

➤ 上节回顾：

- $\lambda \Leftrightarrow T_{1/2} \Leftrightarrow \tau \Leftrightarrow \Gamma$
- 活度—— $A=\lambda N$ ，反映的是单位时间内的衰变数，而非出射粒子数
- 暂时平衡，长期平衡，逐代衰变，决定 $t_m$ 时刻的是更大的那个 $\lambda$ 。
- 天然放射系

$$t_m = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

➤ 本节提要：

- 放射规律的应用：确定源的活度、特性，如何制备源？

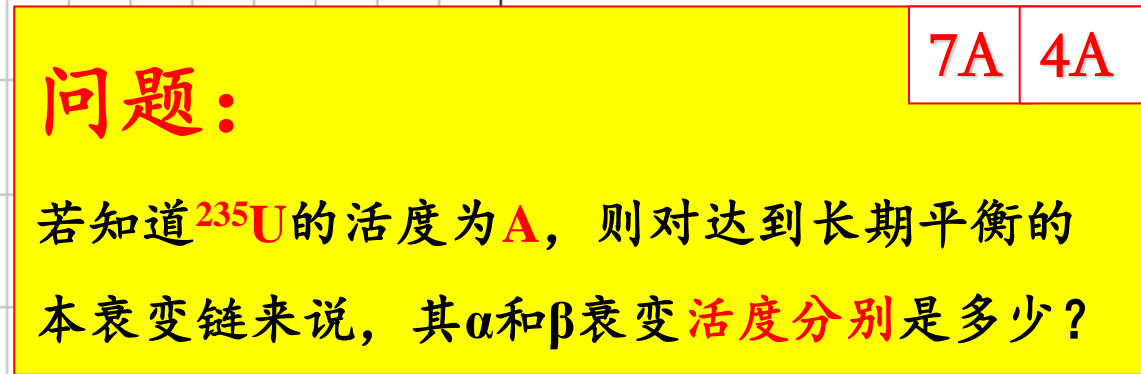
第三章：原子核的衰变

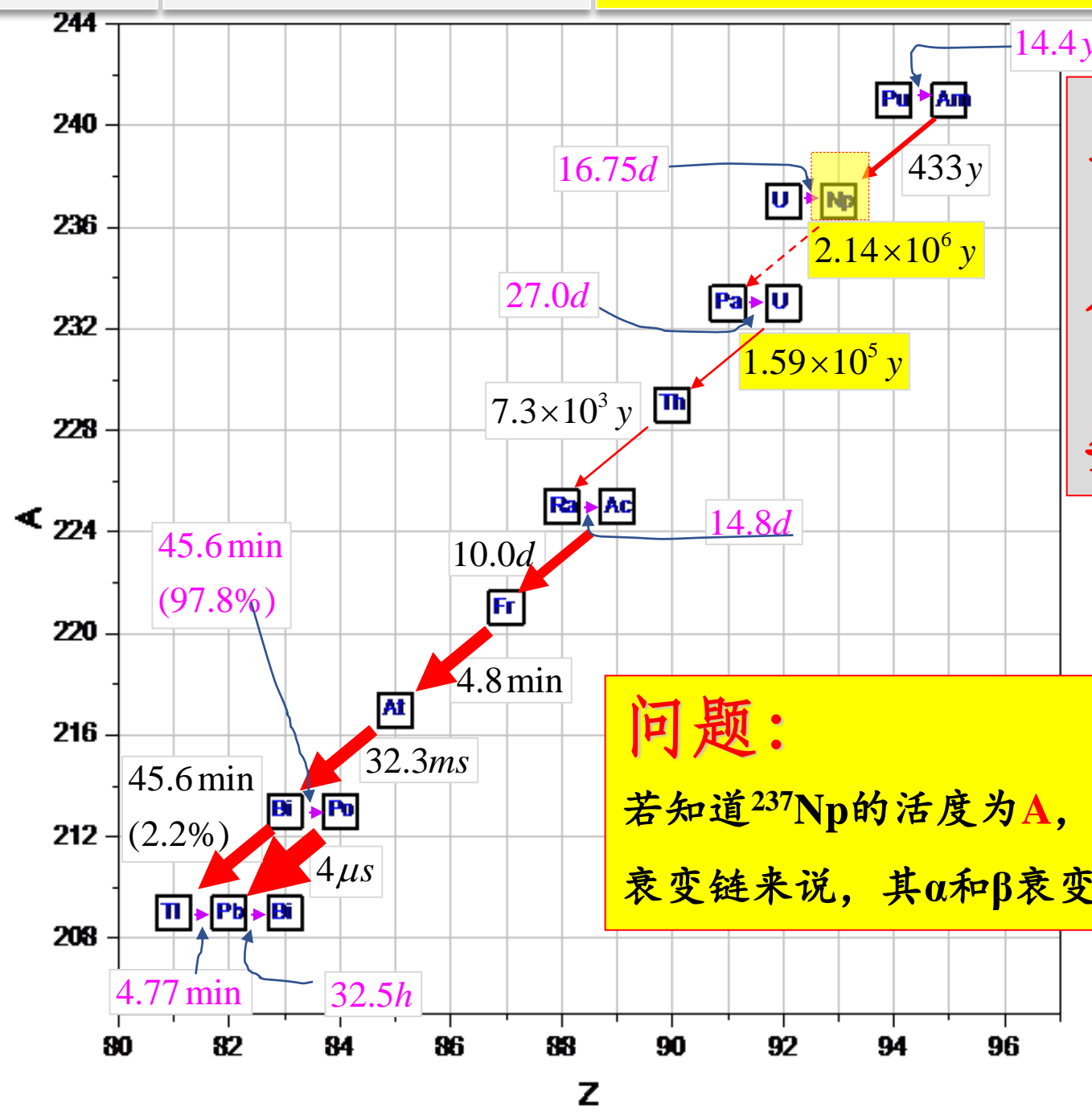
课程作业

- 三种主要的衰变方式： $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$
- 关于 $\alpha$ 衰变的概述、 $\alpha$ 衰变能

序号 ▾	作业题目	已批/已交/未交	发布对象	完成方式	生效日期 ▾	截止日期 (GMT+8) ▾
2	上半学期口试题	0/84/0	课程口 试-1,2,3,4, 5,6,7,8,9,1 0,11,12,13, 14,15,16,1 7	组	2022-09-23 21:23	2022-11-03 23:59
1	第一章习题	0/81/3	全体学生- 全体	个人	2022-09-19 14:25	2022-10-03 23:59





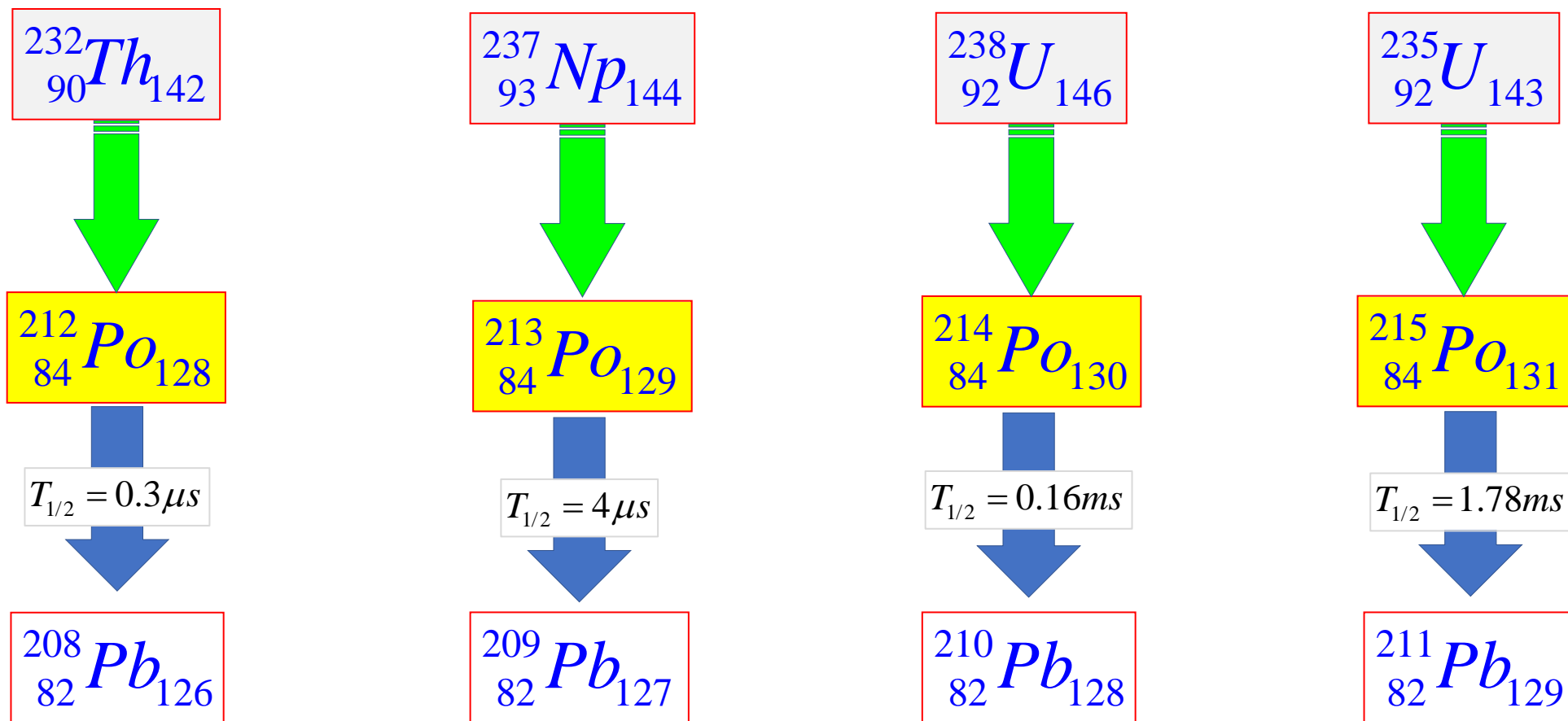


长期平衡后，哪个α放射性核素的数量最少？

问题：  
若知道 $^{237}\text{Np}$ 的活度为 $A$ ，则对达到长期平衡的本衰变链来说，其α和β衰变活度分别是多少？

7A	4A
----	----

- 天然放射系处于长期平衡状态;
  - 母体半衰期很长, 与地球年龄( $\sim 10^9$ 年)相当或更长;
  - 相对来说, 放射系中其它核素半衰期短得多;
- 
- 整个放射系经过十次以上的连续衰变, 最后成为稳定的铅; 为何选择铅为终点?
  - 衰变过程大多是 $\alpha$ 衰变, 少数是 $\beta$ 衰变, 一般都伴随有 $\gamma$ , 质量数的变化 $\Delta A=4$ ;
  - 没有 $\beta^+$ 放射性或轨道电子俘获; 为何没有 $\beta^+$ 衰变或轨道电子俘获?



$$A_1 = A_2 = \cdots = A_n$$

<https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/chartNuc.jsp>

$$N_i(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_i} N_1(t) \propto T_{1/2,i}$$

§ 2.1 放射性衰变的基本规律

§ 2.2 递次衰变规律

§ 2.3 放射系

✓ § 2.4 放射规律的一些应用

一. 放射源活度修正

二. 确定放射源性质

三. 确定放射源活度和制备时间

四. 确定远期年代

五. 短寿命核素发生器

例：24年前制备的质量为  $W=2 \times 10^{-5} \text{g}$  的  $^{137}\text{Cs}$  源，请计算其今天的放射性活度。已知  $^{137}\text{Cs}$  的原子量  $A=136.907$ ，半衰期  $T_{1/2}=30.08$  年。

$$A(t) = A(0)e^{-\lambda \cdot t} = \lambda N(0)e^{-\lambda \cdot t}$$

解：  $^{137}\text{Cs}$  的衰变常数，

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{30.08 \times 365 \times 24 \times 3600 \text{s}} = 7.31 \times 10^{-10} \text{s}^{-1} = 0.023 \text{a}^{-1}$$

源刚制备好时的  $^{137}\text{Cs}$  核数，

$$N(0) = \frac{W}{A} N_A = \frac{2 \times 10^{-5} \text{g}}{136.907 \text{g/mol}} \times 6.022 \times 10^{23} / \text{mol} = 8.797 \times 10^{16}$$

源刚制备好时的活度

$$A(0) = \lambda N(0)$$

$$= 7.31 \times 10^{-10} \times 8.797 \times 10^{16} = 6.43 \times 10^7 \text{Bq}$$

