

3.4: Induktionsbeweis I: Fibonacci

$$F_{-1} = 1, F_0 = 0, F_{k \geq 1} = F_{k-1} + F_{k-2}$$

$$\forall n, k \geq 0 : \text{fib}(n, k) \equiv F_{k+n} * F_{k-1}$$

Induktionsanfang:

$$\text{fib}(n, 0) = F_0 + n * F_{-1} = 0 + n * 1 = n \quad // \text{true}$$

$$\text{Fib}(n, 1) = F_1 + n * F_0 = F_0 + F_1 + n * 0 = 0 + 1 + 0 = 1 \quad // \text{true}$$

Induktionsschluss(Schritt von n auf n+1)

$$\text{fib}(n, k) \equiv F_{k+n} * F_{k-1}$$

$$= \text{fib}(n, k-1) + \text{fib}(n, k-2) \quad // \text{Hypothesis}$$

$$\text{Fib}(n, k+1) \equiv F_{k+1} + n * F_k = (F_k + F_{k-1}) + n(F_{k-1} + F_{k-2}) = (F_k + n * F_{k-1}) + (F_{k-1} + n * F_{k-2})$$

$$= \text{fib}(n, k) + \text{fib}(n, k-1) \quad // \text{true}$$

//Fertig!

Terminierungsfunktion $T(i) = i$

Beguendung: $T(0) = 1, T(1) = 1, T(2) = 2, T(3) = 3, \dots, T(i) = i$