们的最大容量；

4、$m_2(m_1)$为种群乙(甲)占据甲(乙)的位置的

数量，并且 $m_2=\alpha x_2$； $m_1=\beta x_1$。

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt}=r_1x_1(1-\dfrac{x_1+m_2}{n_1}) \\ \dfrac{dx_2}{dt}=r_2x_2(1-\dfrac{x_2+m_1}{n_2}) \end{cases}$$

1)设$r_1=r_2=1$，$n_1=n_2=100$，$m_1=0.5, m_2=2, x_{10}=x_{20}=10$

计算 x(t)，y(t)，画出图形及相图。解释其变化过程

2）改变 r_1，r_2，n_1，n_2，x_0，y_0，而 α_1，α_2不变，计算并分析结果；若 α_1=1.5，α_2=0.7，再分析结果。

由此能得到什么结论。

代码：

主函数：

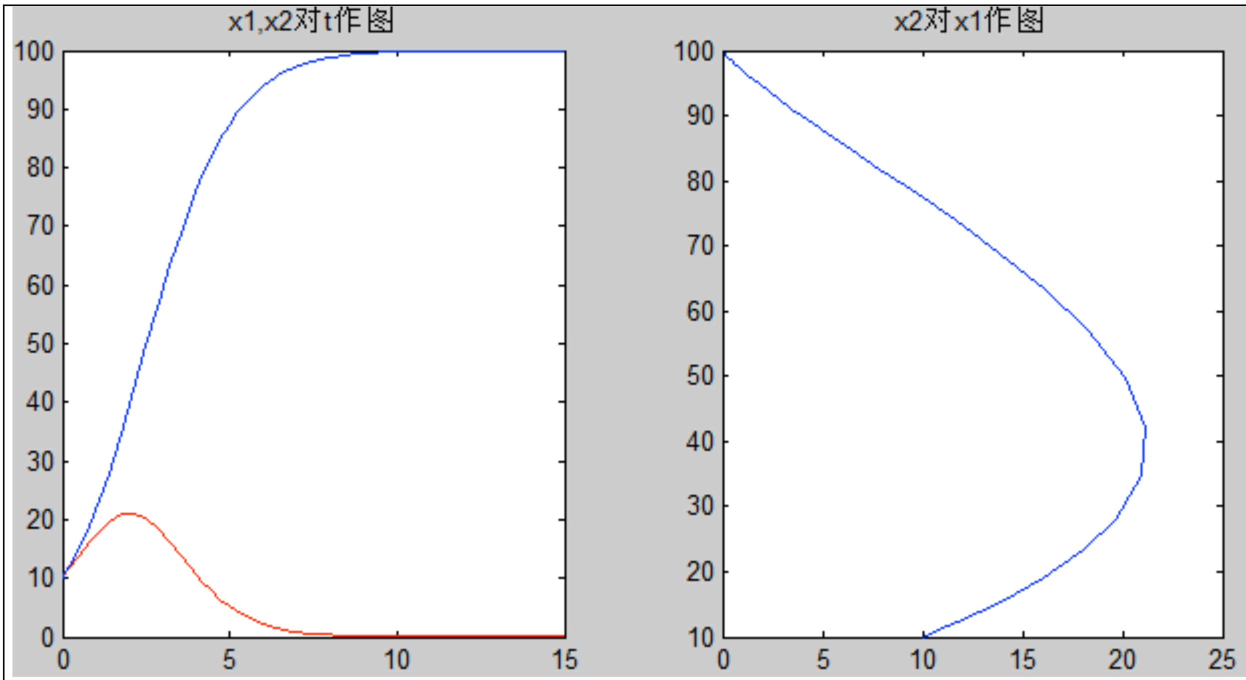
```
x0=[10 10];
[t,x]=ode45('compet',[0 15],x0);
subplot(1,2,1),plot(t,x(:,1),'r',t,x(:,2),'b'),title('x1,x2对t作图')
subplot(1,2,2),plot(x(:,1),x(:,2)),title('x2对x1作图')
```

compet函数：

```
function F=compet(t,x);
r1=1;
r2=1;
n1=100;
n2=100;
m1=0.5;
m2=2;
F=zeros(2,1);
F(1)=r1*x(1)*(1-(x(1)+m2*x(2))/n1);
F(2)=r2*x(2)*(1-(x(2)+m1*x(1))/n2);
```