源现在的活度

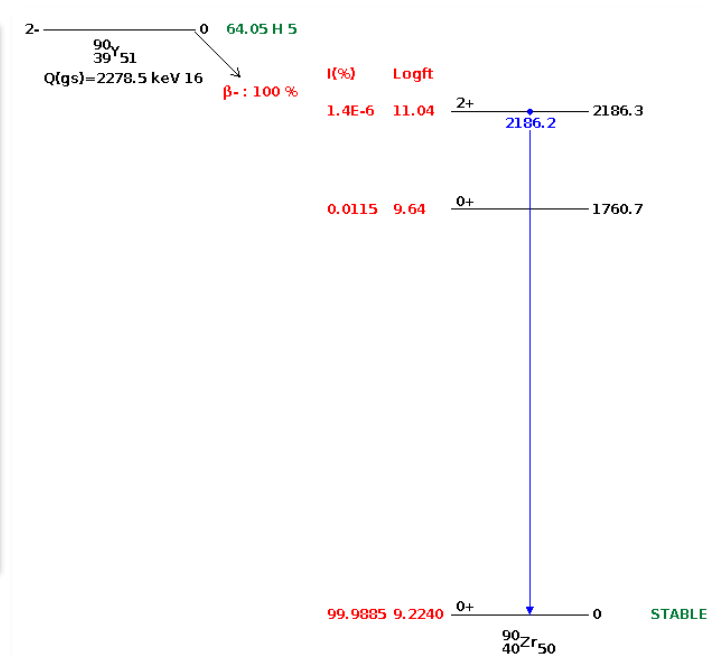
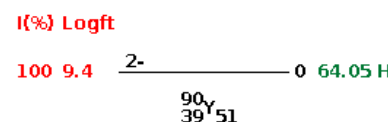
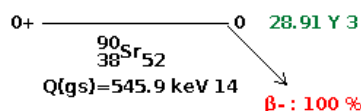
$$\times \left\{ \begin{array}{ll} e^{-\lambda t} & \rightarrow e^{-0.023 \times 24} \\ e^{-t/\tau} & \rightarrow e^{-24/43.5} \\ 2^{-t/T_{1/2}} & \rightarrow (0.5)^{24/30.08} \end{array} \right\} = 3.70 \times 10^7 \text{Bq}$$

24年后，活度衰减为原来的57.52%。



**典型应用**：在人工制备放射源时，确定其**组成**是很重要的，这和其**放射性活度**及**辐射的粒子**密切相关。

例如制备 $^{90}\text{Sr}$ 放射源，



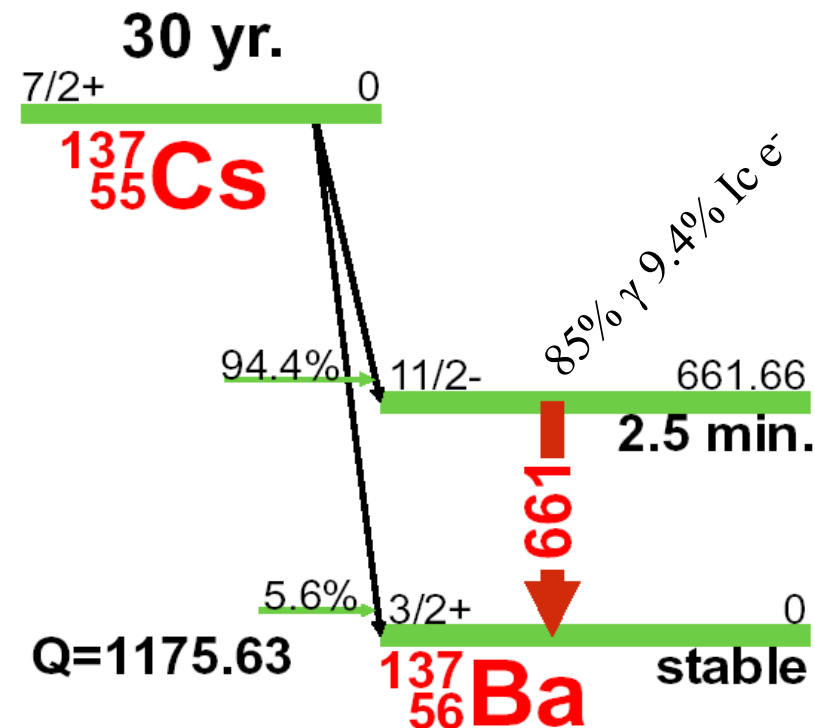
- 达到**长期平衡**后，纯 $^{90}\text{Sr}$ 源变为  
 $^{90}\text{Sr}$ 和 $^{90}\text{Y}$ 共存的源，后者以母核  
的半衰期衰变。这时源**活度**是纯  
 $^{90}\text{Sr}$ 源的**两倍**。

$$t_m = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) = 92 \times 8.25 = 759(h)$$

- 发射 $\beta$ 射线的**能量**也变了 ( $^{90}\text{Sr}$ :  
546.0 keV,  $^{90}\text{Y}$ : 2280.1 keV)。

若某活度为100Bq的 $^{137}\text{Cs}$ 源是 $t=0$ 时刻制备出来的， $t=0$ 时里面只有纯粹的铯元素，则 $t=2.5$ 分钟时，它每秒平均会产生几个662keV的 $\gamma$ 光子？

- ☐ A 100
- ☐ B 85
- ☒ C <85
- ☐ D >85



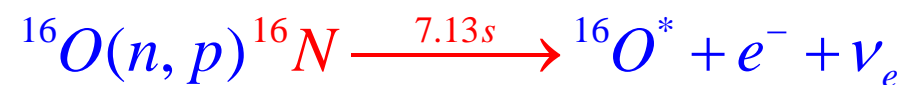
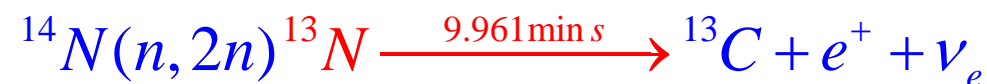
提交

- 地球上的大多数放射性核素都是人造的，如：核燃料 $^{239}\text{Pu}$ ，高比活度中子源 $^{252}\text{Cf}$ ， $^{60}\text{Co}$ ， $\gamma$ 源 $^{137}\text{Cs}$ ， $\alpha$ 源 $^{241}\text{Am}$ 等，经常用反应堆或加速器制备：

## 反应堆制备

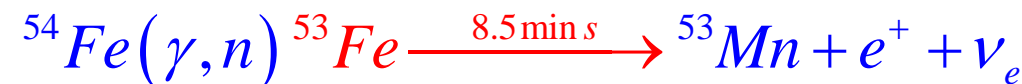
靶核与中子反应生成放射性核

中子诱发重核裂变，裂变碎片有放射性核素



$^{137}\text{Cs}$ 即为产物的一种

## 加速器制备



## 典型问题：

在人工制备放射源时，如何确定源的 (1) 活度和 (2) 最佳制备时间。



**不变**: 若带电粒子束或中子束的**强度是一定的**→放射性核素的产生率 $P$ 是“恒定不变”的。

$$P = +N_{\text{target}} \sigma_0 \Phi$$

**衰变**: 而源在制备过程中同时又在**衰变**。

$$-\lambda N(t)$$

所生成放射性核素数目的**变化率**为:

$$\frac{dN(t)}{dt} = P - \lambda N(t)$$

由 $t=0$ 时,  $N(t)=0$ , 得:

$$N(t) = \frac{P}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$$

则制备了 $t$ 时间后, 源的**活度**为:

$$\begin{aligned} A(t) &= \lambda N(t) \\ &= P(1 - e^{-\lambda t}) \\ &= N_{\text{target}} \sigma_0 \Phi (1 - e^{-\lambda t}) \end{aligned}$$

影响源活度的因素, 有几个?

$N_{\text{target}}$	靶核A的数量, 无量纲数
$\sigma_0$	$n$ 与A的反应截面, $\text{cm}^2$
$\Phi$	中子注量率, $1/\text{cm}^2/\text{s}$
$\lambda$	余核B的衰变常数, $1/\text{s}$
$t$	照射时间, $\text{s}$

$$A(t) = N_{\text{target}} \sigma_0 \Phi (1 - e^{-\lambda t})$$

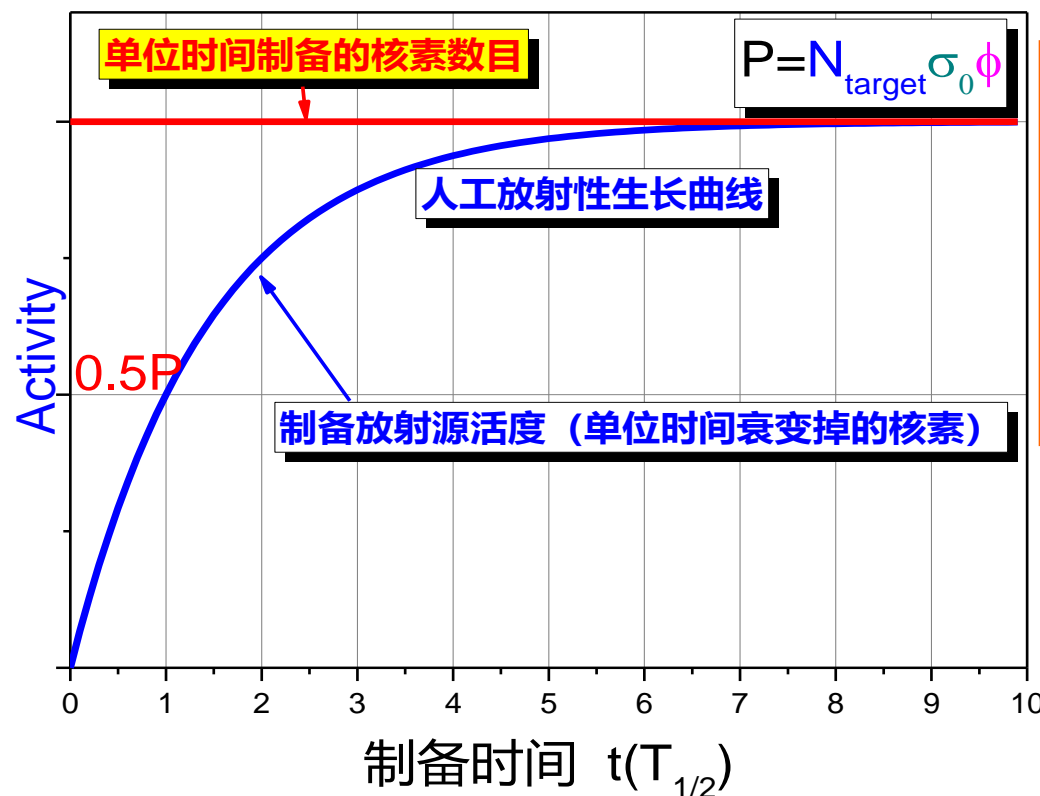
定义：饱和因子S

$$1 - e^{-\lambda t}$$

人工放射性活度随时间的变化：

$t/T_{1/2}$	0.5	1	2	3	4	5	6
A/P	0.293	0.500	0.750	0.875	0.938	0.969	0.984

- 最大活度=余核的产生率，此时“+”“-”平衡。
- 若要  $A(t) \geq 0.99P$ ，时间  $t \geq 6.65 T_{1/2}$ 。



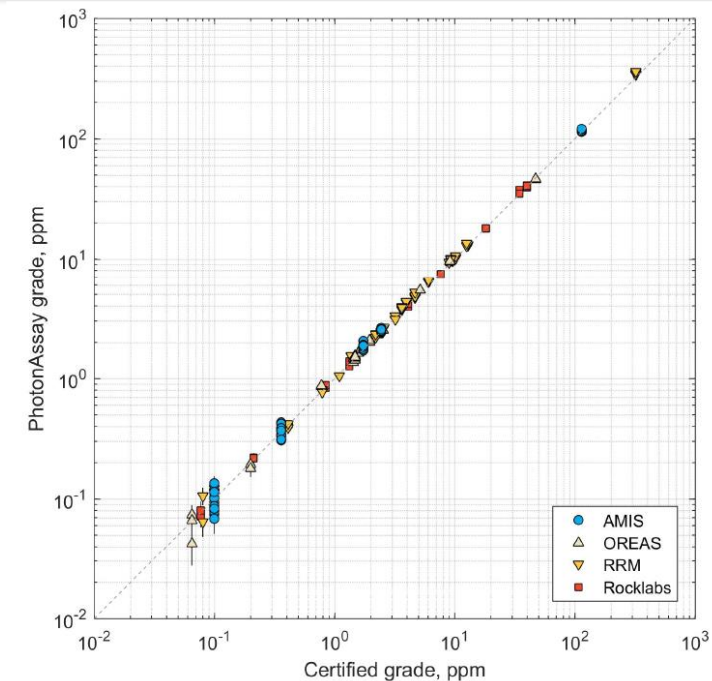
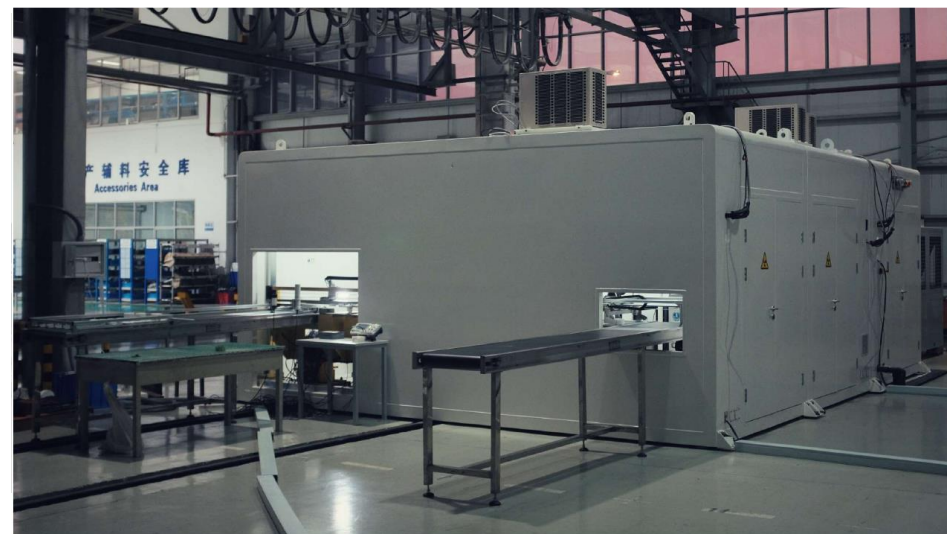
$$A_{\text{max}}(t) = P$$

