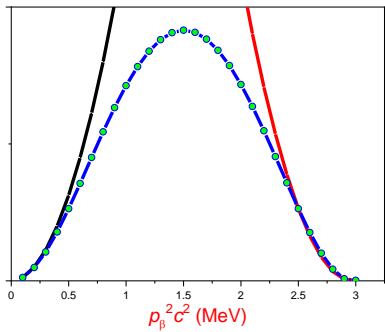


➤ 上节回顾：

- 末态密度决定了β动量谱的形状
- 高级次（ l 大）的跃迁难以发生
- 选择定则：母子核对轻子组的轨道角动量（ l ）提要求



$$I(p_\beta)dp_\beta \propto |M_{if}|^2 \propto (kr)^{2l}$$

$$M_{if} = \int u_f^* u_i \varphi_e^* \varphi_{\nu_e}^* d\tau$$

$$\exp[-i(\vec{k}_\beta + \vec{k}_\nu) \cdot \vec{r}] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)(-i)^l}{(2l+1)!!} [(\vec{k}_\beta + \vec{k}_\nu) \cdot \vec{r}]^l P_l(\cos \theta)$$

序号 ▼	作业题目	已批/已交/未交	发布对象	完成方式	生效日期 ▼	截止日期 (GMT+8) ▼
4	第三章习题	0/2/82	全体学生-全体	个人	2022-10-17 08:00	2022-10-23 23:59

➤ 本节提要：

- 居里描绘（库里厄图），告诉你“它们”带走了多少轨道角动量！
- 萨金特定律→比较半衰期 ↔ 跃迁矩阵元
- γ 跃迁的一般性质
- γ 跃迁的多极性

各项的出现概率

$$l = 0$$

$$(kr)^0 = 1$$

$$l = 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot (kr)^2$$

$$l = 2$$

$$\frac{1}{45} \cdot (kr)^4$$

$$l = 3$$

$$\frac{1}{1575} \cdot (kr)^6$$

$$l = 4$$

$$\frac{1}{99225} \cdot (kr)^8$$

概率级差

$$\frac{(kr)^2}{4l^2 - 1}$$

一级禁戒跃迁

一级禁戒跃迁

$$\vec{l} = 1$$

F跃迁

$$\vec{s} = 0$$

G-T跃迁

$$\vec{s} = 1$$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 1$$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 0, 1, 2$$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 0$$

$$\Delta I = I_i - I_f = 0$$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 1$$

$$\Delta I = I_i - I_f = 0, \pm 1$$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 2$$

$$\Delta I = I_i - I_f = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$\Delta I = 0, \pm 1, \pm 2$$

一级禁戒跃迁的**自旋**选择定则

$$\Delta I = 0, \pm 1, \pm 2$$

一级禁戒跃迁的**宇称**选择定则

$$\Delta \pi = (-1)^1 = -1$$

二级禁戒跃迁

二级禁戒跃迁

$$\vec{l} = 2$$

F跃迁 $\vec{s} = 0$ G-T跃迁 $\vec{s} = 1$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 2$$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 1, 2, 3$$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 1$$

$$\Delta I = I_i - I_f = 0, \pm 1$$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 2$$

$$\Delta I = I_i - I_f = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 3$$

$$\Delta I = I_i - I_f = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

$$|\vec{l} + \vec{s}| = 1, 2, 3$$

$$\Delta I = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

实际为

$$\Delta I = \pm 2, \pm 3$$

二级禁戒跃迁的自旋选择定则

二级禁戒跃迁的宇称选择定则

$$\Delta I = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

$$\Delta \pi = (-1)^2 = +1$$

汇总一下

禁戒级次	轻子带走的轨道角动量 $l \hbar$	母子核宇称关系 $(-1)^l$	轻子带走的总角动量 h			母子核自旋差异 $ I_i - I_f $									
			F S=0	G-T S=1	汇总										
允许	0	+	0	1	0,1	0	1								
一级	1	-	1	0,1,2	0,1,2	0	1	2							
二级	2	+	2	1,2,3	1,2,3	0	1	2	3						
三级	3	-	3	2,3,4	2,3,4	0	1	2	3	4					
.....															
n=2m级	n	+	n	n-1,n,n+1	n-1,n,n+1	0	1	2	3	4	...	n-1	n	n+1	
n+1级	n+1	-	n+1	n,n+1,n+2	n,n+1,n+2	0	1	2	3	4	...	n-1	n	n+1	n+2

允许、各级禁戒跃迁的选择定则

允许跃迁:

$$\Delta I = 0, \pm 1$$

$$\Delta \pi = +1$$

一级禁戒跃迁:

$$\Delta I = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$\Delta \pi = -1$$

二级禁戒跃迁:

$$\Delta I = \pm 2, \pm 3$$

$$\Delta \pi = +1$$

 n 级禁戒跃迁:

$$\Delta I = \pm n, \pm (n + 1)$$

$$\Delta \pi = (-1)^n$$

当发生2级禁戒跃迁的时候，母子核的自旋差 ΔI 不能 <2 ，这是严格的？

二级禁戒跃迁：

$$\Delta I = \pm 2, \pm 3$$

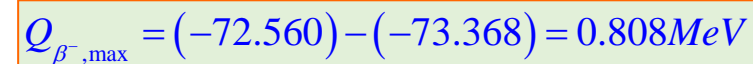
$$\Delta \pi = +1$$

- ☐ A 对，不然为啥选择定则是
- ☐ B 不对，允许有 $\Delta I=0,1$ 的情况，例如母核 0^+ ，子核 0^+
- ☐ C 不对，允许有 $\Delta I=0,1$ 的情况，例如母核 0^+ ，子核 1^-
- ☒ D 不对，允许有 $\Delta I=0,1$ 的情况，例如母核 2^+ ，子核 2^+