运行结果：

此时 r2=r1=1,n1=n2=100,m1=0.5,m2=1,x10=x20=10



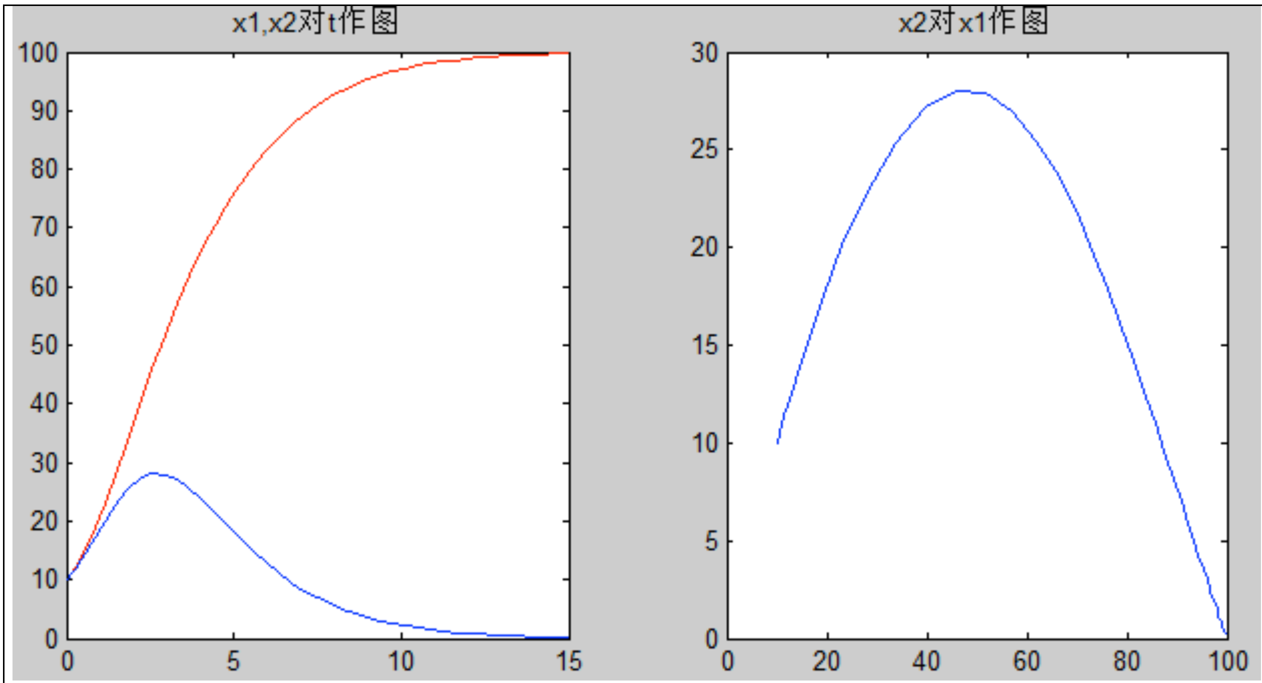
红色的线代表 x1，蓝色的线代表 x2

从图中看出，x1 代表的种群和 x2 代表的种群初始数量都为 10 等于 x10 等于 x20，在看到最后发展情况 x1 种群数量到了 0，灭绝了，而 x2 代表的种群数量最终到了 100 也就是环境容许的最大数量 n2。而观察相图看到相图中的曲线的重心在 x2 一边，而观察 x1 与 x2 对 t 的图象看出，x2 取得了优势，而 x2 在经过一个小上升后最后灭绝了。r1=r2，两种群的固有增长率相同在这种情况下 m1=0.5,m2=2，也就是说 x1 占 x2 的生存空间小而 x2 占 x1 的生存空间比较大这与 x1 和 x2 的发展情况相同。