$$= N_{\text{target}} \sigma_0 \Phi$$

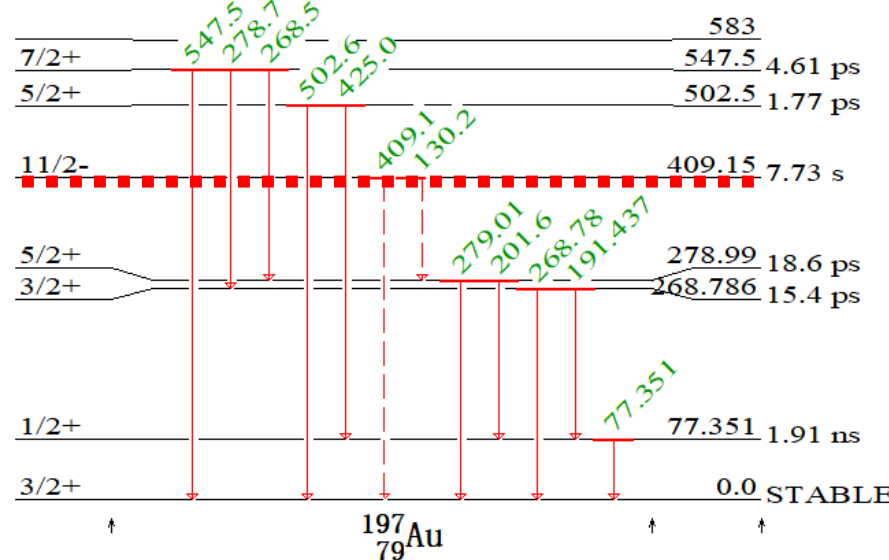
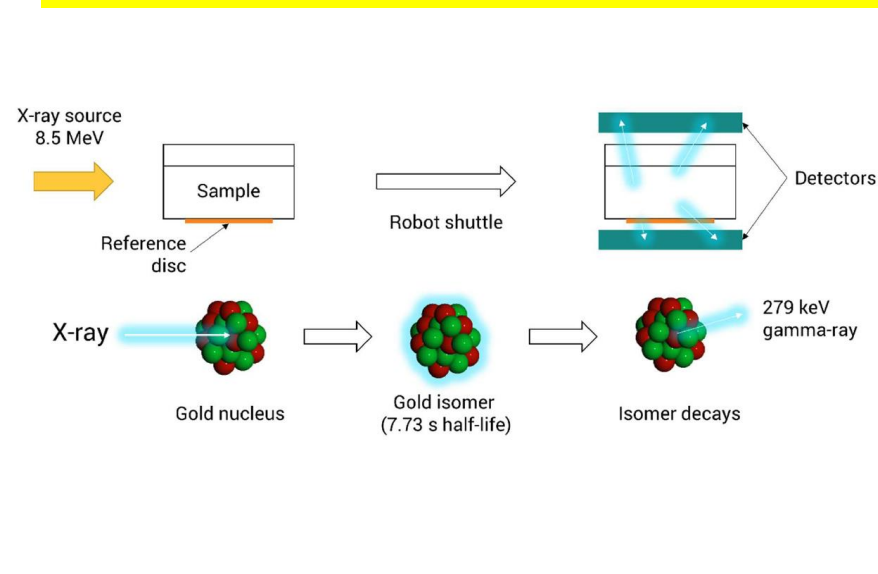
$N_{\text{target}}$  靶核A的数量，无量纲数  
 $\sigma_0$  n与A的反应截面， $\text{cm}^2$   
 $\Phi$  中子注量率， $1/\text{cm}^2/\text{s}$



The photon assay system installed at Ausdrill's MinAnalytical laboratory in Perth. © [CSIRO, Tony McDonough](#)



考虑一下：对于金矿样品，我们应该照射多少时间为宜？



已知核反应  $n+^{27}\text{Al}\rightarrow^{28}\text{Al}+\gamma$  的中子反应截面为0.2barn，现有2.7g的铝片，将其置入一个注量率为 $10^9\text{n/cm}^2/\text{s}$ 的中子场中，放置2.24分钟后取出，请问取出时该铝片的放射性活度是 [填空1]  $\times 10^{\text{[填空2]}}$  (Bq)? （答案保留1位有效数字即可）

说明：

- 1barn= $1\times 10^{-24}\text{cm}^2$
- Al的原子量取27
- 所需更多信息，见右表

$Z$	$A$	$\Delta/\text{MeV}$	$I\pi$	$T_{1/2}, \Gamma$ 或丰度	
Al	13	24	-0.057	4 +	2.053 s(ε)
		25	-8.916	5/2 +	7.183 s(ε)
		26	-12.210	5 +	$7.17 \times 10^5$ a(ε)
		27	-17.197	5/2 +	100%
		28	-16.850	3 +	2.241 4 min(β <sup>-</sup> )
		29	-18.215	5/2 +	6.56 min(β <sup>-</sup> )
		30	-15.87	3 +	3.60 s(β <sup>-</sup> )

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

- 若制备条件是稳定的，则制备源的过程可以类比为**长期平衡**的过程。
- 此时，“母核”的活度是稳定（因为加速器、反应堆、宇宙射线的水平是稳定）的，**子核的活度持续增加**，逐渐向母核的活度靠近。
- 由于“母核”的半衰期是无穷长，因此 $t_m$ **是无穷大**，即子核的活度永远只能靠近母核的活度，却**无法追上它**。
- 这并**不**意味着我们为了高原强就**应该**在时间上**无节制**地工作，实际上，由于饱和特性曲线，在子核的**数个半衰期之后（甚至更早，在线性区）**我们就应该分离子核，结束源的制备过程了。
- 如果再制备下去，实际的效果仅仅是把“母核”衰变来的数量，再通过子核衰变掉而已。这对于提高子核的**源强于事无补**，却徒耗了加速器、反应堆的工作时间，**增加了成本**，实在不划算。



## 1. $^{14}\text{C}$ 断代年代法



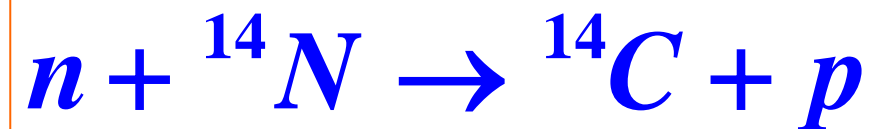
$^{12}\text{C}$ (98.89%)

$^{13}\text{C}$ (1.11%)

$^{14}\text{C}$ 从哪来的?

$^{14}\text{C}$ 具有 $\beta^-$ 放射性, 半衰期 5700 年, 可用于考古学中的年代测定。
$$^{14}\text{C} \xrightarrow{T_{1/2}=5700a} ^{14}\text{N} + e^- + \nu_e$$

宇宙射线与大气层中核发生反应, 产生中子。



宇宙射线“制备” $^{14}\text{C}$ , 多久能够达到饱和? (宇宙射线的强度可以被认为是恒定的)

大气中:

$$^{12}\text{C} : ^{14}\text{C} = 1 : 1.2 \times 10^{-12}$$

活生物体内的 $^{12}\text{C}$ 与 $^{14}\text{C}$ 含量之比与大气中相当。

当生命结束后, 生物体停止与大气的C交换。其体内 $^{14}\text{C}$ 不断衰变, 数目不断减少。

$$N(t)_{^{14}\text{C}} = N(0)_{^{14}\text{C}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{5700a}t} = N(0)_{^{14}\text{C}} \cdot e^{-\frac{t}{8223a}}$$

受化石燃料燃烧 ( $^{12}\text{C}$ 增加)、大气核  
试验 ( $^{14}\text{C}$ 增加) 影响,  $t$ 不宜太小

受计数统计性影响,  $t$ 不宜太大

$$t(\text{年}) = 8223 \cdot \ln \frac{\left( \frac{N(0)_{^{14}\text{C}}}{N(0)_{^{12}\text{C}}} \right)_{\text{参考样品}}}{\left( \frac{N(t)_{^{14}\text{C}}}{N(t)_{^{12}\text{C}}} \right)_{\text{测量样品}}}$$

与此同时, 其体内 $^{12}\text{C}$ 的数目保持不变。

$$N(t)_{^{12}\text{C}} = N(0)_{^{12}\text{C}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{\infty}t} = N(0)_{^{12}\text{C}}$$



石峁遗址, ~4300年前



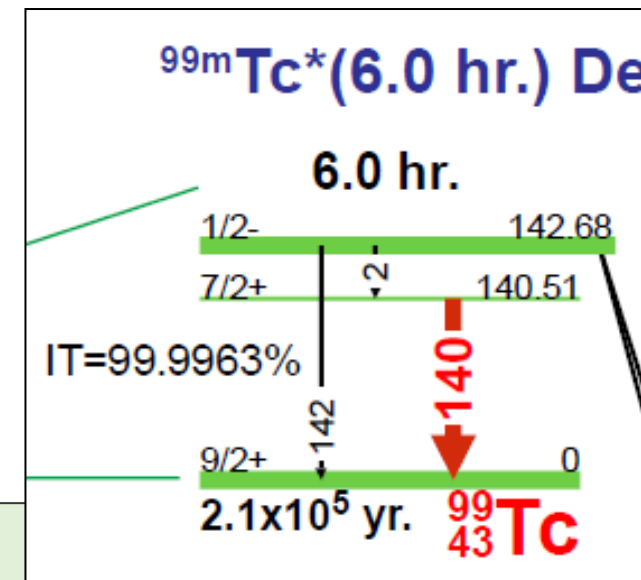
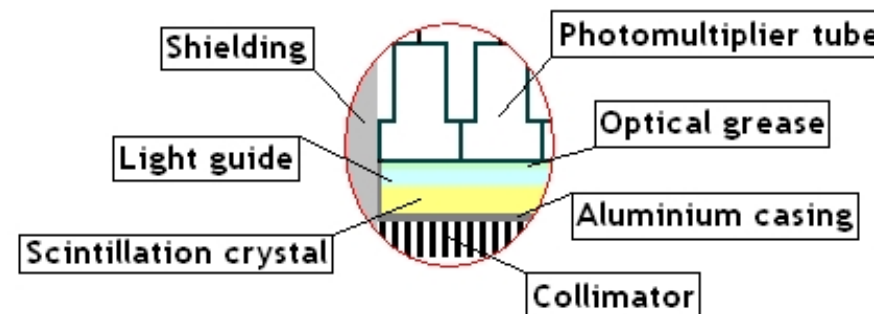
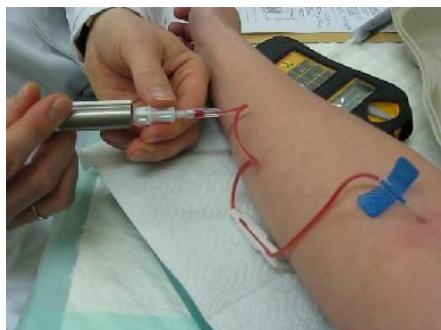
用AMS测年的  
甲骨样品

#### 夏商周断代工程的研究结果

朝代	年代
夏	约 2070 BC – 约 1600 BC
商	约 1600 BC – 1046 BC
西周	1046 BC – 771 BC

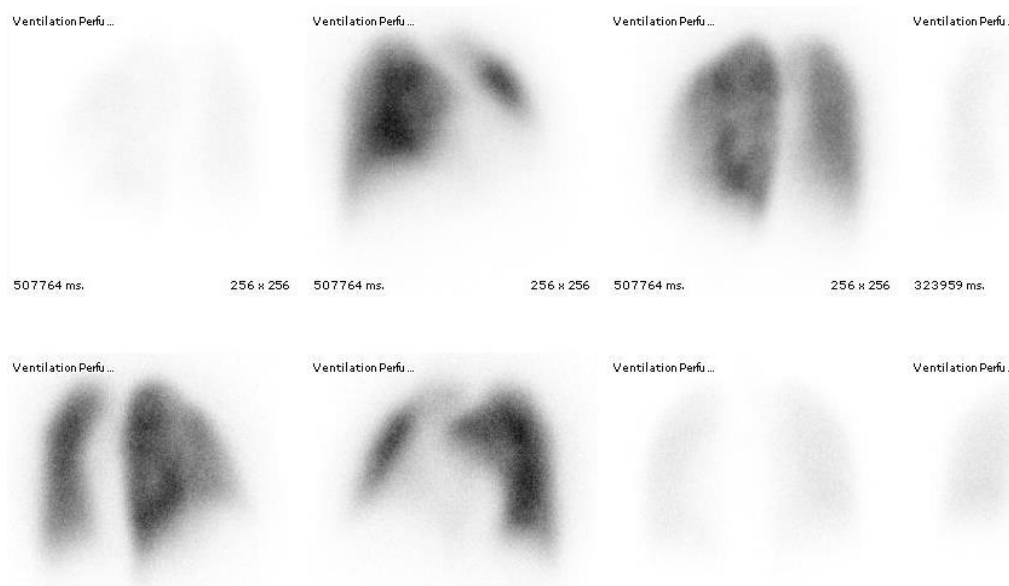
- 排出了西周各王的在位年代
- 排出了商后期各王的在位年代

核医学需要**短寿命**放射性核素来作为标记核素，如 $^{99m}\text{Tc}$  ( $T_{1/2}=6.02\text{h}$ )、 $^{113m}\text{In}$  ( $T_{1/2}=104\text{m}$ ) 等。



$^{99m}\text{Tc}$ :

- 140 keV单能 $\gamma$ ，易于测量
- 半衰期：6.02小时、生理半衰期：1天
  - 既来得及扫描
  - 又不至于累计过大剂量
- ✓ 因此很适合用来进行医学成像
  - 占全部检查的80%，世界每年3000~4000万次检查

