

# ECC 应用说明

注：

此文<章节 1,3,5,6>相关原理及算法描述，摘录于网络及书籍《椭圆曲线密码学导论》等；如有错误，欢迎指正；

本文为钜泉 ECC 模块使用辅助说明文档，仅供参考。

版本记录	版本修改说明
V0.1	1. 初始版本 @20170207
V0.2	1. 修改页眉文档名，去掉指定芯片 ID HT502X, 后续的 HT603X 系列也增加了 ECC 模块;

# 1 椭圆曲线点运算原理

## 1.1 椭圆曲线的定义

一条椭圆曲线是在射影平面上满足方程

$$Y^2Z + a_1XYZ + a_3YZ^2 = X^3 + a_2X^2Z + a_4XZ^2 + a_6Z^3 \quad [1]$$

的所有点的集合，且曲线上的每个点都是非奇异（或光滑）的。

直角坐标系中， $x=X/Z$ ， $y=Y/Z$  代入方程[1]得到：

$$y^2 + a_1xy + a_3y = x^3 + a_2x^2 + a_4x + a_6 \quad [2]$$

用于加密的常用曲线

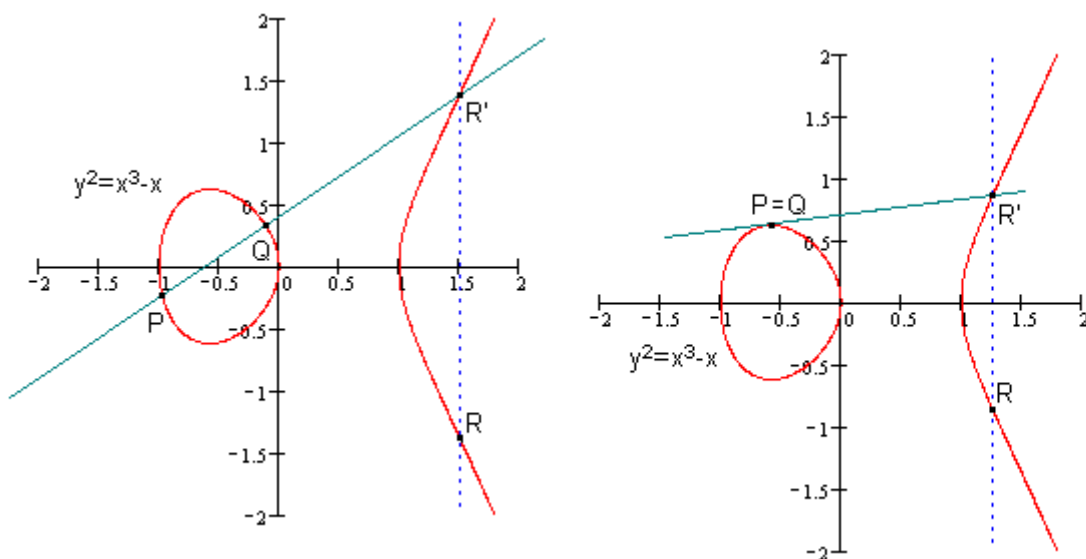
$$y^2 = x^3 + ax + b \quad [3]$$

## 1.2 椭圆曲线运算

### 1.2.1 点加（double 加）运算

运算法则：任意取椭圆曲线上两点 P、Q（若 P、Q 两点重合，则做 P 点的切线）做直线交于椭圆曲线的另一点 R'，过 R' 做 y 轴的平行线交于 R。

我们规定  $P + Q = R$ （如图）

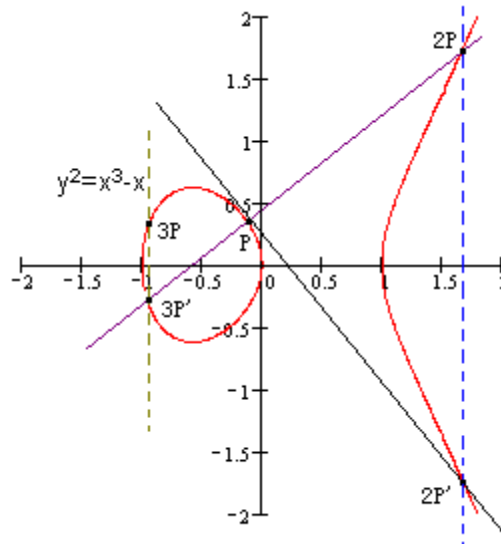


注：这里的 + 不是实数中普通的加法，而是从普通加法中抽象出来的加法，他具备普通加法的一些

性质，但具体的运算法则显然与普通加法不同

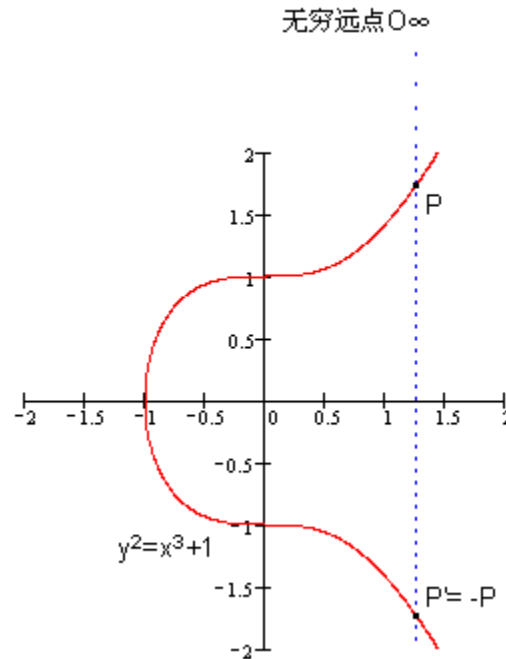
## 1.2.2 标量乘法运算

运算法则：k 个相同的点 P 相加，我们记作  $kP$ 。如下图： $P+P+P = 2P+P = 3P$



## 1.2.3 负元定义

椭圆曲线无穷远点  $O_\infty$  与椭圆曲线上一点 P 的连线交于  $P'$ ，过  $P'$  作 y 轴的平行线交于 P，所以有 无穷远点  $O_\infty + P = P$ 。这样，无穷远点  $O_\infty$  的作用与普通加法中零的作用相当 ( $0+2=2$ )，我们把无穷远点  $O_\infty$  称为 **零元**。同时我们把  $P'$  称为 P 的**负元**（简称，负 P；记作， $-P$ ）。（参见下图）



注：P(x,y)的负元不是简单的 P'(x,-y),只有  $y^2 = x^3 + ax + b$  下成立。

### 1.3 密码学中的椭圆曲线

$$y^2 = x^3 + ax + b$$

有限域约束，离散化

$$y^2 = x^3 + ax + b \pmod{p}, \quad p \text{ 为大质数, } x, y \text{ 属于 } 0 \text{ 到 } p-1 \text{ 间的整数}$$

并将这条椭圆曲线记为  $E_p(a,b)$ , 包含满足方程的所有点(x,y), 再加上 无穷远点  $O_\infty$

有限域  $F_p$  上的椭圆曲线运算如下:

1) 无穷远点  $O_\infty$  是零元, 有  $O_\infty + O_\infty = O_\infty$ ,  $O_\infty + P = P$

2) P(x,y)的负元是  $(x,-y)$ , 有  $P + (-P) = O_\infty$

3) P(x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>),Q(x<sub>2</sub>,y<sub>2</sub>)的和 R(x<sub>3</sub>,y<sub>3</sub>) 有如下关系:

$$x_3 \equiv k^2 - x_1 - x_2 \pmod{p}$$

$$y_3 \equiv k(x_1 - x_3) - y_1 \pmod{p}$$

其中若  $P=Q$  则  $k=(3x^2+a)/2y_1$  若  $P \neq Q$ , 则  $k=(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$

### 1.4 椭圆曲线上简单的加密/解密

公开密钥算法: 选定一条椭圆曲线  $E_p(a,b)$ , 并取椭圆曲线上一点, 作为基点 G

举例 1(ECDH)Diffie-Hellman:

用户 A: 私钥  $k_A$   $\rightarrow$  公钥  $K_A = k_A * G$

用户 B: 私钥  $k_B$   $\rightarrow$  公钥  $K_B = k_B * G$

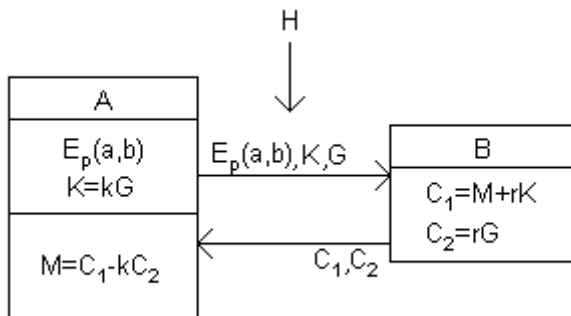
- 1) 用户 A 传递  $E_p(a,b)$ ,  $G$ ,  $K_A$  给用户 B
- 2) 用户 B 将明文  $M$  使用  $K_A * k_B$  进行加密运算得到密文  $C$ , 并将  $C$  和  $K_B$  传递给用户 A
- 3) 用户 A 使用  $K_B * k_A$  对  $C$  解密, 得到明文  $M$

## 举例 2:

- 1) 用户 A 选定一条椭圆曲线  $E_p(a,b)$ , 并取椭圆曲线上一点, 作为基点  $G$ 。
- 2) 用户 A 选择一个私有密钥  $k$ , 并生成公开密钥  $K=kG$ 。
- 3) 用户 A 将  $E_p(a,b)$  和点  $K, G$  传给用户 B。
- 4) 用户 B 接到信息后, 将待传输的明文编码到  $E_p(a,b)$  上一点  $M$  (编码方法很多, 这里不作讨论), 并产生一个随机整数  $r$  ( $r < n$ )。
- 5) 用户 B 计算点  $C_1=M+rK$ ;  $C_2=rG$ 。
- 6) 用户 B 将  $C_1, C_2$  传给用户 A。
- 7) 用户 A 接到信息后, 计算  $C_1-kC_2$ , 结果就是点  $M$ 。因为  

$$C_1-kC_2=M+rK-k(rG)=M+rK-r(kG)=M$$
 再对点  $M$  进行解码就可以得到明文。

在这个加密通信中, 如果有一个偷窥者  $H$ , 他只能看到  $E_p(a,b)$ 、 $K$ 、 $G$ 、 $C_1$ 、 $C_2$  而通过  $K$ 、 $G$  求  $k$  或通过  $C_2$ 、 $G$  求  $r$  都是相对困难的。因此,  $H$  无法得到 A、B 间传送的明文信息。



