聚变能源概论

高 喆
gaozhe@tsinghua.edu.cn

2022-23春季学期

第五讲：

聚变堆的功率平衡（时变）

上节回顾：稳态零维功率平衡模型

$$\frac{\mathrm{d}W}{dt} = S_h - S_B - S_\kappa \quad \Rightarrow \quad S_h = S_B + S_\kappa$$

$$S_{\text{out eff}} \geq S_h$$

Lawson 判据

$$\eta\left(\frac{1}{4}n^2\langle\sigma v\rangle E_{\mathrm{f}} + \frac{3n\ T}{\tau_{\mathrm{E}}} + S_{\mathrm{B}}\right) \geq \frac{3nT}{\tau_{\mathrm{E}}} + S_{\mathrm{B}}$$

$$\frac{1}{5}S_f + \eta\left(\frac{4}{5}S_f + \frac{3nT}{\tau_{\mathrm{E}}} + S_{\mathrm{B}}\right) \geq \frac{3nT}{\tau_{\mathrm{E}}} + S_{\mathrm{B}}$$

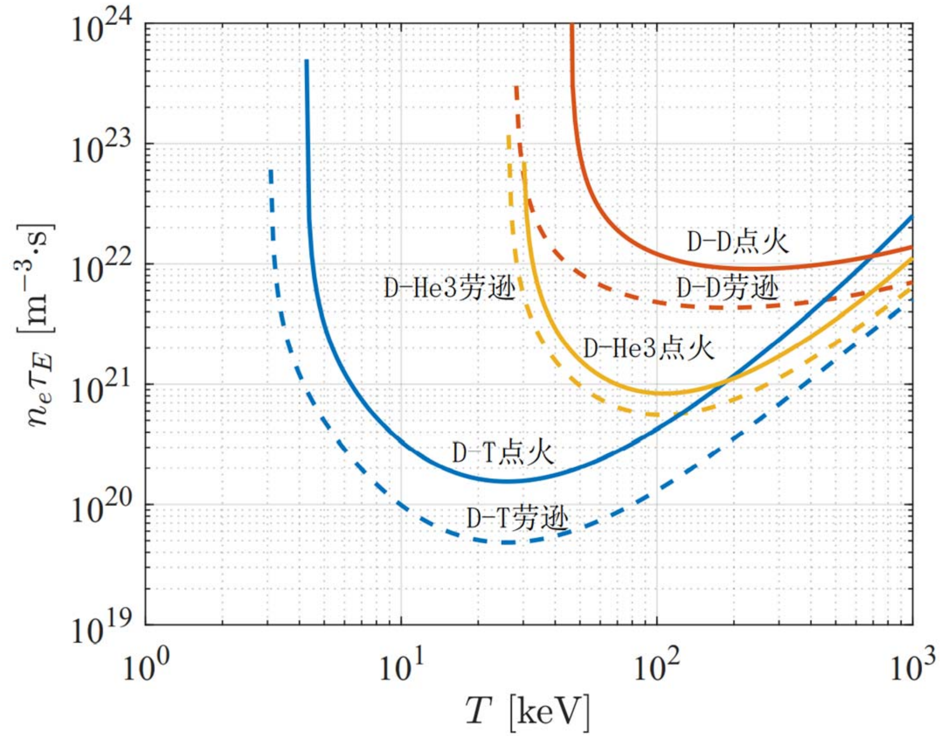
点火（自持燃烧）

$$\frac{1}{5}S_f \geq \frac{3n_eT}{\tau_{\mathrm{E}}} + S_{\mathrm{B}}$$

稳态零维功率平衡模型

三乘积条件（点火条件的近似）

$$nT\tau_{\mathrm{E}} \geq \frac{3T^2}{\frac{1}{20}\langle\sigma v\rangle_{\mathrm{DT}} E_{\mathrm{DT}}} \sim 3\times10^{21} keVm^{-3}s$$



