

核辐射物理及探测学（2022 年） 后半学期要求记住的公式（闭卷考试，考中勿用）

以下公式应用较多，且描述了相关物理过程或探测器工作机制的某些特性，记住它们有助于掌握辐射探测的主要内容，要求大家必须记住公式及各字母的含义，并能够正确使用。

1、带电粒子与物质的相互作用

(1) 重带电粒子的电离能量损失率公式（Bethe 公式）

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ion}} \propto \frac{z^2}{v^2} NZ \propto \frac{m_z^2}{E} NZ$$

(2) 同一物质中，初速度相同的不同重带电粒子的射程关系（定比定律）

$$R_a(v) = \frac{m_a z_b^2}{m_b z_a^2} R_b(v)$$

(3) 辐射能量损失率公式

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}} \propto \frac{z^2 E}{m^2} NZ^2$$

(4) 快电子的电离能量损失率与辐射能量损失率之比

$$\frac{-(dE/dx)_{\text{rad}}}{-(dE/dx)_{\text{ion}}} \cong \frac{E \cdot Z}{800}$$

(5) β 射线在介质中的强度衰减近似服从指数规律（介质厚度远小于最大射程时）

$$I(x_m) = I_0 \cdot e^{-\mu_m \cdot x_m}$$

2、 γ 射线与物质相互作用三种主要效应的次电子及其能量

	光电效应	康普顿效应	电子对效应
次电子名称	光电子	反冲电子	正负电子对
次电子能量	$E_e = h\nu - \varepsilon_i$	$E_e = \frac{(h\nu)^2 (1 - \cos \theta)}{m_0 c^2 + h\nu (1 - \cos \theta)}$	$E_{e^+} + E_{e^-} = h\nu - 2m_0 c^2$

3、 γ 射线与物质相互作用三种主要效应的截面

截面与吸收物质原子序数的关系

光电： $\sigma_{\text{ph}} \propto Z^5$;

康普顿： $\sigma_c \propto Z$;

电子对： $\sigma_p \propto Z^2$

截面与入射光子能量的关系

	σ_{ph}	σ_c	σ_p
$h\nu \ll m_0 c^2$	$\propto \left(\frac{1}{h\nu}\right)^{3.5}$	$\xrightarrow{h\nu \rightarrow 0} \sigma_{\text{th}}$	不能发生电子对效应
$h\nu \gg m_0 c^2$	$\propto \frac{1}{h\nu}$	$\propto \frac{\ln 2h\nu}{h\nu}$	$\xrightarrow{2m_0 c^2 < h\nu < 5m_0 c^2} \propto h\nu$ $\xrightarrow{h\nu > 5m_0 c^2} \propto \ln h\nu$

4、 γ 射线在物质中的衰减规律

- ① 线性衰减系数: $\mu = (\sigma_{\text{ph}} + \sigma_{\text{c}} + \sigma_{\text{p}})N = \mu_{\text{ph}} + \mu_{\text{c}} + \mu_{\text{p}}$ $N = \frac{N_A \rho}{A}$
- ② 质量衰减系数: $\mu_{\text{m}} = \frac{\mu}{\rho} = \frac{N \sigma_{\gamma}}{\rho} = \frac{N_A \sigma_{\gamma}}{A}$
- ③ 指数衰减规律: $I(x) = I_0 e^{-\sigma_{\gamma} N \cdot x} = I_0 e^{-\mu \cdot x} = I_0 e^{-\mu_{\text{m}} \cdot x_{\text{m}}}$ (x_{m} 为质量厚度, $x_{\text{m}} = x \rho$)