## 2 ECC 加速模块

### 2.1 概述

ECC256 模块为椭圆曲线 (EC, Elliptic Curve) 运算加速模块, 显著提高基于椭圆曲线的加密协议的实现效率。本模块支持的加密协议或算法包括 ECDSA (EC Digital Signature Algorithm), ECDH (EC Deffie-Hellman) 及相关变种协议。主要特征如下

- 支持基于简化 Weierstrass 方程 ( $y^2 = x^3 + ax + b \pmod p$ ) 的所有素域 GF(p) 上椭圆曲线, 此椭圆曲线在 NIST, SEC2, Brainpool 等协议中定义为常用椭圆曲线
- 支持 ECDSA 签名/认证运算
- 支持公钥是否在椭圆曲线上验证运算
- 支持私钥数据源可选: 寄存器或 flash 自加载
- 支持椭圆曲线点运算
  - 点乘运算 (ECSM, EC Scalar Multiplication)
  - 点加运算 (ECA, EC Addition)
  - 倍加运算 (ECD, EC Doubling)
- 支持大数模运算
  - 模加运算 (MA, Modular Addition)
  - 模减运算 (MS, Modular Subtraction)
  - 模乘运算 (MM, Modular Multiplication)
  - 模除运算 (MD, Modular Division)
  - 模逆运算 (MI, Modular Inversion)
- 支持 ECC256, 且向下兼容 ECC244 和 ECC192
- 可阻挡 STA 攻击 (both Simple and Statistical Timing side channel Attacks) 和 SPA 攻击 (Simple Power Analysis attacks)

### 2.2 ECC 各运算寄存器配置

加速模块输入/输出			
	运算模式	输入参数寄存器	输出结果寄存器
ECDSA 运算	签名运算	PREG: 大素数 p AREG: 椭圆曲线参数 a PXREG: 椭圆曲线基点 x 坐标 PYREG: 椭圆曲线基点 y 坐标 SXREG: 基点的阶参数 KEYREG: 私钥 k SYREG: 随机大整数	RXREG: 签名结果 r 参数 RYREG: 签名结果 s 参数 ECCSTA: ECC 状态寄存器 [3:3]ECDSA_S = 0 (若为 1, 重新获取随机大整数, 重新运算) [0:0]ECCFLG = 1

		MREG: HASH 后的消息摘要	
	认证运算	PREG: 大素数 $p$ AREG: 椭圆曲线参数 $a$ PXREG: 椭圆曲线基点 $x$ 坐标 PYREG: 椭圆曲线基点 $y$ 坐标 SXREG: 基点的阶参数 KEYREG: 公钥 $x$ 坐标 SYREG: 公钥 $y$ 坐标 MREG: HASH 后的消息摘要 RXREG: 签名结果 $r$ 参数 RYREG: 签名结果 $s$ 参数	ECCSTA: ECC 状态寄存器 $[0:0]ECCFLG = 1$ $[2:2]ECDSA\_V = 1$ (认证通过) $= 0$ (认证失败)
点在曲线上验证	公钥验证	PREG: 大素数 $p$ AREG: 椭圆曲线参数 $a$ SYREG: 椭圆曲线参数 $b$ PXREG: 公钥 $x$ 坐标 PYREG: 公钥 $y$ 坐标	ECCSTA: ECC 状态寄存器 $[0:0]ECCFLG = 1$ $[4:4]PKV = 1$ (验证通过) $= 0$ (验证失败)
ECC 点运算	点加运算	$P(X1,Y1) + S(X2,Y2) = R(X3,Y3)$	
		PREG: 大素数 $p$ AREG: 椭圆曲线参数 $a$ PXREG: 椭圆曲线第 1 点 $x$ 坐标 PYREG: 椭圆曲线第 1 点 $y$ 坐标 SXREG: 椭圆曲线第 2 点 $x$ 坐标 SYREG: 椭圆曲线第 2 点 $y$ 坐标	RXREG: 点加结果 $x$ 坐标 RYREG: 点加结果 $y$ 坐标 (结果点是在椭圆曲线上) ECCSTA: ECC 状态寄存器 $[0:0]ECCFLG = 1$
	倍加运算	$2 * P(X1,Y1) = R(X3,Y3)$	
		PREG: 大素数 $p$ AREG: 椭圆曲线参数 $a$ PXREG: 椭圆曲线第 1 点 $x$ 坐标 PYREG: 椭圆曲线第 1 点 $y$ 坐标	RXREG: 点加结果 $x$ 坐标 RYREG: 点倍加结果 $y$ 坐标 (结果点是在椭圆曲线上) ECCSTA: ECC 状态寄存器 $[0:0]ECCFLG = 1$
	点乘运算	$k * P(X1,Y1) = R(X3,Y3)$	
		PREG: 大素数 $p$ AREG: 椭圆曲线参数 $a$ PXREG: 椭圆曲线点 $x$ 坐标 PYREG: 椭圆曲线点 $y$ 坐标 KEYREG: 标量系数 $k$	RXREG: 点加结果 $x$ 坐标 RYREG: 点乘结果 $y$ 坐标 (结果点是在椭圆曲线上) ECCSTA: ECC 状态寄存器 $[0:0]ECCFLG = 1$
标量模运算	模加运算	$PX + PY \text{ (mod } n) = RX$	
		PREG: 模运算参数 $n$ PXREG: 第 1 个标量 PYREG: 第 2 个标量	RXREG: 模加结果标量 ECCSTA: ECC 状态寄存器 $[0:0]ECCFLG = 1$
	模减运算	$PX - PY \text{ (mod } n) = RX$	
		PREG: 模运算参数 $n$ PXREG: 第 1 个标量 PYREG: 第 2 个标量	RXREG: 模减结果标量 ECCSTA: ECC 状态寄存器 $[0:0]ECCFLG = 1$