聚变等离子体的功率平衡→聚变电站功率平衡

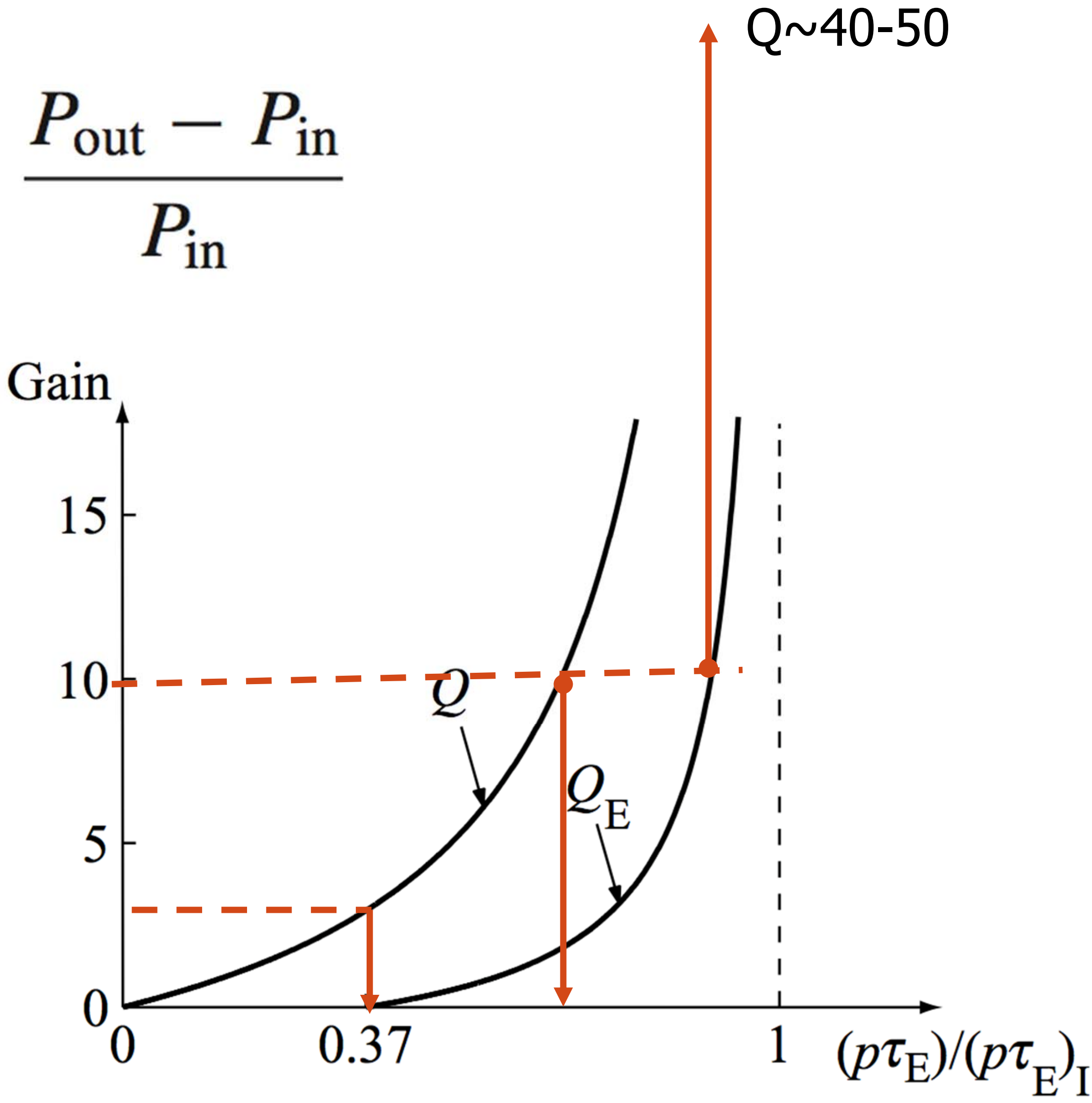
- **物理增益因子Q**

$$Q = \frac{\text{net thermal power out}}{\text{heating power in}} = \frac{P_{\text{out}} - P_{\text{in}}}{P_{\text{in}}}$$

$$= \frac{S_f}{S_{h\,ext}} = \frac{5F}{F_I - F}$$

- **工程增益因子Q_E**

$$Q_{\text{E}} = \frac{\text{net electric power out}}{\text{electric power in}}$$