提交

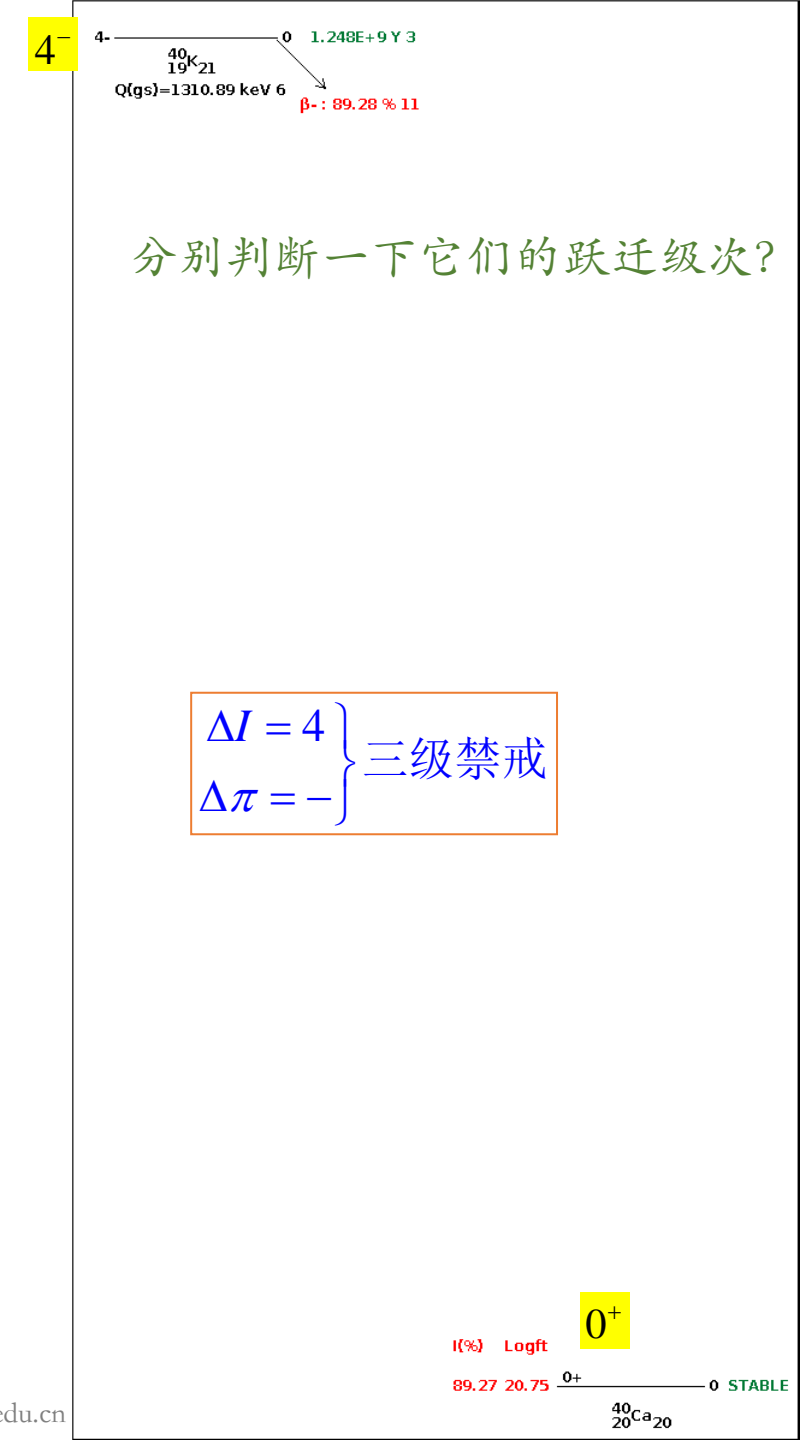
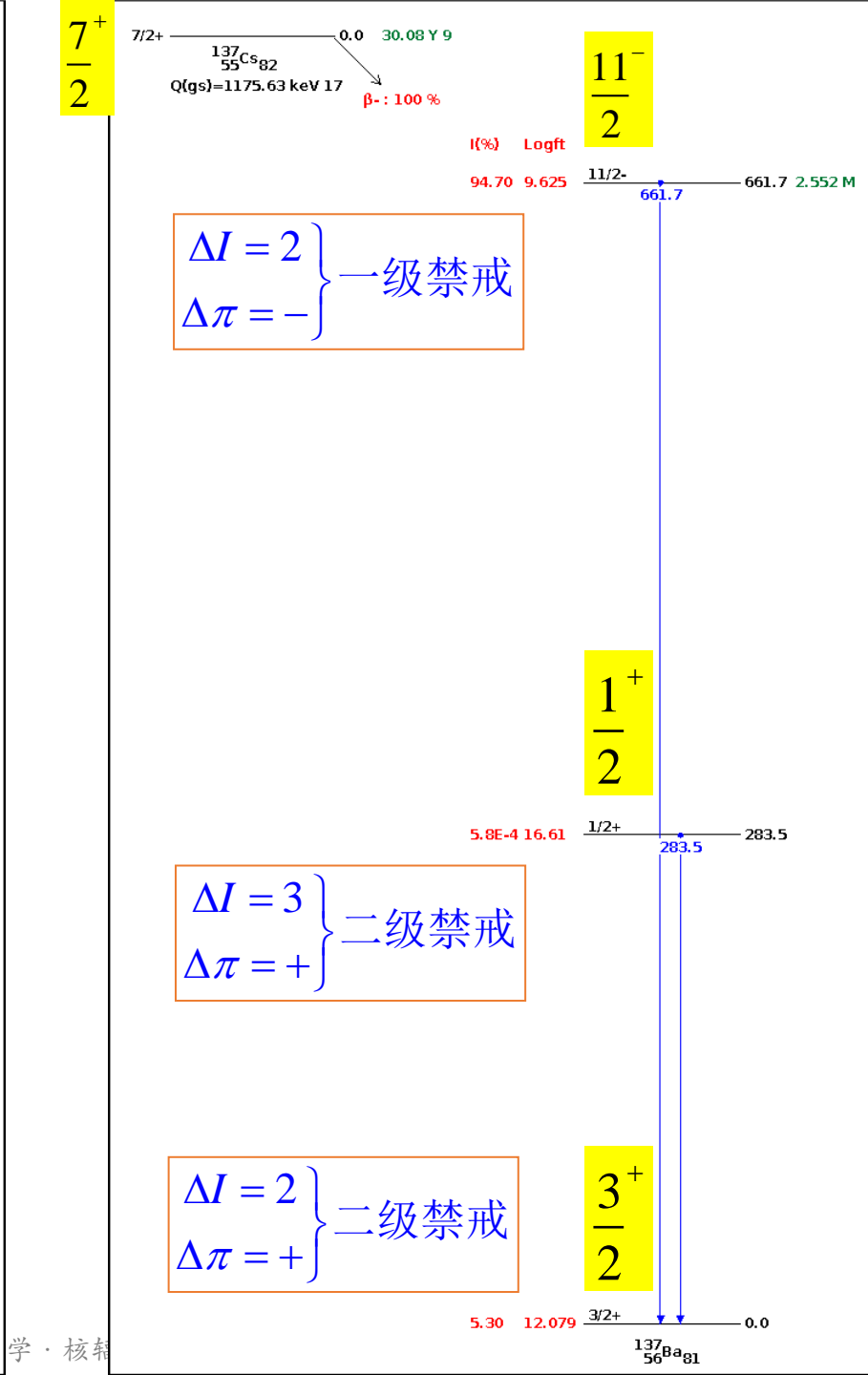
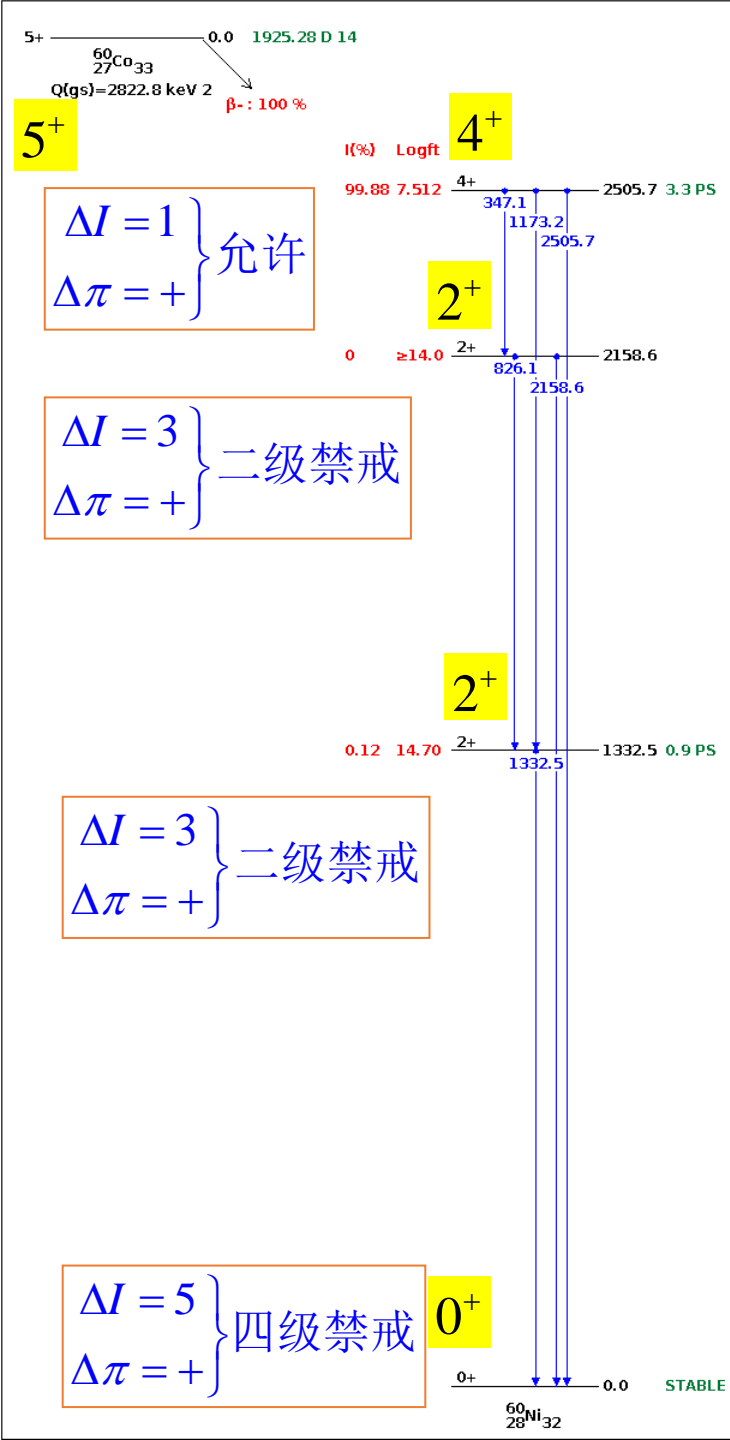
- 在 β 衰变中, **角动量**是要**守恒**的。母核和子核的自旋 \mathbf{I}_i 和 \mathbf{I}_f , 给出了轻子组所能带走的角动量的范围: $|\mathbf{I}_i - \mathbf{I}_f| \dots\dots |\mathbf{I}_i + \mathbf{I}_f|$;
- **轻子组**(电子和中微子)的自旋有两种可能, **反平行**和**平行**。
 - **反平行**: F跃迁, 此时自旋和为 $0\hbar$, 轻子组被要求带走的**轨道角动量**范围是 $|\mathbf{I}_i - \mathbf{I}_f| \dots\dots |\mathbf{I}_i + \mathbf{I}_f|$;
 - **平行**: G-T跃迁, 此时自旋和为 $1\hbar$, 则轻子组被要求带走的**轨道角动量**范围是 $||\mathbf{I}_i - \mathbf{I}_f| - 1| \dots\dots ||\mathbf{I}_i + \mathbf{I}_f| + 1|$;

- 那么轻子组到底带走什么轨道角动量呢？
- 首先要满足母子核宇称对 l 的要求，即 l 的奇偶性由母子核宇称是否同号决定；
若母子核宇称同号，则 l 为偶即：0,2,4,6,8...（最大 I_i+I_f+1 ），反之则 l 为奇。
- 原则上，数学允许范围内的 l 都可以选。但轻子不善于带走角动量(因为 $kr \ll 1$)，通常只有所有可能 l 中最小的 l_{min} 那个才是最常见的。
- 至于其它数学上许可的 l ，也是可以发生的，但是概率很小，被人为忽视了。



(11/2)-

19.5 7.300 $\frac{5}{2}^+$ 0.0 STABLE



- **费米理论**是否正确，需要通过**实验**来检验。
- 将实测 β 粒子动量分布曲线 $I(P)dP \sim P$ 与**计算结果**进行比较即可。
- 但对曲线的比较不够直观，因此需要做一定的处理，即下述的**库里厄图 (居里描绘, Fermi-Kurie Plot)**。

Franz Newell Devereux Kurie (February 6, 1907 in [Victor, Colorado](#) – June 12, 1972)



Description: sleeping on water tanks (protection from radiation)



Description: outdoors ; with lab supply for a week

对允许跃迁，跃迁矩阵元 M_{if} 与轻子能量无关，仅由母子核波函数决定

$$I(p_\beta)dp_\beta = \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} F(Z, T_\beta) (E_0 - T_\beta)^2 p_\beta^2 dp_\beta$$

