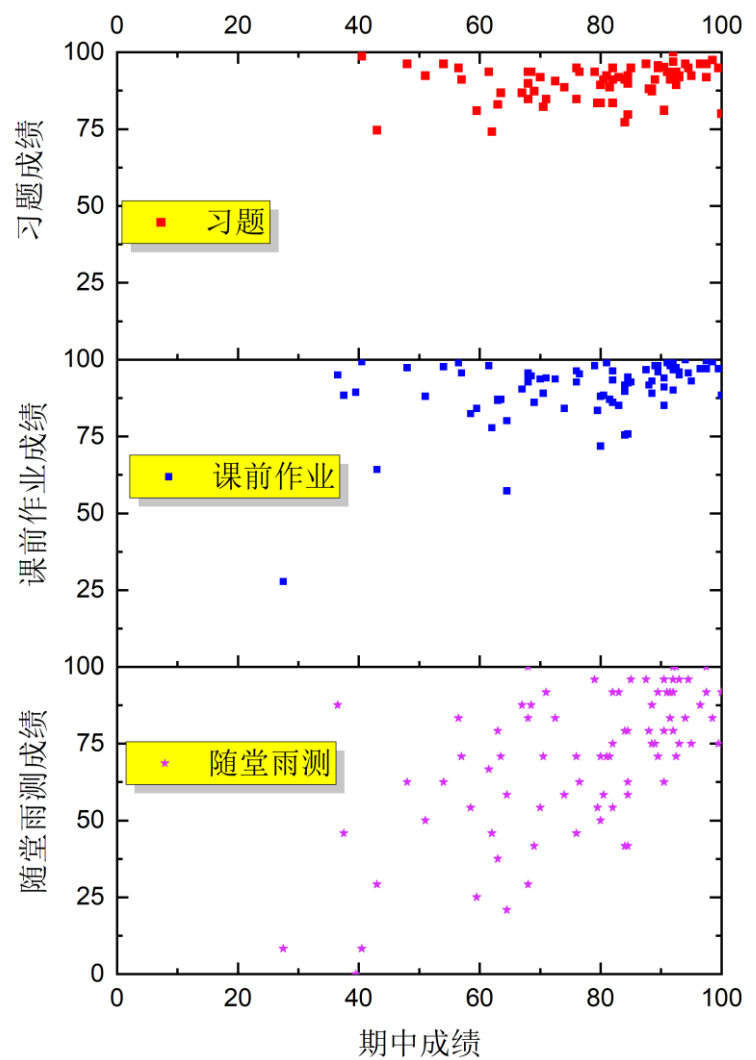
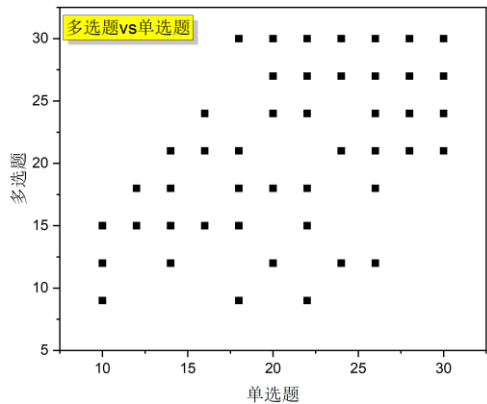
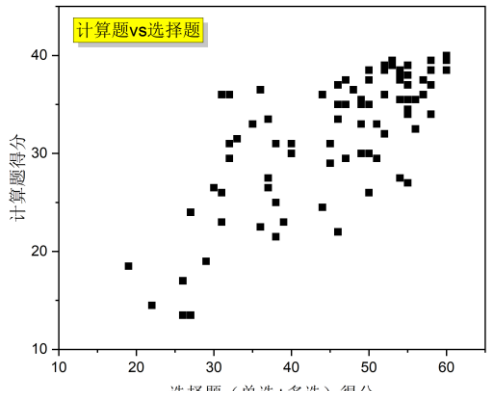


➤ 上节回顾：

- 什么是致电离辐射
- 带电粒子损失能量的四种方法
- 重带电粒子损失能量的规律——Bethe公式
- 最小电离粒子MIPs

➤ 本节提要：

- Bragg曲线
- 重带电粒子的射程与阻止时间
- 能量歧离与射程歧离
- 快电子的电离能损与辐射能损
- 正电子的湮没



接下来请关注：

- 英文阅读促进计划（自愿报名），英文参考书，请去系办找葛秀霞老师借，20¥/本的押金，请以行政班为单位前往，集中办理；
- 专题研究（自愿报名、择优录取）

下面哪些粒子可以被称为MIPs（最小电离粒子）？

- ☒ A  $^{137}\text{Cs}$  ( $\Delta=-86.545\text{MeV}$ )  $\rightarrow$   $^{137}\text{Ba}$  (基态,  $\Delta=-87.721\text{MeV}$ )  $\beta$ 衰变时, 动能接近最大衰变能的电子
- ☐ B  $\alpha$ 衰变后的 $\alpha$ 粒子
- ☐ C Z不甚大的核素, 发生EC或IC后可能产生的俄歇电子
- ☒ D 散裂源中用于轰击高Z靶的约1000MeV质子
- ☐ E 以 $^{214}\text{Po}$   $\alpha$ 源诱发的  $\alpha(^{14}\text{N}, ^{17}\text{O})\text{p}$ 反应 ( $Q=-1.193\text{MeV}$ ) 放出的质子

提交

$$S_{ion} = \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{ion} = \frac{e^4}{4\pi\epsilon_0^2} \cdot \frac{z^2}{v^2} \cdot \frac{NZ}{m_0} \cdot \left[ \ln \left( \frac{2m_0 v^2}{I} \right) - \ln \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{v^2}{c^2} \right]$$

如果不考虑入射粒子电荷量的影响，除以 $z^2$

则仅由入射粒子的速度 $v$ 影响能量损失率

$$\frac{S_{ion}}{z^2} = \left( -\frac{dE}{z^2 dx} \right)_{ion} = \frac{e^4}{4\pi\epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{v^2} \cdot \frac{NZ}{m_0} \cdot \left[ \ln \left( \frac{2m_0 v^2}{I} \right) - \ln \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{v^2}{c^2} \right]$$

一般 $A \approx 2Z$ ，所以：

$$\rho \propto NA \approx 2 \cdot NZ$$

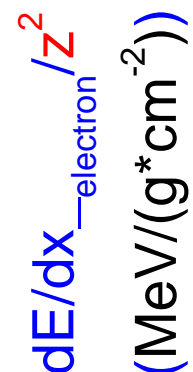
$dx$ 所对应的质量厚度 $dt_m$ ：

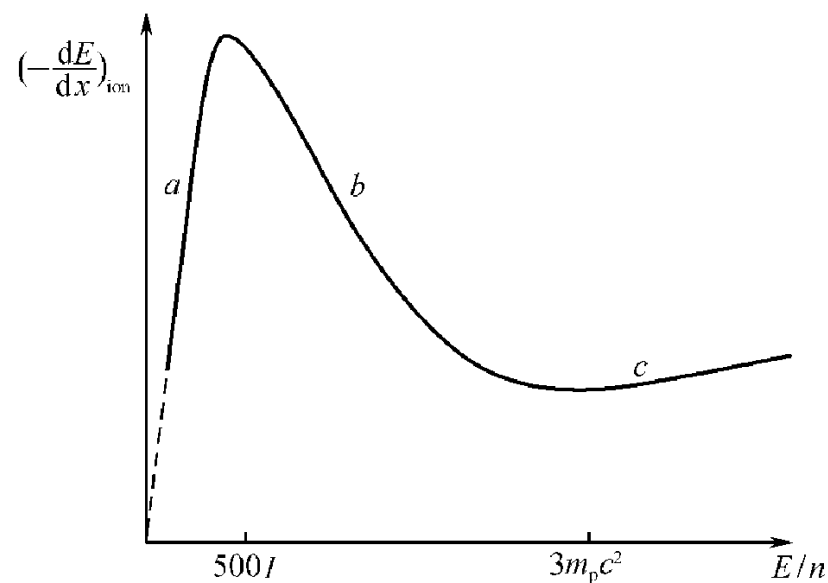
$$dt_m = dx \cdot \rho \propto dx \cdot NZ$$

**单位电荷**的带电粒子，在穿透了介质的**单位质量厚度**后的**能量损失**为：

$$\frac{S_{ion}}{\rho z^2} = \left( -\frac{dE}{z^2 dt_m} \right)_{ion} \propto \frac{e^4}{4\pi\epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{v^2} \cdot \frac{1}{m_0} \cdot \left[ \ln \left( \frac{2m_0 v^2}{I} \right) - \ln \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{v^2}{c^2} \right]$$