单选题 1分

设置

等离子体电子密度$10^{20}m^{-3}$，D和T浓度相等，电子温度20keV，离子温度10keV，放电时间10s，能量约束时间5s，该等离子体状态的三乘积是多少

A $2\times10^{22}\ m^{-3}\ keV\ \ s$

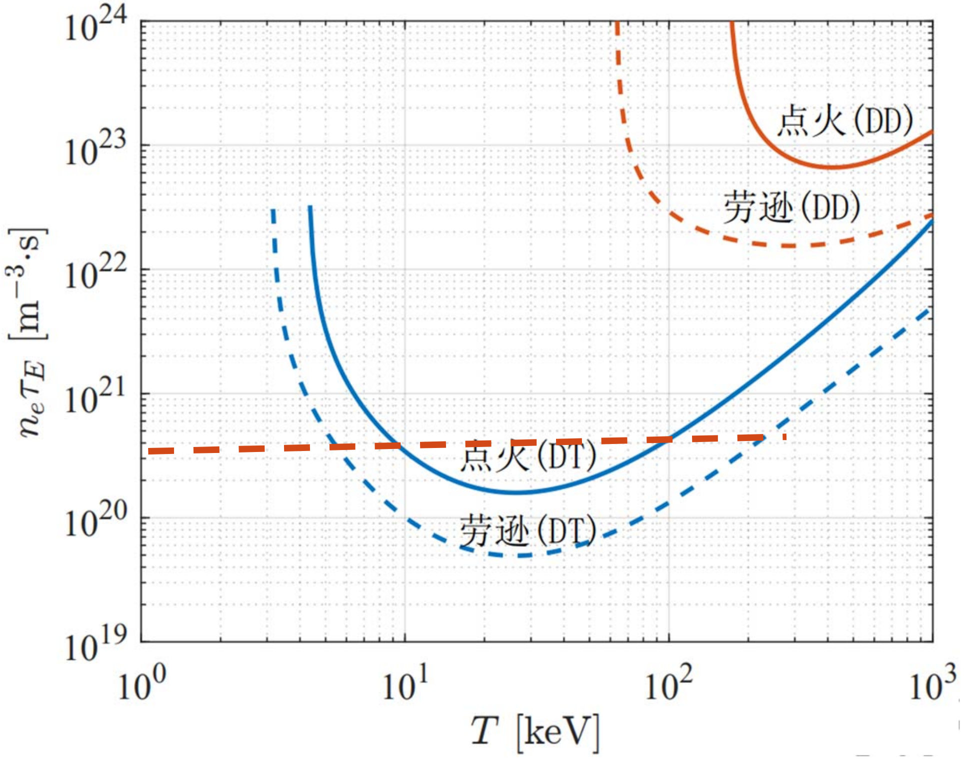
B $1\times10^{22}\ m^{-3}\ keV\ \ s$

C $5\times10^{21}\ m^{-3}\ keV\ \ s$

D $2.5\times10^{21}\ m^{-3}\ keV\ \ s$

提交

功率平衡点



10^{24}
10^{23}
10^{22}
10^{21}
10^{20}
10^{19}
$n_e\tau_E$ [m^{-3}·s]
点火(DD)
劳逊(DD)
点火(DT)
劳逊(DT)
10^0
10^1
10^2
10^3
T [keV]