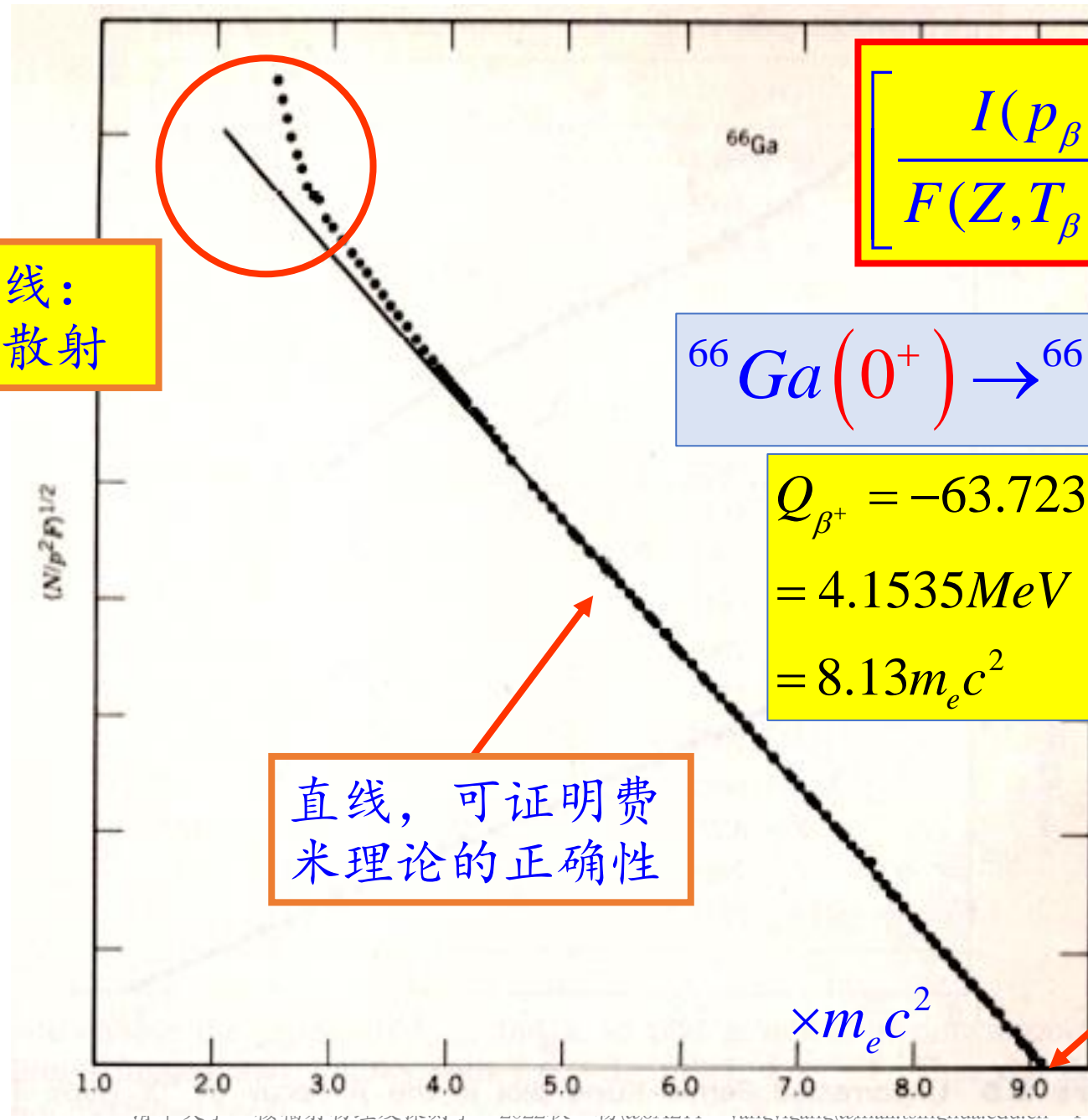
定义常数 K :

$$K = \frac{g |M_{if}|}{(2\pi^3 \hbar^7 c^3)^{1/2}}$$

于是：
$$I(p_\beta)dp_\beta = K^2 F(Z, T_\beta) (E_0 - T_\beta)^2 p_\beta^2 dp_\beta$$

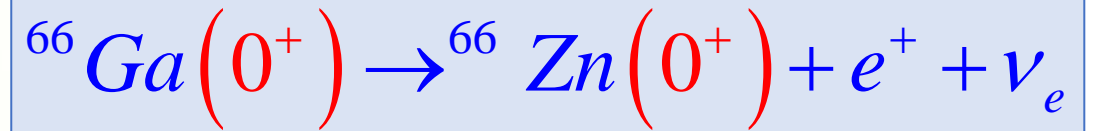
β 衰变概率公式可改写为：

$$\left[\frac{I(p_\beta)}{F(Z, T_\beta) p_\beta^2} \right]^{1/2} = K(E_0 - T_\beta)$$



低能区偏离直线：
源的自吸收和散射

$$\left[\frac{I(p_\beta)}{F(Z, T_\beta) p_\beta^2} \right]^{1/2} = K(E_0 - T_\beta)$$



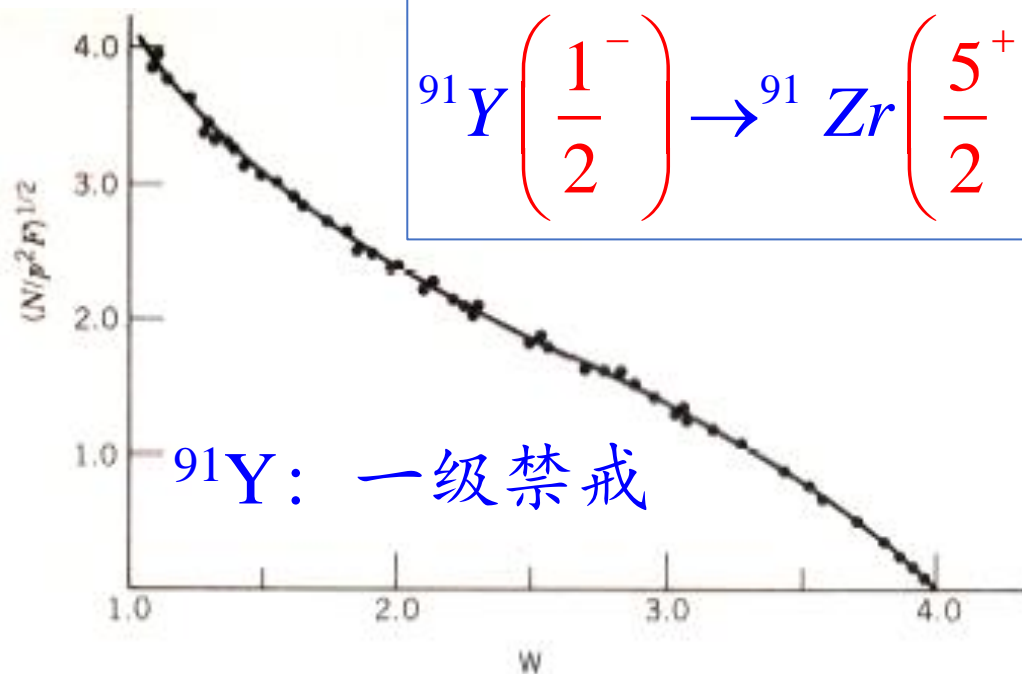
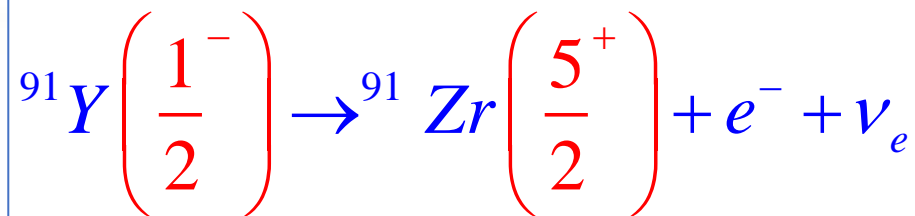
$$\begin{aligned} Q_{\beta^+} &= -63.7236 - (-68.8991) - 1.022 \\ &= 4.1535 \text{ MeV} \\ &= 8.13 m_e c^2 \end{aligned}$$

直线，可证明费
米理论的正确性

β⁺粒子最大能量

$\times m_e c^2$

$T_\beta + m_e c^2$



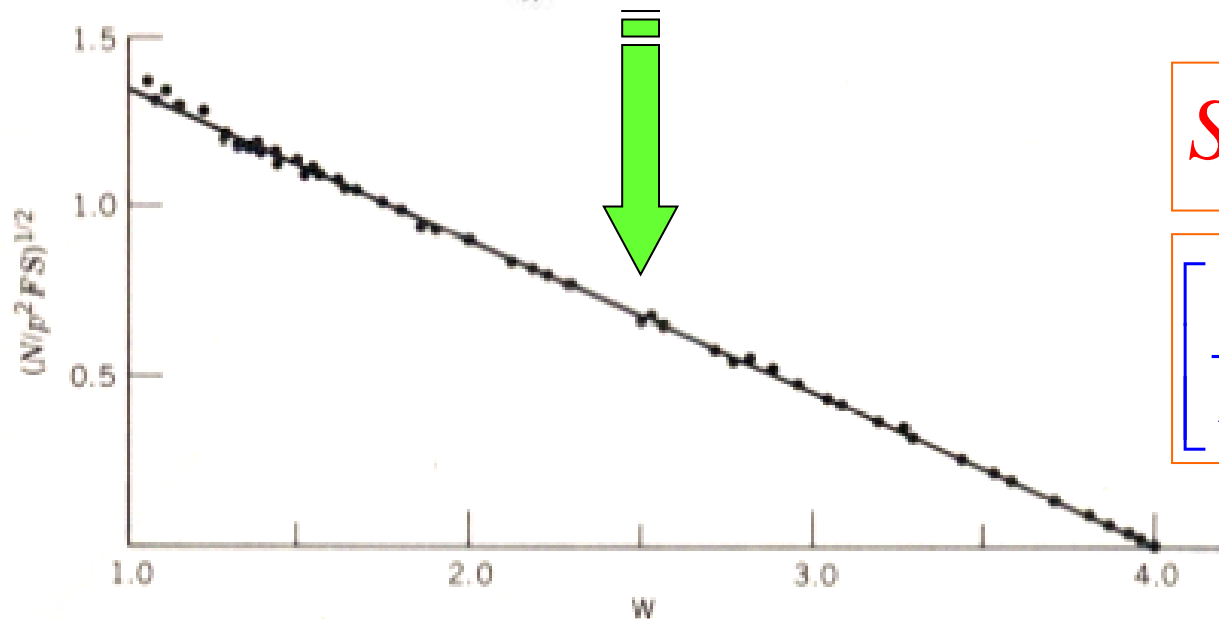
$$M_{if} = \int u_f^* u_i \exp[-i(\vec{k}_\beta + \vec{k}_\nu) \cdot \vec{r}] d\tau$$