Z大的核，更容易吸附电子，导致Z下降

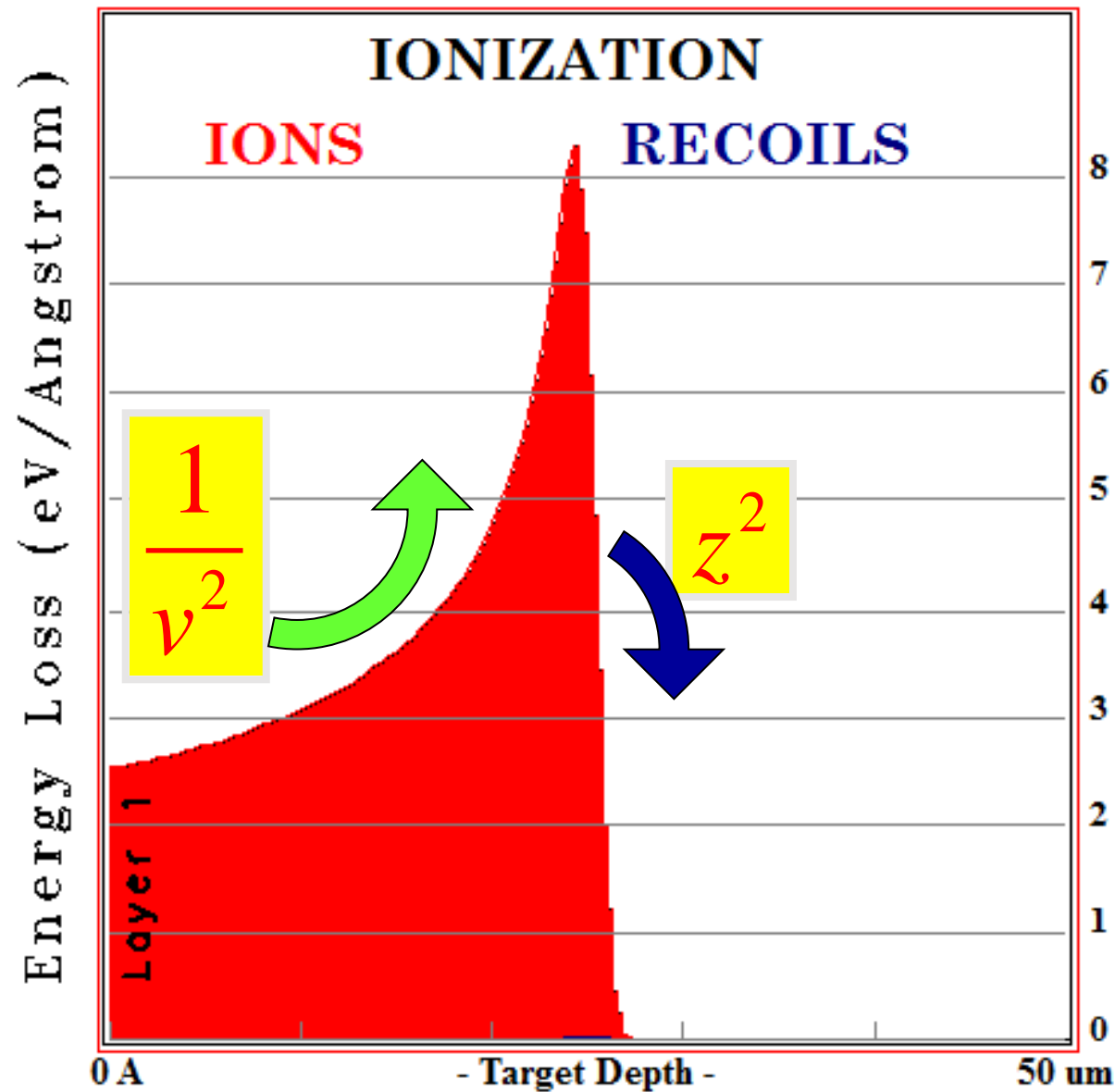




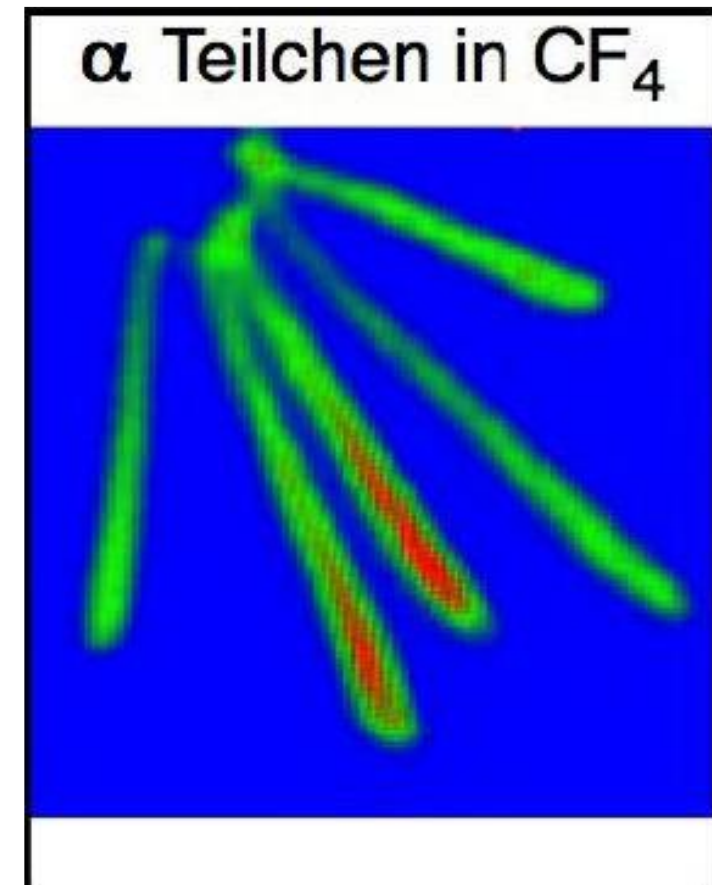
- 这个图是以**入射粒子**的视角来看问题的，其横轴——**动能**——是**粒子**的属性；
- 在本课程中，常见的讨论对象是**探测器**，它是重带电粒子损失能量的对象，如果从**探测器（吸收介质）的视角**来看问题，会是怎样的呢？
- 为此，横轴就需要换成探测器（吸收介质）的**入射深度**。
- 我们来看看**Bragg曲线**

Bragg曲线：带电粒子的能量损失率沿其径迹的变化曲线

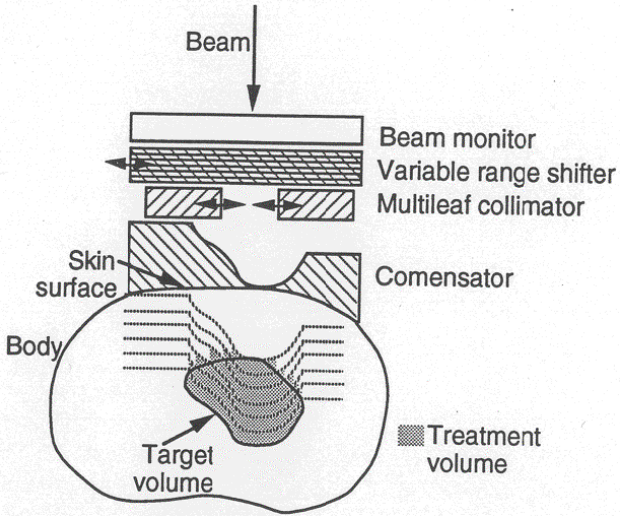
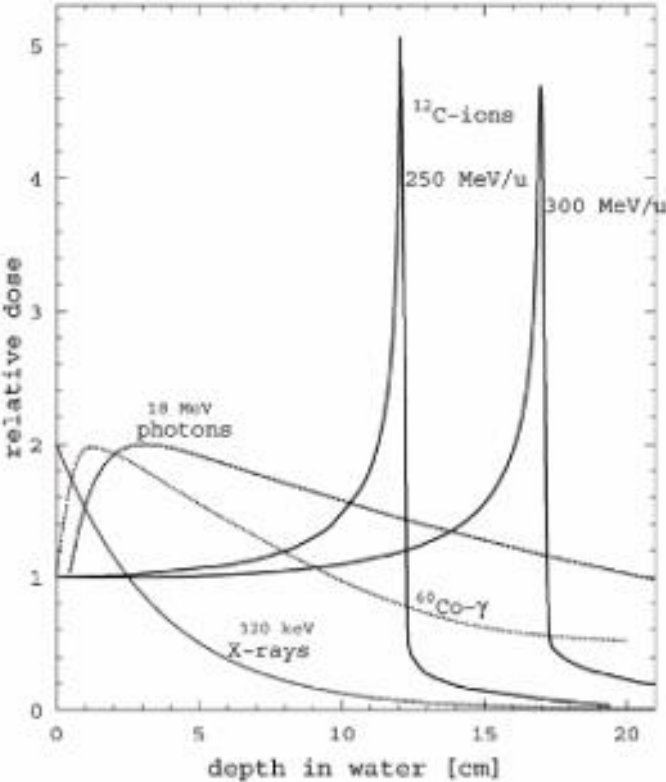
## 1MeV质子在水中不同位置处沉积的能量



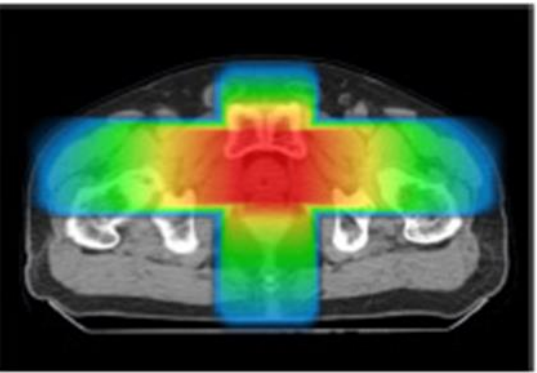
$$S_{ion} = \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{ion} = \frac{e^4}{4\pi\epsilon_0^2} \cdot \frac{z^2}{v^2} \cdot \frac{NZ}{m_0} \cdot B$$



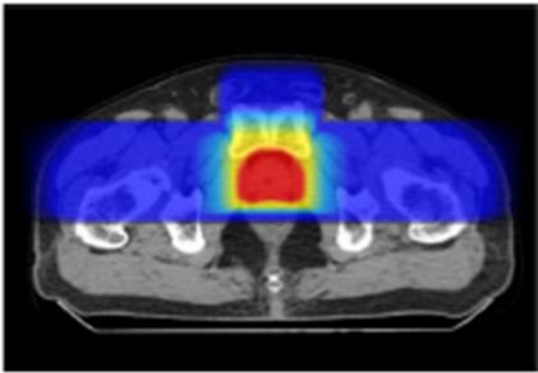




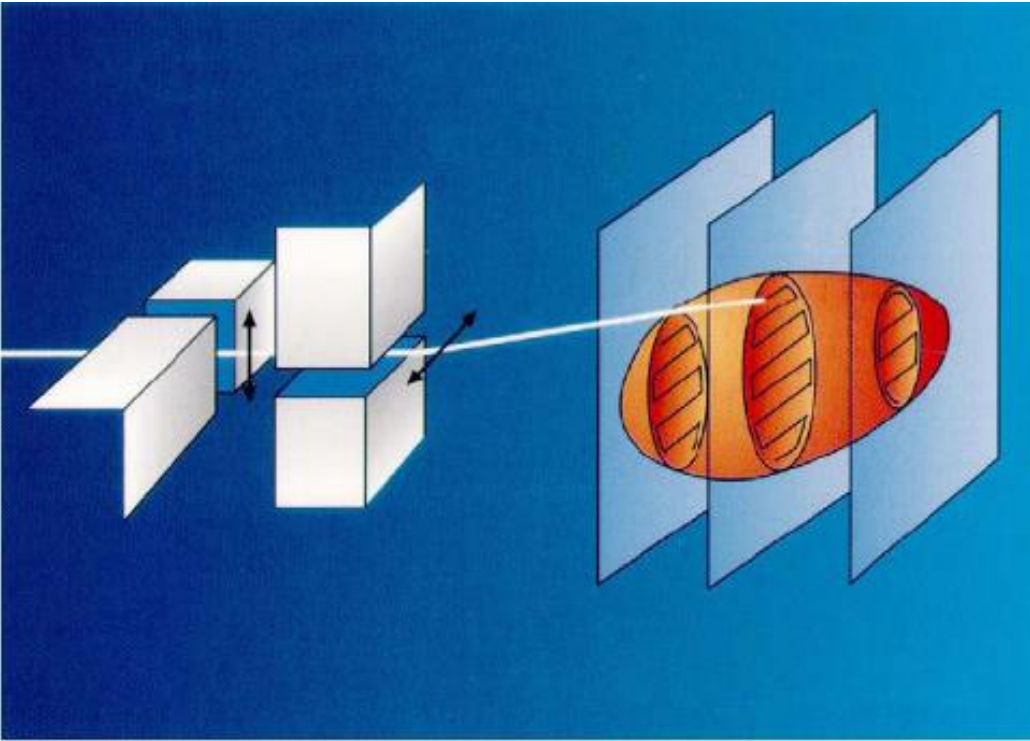
Difference in dose concentration (prostate cancer)



X-ray



Ion beam



①基本是**直线**②质子、 $\alpha$ **粗细**有别③能量越**高**越**细**?④有**分叉**?质子和 $\alpha$ 粒子在水中的径迹 $p$ 

1MeV

2MeV

5MeV

10MeV

 $\alpha$ 

4MeV

8MeV

20MeV

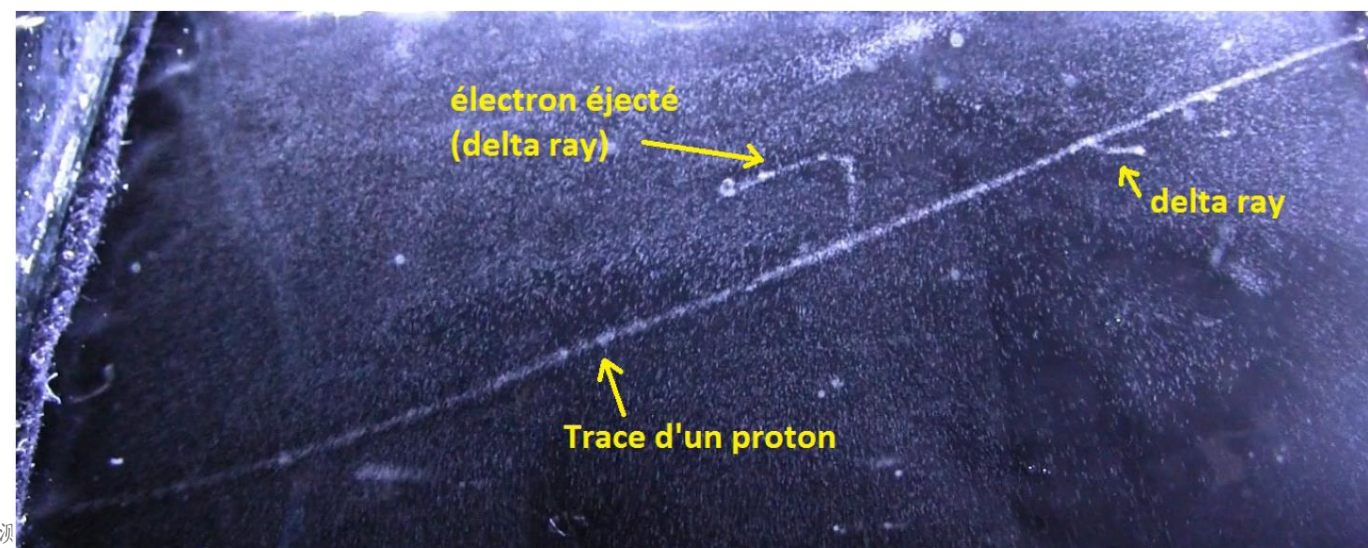
40MeV

**比电离(specific Ionization):** 带电粒子在**穿透单位距离**介质时产生的**平均电子-离子对数**。

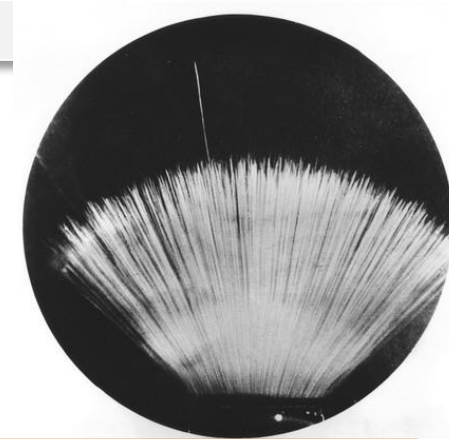
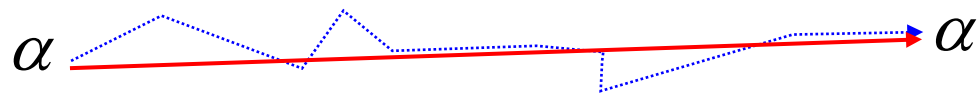
与法诺分布, 能量分辨率改善有关