平衡和稳定性是两个不同的概念

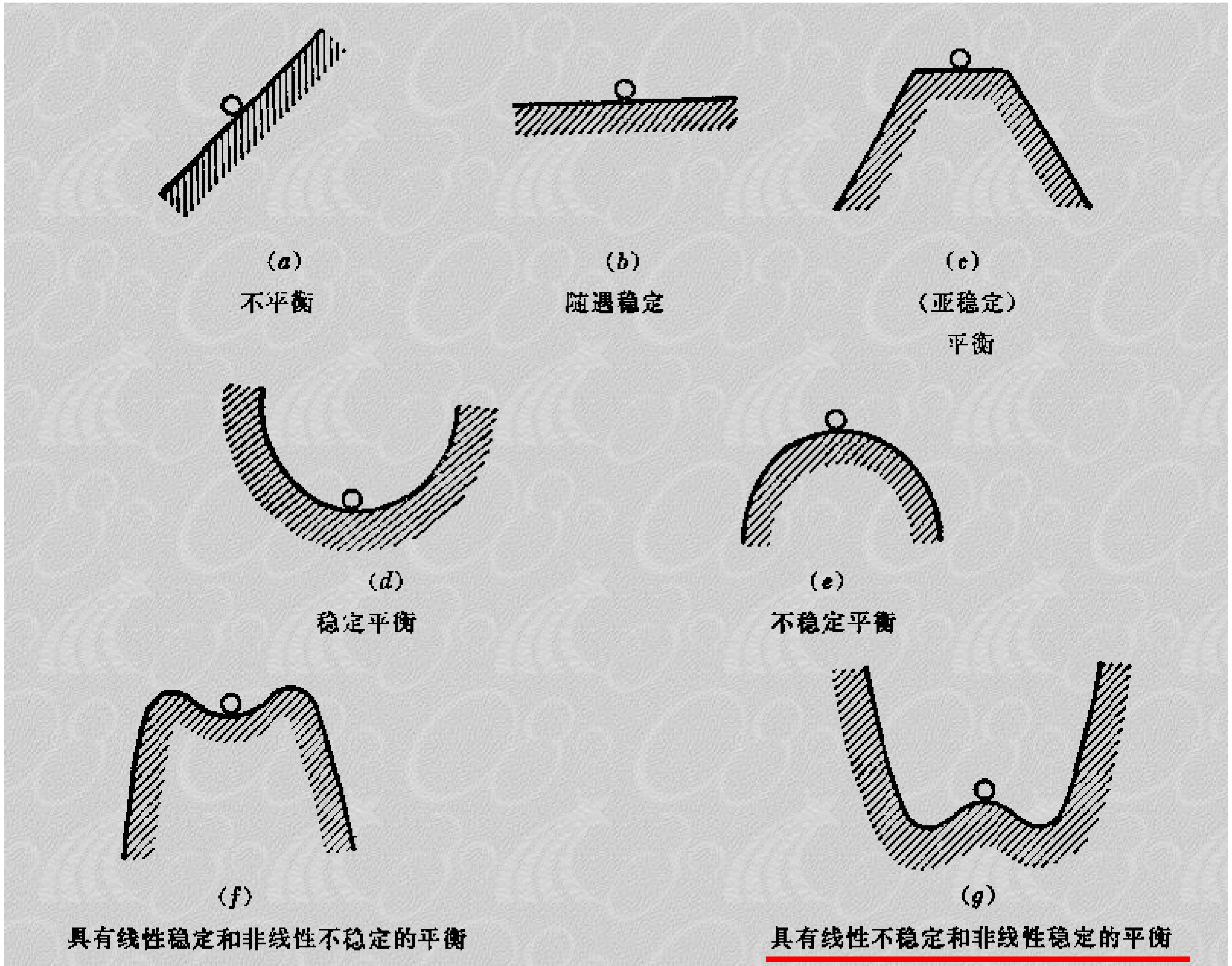
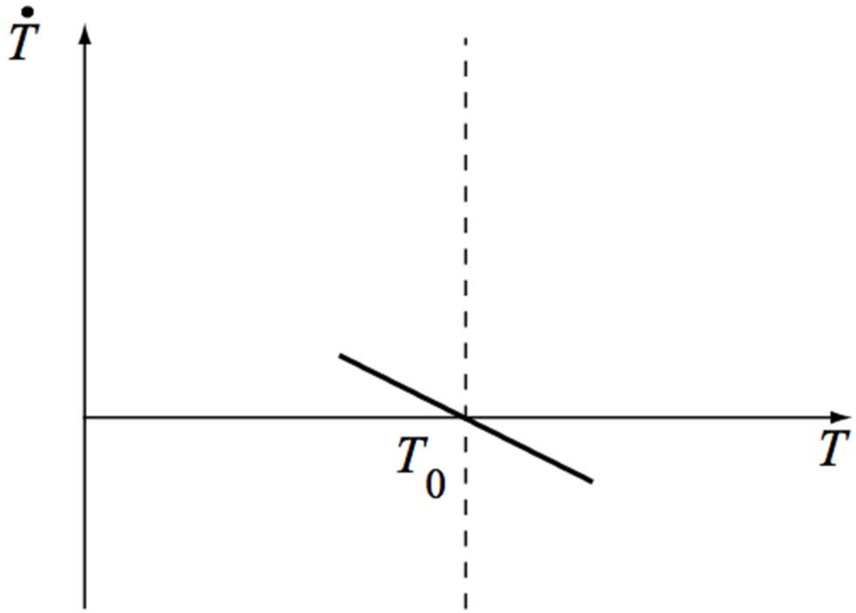