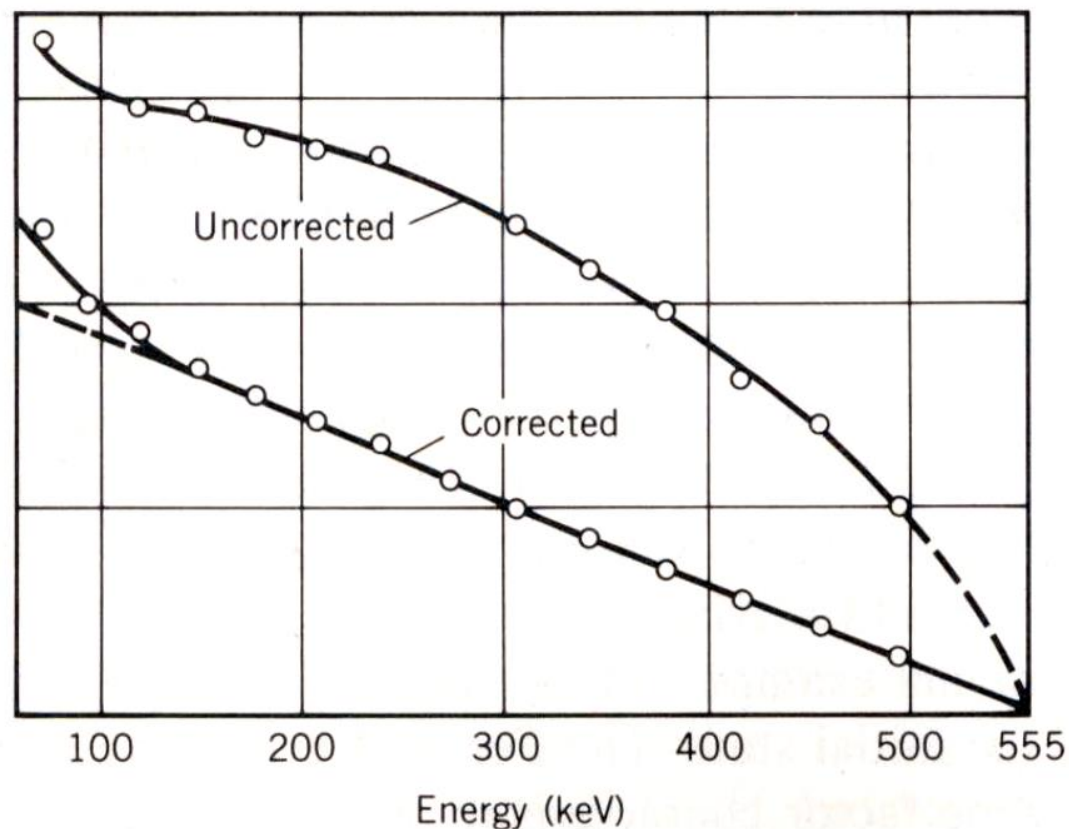
禁戒跃迁 $M_{if} \neq M$, 与 p_β 和 p_ν 有关, 居里描绘不再是直线。

考虑shape factor (不要求掌握)

$$S(p_\beta, p_\nu) = p_\beta^2 + p_\nu^2$$

$$\left[\frac{I(p_\beta)}{F(Z, T_\beta) p_\beta^2 S(p_\beta, p_\nu)} \right]^{1/2} = K(E_0 - T_\beta)$$





$$\Delta I = 3$$

$$\Delta \pi = no$$

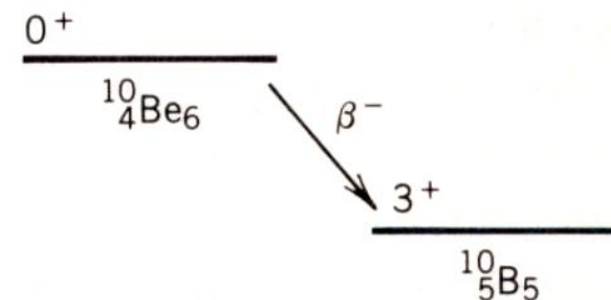


Figure 9.25 Uncorrected Fermi-Kurie plot for ^{10}Be decay and correction for shape factor for second-forbidden transition. Data from L. Feldman and C. S. Wu, *Phys. Rev.* **87**, 1091 (1952).

小结（决定β能谱形状的因素）_1

$$I(p_{\beta})dp_{\beta} = \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} F(Z, T_{\beta}) (E_0 - T_{\beta})^2 p_{\beta}^2 dp_{\beta}$$

β能谱的形状，由这个公式来决定，主要有三个影响因素：

统计因子（statistical factor）：

- 反映了**末态密度数**，电子动量分别取最小值和最大值时，动量分布的两端呈现了两个抛物线的形状。
- 这部分受**衰变能的影响很大**，当衰变能增大时，其积分值会5次方增大，迅速减小了半衰期，这就是sargent rule（稍后讲到）。

小结（决定 β 能谱形状的因素）_2

$$I(p_\beta) = \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \boxed{F(Z, T_\beta)} (E_0 - T_\beta)^2 p_\beta^2$$

库仑改正因子（Fermi function）：

- 讨论之初，假设电子和中微子是自由运动的粒子，因此按照平面波处理，这个假设对于中微子毫无疑问是正确的，但对电子并不正确；
- 库仑改正因子考虑了核库仑场对电子动能（量）的影响，修正了动能（量）谱；

小结（决定β能谱形状的因素）_3

$$I(p_\beta) = \frac{g^2 \boxed{|M_{if}|^2}}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} F(Z, T_\beta) (E_0 - T_\beta)^2 p_\beta^2$$

跃迁矩阵元（Nuclear matrix element）

- 在**允许跃迁**时，轻子波函数近似为**1**，这部分不影响β谱的形状。但问题是，有可能出现**禁戒跃迁**。
- 当母子核的**自旋宇称**关系要求轻子组（电子和中微子）必须带走**1个ħ或更多轨道角动量**时，就是**禁戒跃迁**。
- 禁戒跃迁并非不能发生，而是 **$l=0\hbar$** 的允许跃迁被禁戒了，只好让 **$l=1, 2, \dots, n\hbar$** 的高轨道角动量跃迁来发生。
- 在禁戒跃迁时，电子的动能（量）分布形状也会因为shape factor的缘故而受影响了。

Thesis: *The Disintegration Electrons* (1932)

Doctoral advisor: Ernest Rutherford and Charles Drummond Ellis

Bernice Weldon Sargent

(24 September 1906 – 17 December 1993)



His 1932 doctoral thesis, written under the supervision of Rutherford and Charles Drummond Ellis, on "The Disintegration Electrons", [1] subsequently published in the Proceedings of the Royal Society, described relationship between the radioactive **disintegration constants** of beta particle-emitting radioisotopes and corresponding logarithms of their **maximum beta particle energies**. [3] These plots are today known as "Sargent curves" or "Sargent diagrams". [4] This was used by Enrico Fermi in developing his theory of beta decay. [5]

6. A Relation between the Disintegration Constant of a β -ray Body and the High Energy Limit of its Spectrum.

When the logarithms of the disintegration constants† are plotted against the logarithms of the maximum energies emitted in the β -ray spectra, fig. 2, it is seen that, with the exception of atinium B, the twelve β -ray bodies given

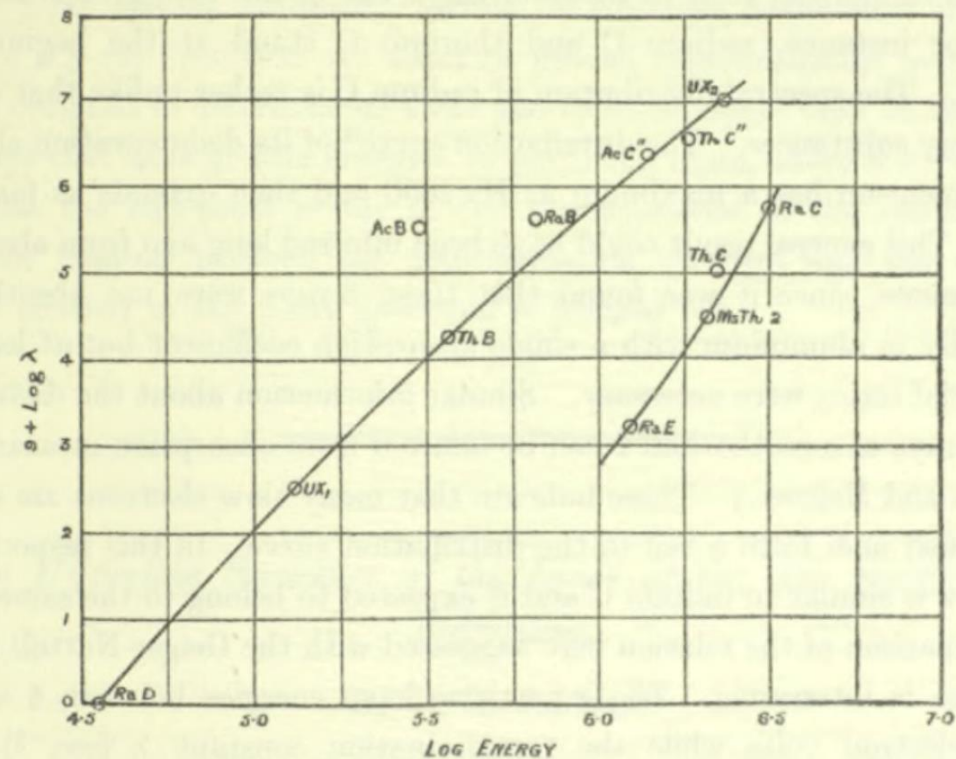


FIG. 2.

in Table VI fall into two distinct groups. (The same grouping is obtained if the maximum energy is replaced by the average energy emitted in each spectrum.)