	模乘运算	<b><math>PX * PY \pmod n = RX</math></b>	
		PREG: 模运算参数 n PXREG: 第 1 个标量 PYREG: 第 2 个标量	RXREG: 模乘结果标量 ECCSTA: ECC 状态寄存器 $[0:0]ECCFLG = 1$
	模除运算	<b><math>PX / PY \pmod n = RX</math></b>	
		PREG: 模运算参数 n PXREG: 除数 PYREG: 被除数	RXREG: 模除结果标量 ECCSTA: ECC 状态寄存器 $[0:0]ECCFLG = 1$
	模逆运算	<b><math>PX^{-1} \pmod n = RX</math></b>	
		PREG: 模运算参数 n PXREG: 除数	RXREG: 模逆结果标量 ECCSTA: ECC 状态寄存器 $[0:0]ECCFLG = 1$

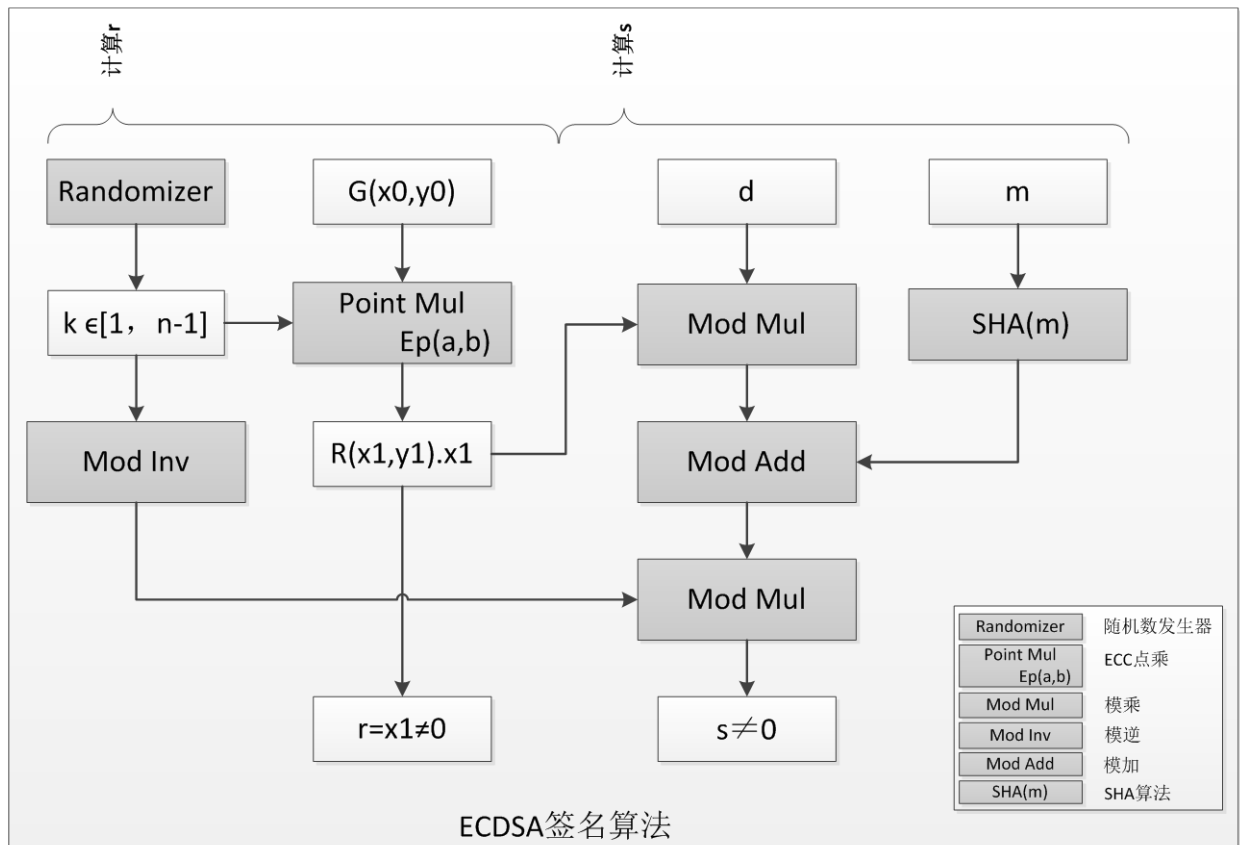
## 3 ECDSA 算法

### 3.1 ECDSA 签名算法

输入: 素域  $F_p$  上椭圆曲线  $E_p(a,b)$ , 素域的阶  $p$ , 基点  $G(x,y)$ ,  $G$  的阶  $n$ , 私钥  $d$ , 消息  $m$