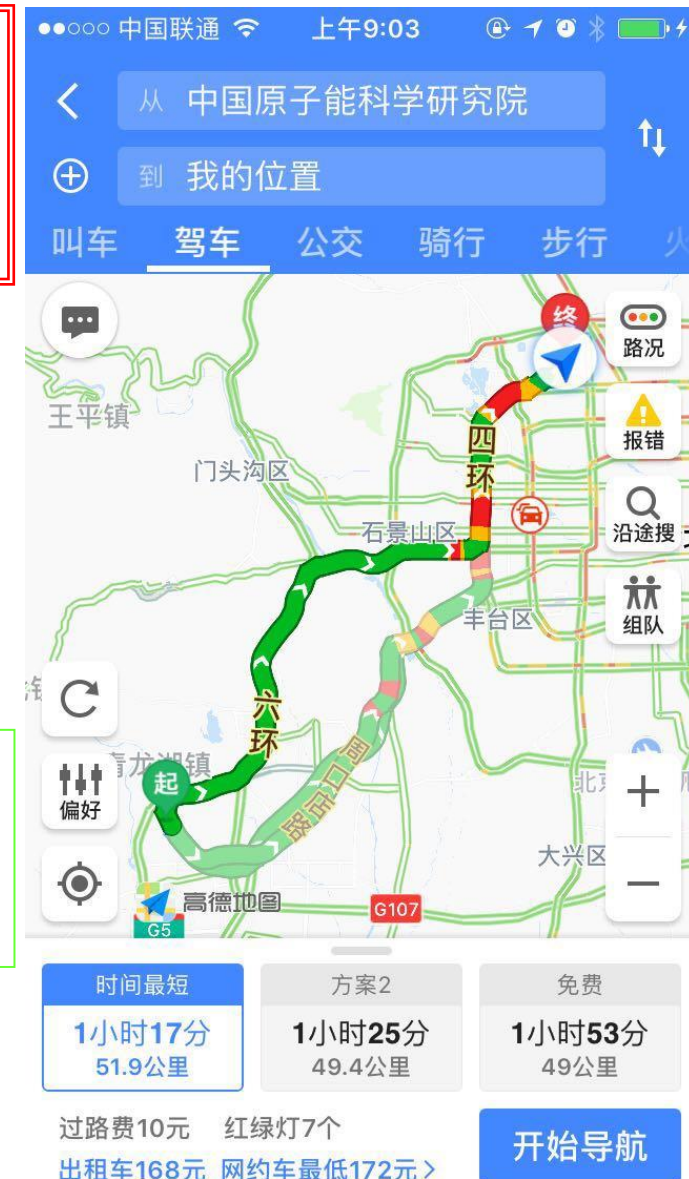


**问题是：**如何将生产的这些短寿命放射性核素运输到医院等需要使用它们的地方？

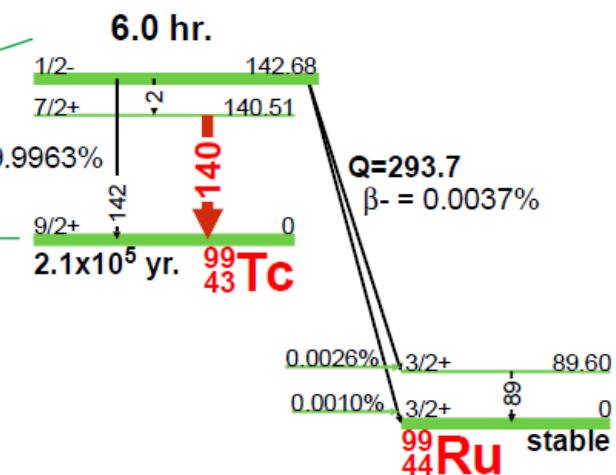
**“母牛”：**利用连续衰变系列。

母核  $\xrightarrow{\text{较长寿命}}$  子核  $\xrightarrow{\text{短寿命}}$  .....

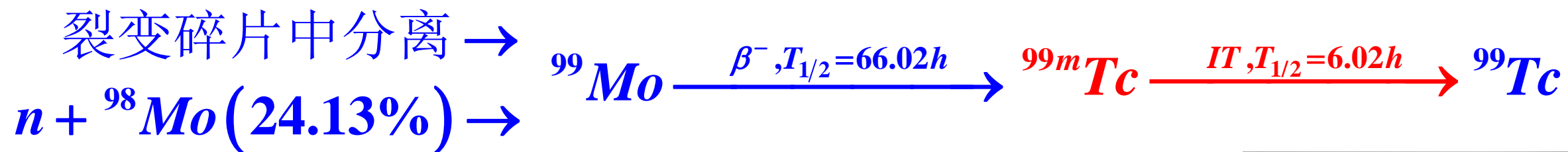
**母牛原理：**寿命较长的核素不断产生短寿命子体，需要时将子体分离出来，母体则继续衰变生长出子体。







例如： $^{99}\text{Mo} - ^{99m}\text{Tc}$  “母牛” Moly cow, 钼牛。



$T_{1/2}(^{99}\text{Mo}) > T_{1/2}(^{99m}\text{Tc}) \rightarrow$  **暂时平衡**

$$t_m = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

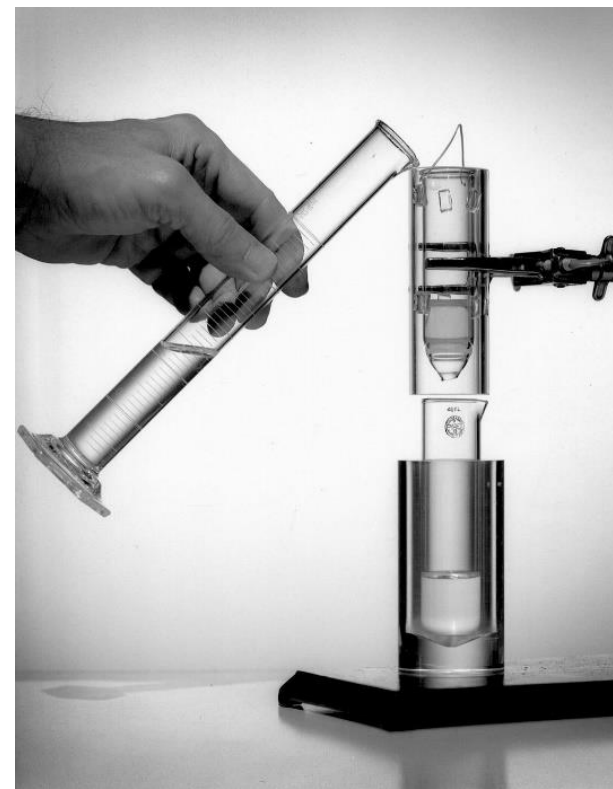
$$\cong \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$= \frac{6.02}{\ln 2} \cdot 2.4$$

$$= 20.8hrs$$

$$A(^{99m}\text{Tc}) = A(^{99}\text{Mo}) = A_{\max}$$

此时，子核放射性活度最大，  
淋洗交换柱。



The first technetium-99m generator, unshielded, 1958. A Tc-99m [pertechnetate](#) solution is being eluted from Mo-99 [molybdate](#) bound to a chromatographic substrate

- 一个不稳定的原子核，可能会通过多种衰变方式（分支衰变）趋向稳定，各分支衰变都有其分衰变常数 $\lambda_i$ ， $\Sigma\lambda_i$ 构成了该核的衰变常数 $\lambda$ ；
- 就单独一个原子核而言，我们无法预判它何时、如何衰变；
- 对一个没有发生衰变的原子核，无论此前我们“等”了多么久，还将必须“等”下去，原子核并不会因为以前的“等待”而迅速地发生衰变，它是无记忆的；
- 单个原子核虽然是在“不确定”的时刻发生衰变的，但支配规律是“确定”的；
- 当放射源中包含大量放射性原子核时，这个规律就被展现出来了；

- 原子核的衰变服从指数衰减规律;

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$$

- 可以用下面任意一个指标来描述这个指数规律, 它们可以互相导出。

$$\lambda \quad T_{1/2} \quad \tau \quad \Gamma$$

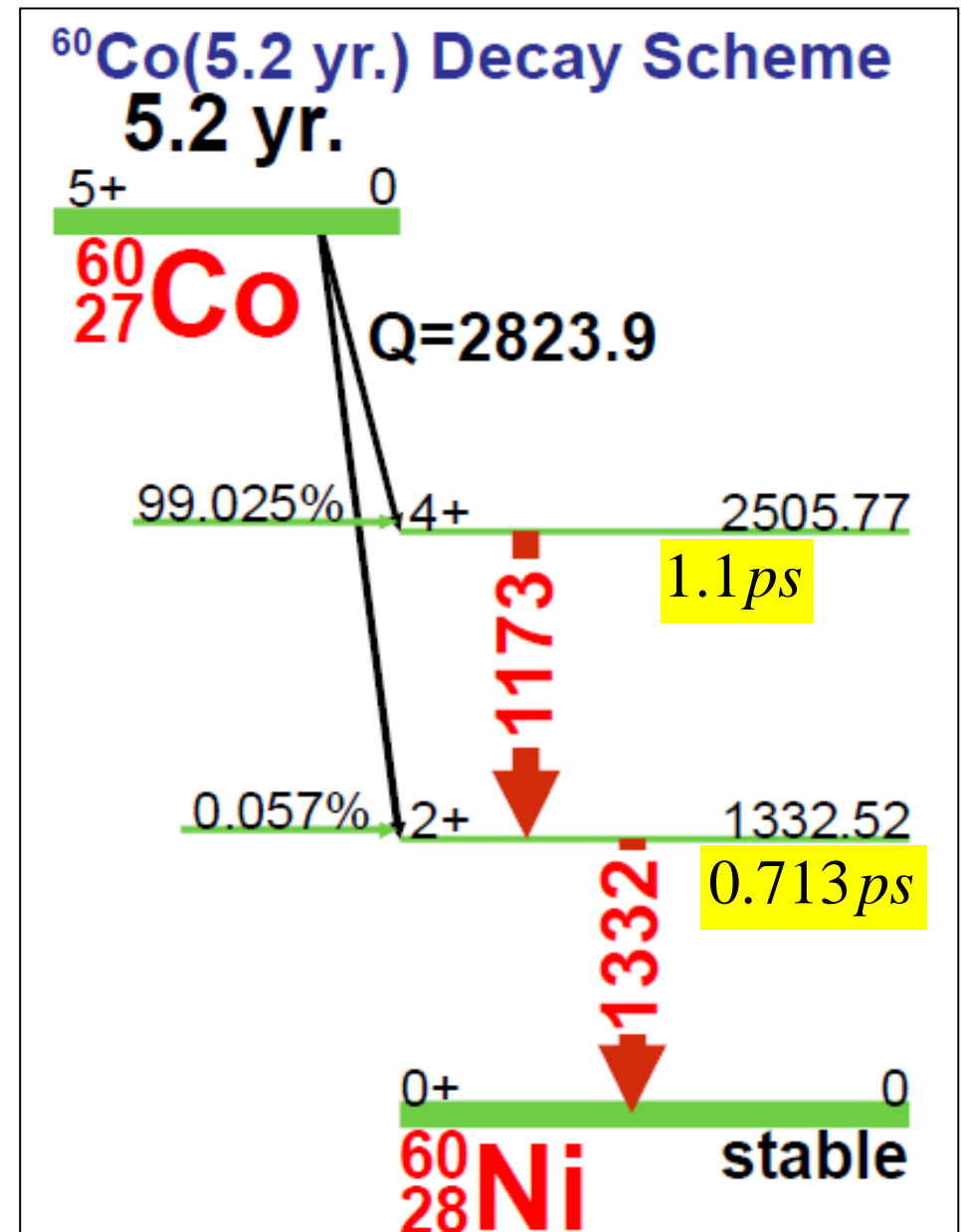
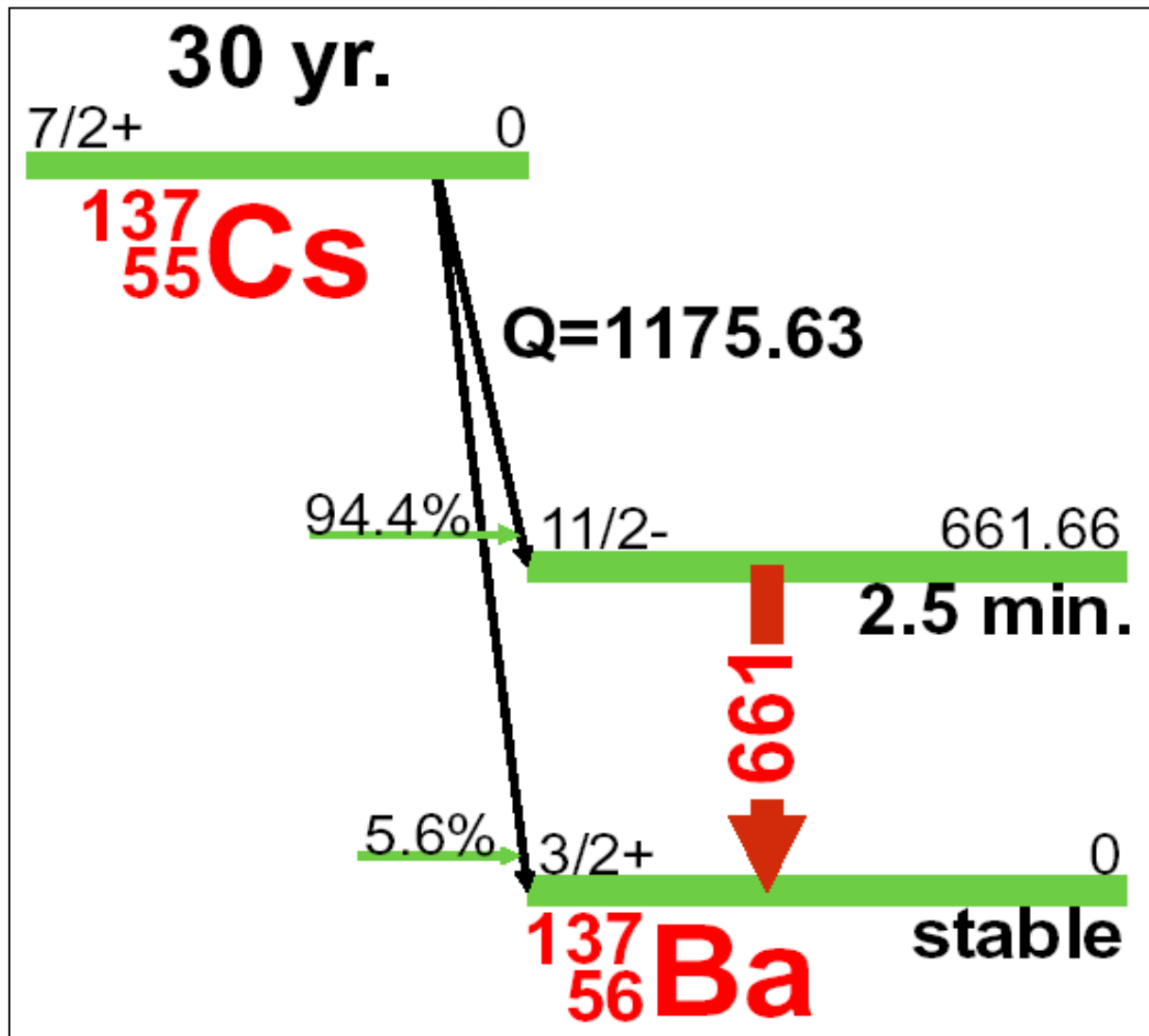
$$e^{-\lambda t} = 2^{-t/T_{1/2}} = e^{-t/\tau} = e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t}$$