Group I.—RaD, UX₁, ThB, RaB, AcC'', ThC'' and UX₂.

Group II.—RaE, MsTh₂, ThC and RaC.

计算衰变常数，要把所有的电子动量都考虑进去：

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \int_0^{p_{\beta \max}} I(p_{\beta}) dp_{\beta} \\ &= \int_0^{p_{\beta \max}} \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} F(Z, T_{\beta}) (E_0 - T_{\beta})^2 p_{\beta}^2 dp_{\beta}\end{aligned}$$

暂时忽略矩阵元 M_{if} 与能量 T_{β} 的关系，可得：

$$\begin{aligned}\lambda &\approx \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_0^{p_{\beta \max}} F(Z, T_{\beta}) (E_0 - T_{\beta})^2 p_{\beta}^2 dp_{\beta} \\ &= \frac{m_e^5 c^4 g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} \int_0^{p_{\beta \max}} F(Z, T_{\beta}) \left(\frac{E_0 - T_{\beta}}{m_e c^2} \right)^2 \left(\frac{p_{\beta}}{m_e c} \right)^2 d \frac{p_{\beta}}{m_e c}\end{aligned}$$

定义：费米积分，Fermi integral

已知库仑改正因子和 β 粒子最大能量 E_0 ，数值积分可求得**费米积分**。

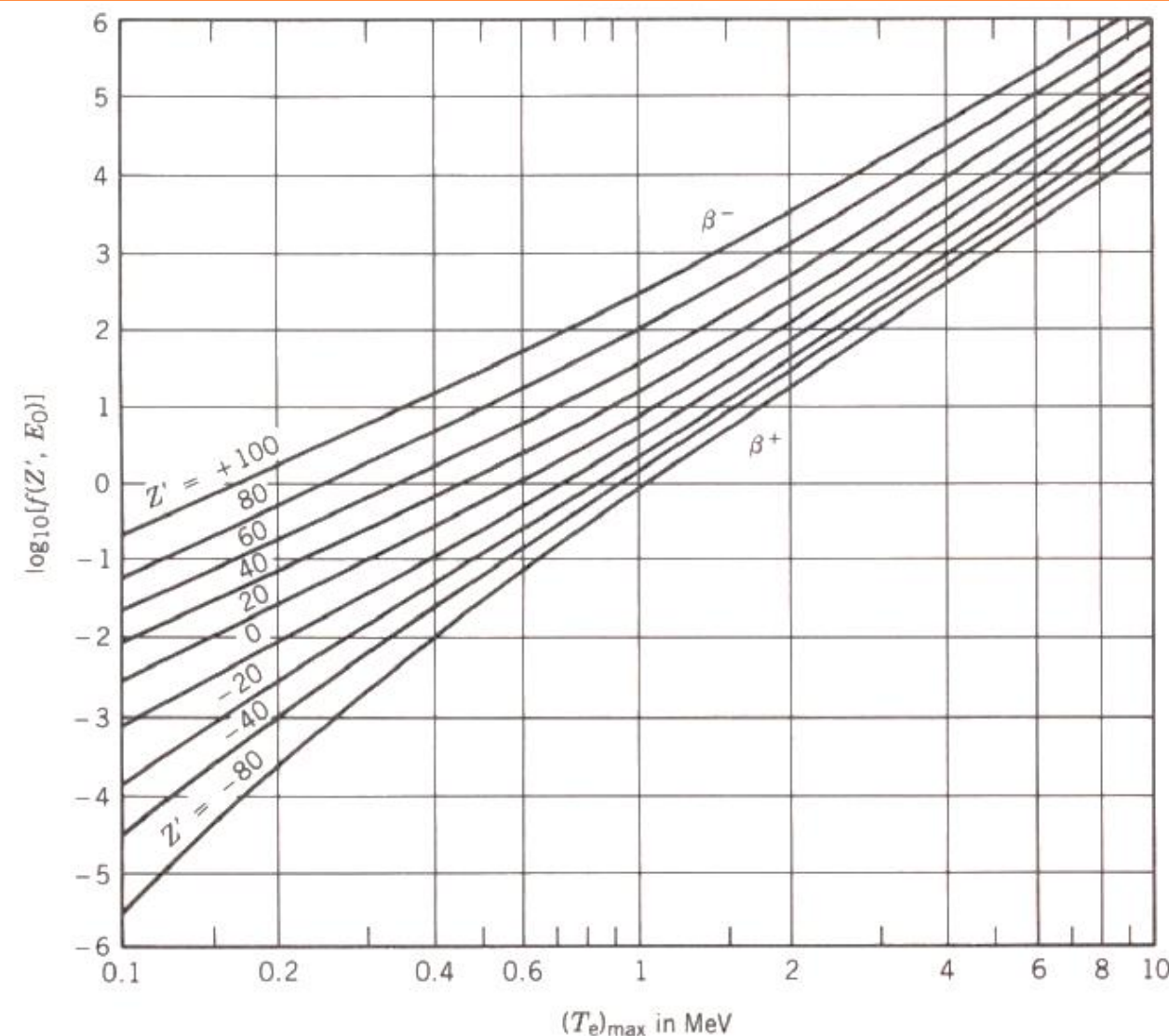
当 $E_0 \gg m_e c^2$ ，并取 $F(Z, E_0) \approx 1$ 时

$$f(Z, E_0) = \text{常数} \times E_0^5$$

用费米积分表示衰变常数

$$\lambda = \frac{m_e^5 c^4 g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f(Z, E_0)$$

$$f(Z, E_0) = \int_0^{p_{\beta \max}} F(Z, T_{\beta}) \left(\frac{E_0 - T_{\beta}}{m_e c^2} \right)^2 \left(\frac{p_{\beta}}{m_e c} \right)^2 d \frac{p_{\beta}}{m_e c}$$

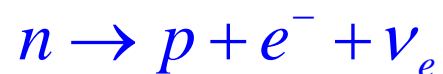


萨金特定律, Sargent Rule

$$\lambda \propto E_0^5 \quad \text{或} \quad T_{1/2} \propto \frac{1}{E_0^5}$$

🤪 β 粒子的**最大能量**（衰变能）对衰变的**半衰期影响很大**——即使是同种类型的跃迁。

示例:



$$\frac{1}{2}^+ \rightarrow \frac{1}{2}^+$$

允许
跃迁

$$\frac{1}{2}^+ \rightarrow \frac{1}{2}^+$$



$$E_0 = 8.071 - 7.289 = 0.782 \text{ MeV}$$

42



$$E_0 = 14.95 - 14.931 = 18.6 \text{ keV}$$

$$T_{1/2} = 10.24 \text{ min s}$$



6×10^5

$$T_{1/2} = 12.3 \text{ years}$$



仅凭**半衰期的长短**不足以对 β 衰变的**跃迁类型**做出判断。

$$\lambda = \frac{m_e^5 c^4 g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f(Z, E_0)$$

$$T_{1/2} = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4 g^2 |M_{if}|^2 f(Z, E_0)}$$

! 但跃迁的**级次**对研究**母子核角动量**与**宇称的变化**是重要的

? 因此需要想个办法.....

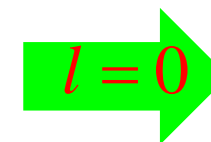
✓ 重新定义一个**物理量**, 还是与半衰期有关

定义: 比较半衰期, Comparative Half-lives

$$fT_{1/2} = f(Z, E_0)T_{1/2} = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4 g^2 |M_{if}|^2}$$

壳层模型可以计算 $\log fT$ 值，与实验符合地很好。

$$M_{if} = \int u_f^* u_i \exp[-i(\vec{k}_\beta + \vec{k}_\nu) \cdot \vec{r}] d\tau$$