改变参数到 r2=r1=1,n1=n2=100,m1=1.5,m2=0.7,x10=x20=10 预测：

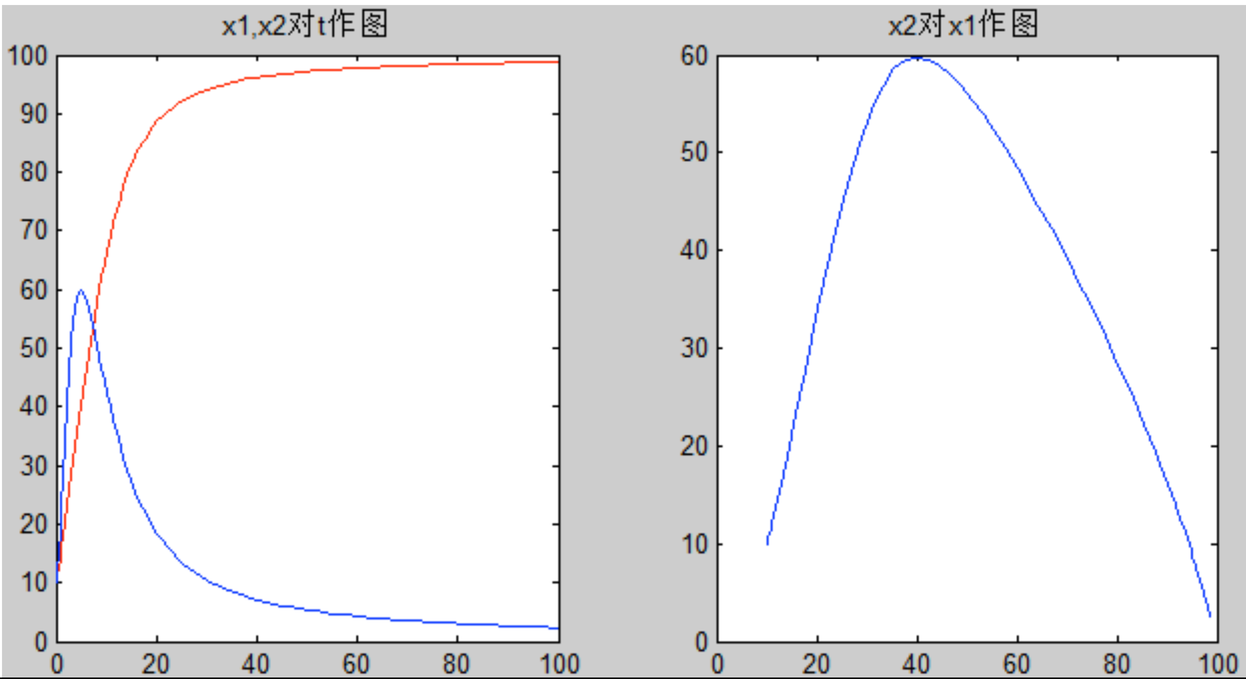
应为 r2=r1=1,n1=n2=100,x10=x20=10 这几组参数均没有改变,而只有 m1,m2 改变了,并且 m1=1.5,m2=0.7 应为其它情况都与上组相同，而 x2 种群占 x1 种群的生存空间小，x1 占 x2 种群的生存空间大所以预测 x1 种群将会在竞争中胜出，而 x2 将会灭绝。

实验结果：



红色曲线代表 x1，蓝色曲线代表 x2，发展情况与预测完全相同。最终 x1 达到环境允许的最大容量，而 x2 灭绝了。

改变参数到 r1=0.5，r2=1,n1=n2=100,m1=1,m2=0.5,x10=x20=10 观察



因为 $r1=0.5$，$r2=1$，所以 x2 的固有增长率要大一些，而 $m2=0.5$，$m1=1$，也就是 x2 占 x1 的生存空间小而 x1 占 x2 的生存空间大。其它参数都与初始参数相同。从图中看出一开始 x1 种群领先了一些，到达了 60 但之后 x1 数量急剧下降，而 x2 数量快速上升最终占据优势而 x1 灭绝了。从相图中看出，重心先偏向 x2 一侧然后又偏向 x1。这说明开始生存空间的占据效果占据了主导作用而固有增长率成了次要因素，而到了最后固有增长率占据了主导作用而生存空间的占据效果却成了次要因素。