**$\delta$ 射线:** 带电粒子穿透介质时所产生电子-离子对中的**高能量**、可引起**进一步电离的电子**。

载流子







**定义：路程(path)**

带电粒子在物质中行经的**实际轨迹**的**长度**称作**路程**。

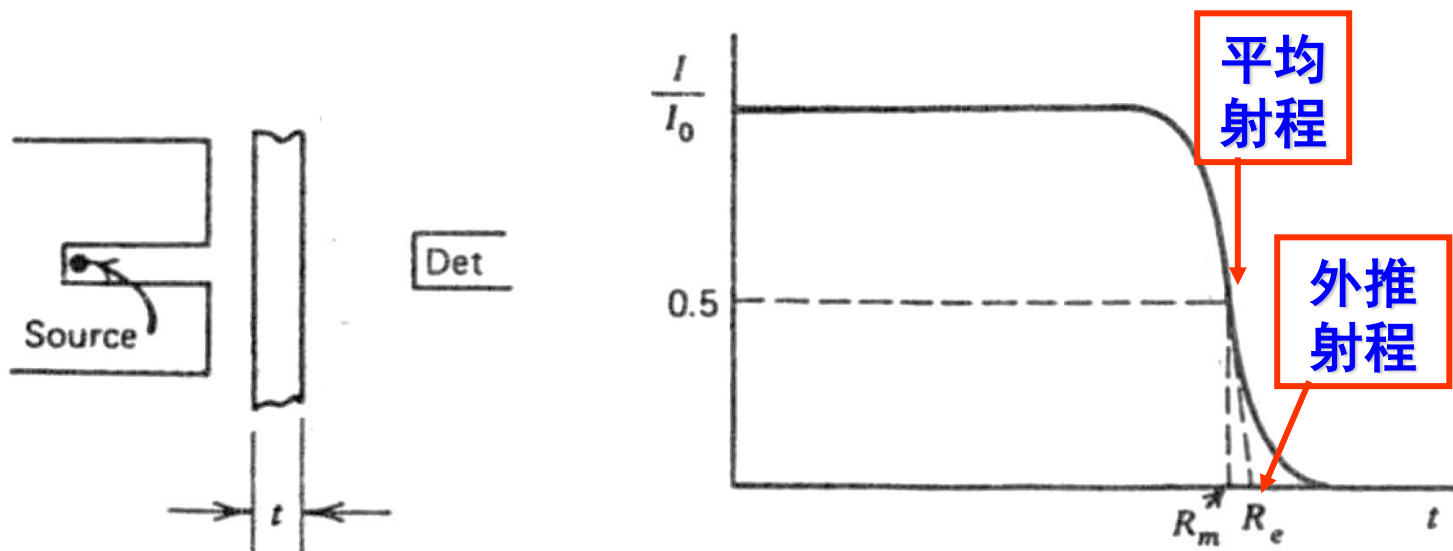
**路程 > 射程**

**定义：射程(Range)**

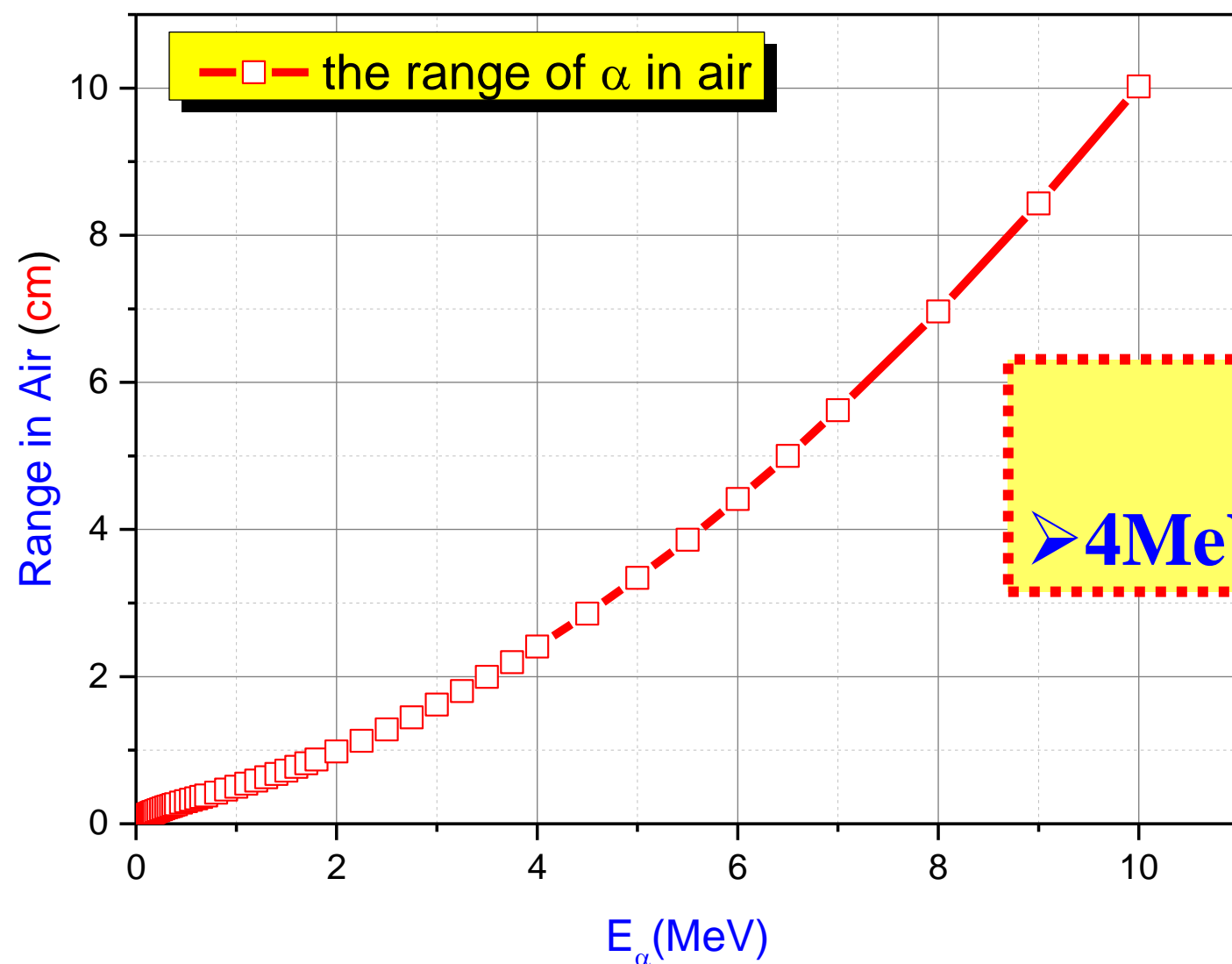
带电粒子沿入射方向行经的**最大距离**，称为入射粒子在该物质中的**射程R**。

**路程 ≈ 射程**

重带电粒子由于质量大，与物质原子相互作用时，其**运动方向几乎不变**。



15°C和1个大气压下粒子在空气中的“射程—能量”关系曲线：



$$R_0 = 0.318 E_\alpha^{1.5} (\text{cm})$$

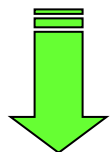
拟合公式适用范围,  
 $E_\alpha$ : [3, 7]MeV

练习一下:

➤ 4MeV的 $\alpha$ 粒子在空气中射程

$$R = \int_0^R dx = \int_{E_0}^0 dx \frac{dE}{dE}$$

$$= \int_0^{E_0} \frac{1}{-(dE/dx)} dE$$



$$R = \int_0^{E_0} 4\pi\epsilon_0^2 \frac{m_0 v^2}{z^2 e^4 NZB} dE$$

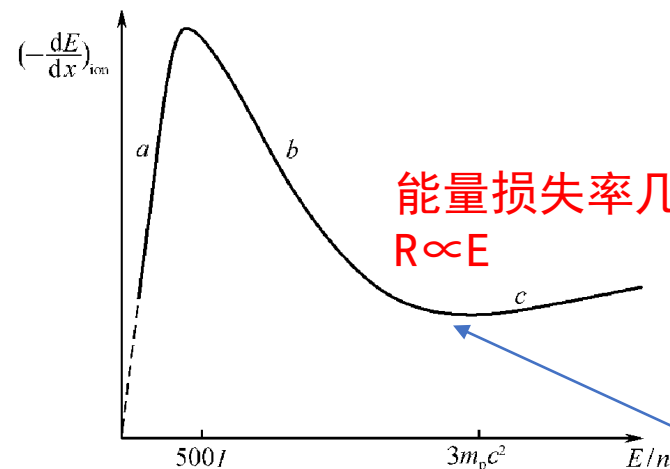


$$dE = mvdv$$

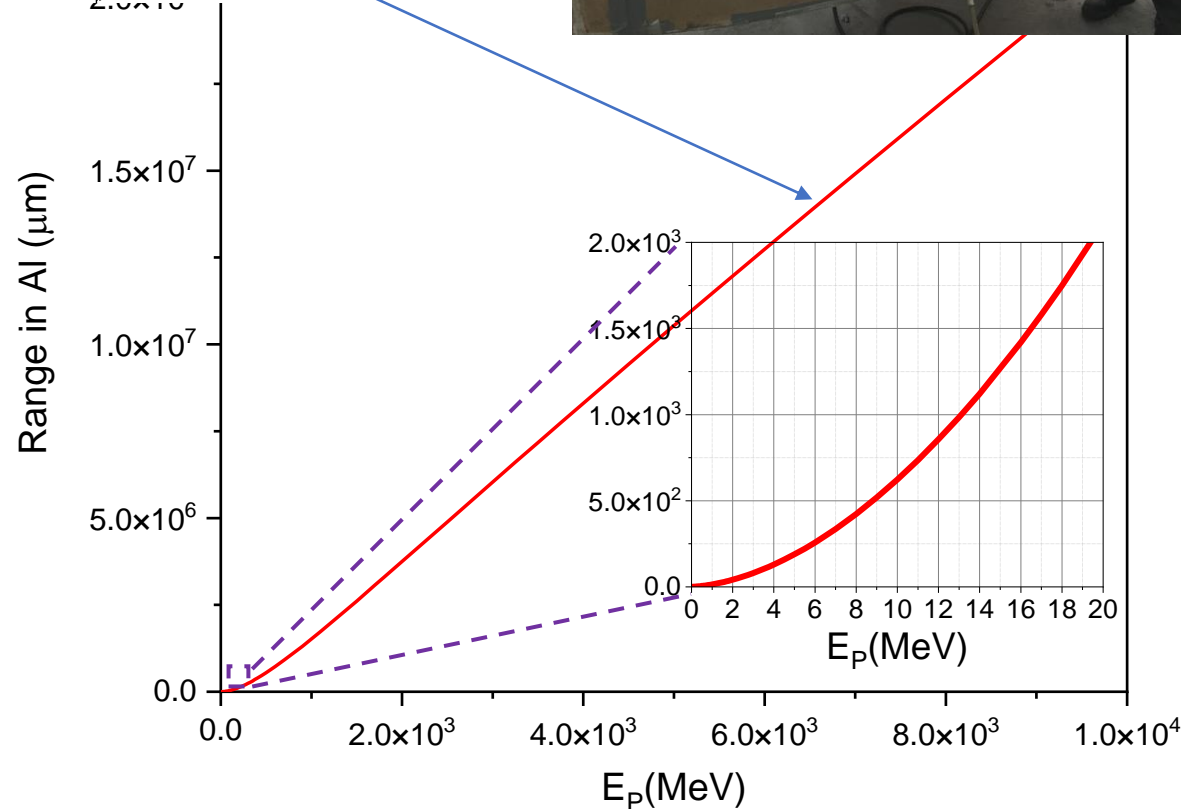
入射粒子的  
质量出现了

$$R = 4\pi\epsilon_0^2 \frac{m_0 m}{z^2 e^4 NZ} \int_0^{v_0} \frac{v^3}{B} dv$$

$$\propto E^2$$



ESS, 2.5GeV质子, 2.6米直径钨靶, 5吨, 23.3rpm



入射粒子的属性

$$R(v) = \frac{m}{z^2} F(v)$$

$$R = \frac{m}{z^2} \cdot \frac{4\pi\epsilon_0^2 m_0}{e^4 NZ} \cdot \int_0^{v_0} \frac{v^3}{B} dv$$

粒子**初速度**的单值函数

同样的**v**值，不同粒子取相同的数值

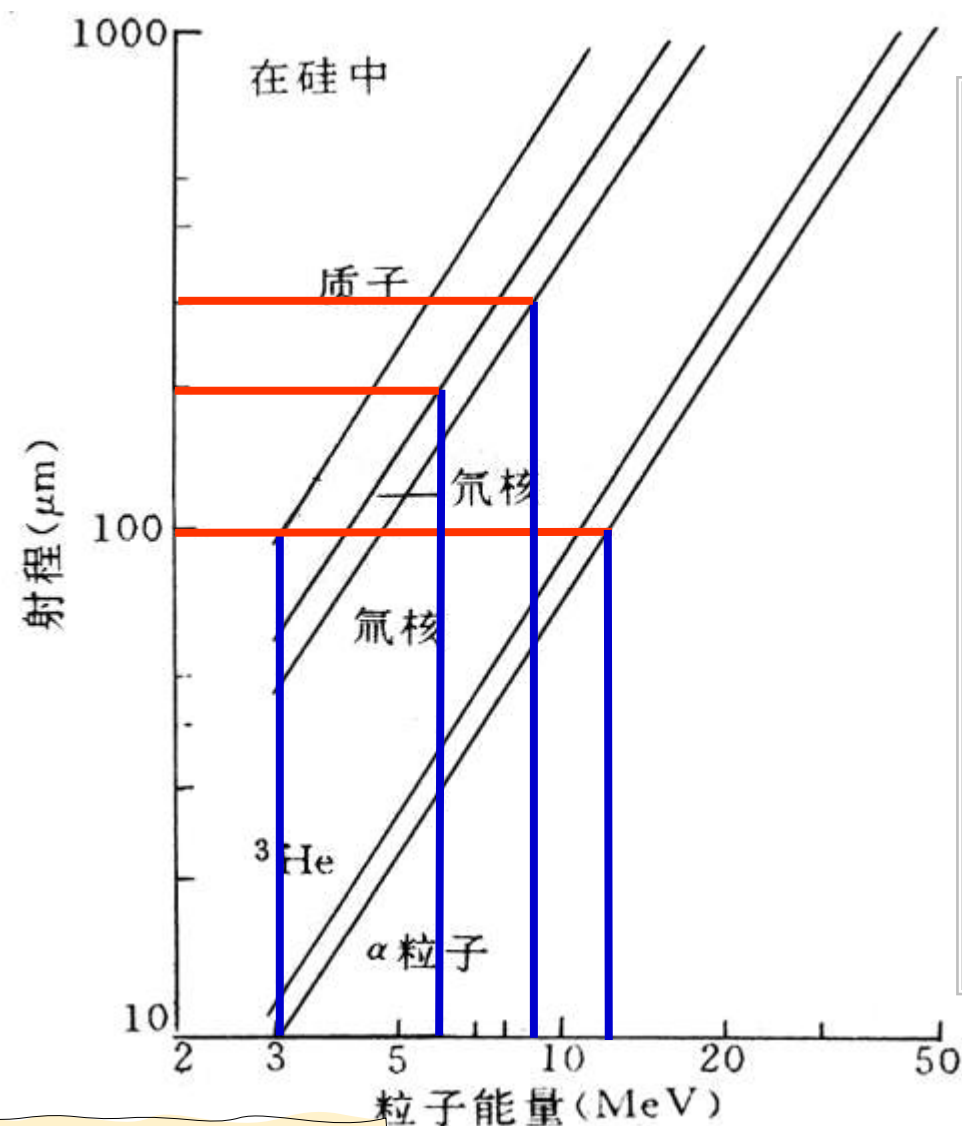
$$\left( \frac{R(v)z^2}{m} \right)_a = F(v) = \left( \frac{R(v)z^2}{m} \right)_b$$

定比  
定律

$$R_a(v) = \frac{m_a z_b^2}{m_b z_a^2} R_b(v)$$

↑ 射程与入射粒子**质量**成**正比**

↓ 与**电荷量**的**平方**成**反比**

各种带电粒子在硅中的**射程—能量**关系曲线具有**同样速度**的:

➤ 质子

➤ 氘核

➤ 氚核

➤  $\alpha$ 粒子

$$\begin{aligned} & \frac{m_p}{z_p^2} : \frac{m_D}{z_D^2} : \frac{m_T}{z_T^2} : \frac{m_\alpha}{z_\alpha^2} \\ &= \frac{1}{1^2} : \frac{2}{1^2} : \frac{3}{1^2} : \frac{4}{2^2} \\ &= 1:2:3:1 \end{aligned}$$

它们的**射程**之间有什么关系?



$$\text{阻止时间 } T = \frac{\text{粒子射程 } R}{\text{粒子的平均速度 } \bar{v}}$$

对非相对论粒子 (质量  $m$ , 动能  $E$ ):

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = c\sqrt{\frac{2E}{mc^2}}$$

末端减速快, 因此取  $k=0.6$

$$\bar{v} = kv = kc\sqrt{\frac{2E}{mc^2}}$$

$$T = \frac{R}{\bar{v}} = \frac{R}{kv} = \frac{R}{kc} \sqrt{\frac{mc^2}{2E}}$$

$$T(s) = 1.2 \times 10^{-7} R(m) \sqrt{\frac{m_a(u)}{E(MeV)}}$$

练习一下: 4MeV的 $\alpha$ 粒子

- 在空气 ( $R=2.544\text{cm}$ ) 中的阻止时间是多少?
- 在Si ( $R=18.5\mu\text{m}$ ) 中的阻止时间是多少?

数MeV $\alpha$ 粒子的阻止时间

气体: 几个ns

固体: 几个ps

已知气体探测器和半导体探测器的载流子收集时间分别在 $\mu\text{s}$ 和 $\text{ns}$ 量级（本题目暂时只讨论电子），请问对于一个 $4\text{MeV}$ 的 $\alpha$ 粒子来说，其能量沉积（energy deposition）所花的时间，相对于载流子的收集时间（即电流持续时间）可以被认为是个 $\delta$ 函数吗？

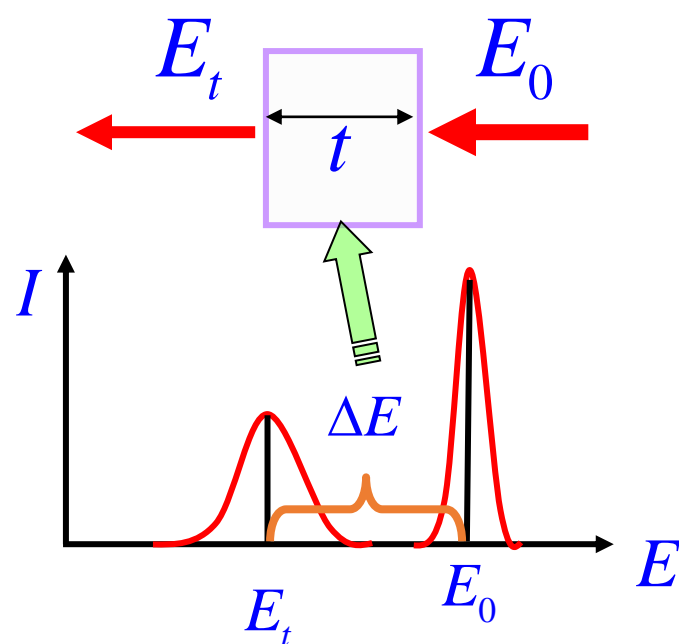
- ☐ A 不可以
- ☐ B 气体探测器可以，半导体探测器不可以
- ☐ C 气体探测器不可以，半导体探测器可以
- ☒ D 都可以

提交

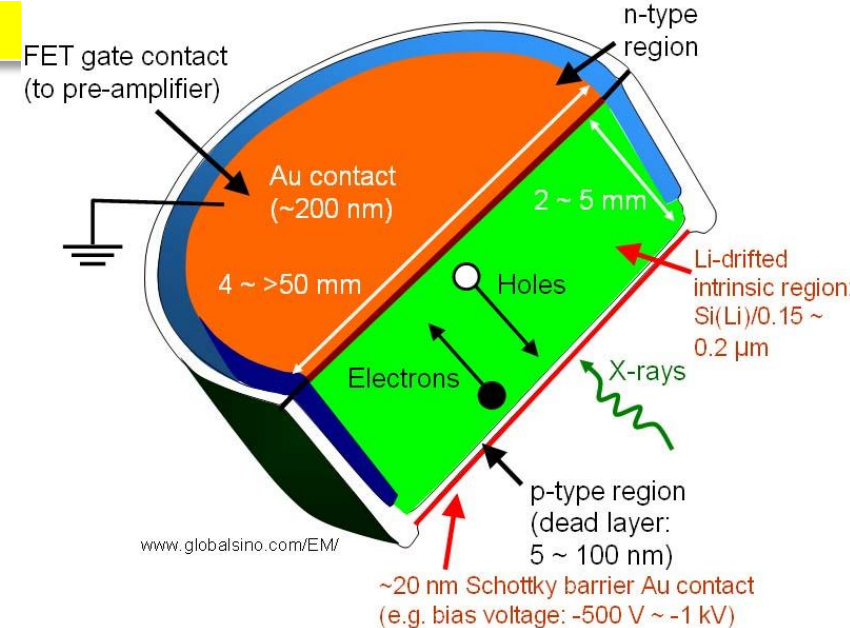
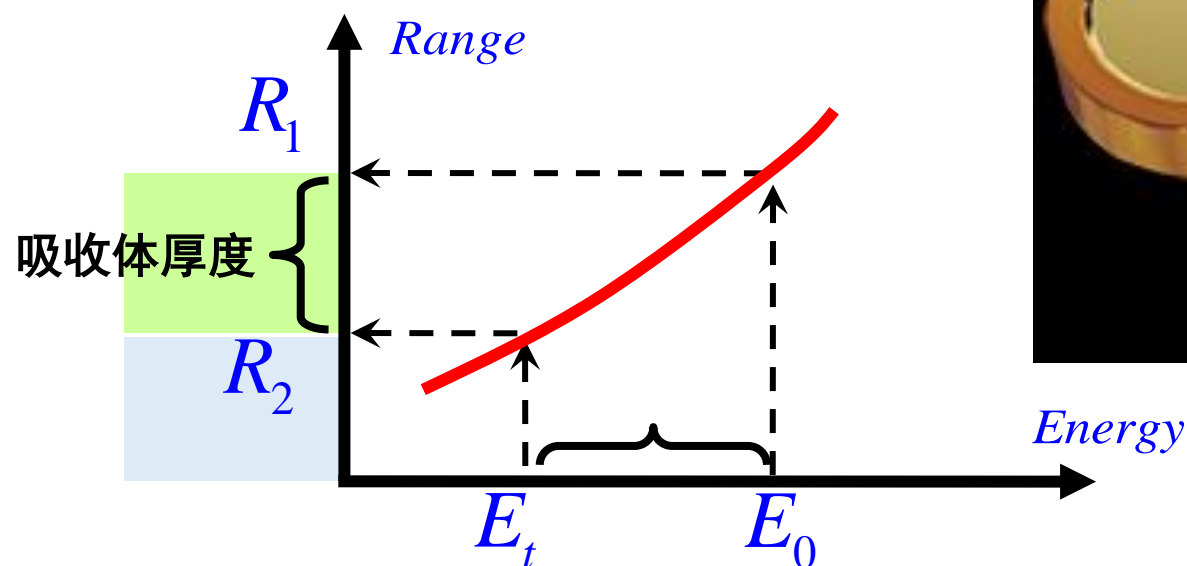
带电粒子在薄吸收体中的能量损失为：