输出: 签名  $(r, s)$

- 1) 在实数域  $[1, n-1]$  内选择一个随机大数  $k$ 。
- 2) 计算  $kG = (x_1, y_1)$  并将  $x_1$  转换为整数  $X$
- 3) 计算  $r = X \bmod n$ . 若  $r = 0$ , 则跳至步骤 1
- 4) 计算  $e = \text{SHA}(m)$
- 5) 计算  $k$  的逆元  $k^{-1}$ , 计算  $s = k^{-1} * (e + d * r) \bmod n$ . 若  $r = 0$ , 则跳至步骤 1.
- 6) 返回  $(r, s)$



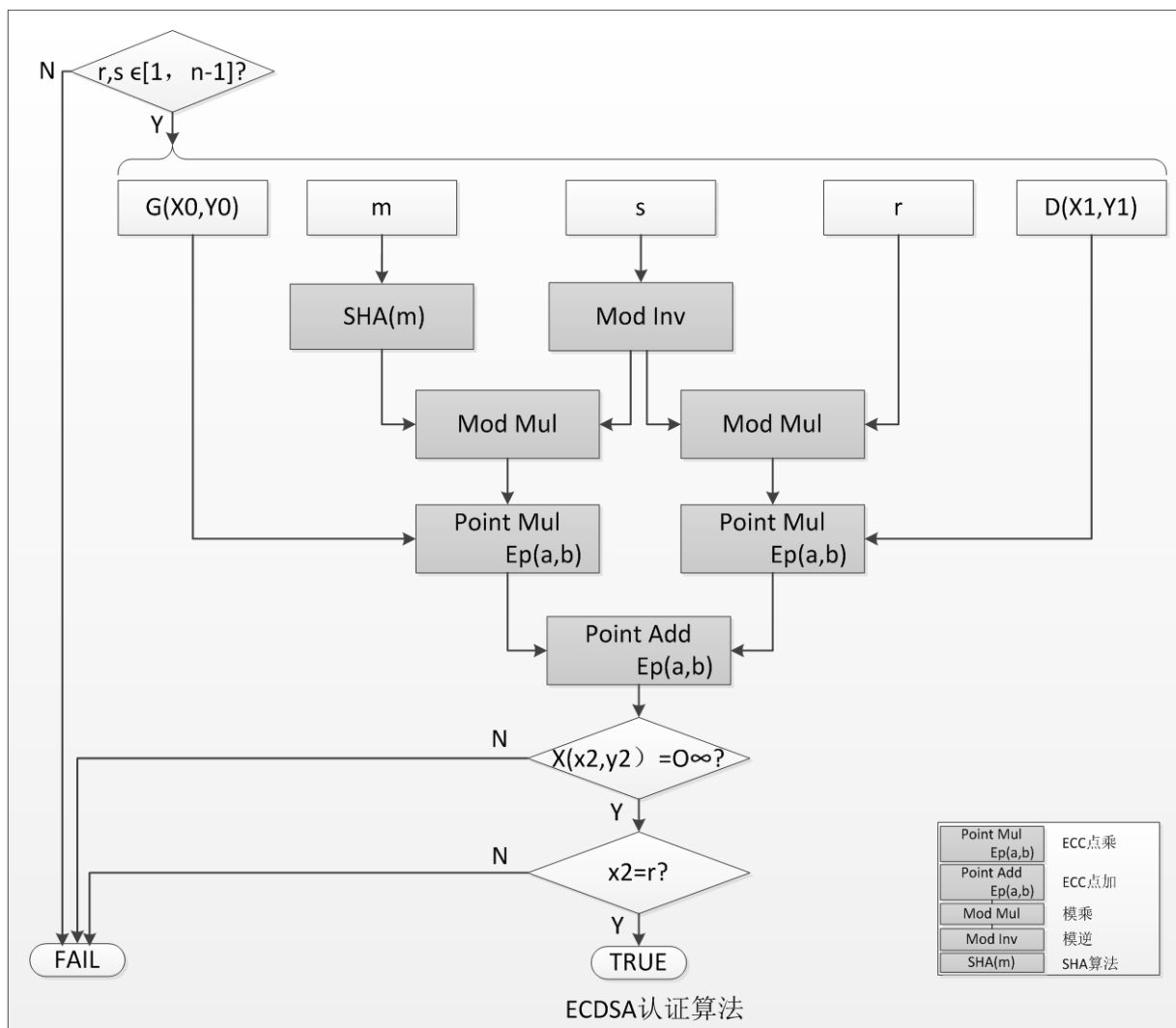
注：图中灰色底纹模块为 IP 可加速的功能模块，其余软件实现

## 3.2 ECDSA 认证算法

输入: 素域  $F_p$  上椭圆曲线  $E_p(a,b)$ , 素域的阶  $p$ , 基点  $G(x,y)$ ,  $G$  的阶  $n$ , 公钥  $D$ , 消息  $m$ , 签名  $(r, s)$

输出: 判断签名  $(r, s)$  是否合法

- 1) 检验签名是否是区间  $[1, n-1]$  内的整数. 若任何一个检验失败, 则返回 ("拒绝该签名")
- 2) 计算  $e = \text{SHA}(m)$
- 3) 计算  $s$  的逆元  $s^{-1}$ , 并计算  $w = s^{-1} \bmod n$ .
- 4) 计算  $u_1 = (e \cdot w) \bmod n$  和  $u_2 = (r \cdot w) \bmod n$ .
- 5) 计算  $X = u_1 \cdot G + u_2 \cdot D$ .
- 6) 若  $X = \infty$ , 则返回 ("拒绝该签名")
- 7) 将  $X$  的  $x_1$  坐标转换为整数  $t$ , 计算  $w = t \bmod n$ .
- 8) 若  $w = r$ , 则返回 ("接受该签名"); 否则, 返回 ("拒绝该签名").