6、年龄结构种群的稳定分布

考虑一个没有移民的部落，以 15 年作为年龄段将人群分成 0-15，15-30，…，60-75 五个子群体（假定种群中没有大于 75 岁的个体）。仅考虑第二和第三个子群体具有生育能力，生育率为 1.5 和 1，前 4 个种群的存活率分别为 0.98，0.96，0.93 和 0.90.在初始时刻五个子群体的人数分别是 1000，900，800，700 和 600.给出各个子群体随时间变化的曲线，说明人口的稳定分布比例。并简单说明如何利用这样的模型分析我国人口年龄结构。

分析过程（手写）：

代码：

```
k=input('请输入时间段k(1为起始值)：')
X=[1000;900;800;700;600];
L=[0 1.5 1 0 0;0.98 0 0 0 0;0 0.96 0 0 0;0 0 0.93 0 0;0 0 0 0.90 0];
x=zeros(5,k);
x(:,1)=[1000;900;800;700;600];
for i=1:1:(k-1)
    X=L*X;
    x(:,i+1)=X;
end

subplot(1,2,1),bar(x','group'),title('1到k时间段的人口变化（每个时间段间隔15年）')
subplot(1,2,2),bar(x,'group'),title('1到5年龄组的人口变化')
N=0;
for i=1:5
    N=N+x(i,k);
end
```