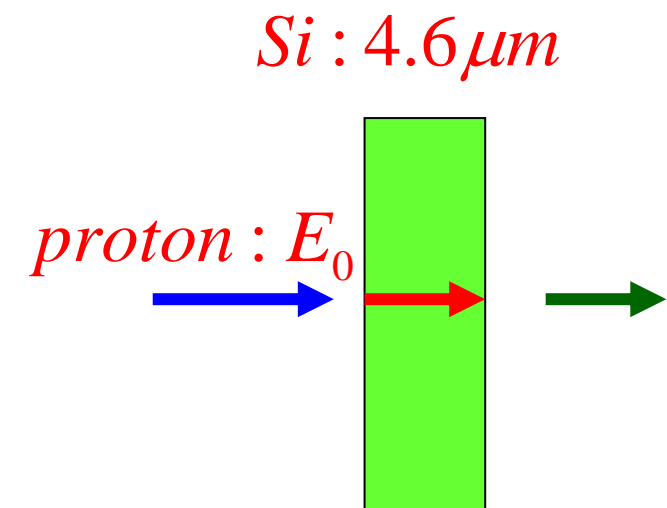
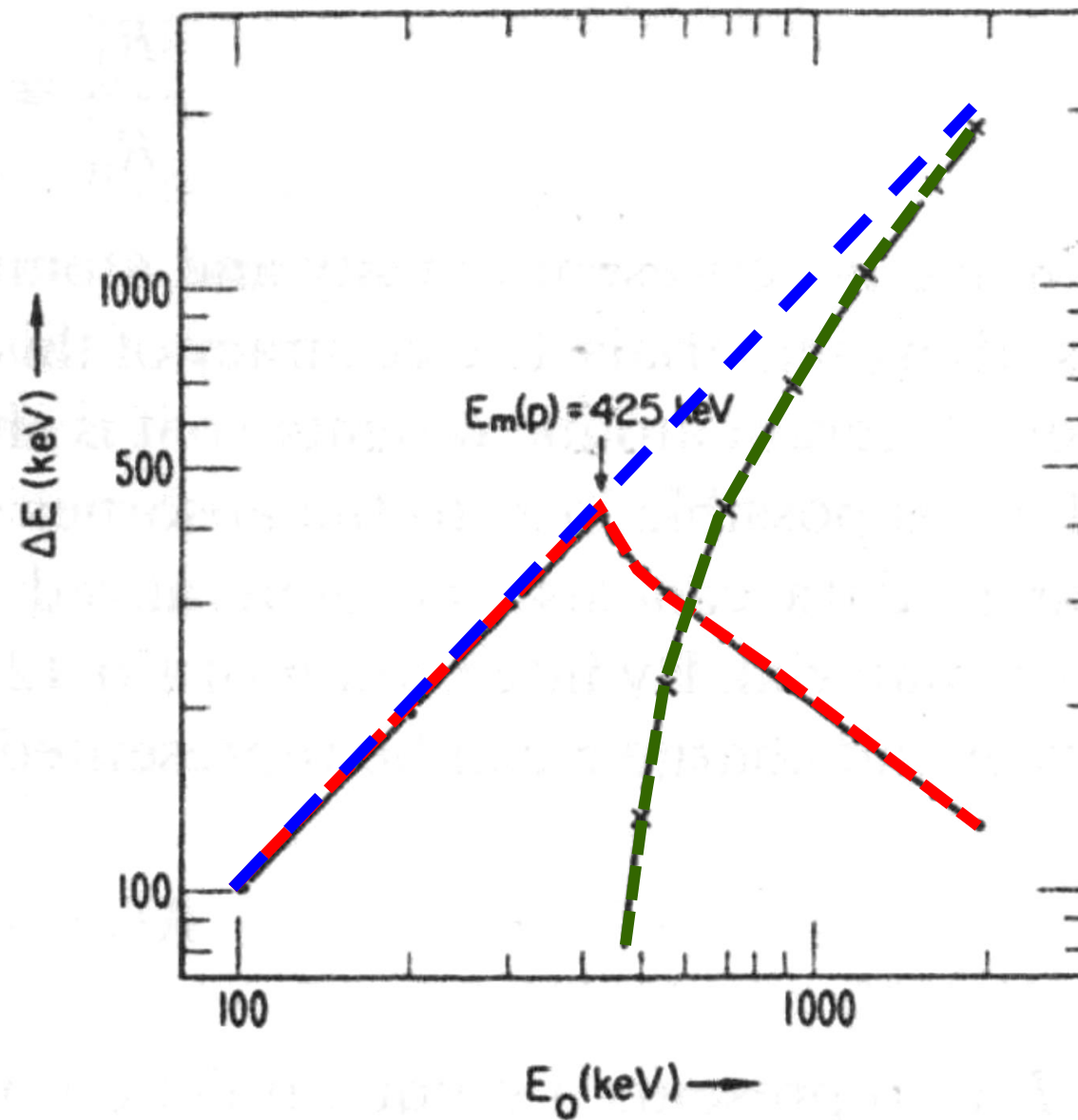
$$\Delta E = \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{avg} \cdot t$$

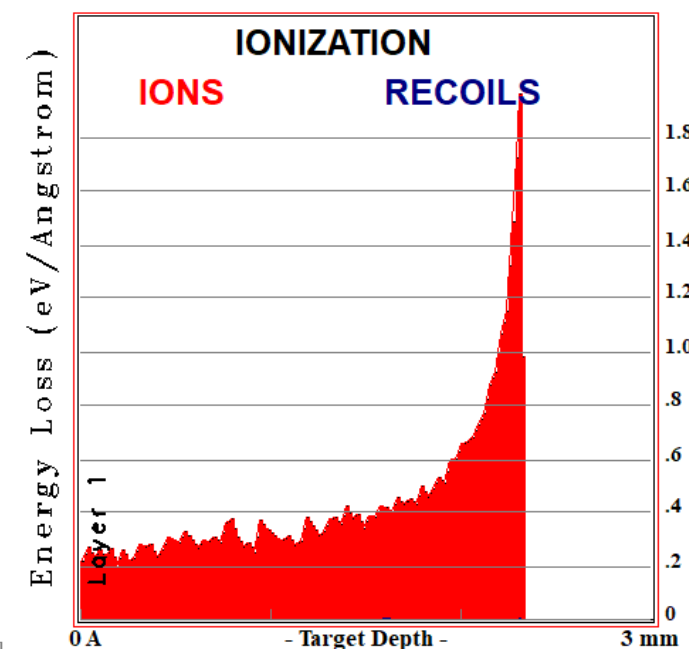
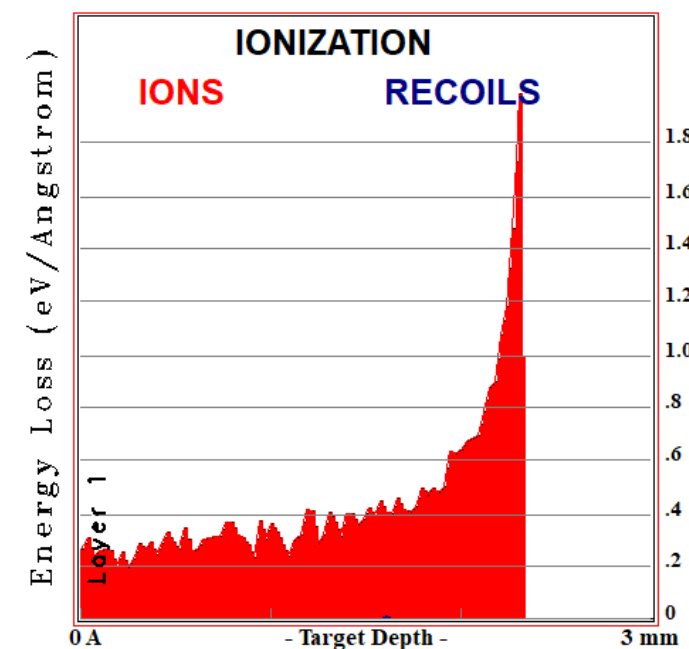
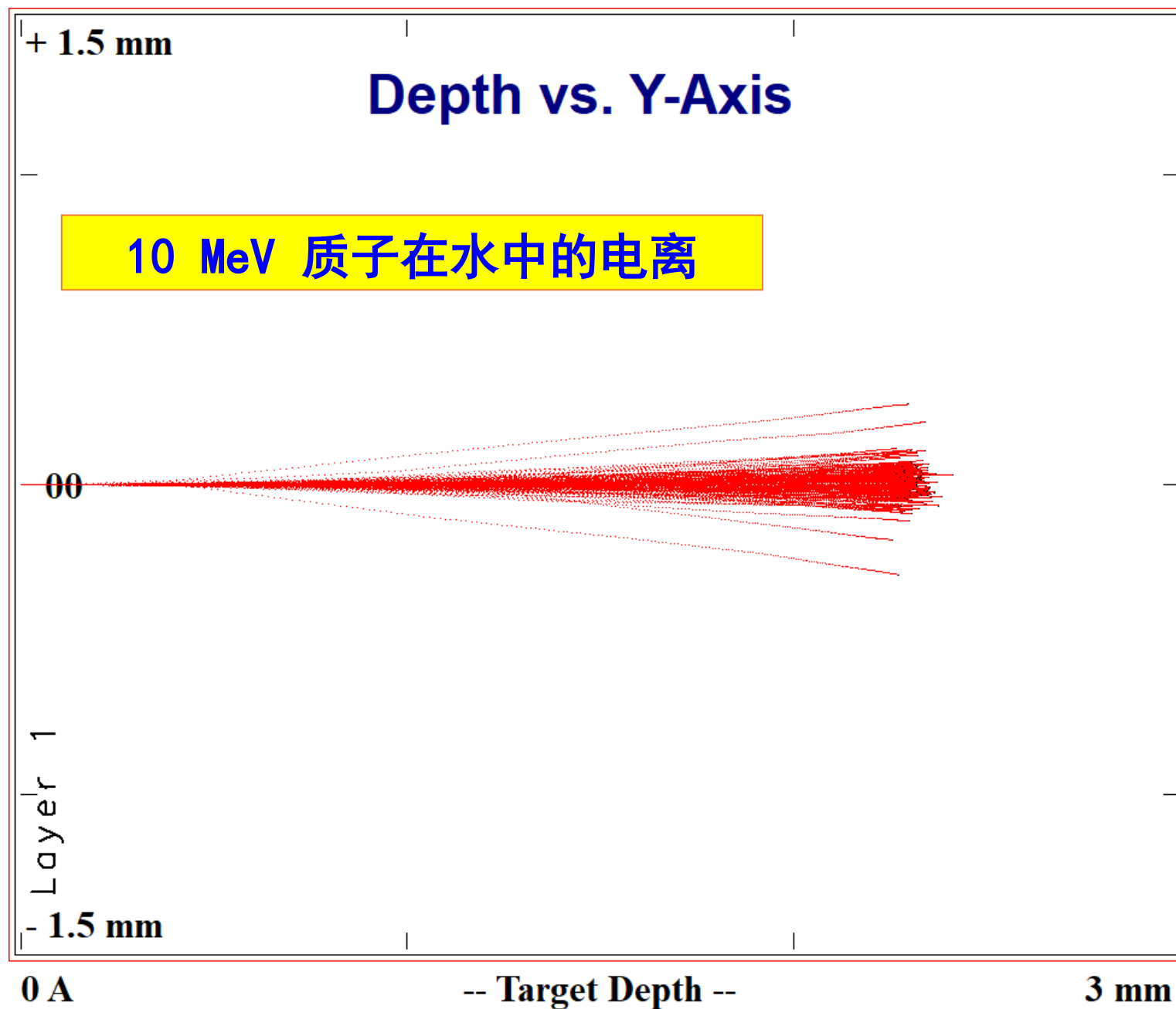
简单测厚仪原理