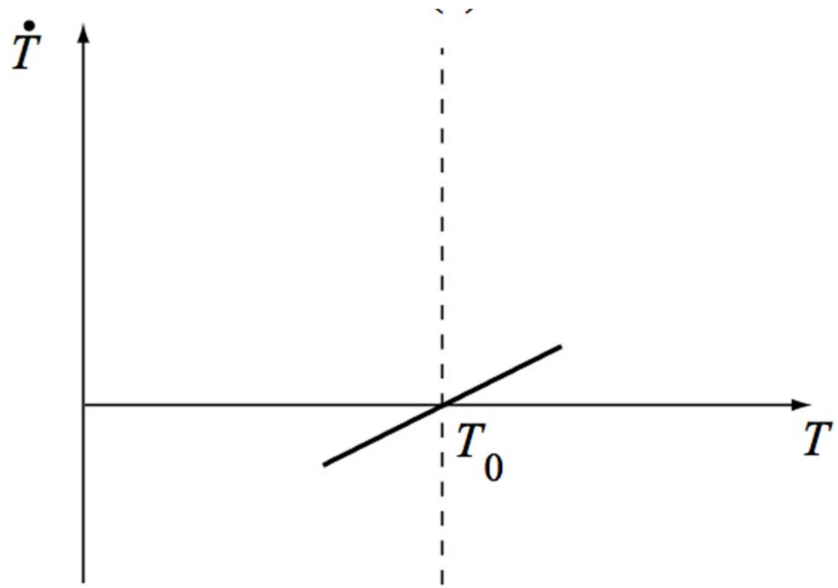
图 6-1　不同平衡类型的力学模拟.

热稳定性

热稳定性：对于一个功率平衡态，当体系经历一个小的随机温度涨落，等离子体动力学驱使系统回到其初始平衡态，则称该平衡态为热稳定的；否则就是热不稳定的。



(a)



(b)

单选题 1分

设置

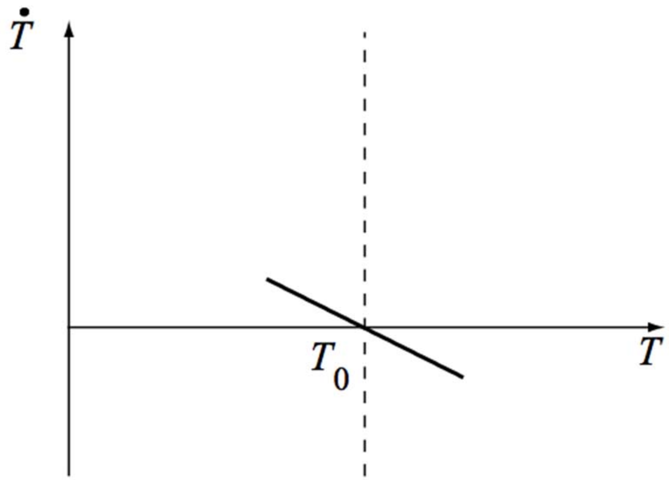
这两种状态哪种是热稳定的

A (a)