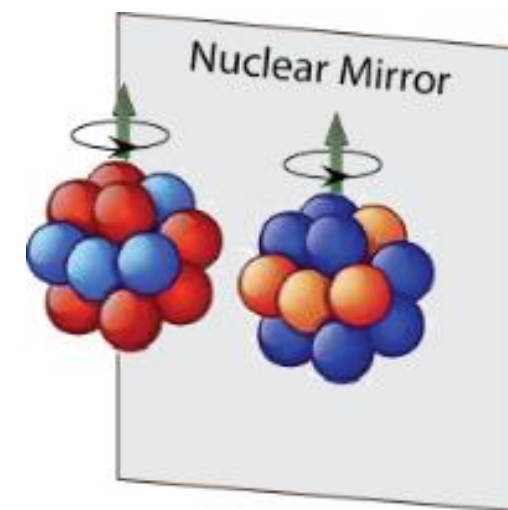


$$M_{if} = \int u_f^* u_i d\tau \equiv M$$

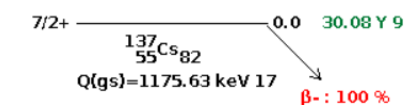
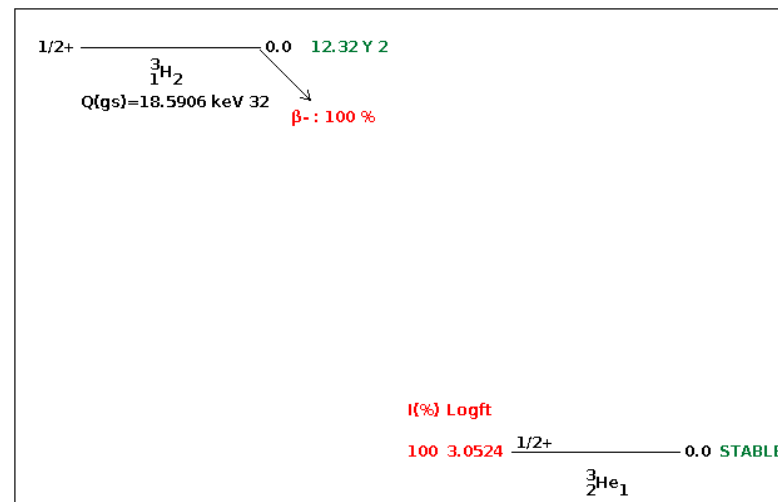
超允许跃迁 (superallowed decay) :

母核子核波函数相似, $|M|^2 \sim 1$, 跃迁矩

阵元最大, 比较半衰期最小, 如**镜像核**。



衰变方式	$\log f T_{1/2}$
超允许跃迁	2.9~3.7
允许跃迁	4.4~6.0
一级禁戒跃迁	6.0~9.0
二级禁戒跃迁	10~13
三级禁戒跃迁	14~20



I(%) Logft

94.70 9.625

11/2-

661.7

661.7 2.552 M

5.8E-4 16.61

1/2+

283.5

5.30 12.079

3/2+

0.0

137

56Ba81

4- 0 1.248E+9 Y 3

40

19K21

Q(gs)=1310.89 keV 6

beta-: 89.28 % 11

I(%) Logft

89.27 20.75

0+

0 STABLE

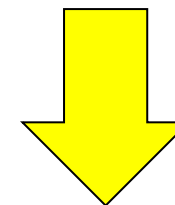
40

20Ca20

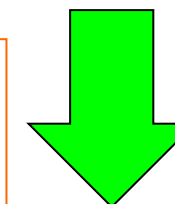
Table 9.2 ft Values for $0^+ \rightarrow 0^+$ Superallowed Decays

Decay	ft (s)
$^{10}\text{C} \rightarrow ^{10}\text{B}$	3100 ± 31
$^{14}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{N}$	3092 ± 4
$^{18}\text{Ne} \rightarrow ^{18}\text{F}$	3084 ± 76
$^{22}\text{Mg} \rightarrow ^{22}\text{Na}$	3014 ± 78
$^{26}\text{Al} \rightarrow ^{26}\text{Mg}$	3081 ± 4
$^{26}\text{Si} \rightarrow ^{26}\text{Al}$	3052 ± 51
$^{30}\text{S} \rightarrow ^{30}\text{P}$	3120 ± 82
$^{34}\text{Cl} \rightarrow ^{34}\text{S}$	3087 ± 9
$^{34}\text{Ar} \rightarrow ^{34}\text{Cl}$	3101 ± 20
$^{38}\text{K} \rightarrow ^{38}\text{Ar}$	3102 ± 8
$^{38}\text{Ca} \rightarrow ^{38}\text{K}$	3145 ± 138
$^{42}\text{Sc} \rightarrow ^{42}\text{Ca}$	3091 ± 7
$^{42}\text{Ti} \rightarrow ^{42}\text{Sc}$	3275 ± 1039
$^{46}\text{V} \rightarrow ^{46}\text{Ti}$	3082 ± 13
$^{46}\text{Cr} \rightarrow ^{46}\text{V}$	2834 ± 657
$^{50}\text{Mn} \rightarrow ^{50}\text{Cr}$	3086 ± 8
$^{54}\text{Co} \rightarrow ^{54}\text{Fe}$	3091 ± 5
$^{62}\text{Ga} \rightarrow ^{62}\text{Zn}$	2549 ± 1280

$$fT_{1/2} = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4 g^2 |M_{if}|^2}$$



$$g = 0.88 \times 10^{-4} \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$$



$$G = \frac{g}{m^{-2} \hbar^3 c^{-1}}$$

$$G = 10^{-5}$$

类似的话，以前出现过1次，以后还会出现1次

- 让⁽¹⁾衰变能大一些，出射粒子 (β , ν) ⁽²⁾带走的角动量小一些，有利于 β 衰变的发生（衰变常数大）！
- 衰变能大些，末态多，Sargent rule $\rightarrow \lambda \propto E^5$ 。
- 带走的轨道角动量小一些，则低级次跃迁可以发生，跃迁矩阵元越大， β 衰变发生得越快。



§ 3.1

 α 衰变

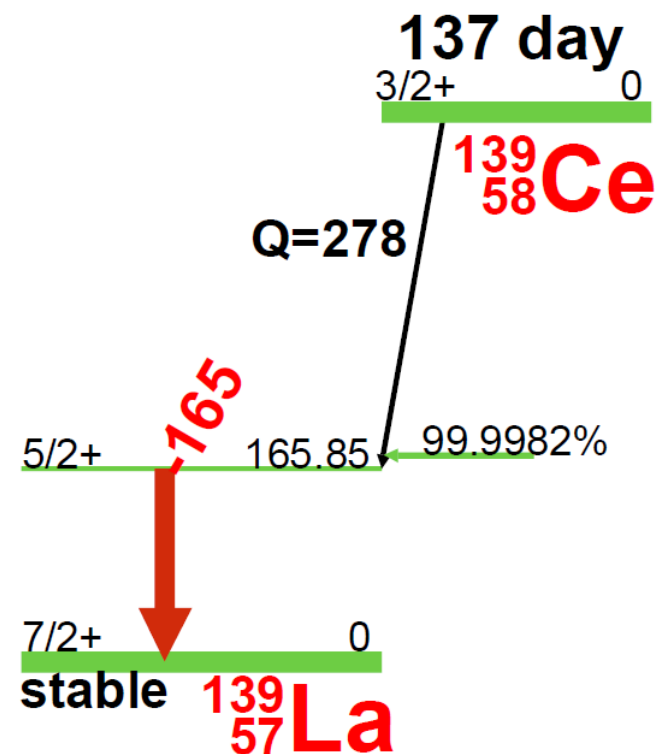
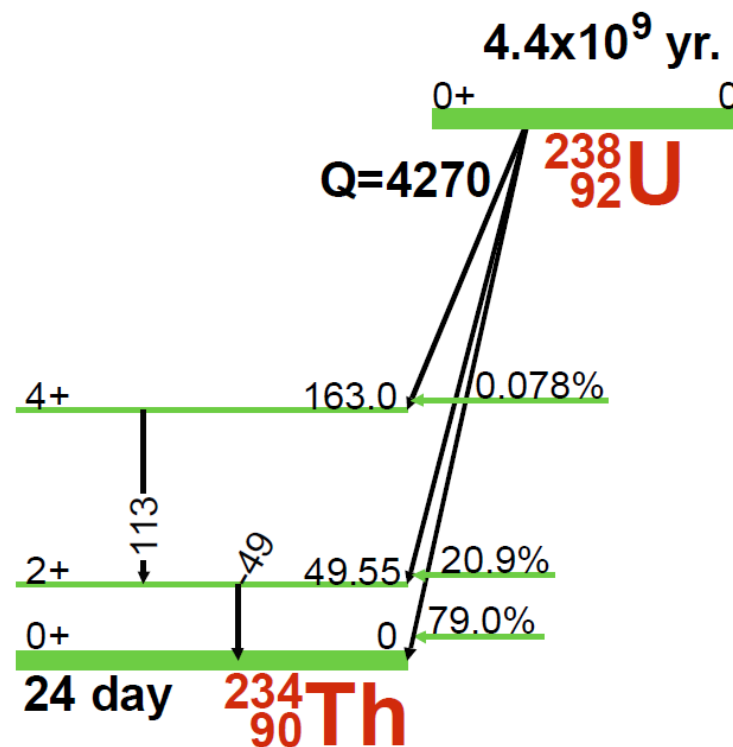
§ 3.2

 β 衰变

§ 3.3

 γ 跃迁

- 大多数 α 、 β 衰变，大部分核反应，其生成核可能是处于**激发态**的。



- 处于激发态的原子核通过**电磁跃迁**发射 **γ 射线**或**内转换电子**由激发态**退激**到基态。
- 当然，电磁跃迁并非唯一的退激方式，也可能发射 **α 、 β 、中子、质子**，甚至**裂变**。



- 一. γ 跃迁的一般性质
- 二. γ 辐射的多极性
- 三. γ 跃迁几率与选择定则
- 四. 同质异能跃迁
- 五. 内转换电子
- 六. 穆斯堡尔效应
- 七. 核共振荧光

γ 跃迁：原子核通过发射 **γ 射线**或**内转换电子**从激发态**退激**到较低能态的过程，也称为 **γ 衰变**。

基本特点：

- ① **N, Z均不变**，仅是**能级状态改变**；
- ② 发射粒子**能量**在**几keV~十几 MeV**；
- ③ **半衰期**范围为 **$10^{-17}\text{s} \sim 100\text{a}$** ；
- ④ 包括 **γ 跃迁**和**内转换**两种形式；

γ 与X射线的比较：

1.产生的方式不同：

γ ：**核内**能级变化、正负电子**湮没**

X：**核外**电子能级变化，**轭致辐射**

2.能量范围不同：

γ ：keV~十几MeV

X：eV~几十keV（若轭致辐射，则可以很高）

① γ 光子的静止质量为**零**，动质量为：

$$m_{\gamma} = \frac{E_{\gamma}}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$$