A1=x(1,k)/N

A2=x(2,k)/N

A3=x(3,k)/N

A4=x(4,k)/N

A5=x(5,k)/N

运行结果：（1）时间段为 10

>> ex04_6

请输入时间段 k(1 为起始值)：10

k =

    10

A1 =

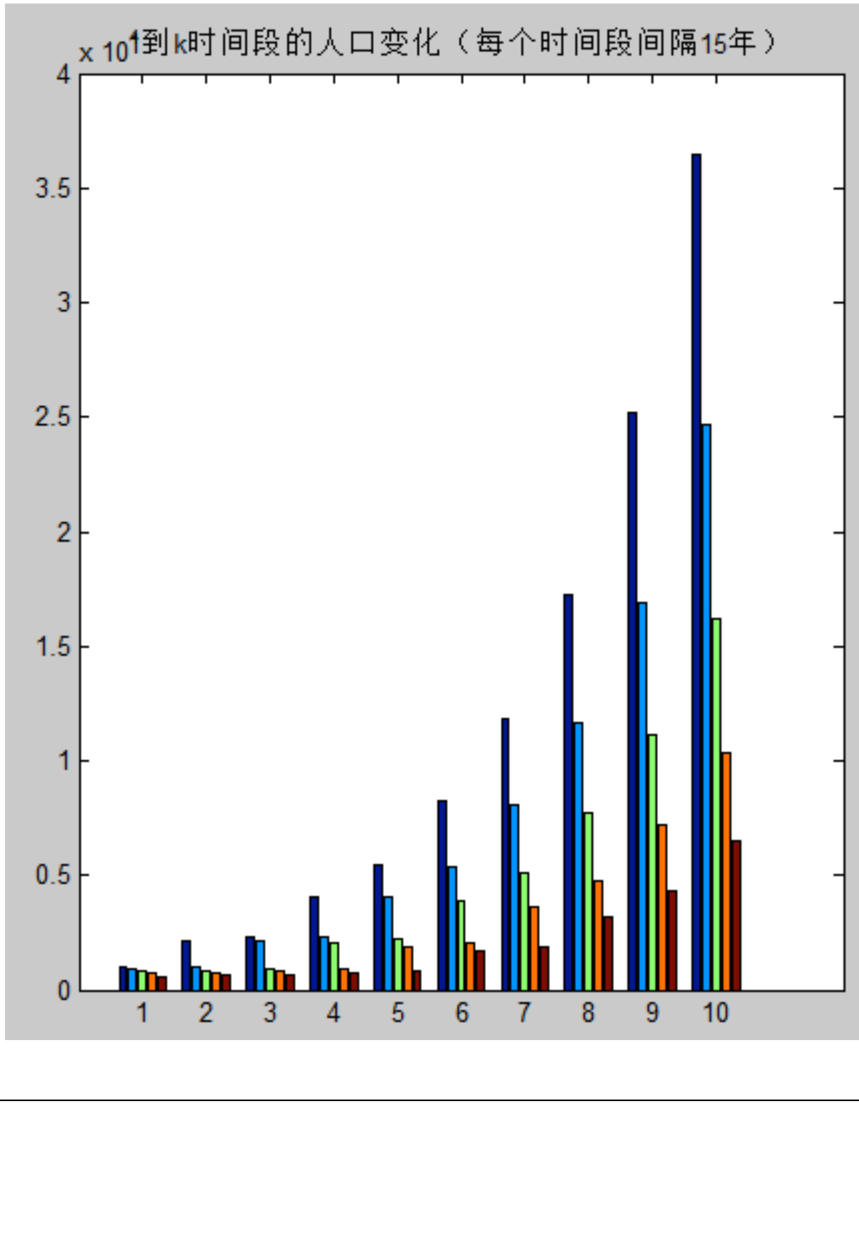
    0.3871

A2 =

    0.2620

A3 =

    0.1719



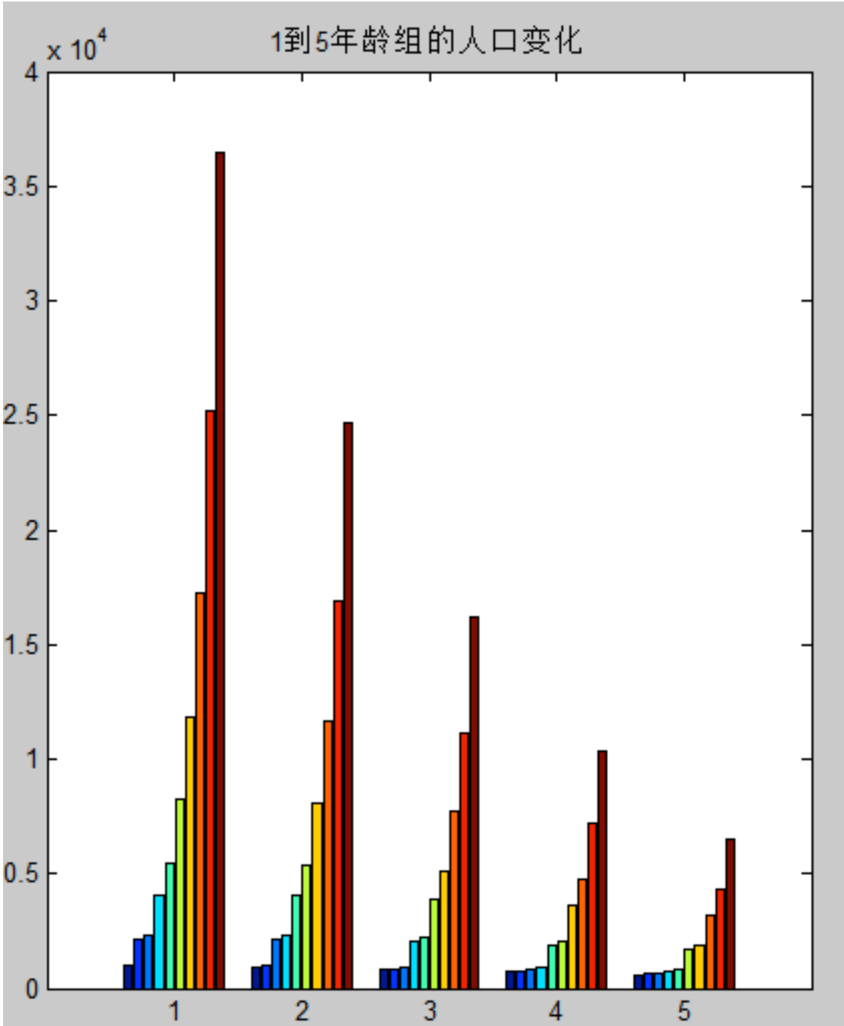
A4 =

0.1102

A5 =

0.0687

>>



分析第一幅条形图可以看出人口在 10 年内增长的非常的快，每个年龄组都呈现出增长的态势，而分析第二幅条形图可以看出从每个年龄组都增长态势并且 0-15 岁数目最多其次是 15-30，然后依次是 30-45，45-60,60-75。当然 A1，A2，A3，A4，A5 分别代表 5 个年龄组数目占总体的比例，从其中也可以看出人口结构的分布，其中 A1 =0.3871A2 =0.2620A3 =0.1719A4 = 0.1102A5 =0.0687。lesiel 矩阵的特征向量也反映了人口的发展趋势，

>> eig(L)

ans =

0

```
        0
   1.4549
  -0.7274 + 0.3428i
  -0.7274 - 0.3428i
```

显然其中的分量大于一，人口呈增长态势。

（2）时间段为 20（条形图略）

运行结果：

```
>> ex04_6
请输入时间段 k(1 为起始值)：20

k =

    20


A1 =

    0.3879


A2 =

    0.2613


A3 =

    0.1724
```

```
A4 =

    0.1102


A5 =

    0.0682
```

（3）时间段为 50

```
>> ex04_6
请输入时间段 k(1 为起始值)：50

k =

    50