如果是较厚的吸收体，则需要借助“**能量-射程**”曲线









## 单个粒子和多个粒子的bragg曲线

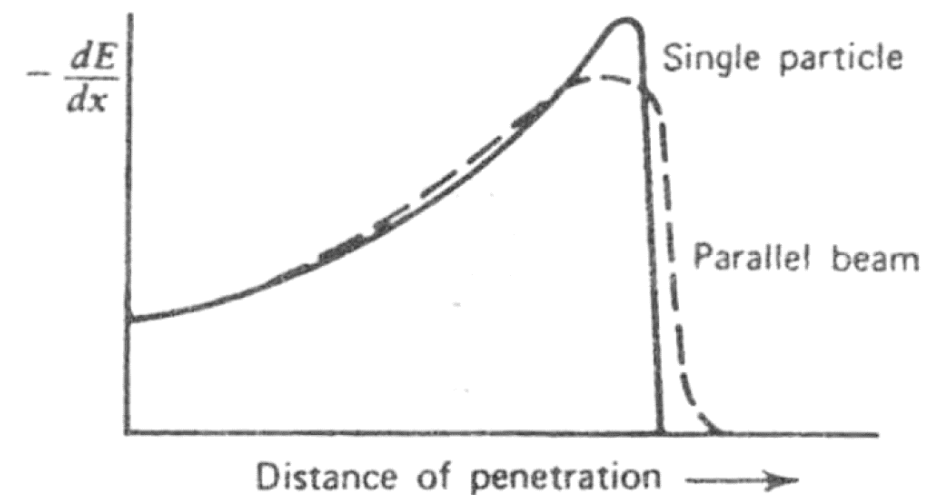
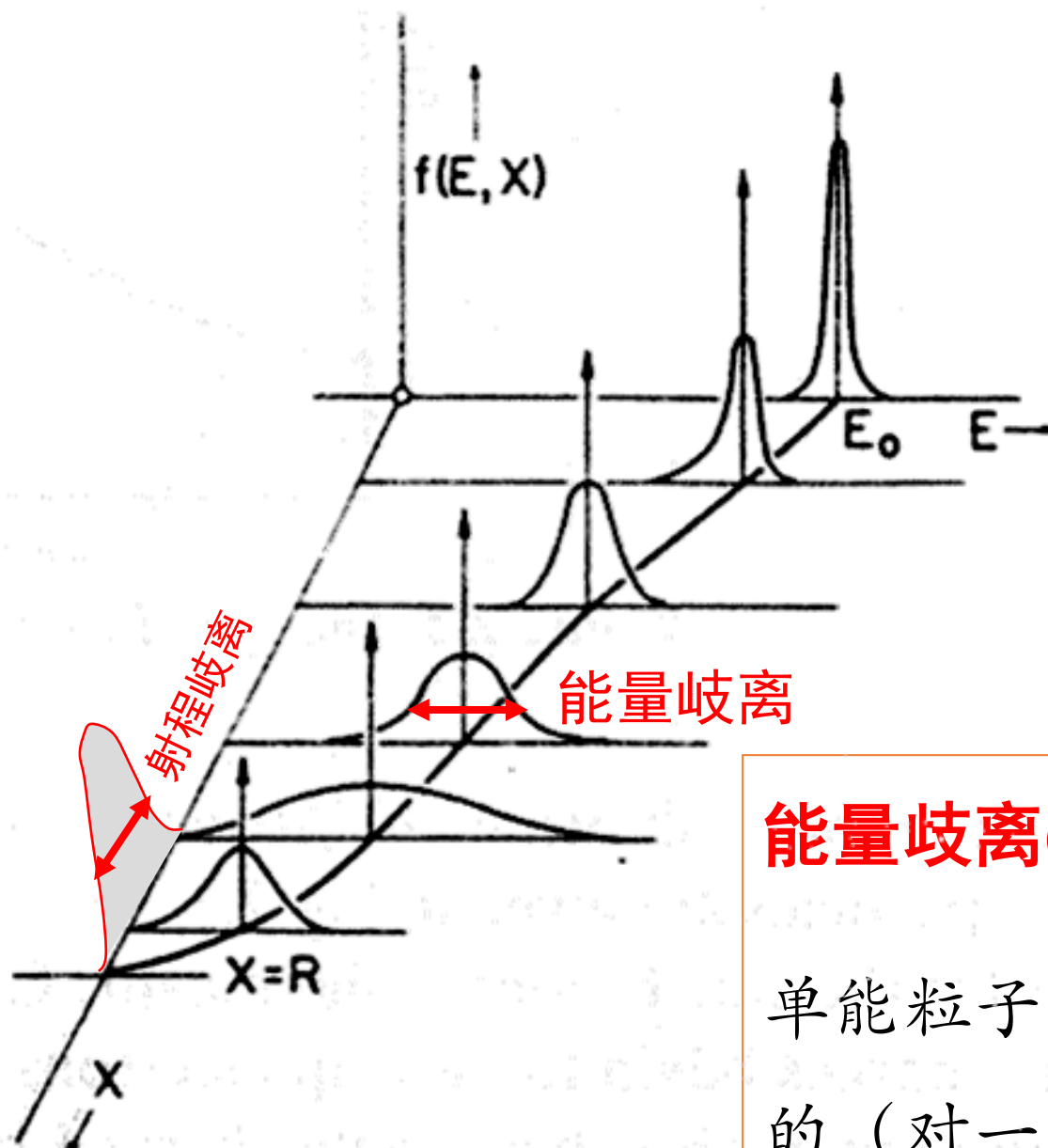


Figure 2.2 The specific energy loss along an alpha track.

**能量歧离(*Energy Straggling*):**

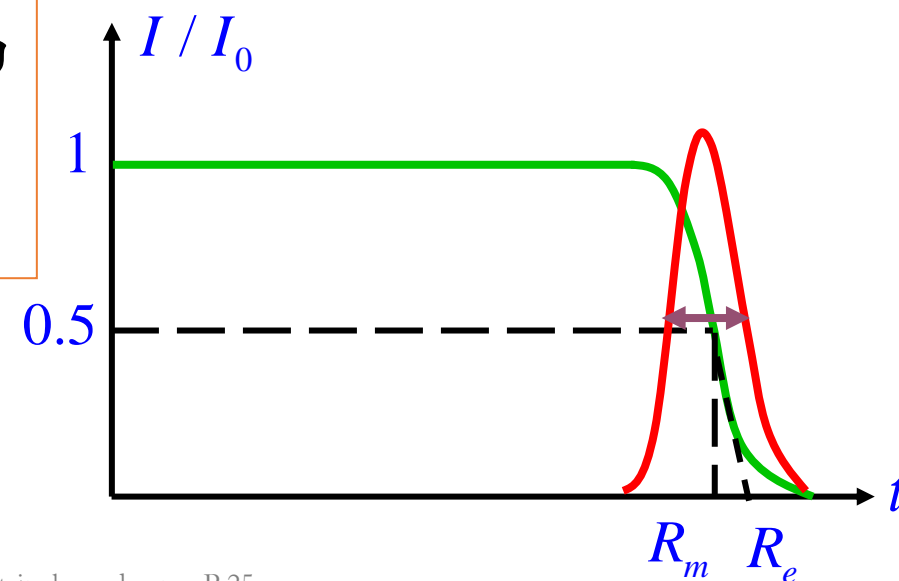
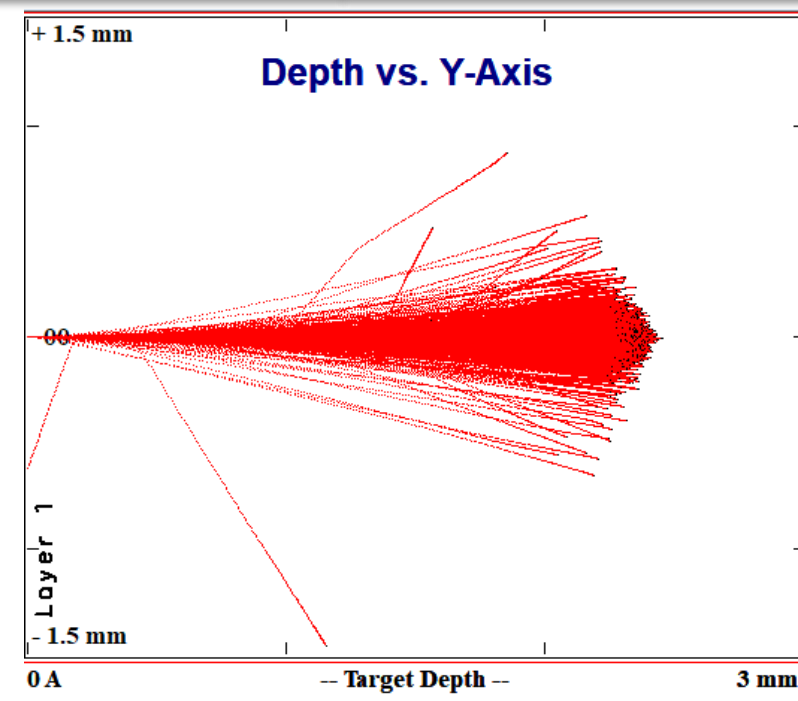
单能粒子穿过一定厚度的物质后，将不再是单能的（对一组粒子而言），而发生了**能量的离散**。

能量的损失过程是**随机**的



**射程歧离(Range Straggling):**

带电粒子与物质相互作用是一个**随机过程**，因而与能量歧离一样，单能粒子的**射程也是涨落的**。



- 重带电粒子指的是质子、氦核、 $\alpha$ 粒子这样**质量较大**或更大的粒子，可能来自核衰变、核反应或加速器，通常**带正电**。
- 当是核衰变的产物时，其动能不过数MeV，因此可以**非相对论**考虑。
- 此时，它们最主要的能量损失方式是**电离能损**——电离+激发。
- 典型的射程，在**固体**中是**数十 $\mu\text{m}$** 或更大，在**气体**中则是**数cm**或更大（能量越大，射程越大）。
- 停止时间在**固体**中是**ps**量级，在**气体**中是**ns**量级，对于我们后面8/9/10章学到的探测器来说，这是相当快以至于可以忽略的时间了。
- 重带电粒子迟早会**停**止下来并逐渐吸附电子，“**泯然众人**”而成为一个**普通**的**原子**。这个停止的过程既伴随着它能量的损失，也伴随着**介质中电子离子对（电子空穴对）的产生**——**探测器测量**射线的基础，因此，掌握这里的知识，是非常重要的。