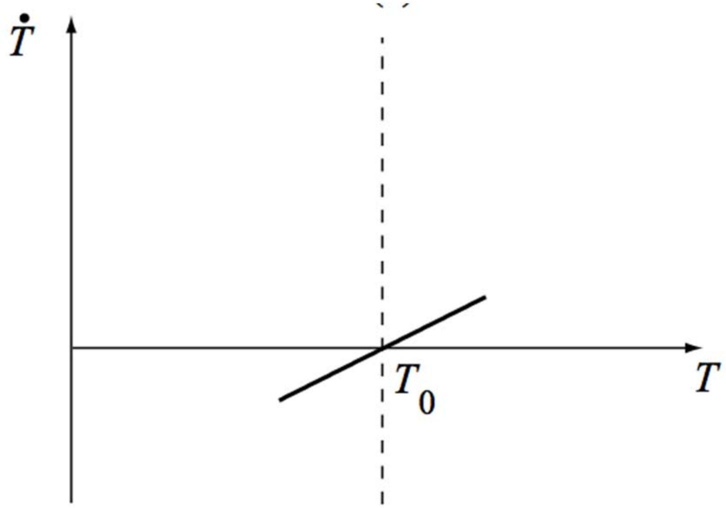
B (b)

C 均有可能不稳定

D 均有可能稳定



(a)



(b)

提交

时变系统中的功率平衡

$$\frac{\mathrm{d}W}{dt} = S_h - S_B - S_\kappa$$

现在考虑聚变堆点火后的自持燃烧状态

为简化问题

- 将韧致辐射项略去
- 假设密度保持不变，仅考虑温度扰动的情况

$$3n\frac{dT}{dt} = -\frac{3nT}{\tau_E(T)} + \frac{1}{4}n^2\langle\sigma v\rangle E_\alpha$$

功率平衡的热稳定性

$$3n\frac{dT}{dt}=-\frac{3nT}{\tau_E(T)}+\frac{1}{4}n^2\langle\sigma v\rangle E_\alpha$$

点火条件（功率平衡点）：

$$\frac{3nT}{\tau_E(T)}=\frac{1}{4}n^2\langle\sigma v\rangle E_\alpha$$

使 *T* 变动一小量，有

$$3n\frac{\mathrm{d}\Delta T}{\mathrm{d}t}=\left[-3n\left(\frac{1}{\tau_E}-\frac{T}{\tau_E^2}\frac{\mathrm{d}\tau_\mathrm{E}}{\mathrm{d}T}\right)+\frac{1}{4}n^2\frac{\mathrm{d}\langle\sigma v\rangle}{\mathrm{d}T}E_\alpha\right]\Delta T$$

利用平衡点关系，得

$$3n\frac{\mathrm{d}\Delta T}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{4}n^2\langle\sigma v\rangle\frac{E_\alpha}{T}\left[-1+\frac{T}{\tau_E}\frac{\mathrm{d}\tau_\mathrm{E}}{\mathrm{d}T}+\frac{T}{\langle\sigma v\rangle}\frac{\mathrm{d}\langle\sigma v\rangle}{\mathrm{d}T}\right]\Delta T$$