A1 =

    0.3879


A2 =

    0.2613
```

A3 =

0.1724

A4 =

0.1102

分析（1）（2）（3）组的最后各年龄组的比例可以发现

（1）K=10　A1 =0.3871 A2 =0.2620 A3 =0.1719 A4 = 0.1102 A5 =0.0687

（2）K=20　A1=0.3879　A2=0.2613　A3=0.1724　A4=0.1102　A5=0.0682

(3) K=50　A1=0.3879　A2=0.2613　A3=0.1724　A4=0.1102　A5=0.0682

时间段过了 20 以后年龄组数目的比例就不会变化了，其实时间段到了 10 就呈现出很好的稳定分布了。

附加情况：

现对 leslie 矩阵进行改变。

使得

L =

0	1.0000	0	0	0
0.9800	0	0	0	0
0	0.9600	0	0	0
0	0	0.9300	0	0
0	0	0	0.9000	0

即相当于实行计划生育一对夫妇只一生有一个孩子

代码：

```
k=input('请输入时间段k(1为起始值)：')
X=[1000;900;800;700;600];
L=[0 1 0 0 0;0.98 0 0 0 0;0 0.96 0 0 0;0 0 0.93 0 0;0 0 0 0.90 0];
x=zeros(5,k);
x(:,1)=[1000;900;800;700;600];
for i=1:1:(k-1)
    X=L*X;
    x(:,i+1)=X;
end

subplot(1,2,1),bar(x','group'),title('1到k时间段的人口变化（每个时间段间隔15年）')
subplot(1,2,2),bar(x,'group'),title('1到5年龄组的人口变化')
N=0;
for i=1:5
    N=N+x(i,k);
end
A1=x(1,k)/N
A2=x(2,k)/N
A3=x(3,k)/N
A4=x(4,k)/N
A5=x(5,k)/N
```