- 原子核趋向稳定的过程并非一蹴而就，可能需要**多步**来完成，每一步的衰变类型和半衰期都可能是不同的；
- 衰变链中母核与子核半衰期之间的不同关系，导致了**三种平衡**关系；
- 天然放射系的核素中能历经45亿年的岁月而存在，都是因为**“慢车限速”**的缘故：  
 $^{232}\text{Th}$ ， $^{238}\text{U}$ ， $^{235}\text{U}$ ，它们与各自的后代子核形成了**长期平衡**；

- 不同子核素对应的绝对强度也不同？为什么







清华大学工程物理系

<http://www.ep.tsinghua.edu.cn>

Department of Engineering Physics  
Tsinghua University

2022年秋季学期

# 核辐射物理及探测学

Nuclear Radiation Physics and Detection

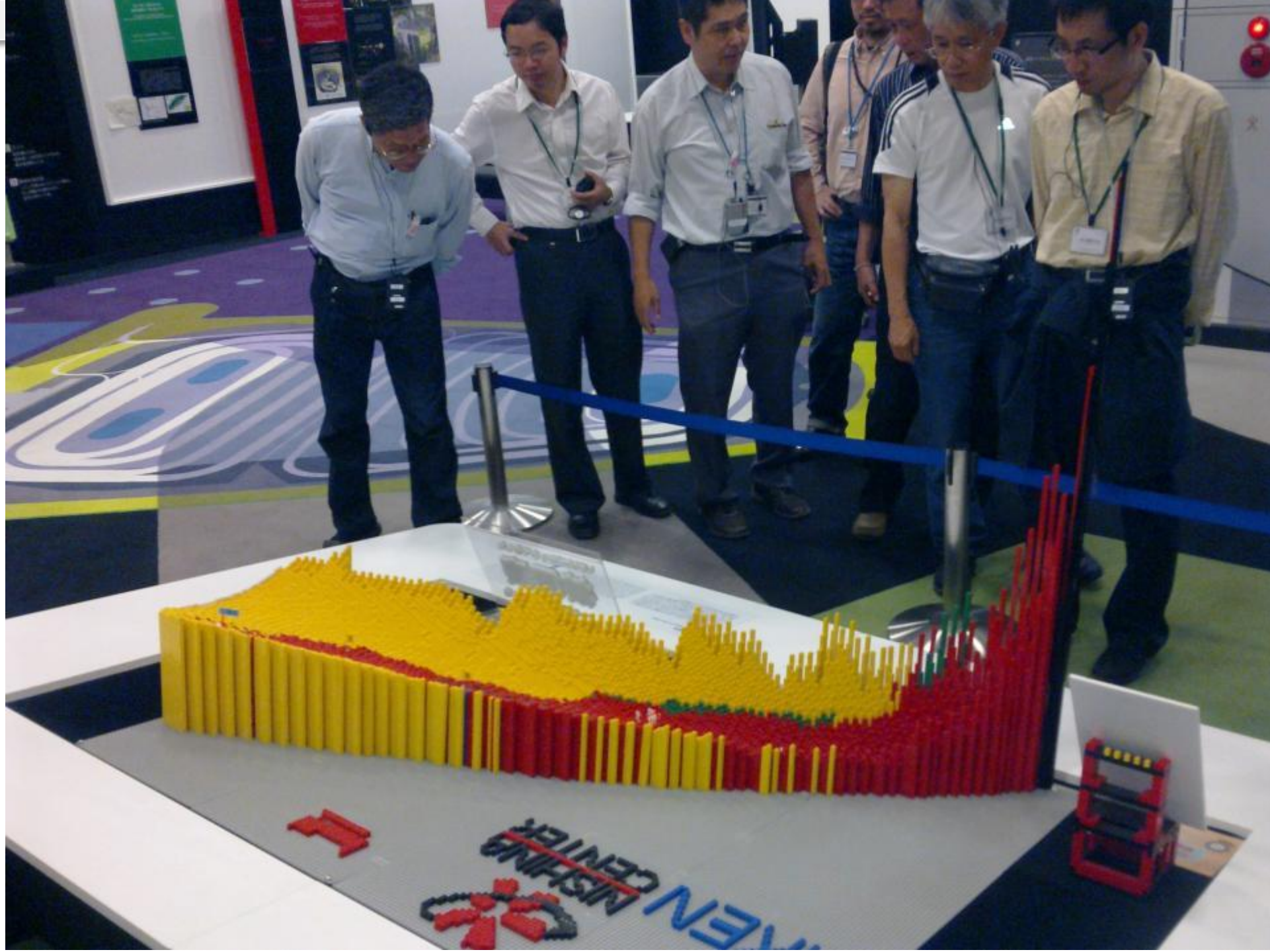
## 第三章 原子核的衰变



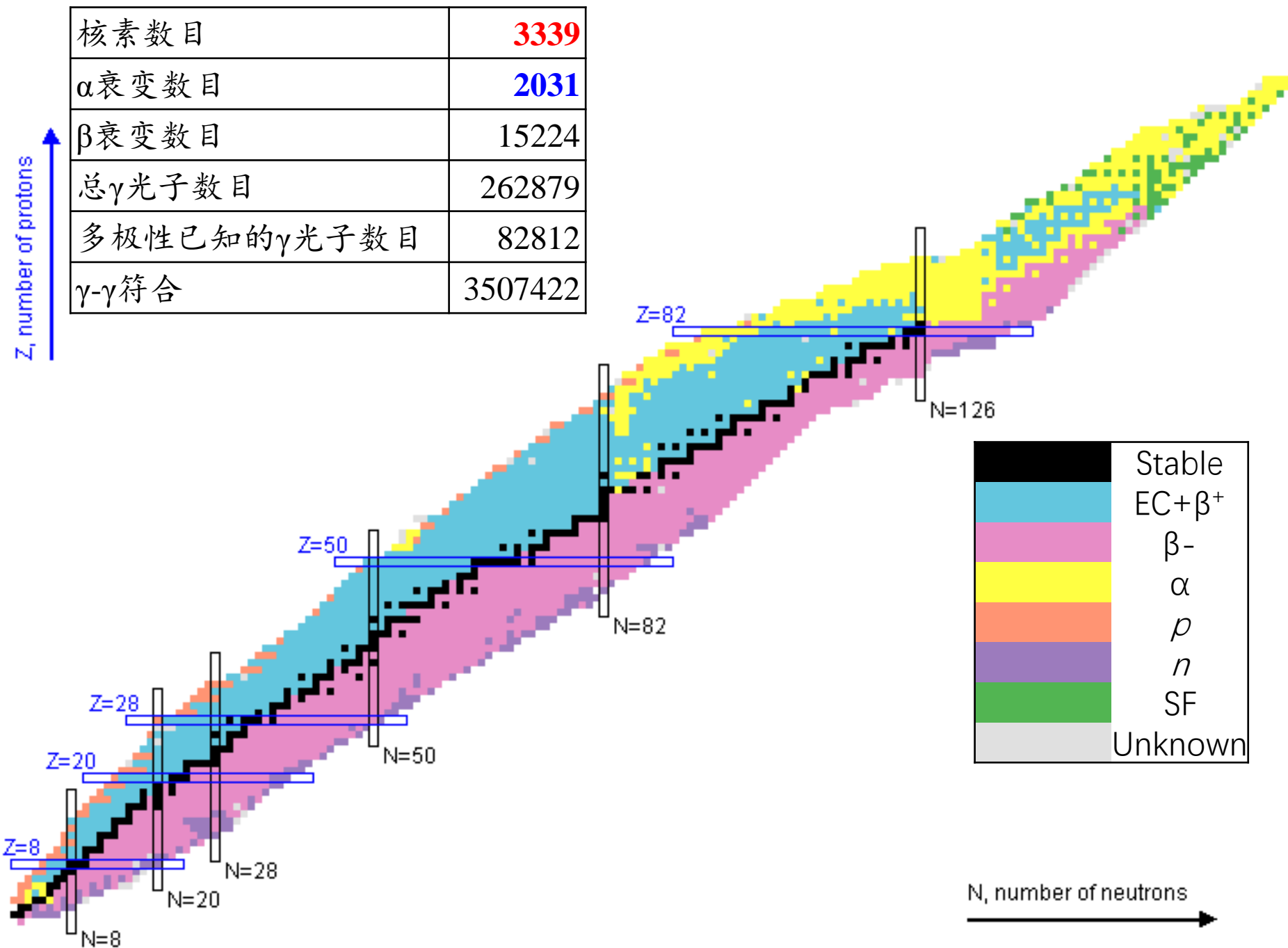
Radiation Physics and Detection Technology

Department of Engineering Physics

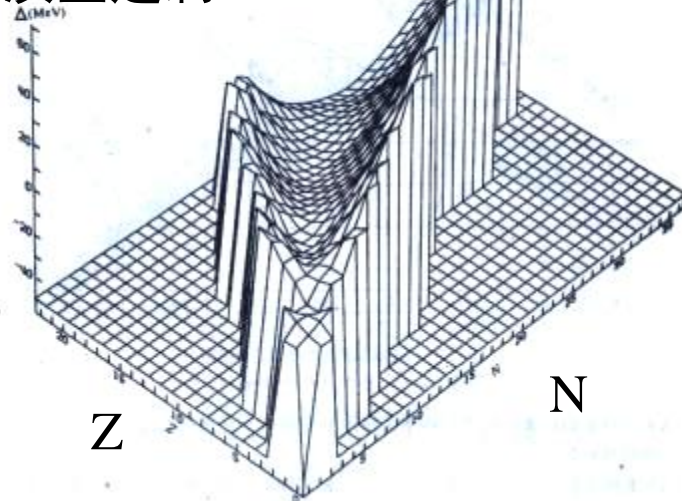
大家在看什么？







质量过剩



$\beta$ 衰变、 $\gamma$ 跃迁在低A区域也可以发生

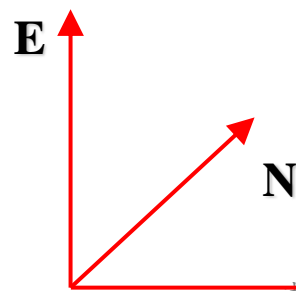
$\alpha$ 衰变在高A区域发生

$\alpha$ 衰变

$\gamma$ 跃迁

$\beta^-$ 衰变

$\beta^+$ 衰变、EC



- 不稳定核在嬗变成（更）稳定原子核的过程中，会发生 $\alpha$ 衰变、 $\beta$ 衰变、 $\gamma$ 衰变（跃迁）、中子发射、质子发射或自发裂变等过程。
- 本章主要讨论最主要的三种类型： $\alpha$ 衰变， $\beta$ 衰变， $\gamma$ 衰变。