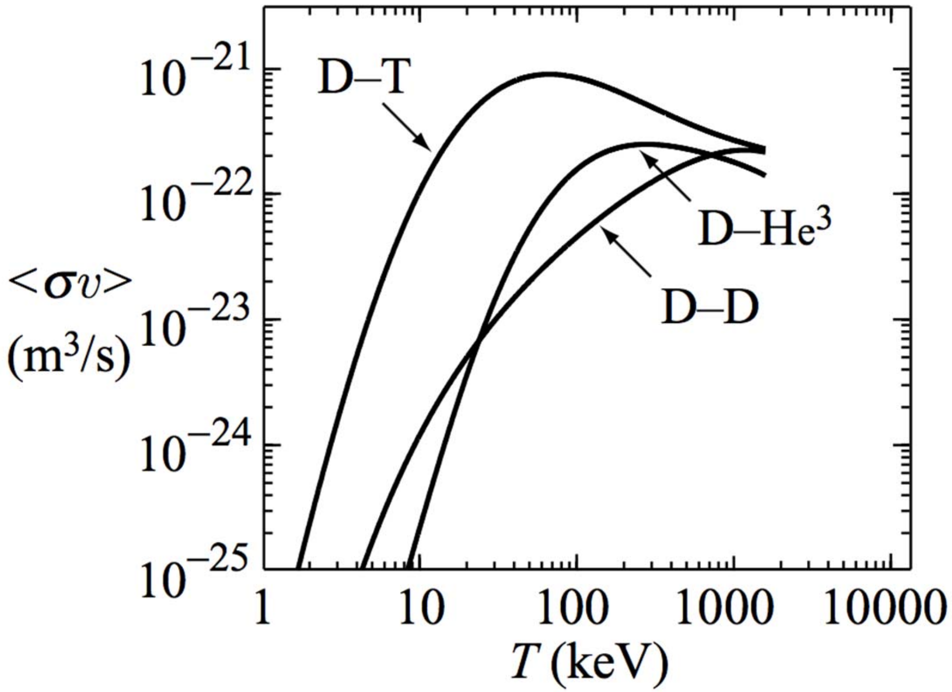
如果上式右边为正，温度将指数上升，因此，要稳定，必须方括弧内项为负，即

$$\frac{T}{\tau_E}\frac{\mathrm{d}\tau_\mathrm{E}}{\mathrm{d}T}<1-\frac{T}{\langle\sigma v\rangle}\frac{\mathrm{d}\langle\sigma v\rangle}{\mathrm{d}T}$$

- **如果** $\tau_E = const.$ $\quad \dfrac{T}{\langle \sigma v \rangle}\dfrac{\mathrm{d}\langle \sigma v \rangle}{\mathrm{d}T} < 1$