注: 图中灰色底纹模块为 IP 可加速的功能模块, 其余软件实现

## 4 算法实现

### 4.1 ECDSA 签名库函数

函数声明:

```
Bool ECDSA_Signature(ECC_ECDSA_InitTypeDef* ECC_ECDSA_InitStruct,  
                    ECC_ECDSA_Signature_InputTypeDef* ECDSA_S_InputStruct,  
                    ECC_PointOperate_OutputTypeDef* ECDSA_S_OutputStruct);
```

入口参数:

ECC\_ECDSA\_InitStruct     ECC 曲线参数初始化变量结构体指针, 主要包含 5 个参数:

- 1) pECCpAddr uint32\_t \*型变量, 其指向对象存储素域的阶 p
- 2) pECCaAddr uint32\_t \*型变量, 其指向对象存储素域上的曲线参数 A
- 3) pECCnAddr uint32\_t \*型变量, 其指向对象存储基点的阶 n
- 4) pECCGxAddr uint32\_t \*型变量, 其指向对象存储基点 x 坐标
- 5) pECCGyAddr uint32\_t \*型变量, 其指向对象存储基点 y 坐标

ECDSA\_S\_InputStruct     ECDSA-S 运算输入变量结构体指针, 主要包含 3 个参数:

- 6) pdAddr     uint32\_t \*型变量, 其指向对象存储私钥 d
- 7) pkAddr     uint32\_t \*型变量, 其指向对象存储随机大整数
- 8) pMAddr     uint32\_t \*型变量, 其指向对象存储 HASH 后的消息摘要 m

ECDSA\_S\_OutputStruct     ECC 运算结果数据结构体指针, 主要包含 10 个参数:

- 1) pRxAddr     uint32\_t \*型变量, ECC 点运算结果 x 坐标/ECDSA 签名结果 r
- 2) pRyAddr     uint32\_t \*型变量, ECC 点运算结果 y 坐标/ECDSA 签名结果 s

返回参数:

Bool                    = TRUE     , 签名完成  
                         = FALSE    , 签名 fail, 满足重试条件

### 4.2 ECDSA 认证库函数

函数声明:

完全硬件实现 (ECDSA-V 运算)

```
Bool ECDSA_Verification(ECC_ECDSA_InitTypeDef* ECC_ECDSA_InitStruct,  
                       ECC_ECDSA_Verification_InputTypeDef* ECDSA_V_InputStruct)
```

半软件实现 (ECC 点运算)

```
Bool ECDSA_Verification_HalfSoft(ECC_ECDSA_InitTypeDef* ECC_ECDSA_InitStruct,  
                                  ECC_ECDSA_Verification_InputTypeDef* ECDSA_V_InputStruct)
```

入口参数:

ECC\_ECDSA\_InitStruct     ECC 曲线参数初始化变量结构体指针, 主要包含 5 个参数:

- 1) pECCpAddr     uint32\_t \*型变量, 其指向对象存储素域的阶 p

- 2) pECCaAddr      uint32\_t \*型变量，其指向对象存储素域上的曲线参数 A
- 3) pECCnAddr      uint32\_t \*型变量，其指向对象存储基点的阶 n
- 4) pECCGxAddr     uint32\_t \*型变量，其指向对象存储基点 x 坐标
- 5) pECCGyAddr     uint32\_t \*型变量，其指向对象存储基点 y 坐标

ECC\_ECDSA\_V\_InputStruct      ECDSA-V 运算输入变量结构体指针，主要包含 10 个参数:

- 6) pECCDxAddr     uint32\_t \*型变量，其指向对象存储公钥 x 坐标
- 7) pECCDyAddr     uint32\_t \*型变量，其指向对象存储公钥 y 坐标
- 8) pMAddr          uint32\_t \*型变量，其指向对象存储 HASH 后的消息摘要 m
- 9) prAddr;          uint32\_t \*型变量，其指向对象存储签名结果 r 参数
- 10)psAddr;          uint32\_t \*型变量，其指向对象存储签名结果 s 参数

返回参数:

Bool                = TRUE ， 认证通过  
                      = FALSE ， 认证 fail

## 5 TEST CASE

### ECC 点乘运算 $R(x, y) = k * G(x, y)$

载入参数值: (ECC256)

$$G(x, y) =$$

6B17D1F2E12C4247F8BCE6E563A440F277037D812DEB33A0F4A13945D898C296

4FE342E2FE1A7F9B8EE7EB4A7C0F9E162BCE33576B315ECECBB6406837BF51F5

$$K =$$

101D35748FA6C773DEF6BBBC4E31D720D7CB07C369060856A4EE9F7A9905C315

$$P \equiv$$

```
FFFFFFFF0000000100000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF
```

$$A = -3 \pmod{P}$$

```
FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFC
```

运算结果:

$$R(x, y) =$$

CA9FDDF2F526D6A33D1CE42A5B1DDB74F1809CADAB9AC14C84B1AF00A3B7CE8E

C5F7CD905762254917B1C6D5E6535613C2BB7079F54E7F2D9B4A8CFB91A2C035

载入参数值: (ECC224)

$$G(x, y) =$$

00000000B70E0CBD6BB4BF7F321390B94A03C1D356C21122343280D6115C1D21

00000000BD376388B5F723FB4C22DFE6CD4375A05A07476444D5819985007E34

$$K =$$

000000002455354676AC8FDB21F9A5709085FFBC761E762351E2648E0D6D7F76

$$P =$$

```
00000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF00000000000000000000000001
```

$$A = -3 \pmod{P}$$

00000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFEEFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFE

运算结果:

$$R(x, y) =$$

554304D8 B3E4322E 71BA314D 2BCCFE75 E6DEA336 7F774B9D D6B060F4

E7CAFA99 E371A251 B9570D9E 1F60D8DF 6B543F65 ADBBC60E 407C1FBC

[illegible]

<p>载入参数值:</p> <p><math>G(x, y) =</math></p> <p>6B17D1F2E12C4247F8BCE6E563A440F277037D812DEB33A0F4A13945D898C296 4FE342E2FE1A7F9B8EE7EB4A7C0F9E162BCE33576B315ECECBB6406837BF51F5</p> <p><math>P =</math></p> <p>FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF</p> <p><math>A = -3 \bmod P</math></p> <p>FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFC</p> <p>运算结果:</p> <p><math>R(x, y) =</math></p> <p>7CF27B188D034F7E8A52380304B51AC3C08969E277F21B35A60B48FC47669978 07775510DB8ED040293D9AC69F7430DBBA7DADE63CE982299E04B79D227873D1</p>
<p>大数模加运算 <math>R_x = G_x + G_y \bmod p</math></p>
<p>载入参数值:</p> <p><math>G_x =</math></p> <p>C026EB6EE5881FD29C9F4F7FA66E229516A8E7FEFE2C04EDF1E50D3E7151EBB1</p> <p><math>G_y =</math></p> <p>E1979DE0568339B050F8928516420061F309BEA4D9AFE61E615598616C7651B8</p> <p><math>P =</math></p> <p>FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF</p> <p>运算结果:</p> <p><math>R_x =</math></p> <p>A1BE89503C0B5981ED97E204BCB022F709B2A6A2D7DBEB0C533AA59FDDC83D6A</p> <p>ECCSTA:0x1</p>
<p>大数模减运算 <math>R_x = G_x - G_y \bmod p</math></p>
<p>载入参数值:</p> <p><math>G_x =</math></p> <p>C026EB6EE5881FD29C9F4F7FA66E229516A8E7FEFE2C04EDF1E50D3E7151EBB1</p> <p><math>G_y =</math></p> <p>E1979DE0568339B050F8928516420061F309BEA4D9AFE61E615598616C7651B8</p> <p><math>P =</math></p> <p>FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF</p> <p>运算结果:</p> <p><math>R_x =</math></p> <p>DE8F4D8D8F04E6234BA6BCFA902C2233239F295B247C1ECF908F74DD04DB99F8</p>
<p>大数模乘运算 <math>R_x = G_x * G_y \bmod p</math></p>



<p>载入参数值:</p> <p>Gx =</p> <p>C026EB6EE5881FD29C9F4F7FA66E229516A8E7FEFE2C04EDF1E50D3E7151EBB1</p> <p>Gy =</p> <p>E1979DE0568339B050F8928516420061F309BEA4D9AFE61E615598616C7651B8</p> <p>P =</p> <p>FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF</p> <p>运算结果:</p> <p>Rx =</p> <p>3BB1DDF825E1204EB79DB4D83F1C4EC3C38CF4CB13C9B55A5B927DBE58F1FF2F</p>
<p>大数模除运算 <math>Rx = Gy / Gx \bmod p</math></p>
<p>载入参数值:</p> <p>Gx =</p> <p>C026EB6EE5881FD29C9F4F7FA66E229516A8E7FEFE2C04EDF1E50D3E7151EBB1</p> <p>Gy =</p> <p>E1979DE0568339B050F8928516420061F309BEA4D9AFE61E615598616C7651B8</p> <p>P =</p> <p>FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF</p> <p>运算结果:</p> <p>Rx =</p> <p>7AC0AB1FA466EC85170EA821C6D6B4B7AB7B4003940287DCC2031A9655690E2A</p>
<p>大数模逆运算 <math>Rx = 1 / Gx \bmod p</math></p>
<p>载入参数值:</p> <p>Gx =</p> <p>C026EB6EE5881FD29C9F4F7FA66E229516A8E7FEFE2C04EDF1E50D3E7151EBB1</p> <p>P =</p> <p>FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF</p> <p>运算结果:</p> <p>Rx =</p> <p>912D305B9FA771B7963E8799822F4016909B5D8C22E93E3E70C0F31C7EB372E8</p>
<p>ECC256 ECDSA 签名运算</p>