- 什么是 $\alpha$ 衰变？

- 不稳定核自发地放出 $\alpha$ 粒子，并转变成另一种原子核的现象。

- $\Delta Z = -2$

- $\Delta A = -4$

- 什么是 $\beta$  ( $\beta^-$ 、 $\beta^+$ , EC) 衰变？

- 核电荷 $Z$ 发生改变，而核子数 $A$ 不变的衰变。

- 是等量异位素间的衰变。

- $\Delta Z = \pm 1$

- $\Delta A = 0$

- 什么是 $\gamma$ 衰变？

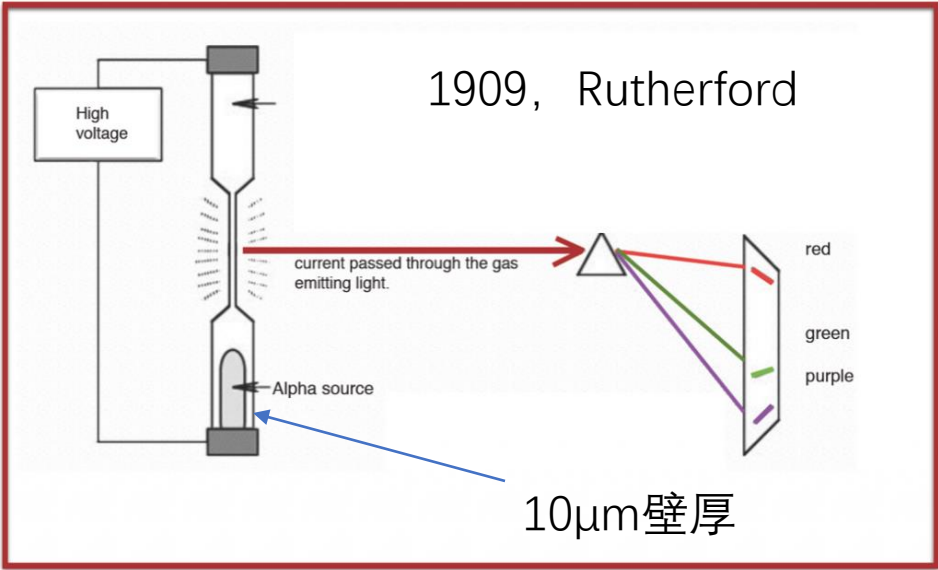
- 不稳定核从激发态通过发射 $\gamma$ 光子或内转换电子跃迁到较低能态，称为 $\gamma$ 跃迁或 $\gamma$ 衰变。

- $\Delta Z = 0$

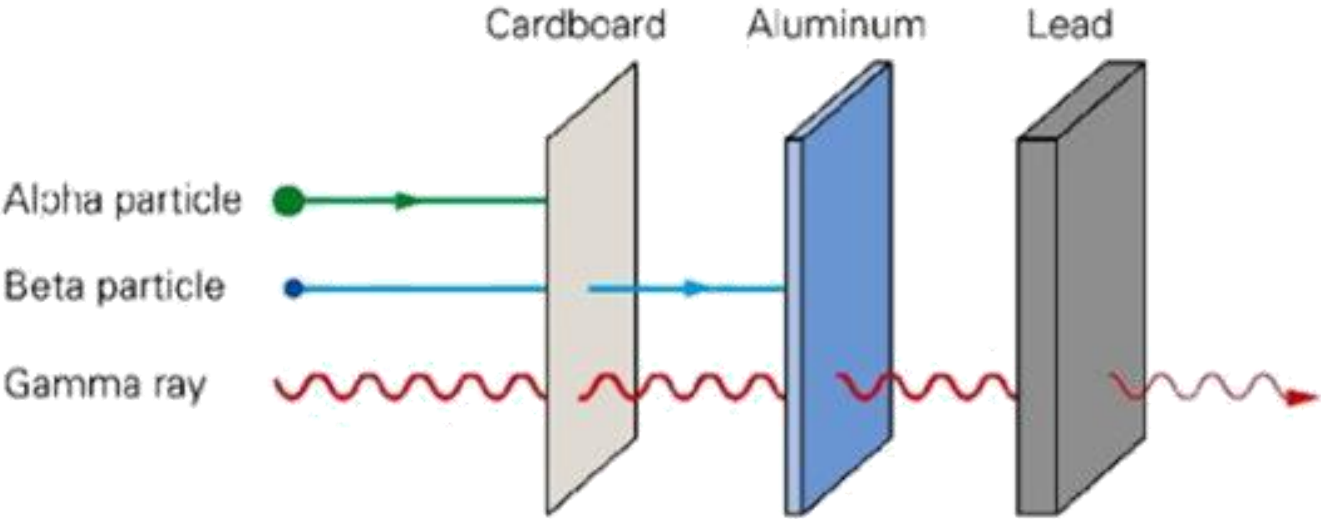
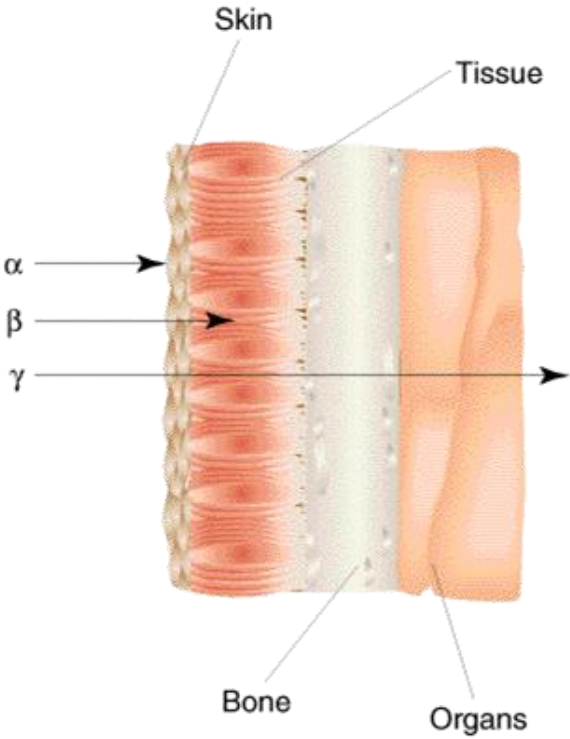
- $\Delta A = 0$

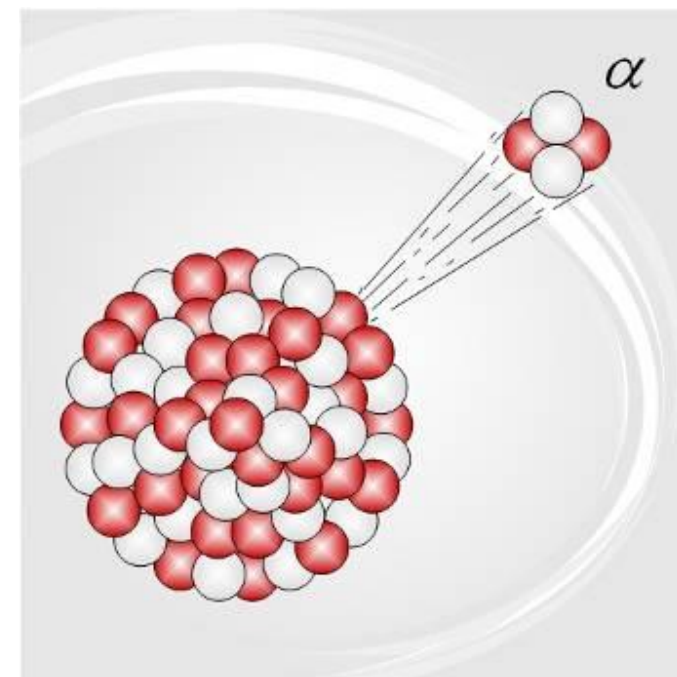


	射线类型	电荷	静止质量	穿透力
$\alpha$	$^4\text{He}$ 核	+2	$\sim 2m_p + 2m_n$	纸张、mm~cm空气
$\beta$	正负电子	$\pm 1$	$0.511\text{MeV}/c^2$	几mm金属
$\gamma$	高能光子	0	0	“~几cm铅”



<https://www.fizzics.org/what-are-alpha-particles/>





✓

§ 3.1

$\alpha$ 衰变

§ 3.2

$\beta$ 衰变

§ 3.3

$\gamma$ 跃迁



一.  $\alpha$ 衰变概述

二.  $\alpha$ 衰变的衰变能

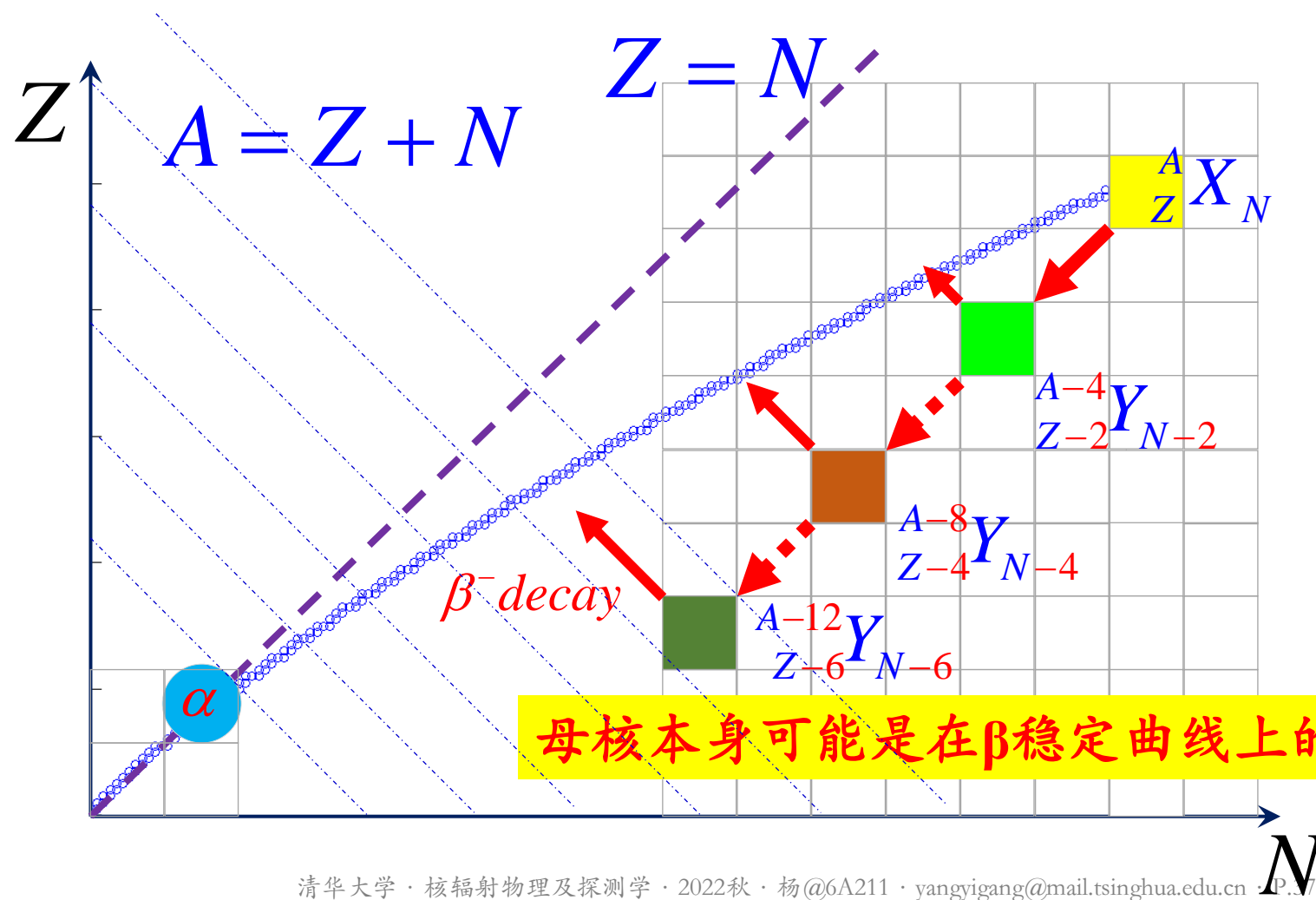
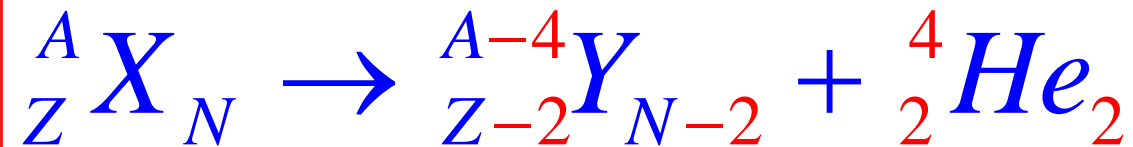
三.  $\alpha$ 衰变能与核能级图

四.  $\alpha$ 衰变的衰变常数

五.  $^*\alpha$ 衰变的禁戒：宇称与角动量

六. 其它重粒子衰变

α衰变的形式:



- 发生 $\alpha$ 衰变的一般为**重核**:  $A > 140$

- 目前共发现**200多种** $\alpha$ 放射性核素

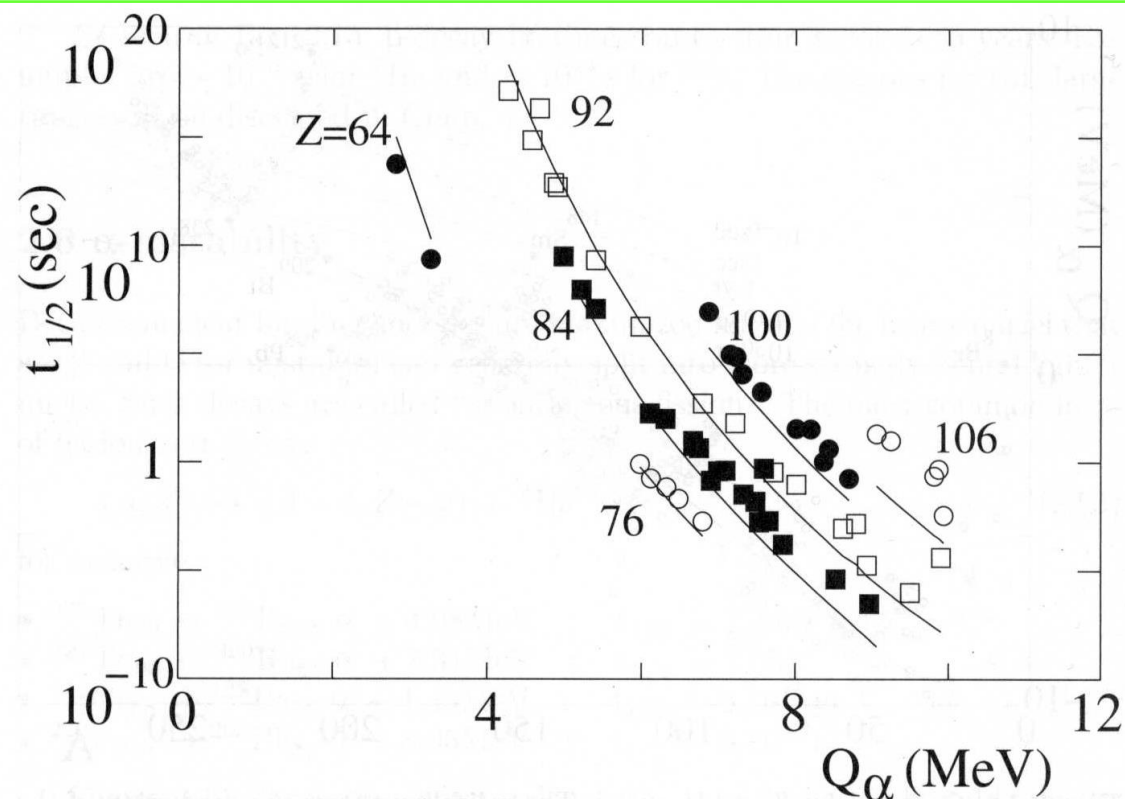
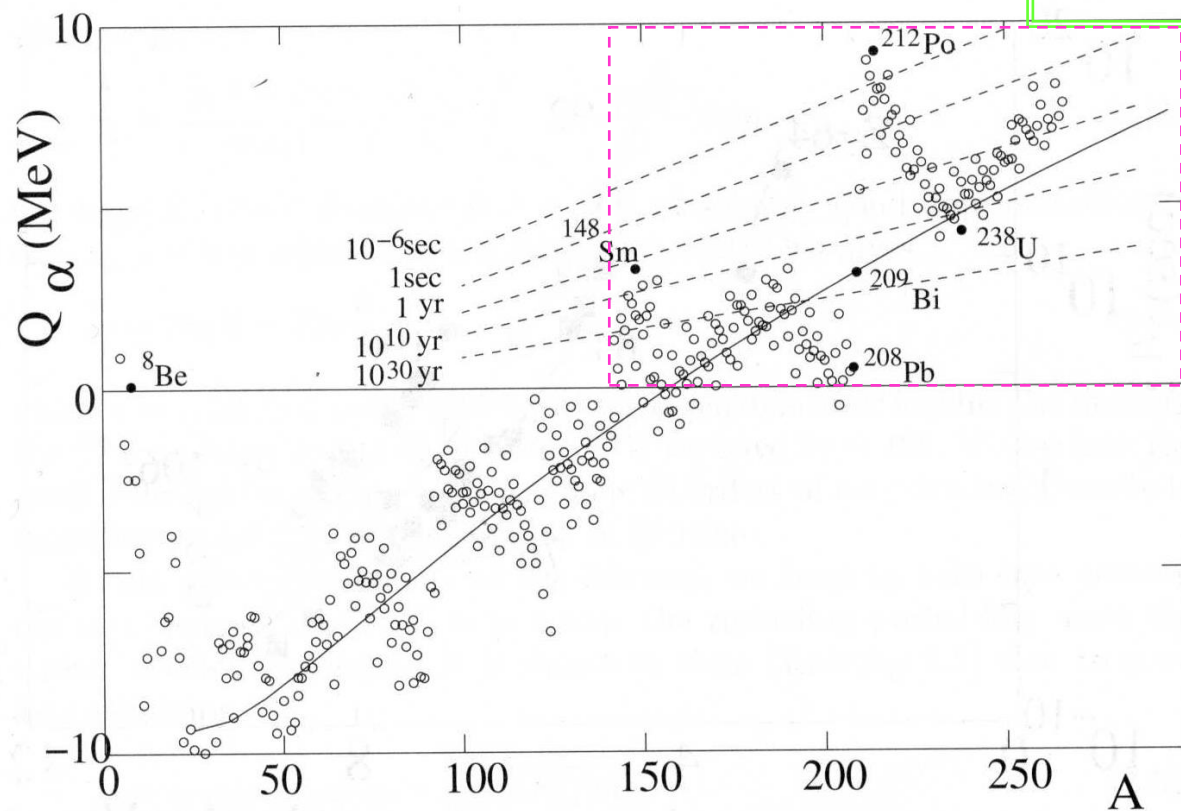
- 中子数**小于82**的只有少数几种

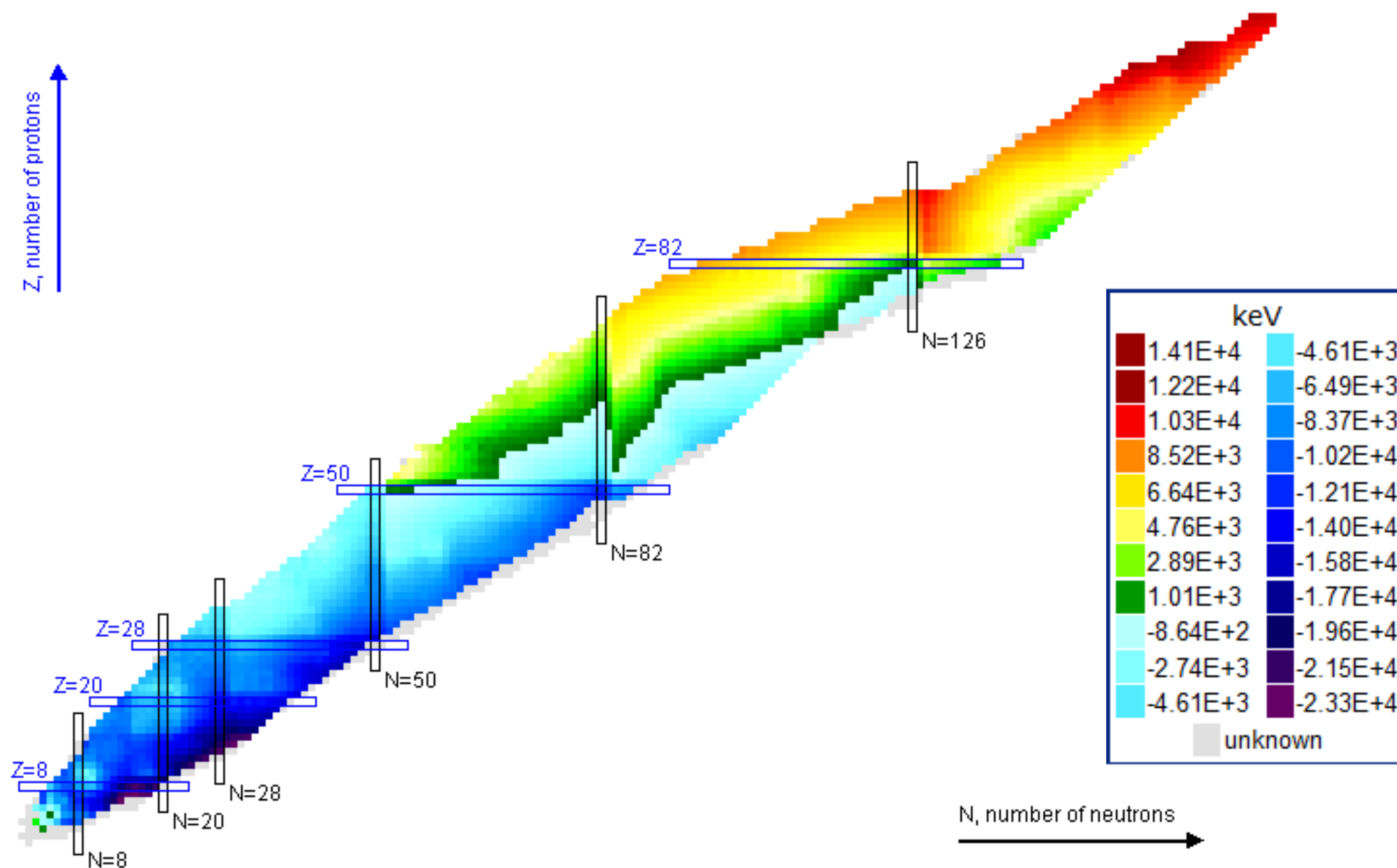
- **能量范围**:  $4 \sim 9 \text{ MeV}$

既不太小, 也不很大 (想一想其中的道理? ☐ 试备选题)

- **半衰期范围较大**:  $10^{-7} \text{ s} \sim 10^{15} \text{ a}$

衰变能差2倍, 半衰期差了20个量级以上 (衰变能为什么如此敏感地影响了半衰期?)





$A$   $Z$

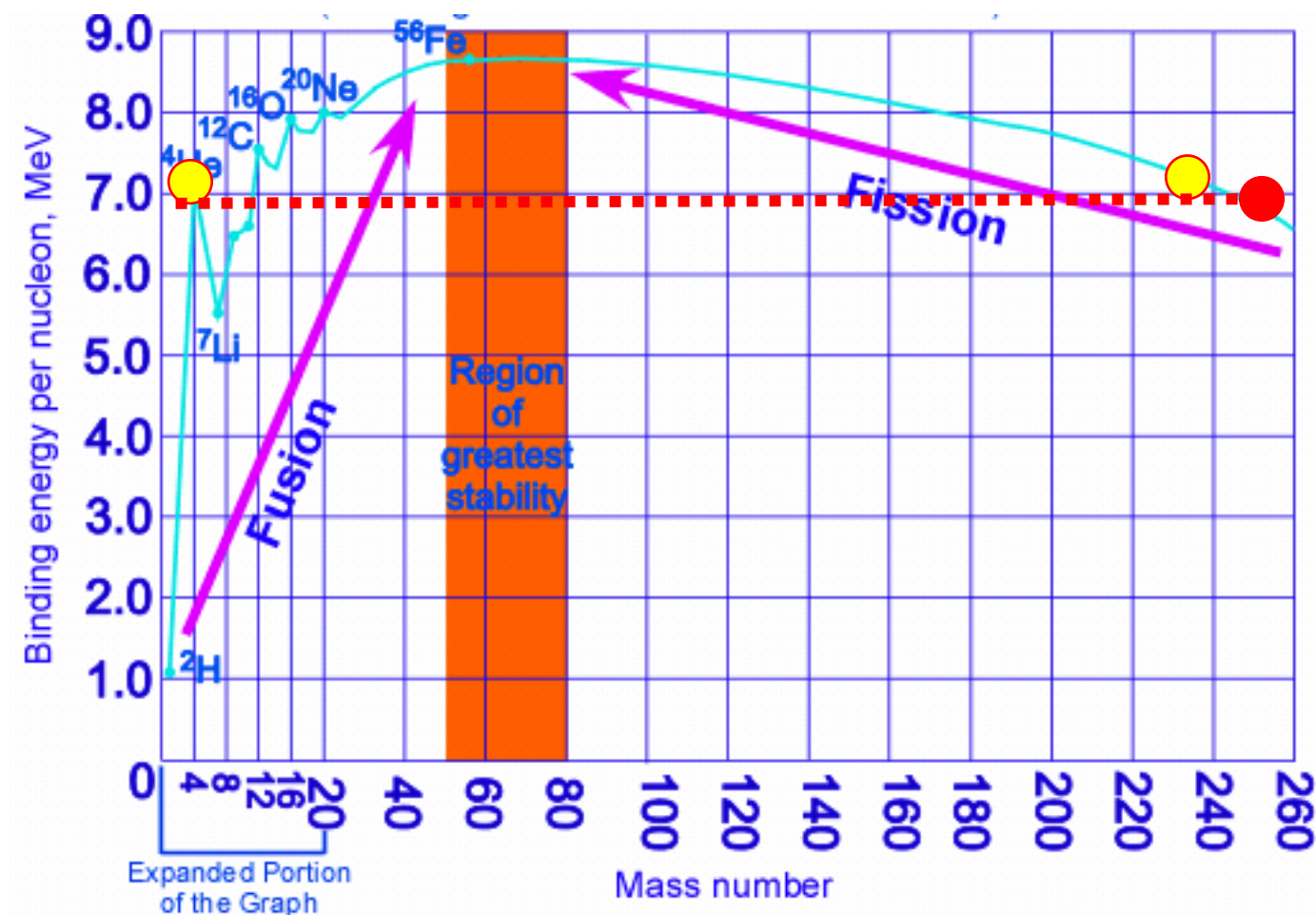
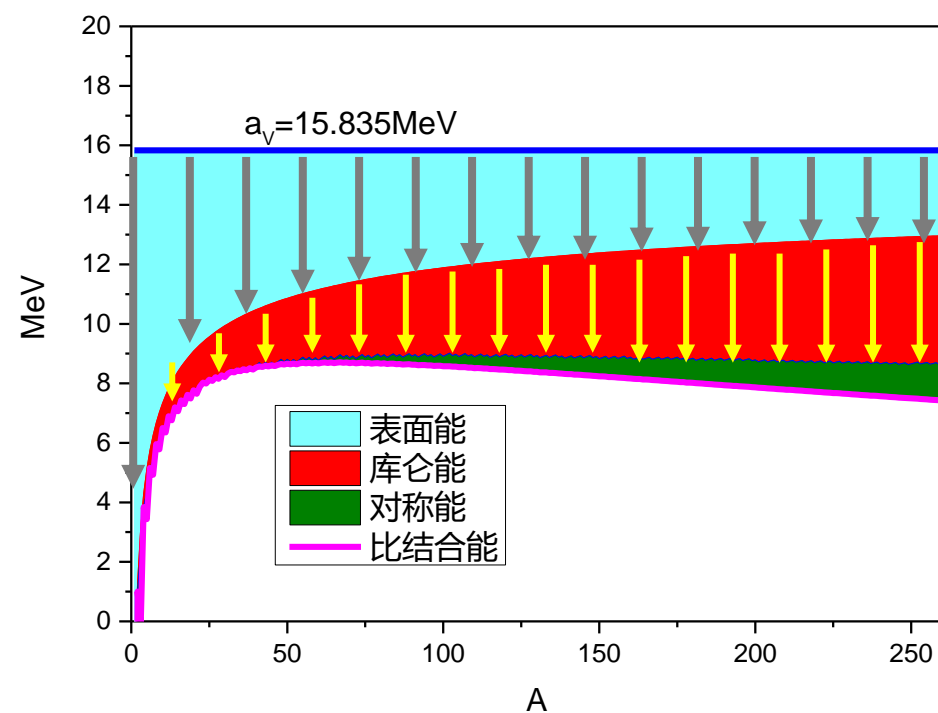
比体积能 “+”