5、常用统计误差公式及计数统计误差的传递公式

- ① 计数测量值的标准偏差: $\sigma = \sqrt{m} = \sqrt{N} = \sqrt{N_i}$ (N_i 为计数测量值, 泊松分布)
- ② 计数测量值的相对标准偏差: $\nu = \frac{\sigma}{m} = \frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{\sqrt{N_i}}$ (N_i 为计数测量值, 泊松分布)
- ③ 计数率: $n = \frac{N}{t}$; 其标准偏差: $\sigma_n = \sqrt{\frac{n}{t}}$; 其相对标准偏差: $\nu_n = \frac{\sigma_n}{n} = \frac{1}{\sqrt{nt}} = \frac{1}{\sqrt{N}}$
- ④ 多次测量平均值及其误差: $\bar{N} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k N_i$; $\sigma_{\bar{N}} = \sqrt{\frac{\bar{N}}{k}}$; $\nu_{\bar{N}} = \frac{\sigma_{\bar{N}}}{\bar{N}} = \frac{1}{\sqrt{k\bar{N}}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_i N_i}}$
- ⑤ 净计数率及其误差: $n_0 = n_s - n_b = \frac{N_s}{t_s} - \frac{N_b}{t_b}$; $\sigma_{n_0} = \sqrt{\frac{n_s}{t_s} + \frac{n_b}{t_b}}$; $\nu_{n_0} = \frac{1}{n_s - n_b} \cdot \sqrt{\frac{n_s}{t_s} + \frac{n_b}{t_b}}$
- ⑥ 在规定的总测量时间 $T = t_s + t_b$ 内使测量结果误差最小时, 得到最佳测量条件 (时间分配):
- $\frac{t_s}{t_b} = \sqrt{\frac{n_s}{n_b}}$

t_s : 样品测量时间, n_s -样品计数率; $n_0 = n_s - n_b$ (n_0 : 净计数率)
 t_b : 本底测量时间, n_b -本底计数率;

在最佳测量条件下得到的测量结果——净计数率的相对方差 (T 内测量可得的最小值) 为:

$$\nu_{n_0}^2 = \left[\frac{1}{n_s - n_b} \sqrt{\frac{n_s}{t_s} + \frac{n_b}{t_b}} \right]^2 = \frac{1}{T n_b \left(\sqrt{n_s/n_b} - 1 \right)^2}$$

- ⑦ 误差传递公式: $\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_{x_n}^2$

6、探测器工作状态判定的基本原则

由: $\nu_V^2 \cong \frac{1}{2R_0 C_0 \bar{n}}$

得到 $R_0 C_0 \gg \frac{1}{\bar{n}}$ (即 $\nu_V \ll 1$) 为累计工作状态; $R_0 C_0 \ll \frac{1}{\bar{n}}$ (即 $\nu_V \gg 1$) 为脉冲工作状态。

对闪烁探测器, 电压脉冲工作状态: $R_0 C_0 \gg \tau$; 电流脉冲工作状态: $R_0 C_0 \ll \tau$

7、各种探测器输出电压脉冲信号的幅值

① 电离室：
$$h = \frac{Q}{C_0} = \frac{Ne}{C_0} = \frac{Ee}{WC_0}$$
 (R_0C_0 很大时及估算时)

② 正比计数器：
$$h = \frac{Q}{C_0} = \frac{ANe}{C_0} = \frac{AEe}{WC_0}$$
 (R_0C_0 很大时及估算时)

③ 闪烁探测器：
$$h = \frac{Q}{C_0} = \frac{n_A e}{C_0} = \frac{EY_{ph} TMe}{C_0}$$
 ($R_0C_0 \gg \tau$)

或：
$$h = \frac{Q}{C_0} \frac{R_0C_0}{\tau} = \frac{EY_{ph} TMe}{C_0} \frac{R_0C_0}{\tau}$$
 ($R_0C_0 \ll \tau$)

④ 半导体探测器：
$$h = \frac{Q}{C_f} = \frac{Ne}{C_f} = \frac{Ee}{WC_f}$$
 (电荷灵敏前放输出)

⑤ GM 管： h 只与工作电压有关，与射线能量无关

8、各种探测器的能量分辨率 (只考虑统计涨落或统计涨落+倍增过程的涨落) (别忘了 2.355)

① 电离室：
$$\eta = 2.355 \sqrt{\frac{F}{\bar{N}}} = 2.355 \sqrt{\frac{FW}{E}} \times 100\%$$
 F 为法诺因子，下同

② 正比计数器：
$$\eta = 2.355 \sqrt{\frac{F + 0.68}{\bar{N}}} \times 100\%$$
 0.68 为气体放大系数的相对方差