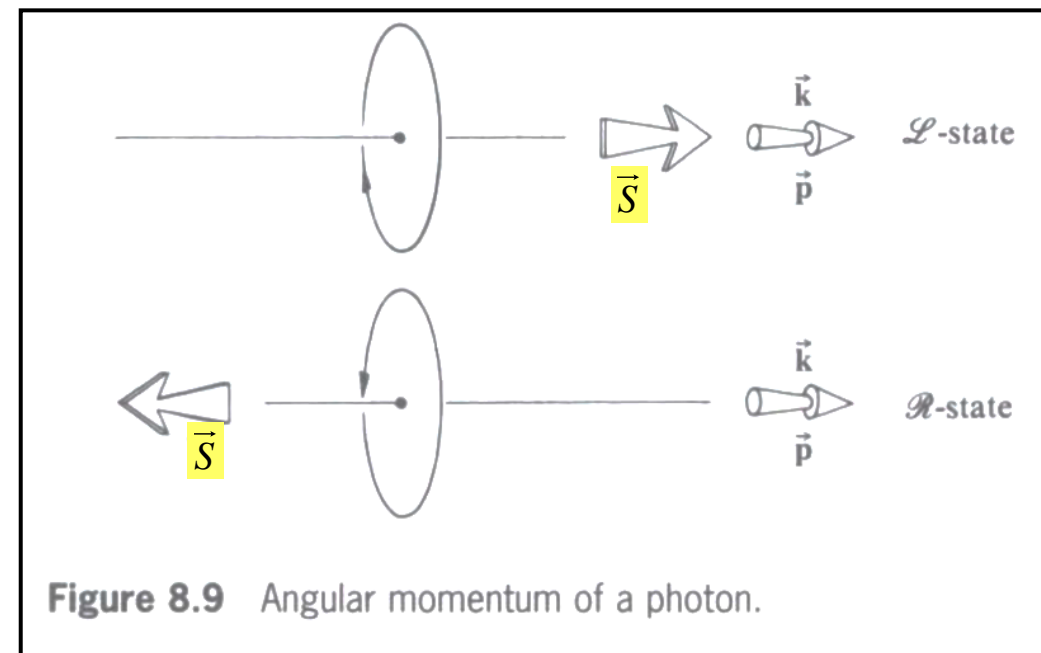
② γ 光子的动量：

$$P_{\gamma} = m_{\gamma}c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

③ γ 光子的波长：

$$\lambda(fm) = \frac{1239.8(MeV \cdot fm)}{h\nu(MeV)}$$

④ γ 光子的内禀自旋为 $1h$ ，是玻色子，纵向极化。



Eugene Hecht. **OPTICS** FOURTH EDITION p.331

⑤ γ 光子不带电荷；

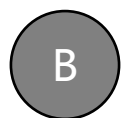
⑥ γ 光子在物质中的穿透能力很强。

若下面两个衰变的反应能是一样的（例如4MeV），试问子核Y的动能在哪个情况下大？



A

α衰变时大



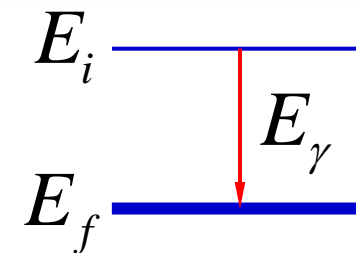
B

γ跃迁时大

提交

衰变能：衰变前后能级能量之差

$$E_0 = E_i - E_f$$



E_0 转变为子核反冲动能和 γ 光子的能量：

$$E_0 = T_R + E_\gamma$$

子核获得的反冲动能很小， γ 光子动能：

$$h\nu = E_\gamma \approx E_0 = E_i - E_f$$

反冲核动能：

$$T_R = \frac{1}{2} m_R v_R^2 = \frac{1}{2} m_R \frac{(h\nu/c)^2}{m_R^2} = \frac{E_0^2}{2m_R c^2} = \left(\frac{E_0}{2m_R c^2} \right) E_0$$

若子核只发射一个 γ ，反冲核动量：

$$m_R v_R = m_\gamma v_\gamma = \frac{h\nu}{c}$$



? 子核的反冲能是多少

$$T_{^{137}\text{Ba}} = \frac{0.662\text{MeV} \times 0.662\text{MeV}}{2 \times (137uc^2 \times 931.494\text{MeV} / uc^2 - 87.733\text{MeV} - 56 \times 0.511\text{MeV} + \sim 0.136\text{MeV})}$$

$$= \frac{0.662\text{MeV}}{2.55 \times 10^5\text{MeV}} \times 0.662\text{MeV} = 2.6 \times 10^{-6} \times 0.662\text{MeV} = 1.72\text{eV}$$

- 在 γ 跃迁时，子核的反冲能通常**很小**，仅承担了衰变能的 $10^{-3} \sim 10^{-5}$ ，我们常用的探测器很难测量这样小的能量差别。这个情况在 α 衰变时是不成立的。
- 可以近似认为 γ 光子的能量就是 **γ 衰变能的全部**。
- 一般来说，子核的反冲能可以**忽略**不计。但是，在**穆斯堡尔效**（请自学）中，反冲能很重要！
- 另外，在固体研究中：对于 $5 \sim 100 \text{ MeV}$ 的 γ 射线，其子核反冲能为 $\sim 100 \text{ eV}$ ，足以驱使反冲核离开晶格中的位置，形成**辐射损伤**。



- 一. γ 跃迁的一般性质
- 二. γ 辐射的多极性
- 三. γ 跃迁几率与选择定则
- 四. 同质异能跃迁
- 五. 内转换电子
- 六. 穆斯堡尔效应
- 七. 核共振荧光

(第一章知识) **电荷、电流的静态分布**导致了原子核存在静电场、磁场。我们将其分解为多极矩, 如: 单极矩、偶极矩、四极矩等。

这个式子是严格的, 尤其是当我们考虑少数核子的能级变化时——韦斯科夫的单质子模型

$$\phi = \int_V \frac{\rho(x', y', z')}{4\pi\epsilon_0 \cdot r} d\tau$$

跃迁

$$\psi_i \rightarrow \psi_f$$

$$\phi = \int_V \frac{\psi_f^* e \psi_i}{4\pi\epsilon_0 \cdot r} d\tau$$

$$\phi = \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{1}{r} \cdot d\tau$$

不跃迁

$$\psi_i \rightarrow \psi_i$$

$$\phi = \int_V \frac{\psi_i^* e \psi_i}{4\pi\epsilon_0 \cdot r} d\tau$$

$$\phi = \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{1}{z_0^{l+1}} \int_V r'^l \cdot P_l(\cos \theta) d\tau \right)$$

$$= \phi_0 + \phi_1 + \phi_2 + \dots$$

单电荷电势

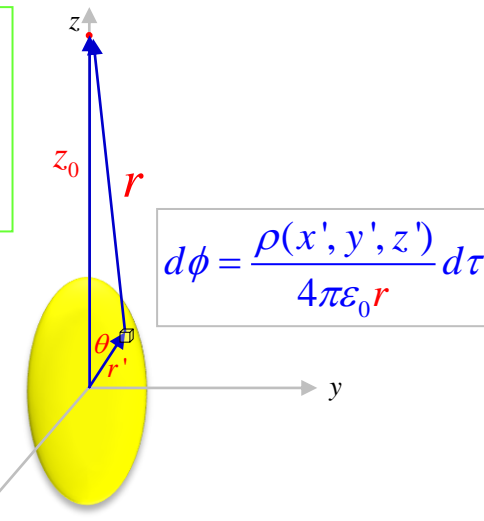
$$\phi_0 = \frac{1}{z_0} \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \int_V d\tau = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze}{z_0}$$

偶极子电势

$$\phi_1 = \frac{1}{z_0^2} \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \int_V z' d\tau = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{D}{z_0^2} = 0$$

四极子电势

$$\phi_2 = \frac{1}{2z_0^3} \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \int_V (3z'^2 - r'^2) d\tau = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{eQ}{2z_0^3}$$



$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{1}{z_0^{l+1}} \int_V r'^l \cdot P_l(\cos \theta) \psi_f^* e \psi_i d\tau \right)$$