比表面能 “-”

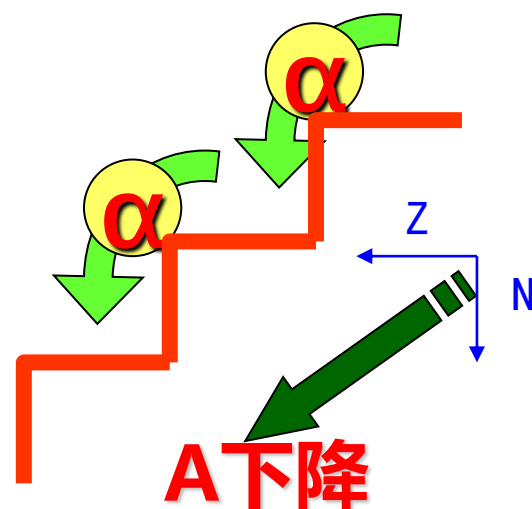
比库仑能 “-”

比对称能 “-”

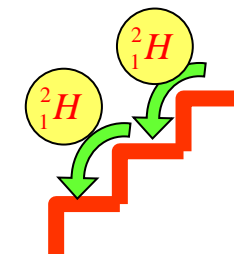
$$\varepsilon = a_v - \frac{a_s}{A^{1/3}} - \frac{a_c Z^2}{A^{4/3}} - \frac{a_{sym} (A/2 - Z)^2}{A^2} + \frac{\delta a_p}{A^{3/2}}$$



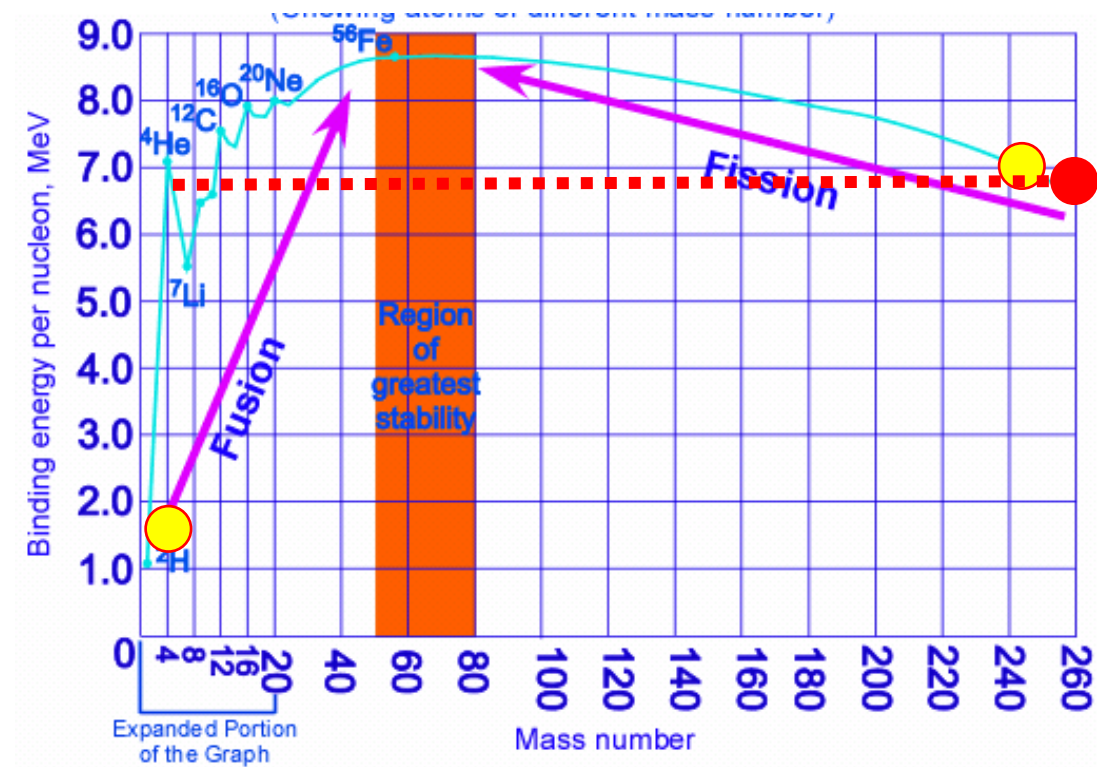




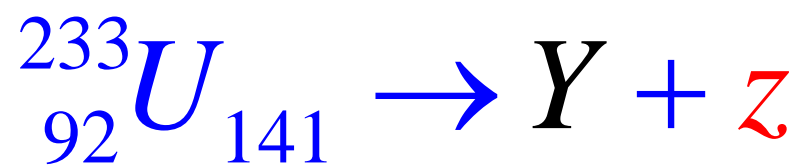
有没有发射其它正带电粒子  
(例如, 氦核) 的衰变?



衰变: 自发(spontaneous)地发生, 需要释放能量!







我们是否可以得出结论：

$\alpha$ 粒子结合得最紧密？

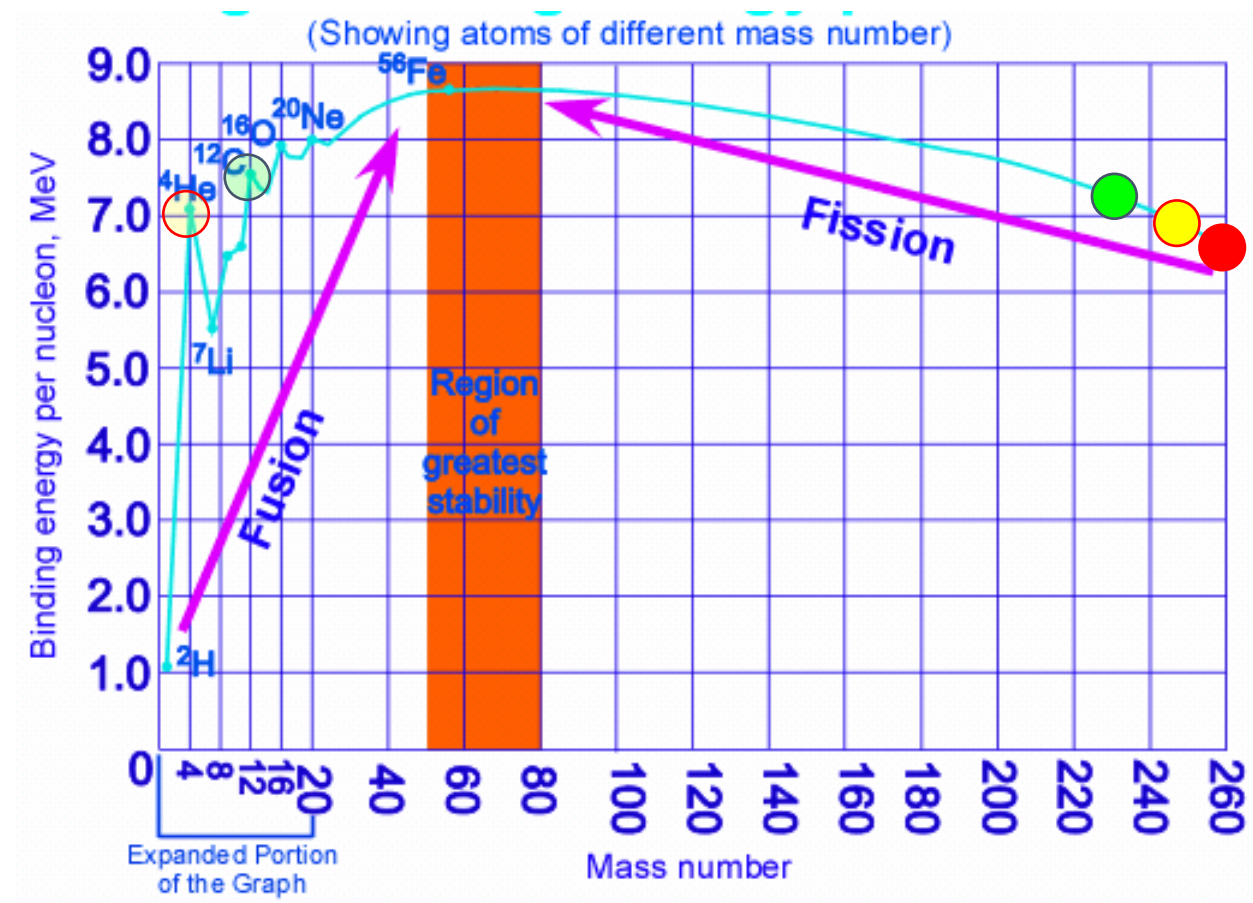
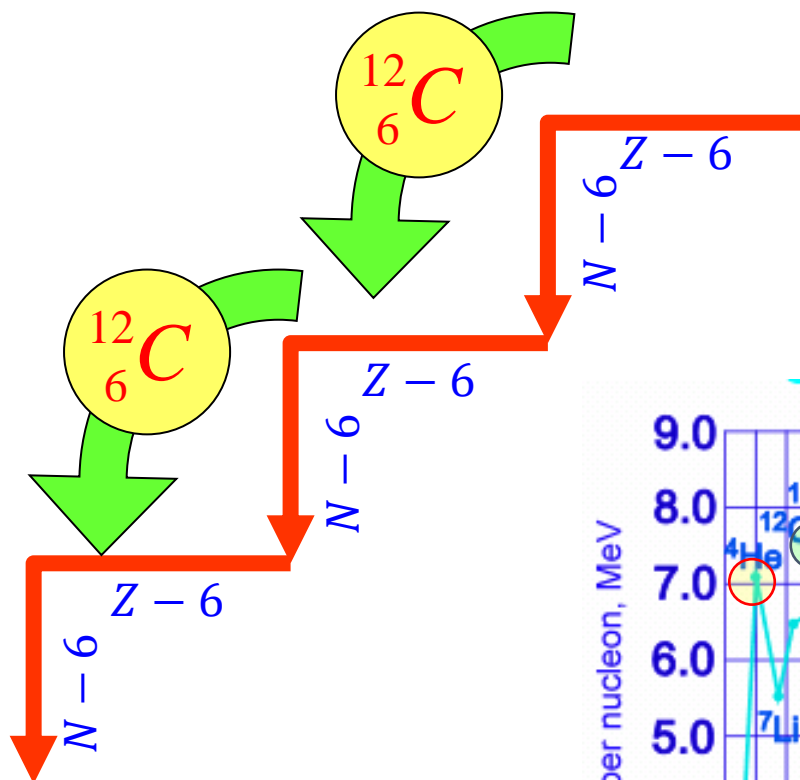
$\alpha$ 粒子比结合能最大？

释放的粒子 $Z$	放出的能量 (MeV)
n	-7.26
${}^1\text{H}$	-6.12
${}^2\text{H}$	-10.70
${}^3\text{H}$	-10.24
${}^3\text{He}$	-9.92
${}^4\text{He}$	+5.41
${}^5\text{He}$	-2.59
${}^6\text{He}$	-6.19
${}^6\text{Li}$	-3.79
${}^7\text{Li}$	-1.94

✓ 发射 $^8\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{14}\text{C}$ 等粒子也是可以的。

? 那为什么没有“ $^{12}\text{C}$ 衰变”这样的专有名词呢？

➤ 因为它们发生的**概率太小**。



- 沿着 $\beta$ 稳定曲线向右上看，核子数 $A$ 增大了， $Z$ 也相应增大了。
- 从比结合能各个构成项的绝对值大小来看， $\text{体积能}^+$ 是不变的， $\text{表面能}^-$ 是减小的，但 $\text{库仑能}^-$ 和 $\text{对称能}^-$ 却是增大的。最终使得： $A$ 越大，原子核越不稳定。
- 在 $\alpha$ 衰变中，母核通过释放 $\alpha$ 粒子 ( $^4\text{He}$ ) 来变成核子数为 $A-4$ 的子核，从而获得了更大的比结合能，趋向稳定。
- $^2\text{H}$ 的比结合能小 $\rightarrow$ 发射 $^2\text{H}$ 核的衰变不存在，但发射其它更重原子核的衰变是存在的，且放能更多！
- 那为什么很少看到发射重粒子的衰变呢？这说明除了衰变能之外，还有其它机制影响衰变的发生，具体请见后面“衰变常数”的讨论。