运行结果：

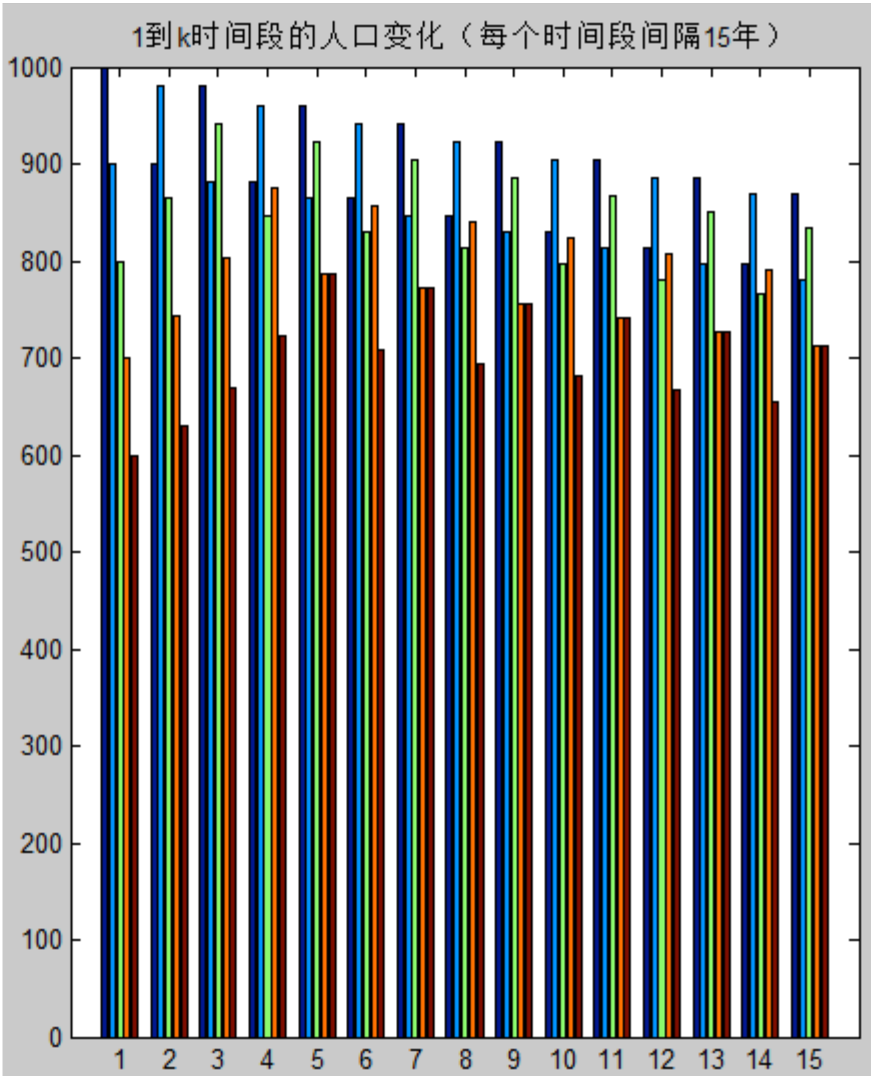
```
>> ex04_6
请输入时间段k(1为起始值)：15
```

k =

    15

A1 =

    0.2222



A2 =

    0.2000

A3 =

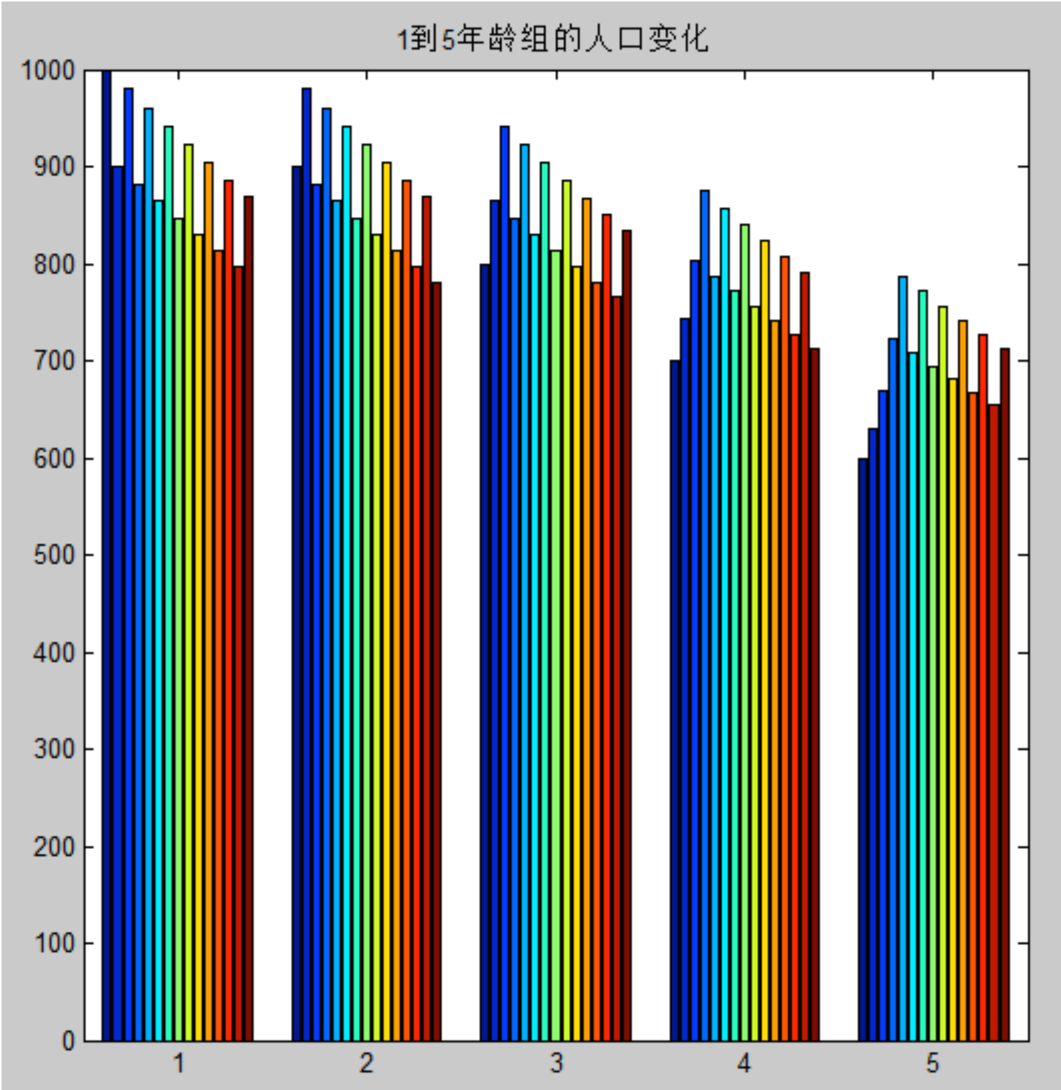
    0.2133

A4 =

    0.1822

A5 =

    0.1822



L 矩阵改变导致最终的年龄组分布也有了变化变化为：

A1=0.2222 A2=0.2000 A3=0.2133 A4=0.1822 A5=0.1822 各年龄组数目相差较小，从图中也可以看出。

而每个群体的数目都波动中下降，因为 L 矩阵的特征向量所有分量小于一如下所示：

ans =

0
0
0
0.9899
-0.9899

故随着时间人口数会一直呈现下降的态势，即人口增长得到控制分析以上所有结果可以知道计划生育是很有必要的。当然该模型同样有局限就是人口增长没有阻滞因素。

应用实验（或综合实验）

一、实验内容

二、问题分析

三、数学模型的建立与求解（一般应包括模型、求解步骤或思路，程序放在后面的附录中）

四、实验结果及分析

五、附录（程序等）

总结与体会

注　行距：选最小值 16 磅，每一图应有简短确切的题名，连同图号置于图下。每一表应有简短确切的题名，连同表号置于表上。图表的题名及其中的文字采用小 5 号宋体。

杨阳
John.Y.Yang

教师签名

年　月　日

备注：

1、同一章的实验作为一个实验项目，每个实验做完后提交电子稿到服务器的“全校任选课数学实验作业提交”文件夹，文件名为“学院学号姓名实验几”，如“机械 20073159 张新实验一”。
2、提交的纸质稿要求双面打印，中途提交批改不需要封面，但最后一次需将该课程所有实验项目内页与封面一起装订成册提交。
3、综合实验要求 3 人合作完成，请在实验报告上注明合作者的姓名。