③ 闪烁探测器：
$$\eta = 2.355 \sqrt{\frac{1}{\bar{n}_e} \left[1 + \frac{\delta}{\delta_1} \left(\frac{1}{\delta - 1} \right) \right]} \times 100\%$$
 $n_e = E Y_{ph} T$ 为第一打拿极收集到的光电子数

④ 半导体探测器：
$$\eta = 2.355 \sqrt{\frac{F}{\bar{N}}} = 2.355 \sqrt{\frac{FW}{E}} \times 100\%$$
 或 $\Delta E_1 = 2.355 \sqrt{FWE}$

9、和能量分辨率相关的公式

① 分辨率的两种表示 (以电离室或半导体探测器为例，只考虑统计涨落)

(a) 百分数表示：
$$\eta = \frac{\text{FWHM}}{E} = 2.355 \sqrt{\frac{F \cdot W}{E}} \times 100\%$$

(b) 半高宽 (又称线宽) 表示：
$$\Delta E = \text{FWHM} = 2.355 \sqrt{F \cdot W \cdot E} \quad (\text{keV})$$

② 当考虑影响分辨率的各种影响因素时，谱仪总分辨率为

$$\Delta E = \text{FWHM} = \sqrt{\sum_i \Delta E_i^2}$$

③ 电荷灵敏前放的噪声：

$$\Delta E_{\text{noise}} = \Delta E_{\text{零电容}} + \Delta E_{\text{电容噪声}} = \Delta E_{\text{零电容}} + \text{噪声斜率} \times \text{探测器电容}$$

或：
$$\Delta E_{\text{noise}} = 2.355 \cdot W \cdot \text{ENC}$$

④ 放大器的信噪比： $J = \bar{h}_1 / \sigma_{h_2}$ ， h_1 为信号幅度； σ_{h_2} 为噪声的标准偏差

放大器噪声对能量分辨率的影响 (以电离室为例)：
$$\eta = 2.36 \sqrt{\frac{F}{\bar{N}} + \frac{1}{J^2}} \times 100\%$$

10、计数率的死时间修正：
$$m = \frac{n}{1 - n\tau} \quad (m\tau \ll 1) \quad n \text{ 为总计数率, } \tau \text{ 为分辨时间}$$

11、符合测量方法方面

① 真符合计数率：
$$n_{co} = \frac{n_\beta \cdot n_\gamma}{A} \quad (\text{这里的 } \beta \text{ 和 } \gamma \text{ 分指两个符合道, 并不一定非得是 } \beta \text{ 或者 } \gamma)$$

② 偶然符合计数率：
$$n_{rc} = 2\tau_s n_1 n_2$$

12、慢中子引起的 (n, γ) , (n, α) , (n, p) 及 (n, f) 反应的 $1/v$ 规律:

$$\sigma = \sigma_0 v_0 / v \quad \text{或} \quad \sigma = \sigma_0 \sqrt{E_0 / E}$$

13、 热中子灵敏度
$$\eta = \frac{N_t \cdot \sigma_0}{1.128}$$

N_t 是探测器中中子灵敏核素的个数, σ_0 是该核素对 25.3meV 中子的反应截面。

14、 单能中子灵敏度
$$\eta = N_t \cdot \sigma$$

N_t 是探测器中中子灵敏核素的个数, σ 是该核素对该单能中子的反应截面。

15、 探测效率

本征探测效率：
$$\varepsilon = \frac{\text{记录下来的脉冲数}}{\text{射入探测器灵敏体积的粒子数}} \times 100\%$$

源峰效率：
$$\varepsilon_{sp} = \frac{\text{全能峰的总计数(面积)}}{\text{放射源放出的该能量 } \gamma \text{ 光子数}} \times 100\%$$

16、 伽马能谱的峰总比

$$f_{p/t} = \frac{\text{全能峰的计数(或计数率)}}{\text{全谱总计数(或计数率)}}$$

17、 探测器输出回路等效电路的

$$R_0 = R_L \cdot R_i / (R_L + R_i)$$

$$C_0 = C_1 + C' + C_i$$

闭卷考试，考中勿用