<p>载入参数值:</p> <p><math>G(x, y) =</math></p> <p>6B17D1F2E12C4247F8BCE6E563A440F277037D812DEB33A0F4A13945D898C296 4FE342E2FE1A7F9B8EE7EB4A7C0F9E162BCE33576B315ECECBB6406837BF51F5</p> <p><math>P =</math></p> <p>FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF</p> <p><math>A = -3 \bmod P</math></p> <p>FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFC</p> <p><math>k</math> (私钥) =</p> <p>101D35748FA6C773DEF6BBBC4E31D720D7CB07C369060856A4EE9F7A9905C315</p> <p><math>n</math> (基阶) =</p> <p>FFFFFFFF00000000FFFFFFFFFFFFFFFFBCE6FAADA7179E84F3B9CAC2FC632551</p> <p><math>Rand =</math></p> <p>732B578FCD30BA636965A177596065A1835C026B3BBCE990F360AD51AB6EC9CA</p> <p><math>Hash =</math></p> <p>76823489310398B830799E95A8A1819B0FC44253C1ED704CB6030C8248BA22FE</p> <p>运算结果:</p> <p><math>(r, s) =</math></p> <p>124C6384C629842A92ED98844EA505FF0BF33C456AA4ABA89C3D84EC3ABDF10E FDAB2982C6FBE1A124C854F8C94FD52AE4B694D04554B84F74FF7D4FA543B25D</p>	
ECC256 ECDSA 认证运算	

载入参数值:

$G(x, y) =$

6B17D1F2E12C4247F8BCE6E563A440F277037D812DEB33A0F4A13945D898C296  
4FE342E2FE1A7F9B8EE7EB4A7C0F9E162BCE33576B315ECECBB6406837BF51F5

$P =$

FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF

$A = -3 \bmod P$

FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFC

$D(x, y)$  (公钥) =

CA9FDDF2F526D6A33D1CE42A5B1DDB74F1809CADAB9AC14C84B1AF00A3B7CE8E  
C5F7CD905762254917B1C6D5E6535613C2BB7079F54E7F2D9B4A8CFB91A2C035

$n$  (基阶) =

FFFFFFFF00000000FFFFFFFFFFFFFFFFFBC6FAADA7179E84F3B9CAC2FC632551

Hash =

76823489310398B830799E95A8A1819B0FC44253C1ED704CB6030C8248BA22FE

$(r, s) =$

124C6384C629842A92ED98844EA505FF0BF33C456AA4ABA89C3D84EC3ABDF10E  
FDAB2982C6FBE1A124C854F8C94FD52AE4B694D04554B84F74FF7D4FA543B25D

运算结果:

ECDSA verification: pass

ECC256 (串口波特率设置 4800) 点在 ECC 曲线上验证

载入参数值:

$D(x, y) =$

6B17D1F2E12C4247F8BCE6E563A440F277037D812DEB33A0F4A13945D898C296  
4FE342E2FE1A7F9B8EE7EB4A7C0F9E162BCE33576B315ECECBB6406837BF51F5

$P =$

FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF

$A = -3 \bmod P$

FFFFFFFF00000001000000000000000000000000FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFC

$B =$

5AC635D8AA3A93E7B3EBBD55769886BC651D06B0CC53B0F63BCE3C3E27D2604B

运算结果:

Public Key Validation: pass

## 6 附表：NIST 推荐的素域 $F_p$ 上的随机椭圆曲线

P-192: $p = 2^{192} - 2^{64} - 1$ , $a = -3$ , $h = 1$	
$S =$	0x 3045AE6F C8422F64 ED579528 D38120EA E12196D5
$r =$	0x 3099D2BB BFCB2538 542DCD5F B078B6EF 5F3D6FE2 C745DE65
$b =$	0x 64210519 E59C80E7 0FA7E9AB 72243049 FEB8DEEC C146B9B1
$n =$	0x FFFFFFFF FFFFFFFF FFFFFFFF 99DEF836 146BC9B1 B4D22831
$x =$	0x 188DA80E B03090F6 7CBF20EB 43A18800 F4FF0AFD 82FF1012
$y =$	0x 07192B95 FFC8DA78 631011ED 6B24CDD5 73F977A1 1E794811
P-224: $p = 2^{224} - 2^{96} + 1$ , $a = -3$ , $h = 1$	
$S =$	0x BD713447 99D5C7FC DC45B59F A3B9AB8F 6A948BC5
$r =$	0x 5B056C7E 11DD68F4 0469EE7F 3C7A7D74 F7D12111 6506D031 218291FB
$b =$	0x B4050A85 0C04B3AB F5413256 5044B0B7 D7BFD8BA 270B3943 2355FFB4
$n =$	0x FFFFFFFF FFFFFFFF FFFFFFFF FFFF16A2 E0B8F03E 13DD2945 5C5C2A3D
$x =$	0x B70E0CBD 6BB4BF7F 321390B9 4A03C1D3 56C21122 343280D6 115C1D21
$y =$	0x BD376388 B5F723FB 4C22DFE6 CD4375A0 5A074764 44D58199 85007E34
P-256: $p = 2^{256} - 2^{224} + 2^{192} + 2^{96} - 1$ , $a = -3$ , $h = 1$	
$S =$	0x C49D3608 86E70493 6A6678E1 139D26B7 819F7E90
$r =$	0x 7EFBA166 2985BE94 03CB055C 75D4F7E0 CE8D84A9 C5114ABC AF317768 0104FA0D
$b =$	0x 5AC635D8 AA3A93E7 B3EBBD55 769886BC 651D06B0 CC53B0F6 3BCE3C3E 27D2604B
$n =$	0x FFFFFFFF 00000000 FFFFFFFF FFFFFFFF BCE6FAAD A7179E84 F3B9CAC2 FC632551
$x =$	0x 6B17D1F2 E12C4247 F8BCE6E5 63A440F2 77037D81 2DEB33A0 F4A13945 D898C296
$y =$	0x 4FE342E2 FE1A7F9B 8EE7EB4A 7C0F9E16 2BCE3357 6B315ECE CBB64068 37BF51F5