§ 6.1 概论

§ 6.2 重带电粒子与物质的相互作用

✓

**§ 6.3 快电子与物质的相互作用**

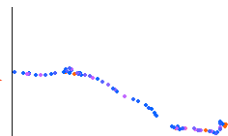
§ 6.4  $\gamma$ 射线与物质的相互作用

§ 6.5 中子与物质的相互作用

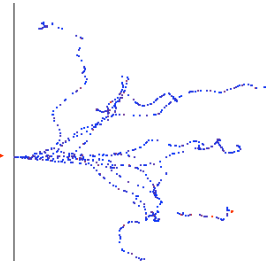
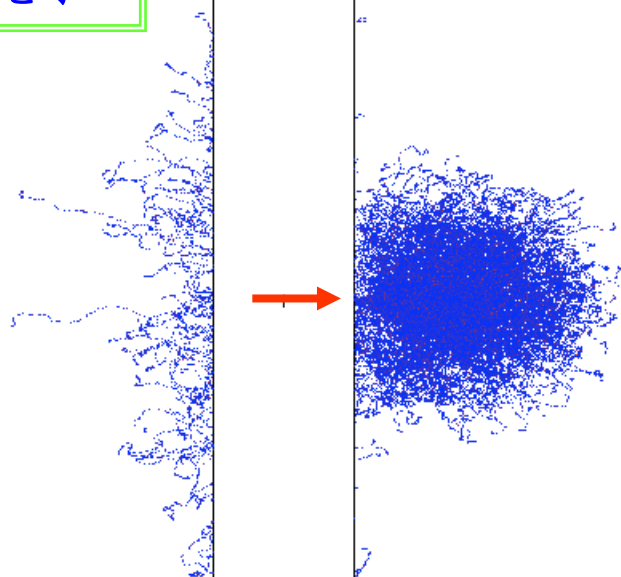
## 电子在Al中的径迹

2.5mm

1个电子

 $1\text{MeV } e^-$ 

10个电子

 $10^4$ 个电子

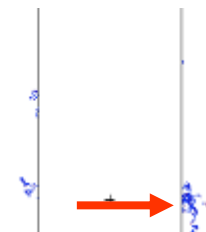
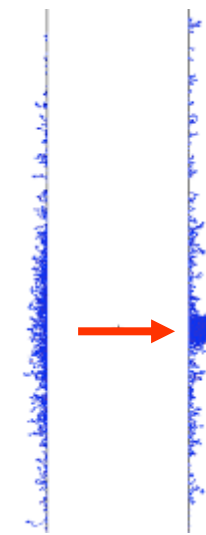
## 电子在Au中的径迹

2.5mm

1个电子

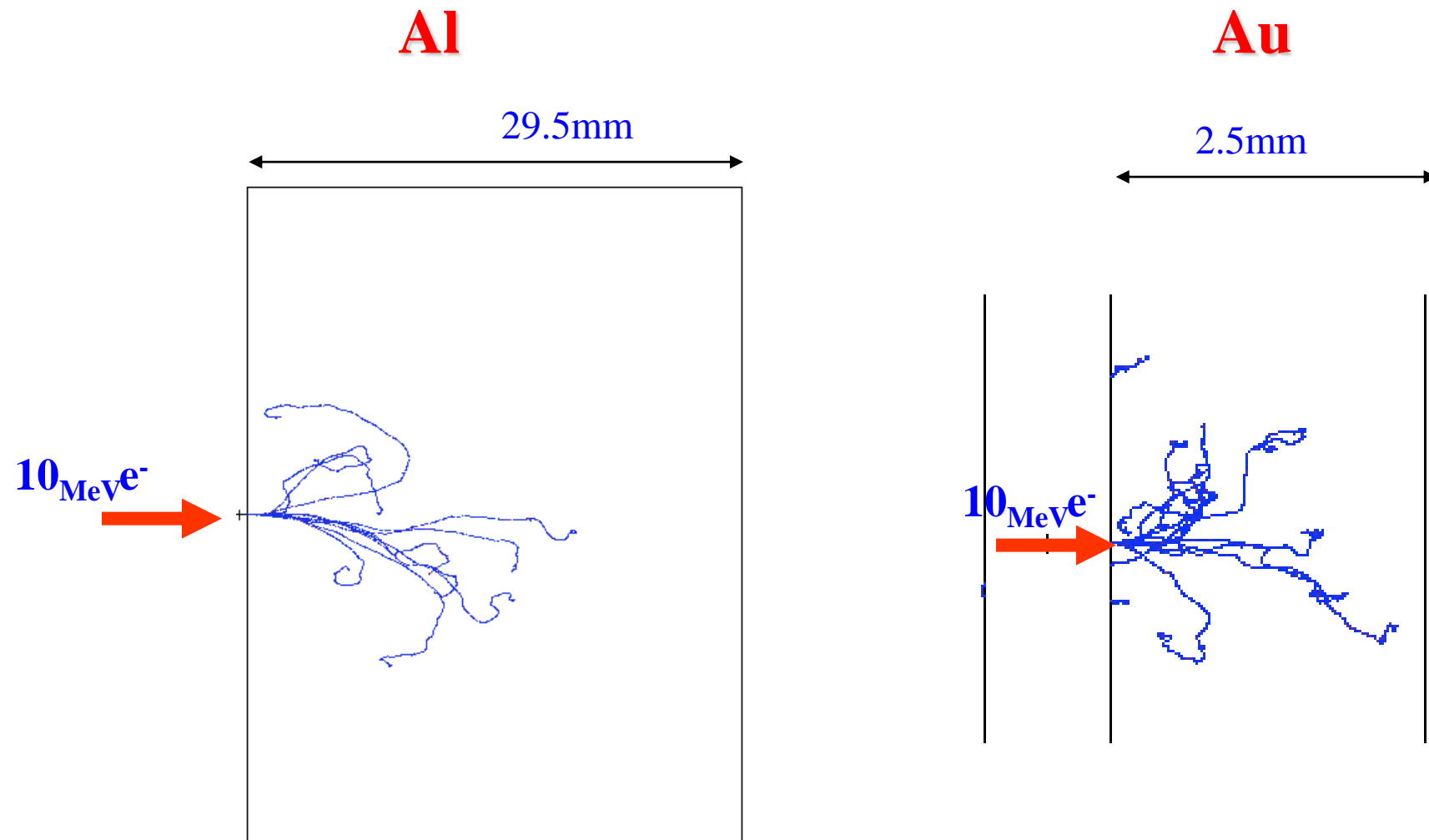
 $1\text{MeV } e^-$ 

10个电子

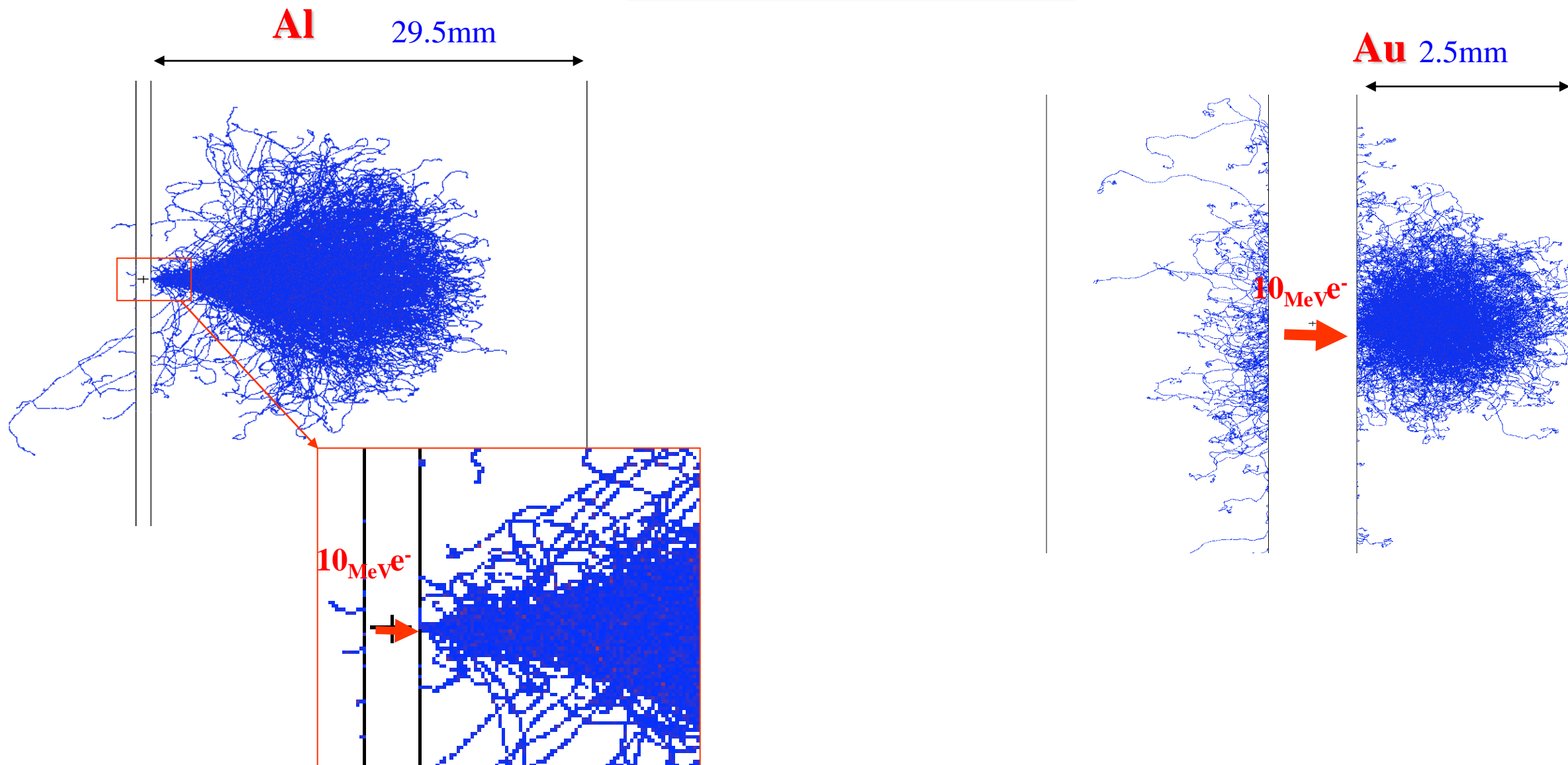
 $10^4$ 个电子



10个 10MeV电子入射



10000个 10MeV电子入射

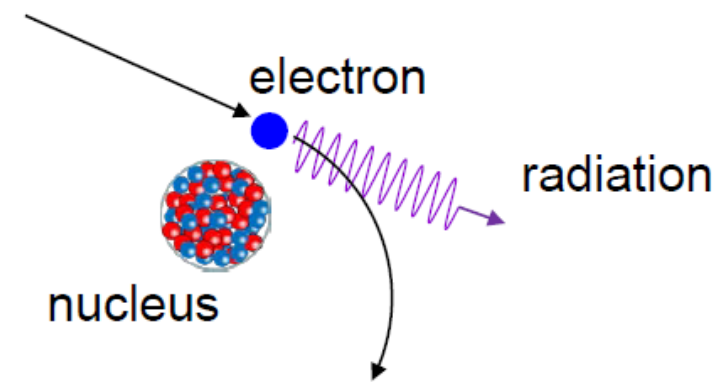


	重带电粒子	快电子
质量	大	小
速度	小	大
主要能量损失方式	电离	电离+辐射
径迹特性	直线	曲折、散射严重

- 一. 快电子的能量损失率
- 二. 电子的吸收、散射和 $\beta$ 射线的射程
- 三. 正电子与物质的相互作用

对快电子:  $T_e \sim \text{MeV} > m_e c^2 = 0.511 \text{MeV}$

- **电离能量损失**和**辐射能量损失**都很重要!
- 同时, 需要考虑**相对论**效应。



$$\left( -\frac{dE}{dx} \right) = \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{ion} + \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{rad}$$

电子电离能量损失率的Bethe公式:

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{ion} = \frac{2\pi e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{NZ}{m_0} \cdot \frac{1}{v^2} \times \left[ \ln \frac{m_0 v^2 E}{2I^2 (1 - \beta^2)} - (\ln 2)(2\sqrt{1 - \beta^2} - 1 + \beta^2) + (1 - \beta^2) + \frac{1}{8}(1 - \sqrt{1 - \beta^2})^2 \right]$$

$$\beta = v/c$$



$$\text{电子} \quad \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{ion}^{e^-} = \frac{e^4}{8\pi\epsilon_0^2} \cdot \frac{NZ}{m_0} \cdot \frac{1}{v_e^2} \cdot \left( \ln \frac{m_0 v_e^2 E}{2I^2(1-\beta^2)} - (\ln 2)(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) + (1-\beta^2) + \frac{1}{8}(1-\sqrt{1-\beta^2})^2 \right)$$

$$\alpha \text{ 粒子} \quad \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{ion}^{\alpha} = \frac{e^4}{4\pi\epsilon_0^2} \cdot \frac{NZ}{m_0} \cdot \frac{z_{\alpha}^2}{v_{\alpha}^2} \cdot \left[ \ln \left( \frac{2m_0 v_{\alpha}^2}{I} \right) - \ln \left( 1 - \frac{v_{\alpha}^2}{c^2} \right) - \frac{v_{\alpha}^2}{c^2} \right]$$

$$= \frac{v_{\alpha}^2}{8v_e^2} \cdot \frac{[\ln_e(\dots)]}{[\ln_{\alpha}(\dots)]}$$

若电子、 $\alpha$  动能均为 4MeV

$$\beta^2 = 0.9872$$

空气:  $I$  取作 86eV

$$v_{\alpha}^2 = 2.146 \times 10^{-3} c^2$$

$$= \frac{2.146 \times 10^{-3} c^2}{8 \times 0.9872 c^2} \times \frac{23.09 - 0.148 + 0.0128 + 0.0983}{3.239 - (-2.148 \times 10^{-3}) - 2.146 \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{2.146 \times 10^{-3}}{7.8796} \times \frac{23.0531}{3.239}$$

$$= 1.9384 \times 10^{-3} \approx \frac{1}{516}$$

相较而言, 电子是弱电离粒子

$$E(r, \theta) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1 - \beta^2}{r^2 (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}}$$

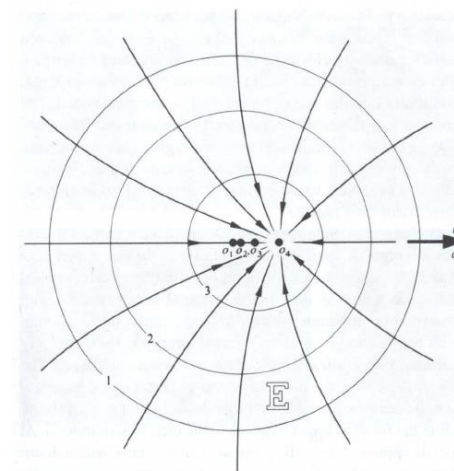
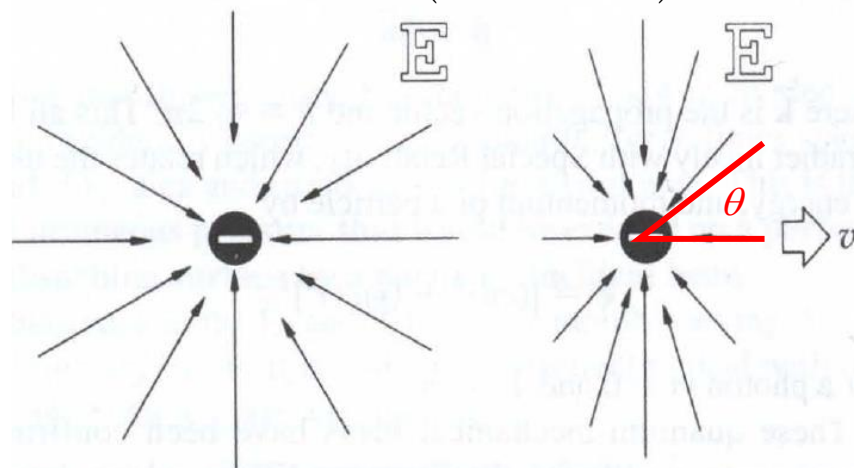
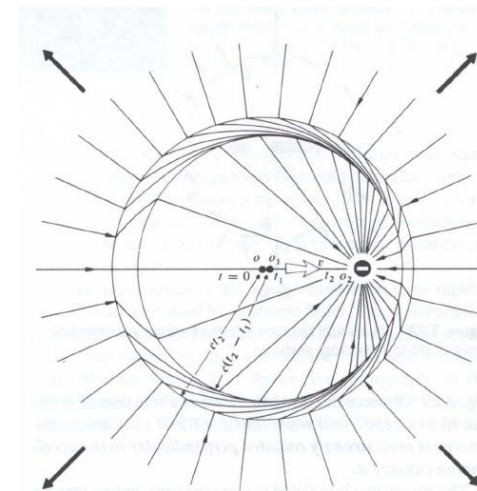
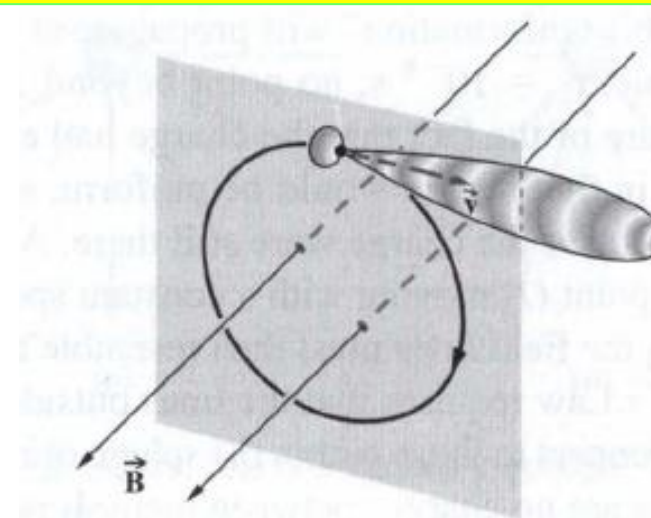
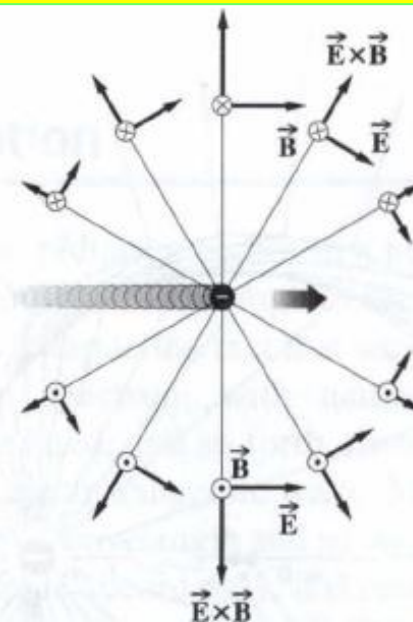
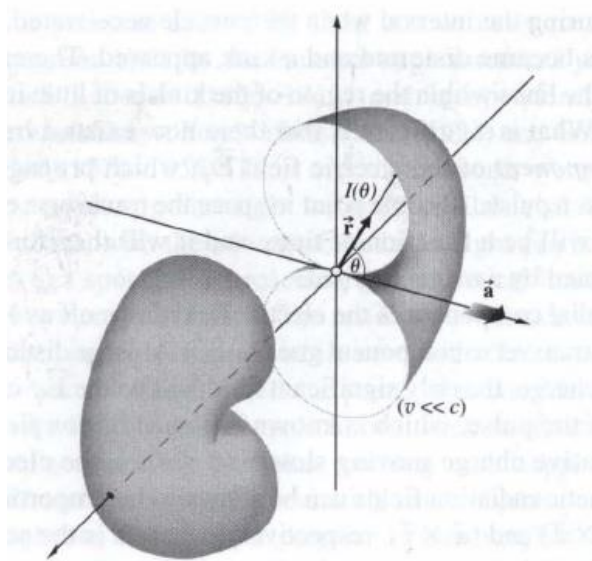


Figure 3.27 Electric field of a uniformly accelerating electron.

Figure 3.28 A kink in the  $\vec{E}$ -field lines

“……energy is most strongly radiated **perpendicular** to the acceleration causing it.” --- **OPTICS**, 4th Edition. Eugene Hecht. P58



Radiation pattern for an orbiting charge.

**辐射能量损失：**带电粒子穿过物质时，受原子核库仑场的影响，其速度发生变化，会伴随发射电磁波，即**轫致辐射(bremsstrahlung)**。

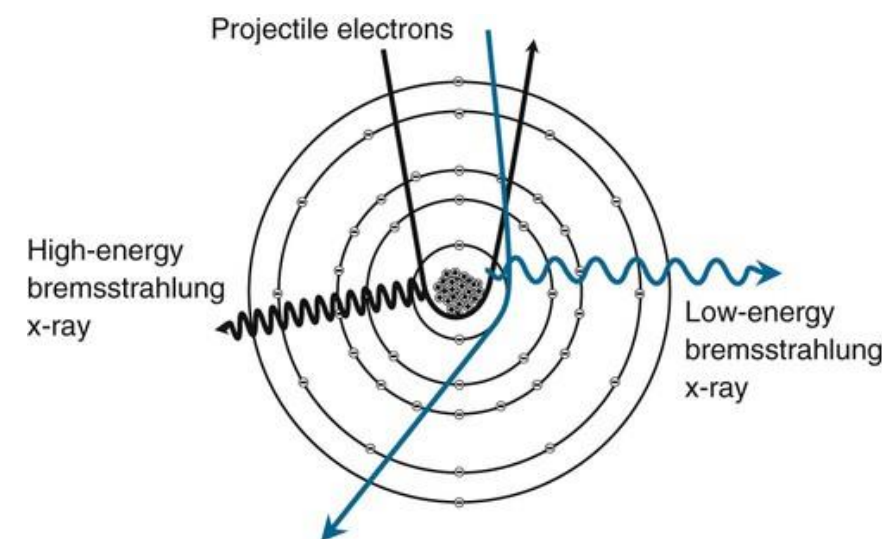
**辐射能量损失率：**单位路径上，由于轫致辐射而损失的能量。

量子电动力学计算表明，辐射能量损失率服从：

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{rad} \propto \frac{z^2 E}{m^2} NZ^2$$

吸收物质的原子序数和单位体积的原子数

入射粒子的电荷、能量及质量



$$S_{rad} = \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{rad} \propto \frac{z^2 E}{m^2} NZ^2 = N \left( \frac{Z \cdot z}{m} \right)^2 \cdot E$$

$$S_{rad} \propto \frac{1}{m^2}$$

与带电粒子静止质量  
 $m^2$ 成**反比**，所以仅  
对电子才重点考虑。

$$S_{rad} \propto E$$

与带电粒子的能量  
 $E$ 成**正比**，随粒子  
动能的增加而增加。

$$S_{rad} \propto NZ^2$$

与吸收物质的 **$NZ^2$** 成**正比**，高原子序数、高密度材料的辐射损失大。

电子的辐射  
能量损失率

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{rad} = \frac{e^4 NZ(Z+1)E}{137m_0^2 c^4} \left( 4 \ln \frac{2E}{m_0 c^2} - \frac{4}{3} \right)$$

电子的**两种能量损失率**之比

$$\frac{\left( dE / dx \right)_{rad}}{\left( dE / dx \right)_{ion}} \cong \frac{E \cdot Z}{800}$$

$$E: MeV$$

- 探测学中所涉及快电子的能量 $E$ 一般**不超过几个 $MeV$** ，所以辐射能量损失仅在高原子序数( $Z$ )吸收材料中才是重要的。
- 当要**吸收、屏蔽** $\beta$ 射线时，不宜选用重材料，应该用**轻材料**。
- 当要获得**强的X射线**时，则应选用**重材料**作靶。

20MeV的电子轰击下列哪种材料时，辐射能损相比于电离能损占优？

☐ A 铝 ( $Z=13$ )

☐ B 铁 ( $Z=26$ )

☒ C 钨 ( $Z=74$ )

提交