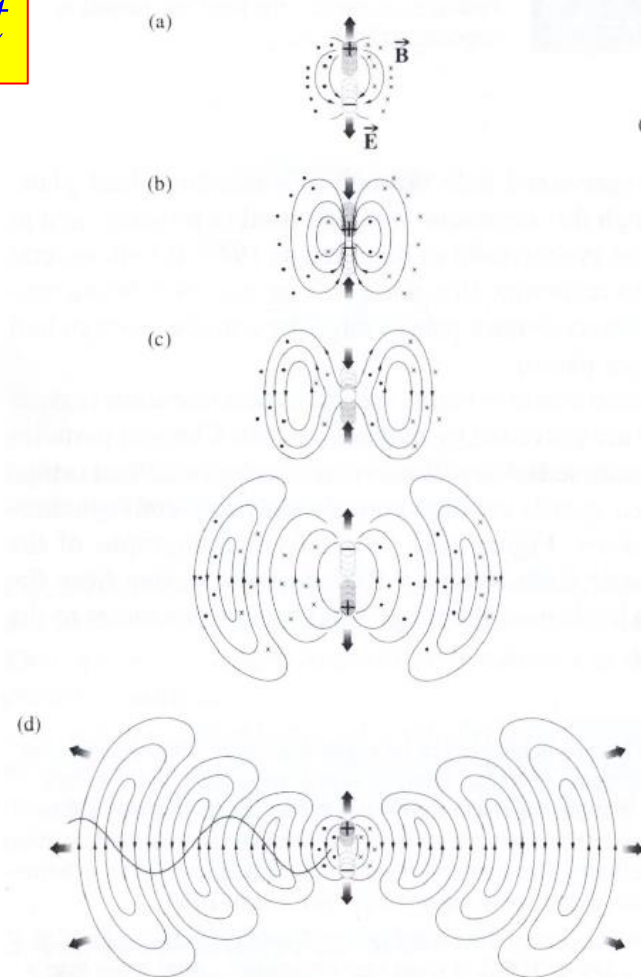
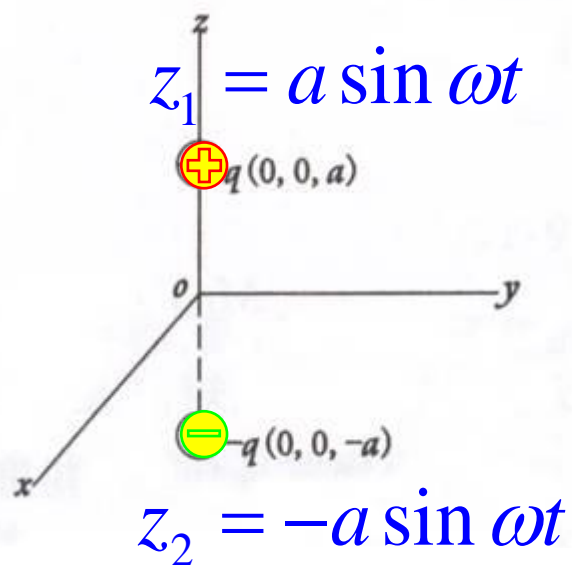
$$= \phi_0 + \phi_1 + \phi_2 + \dots$$

电偶极子作简谐振动，产生**电偶极辐射**

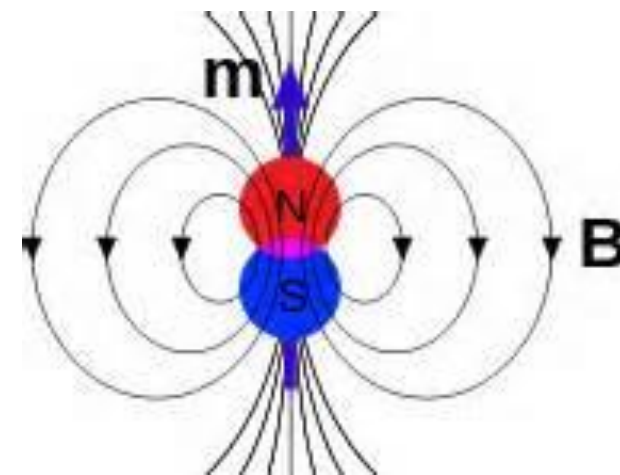
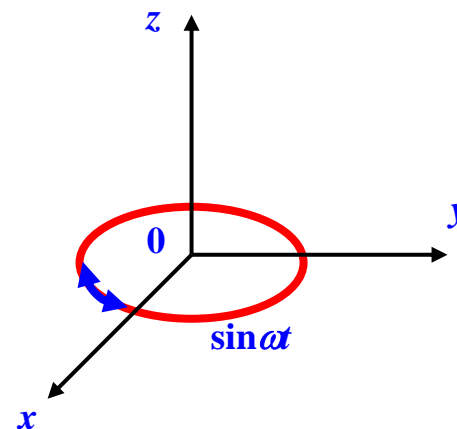
$$D \equiv qz = D_0 \sin \omega t$$

$$z = z_1 - z_2$$

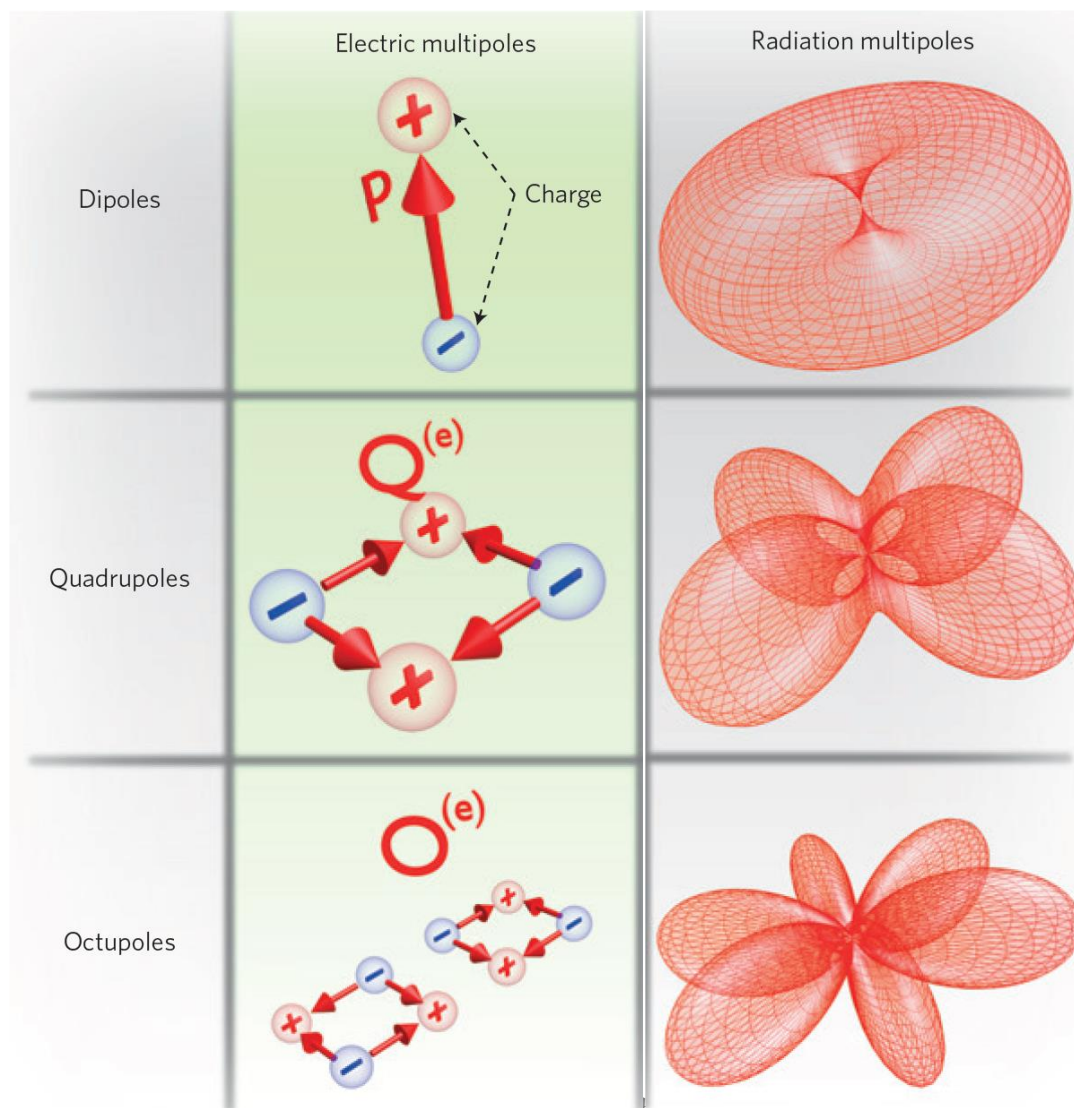
$$D_0 = 2aq$$



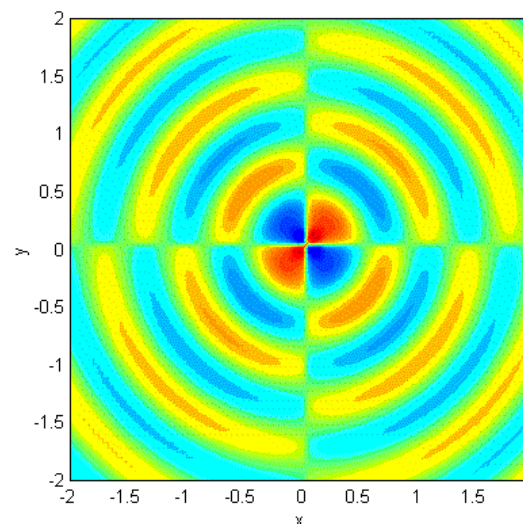
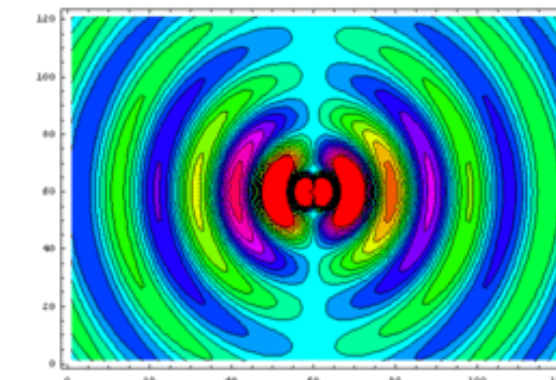
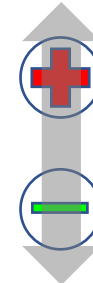
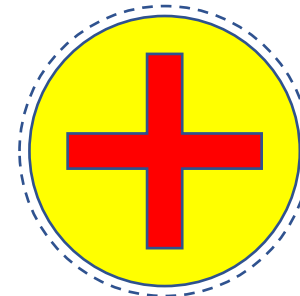
磁偶极子： xoy 平面的交变电流，相当于沿 z 轴作简谐振动，产生**磁偶极辐射**



当电荷、电流的分布随时间变化时,就会产生辐射场,形成:
电偶极辐射、**磁偶极辐射**、**电四极辐射**、**磁四极辐射**……等。



有没有单极辐射?



Nat Mater. 2016 Mar;15(3):263-71. doi: 10.1038/nmat4563.

Electromagnetic toroidal excitations in matter and free space