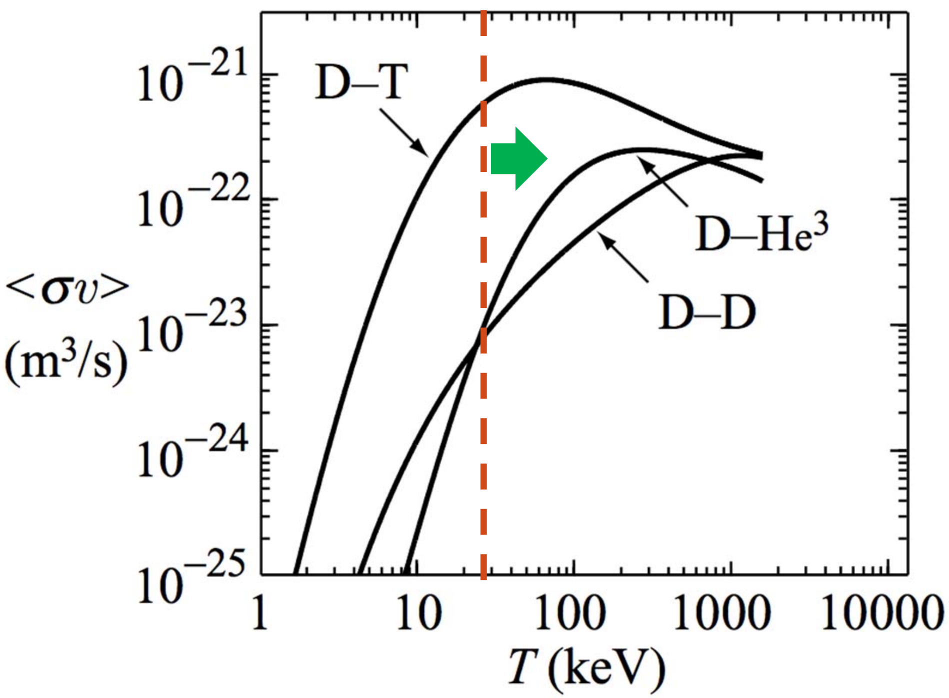
当温度处于 10—20 keV 时 不能满足！

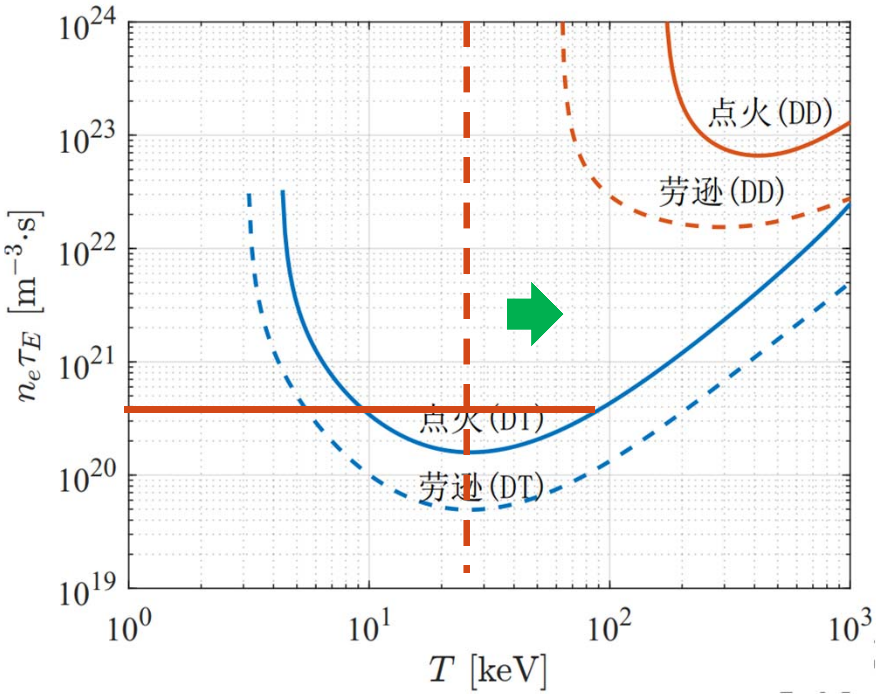
$$\langle \sigma v \rangle \approx 1.1\times 10^{-30} T^2 \quad [\mathrm{m^3 s^{-1}}], \quad T \quad \text{in eV}$$



- 如果 $\tau_E = const.$ $\dfrac{T}{\langle\sigma v\rangle}\dfrac{\mathrm{d}\langle\sigma v\rangle}{\mathrm{d}T}<1$

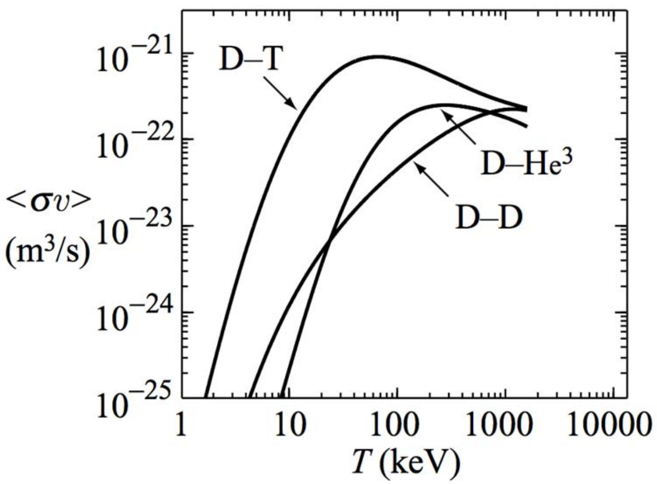
只有超过25keV才能满足上述条件

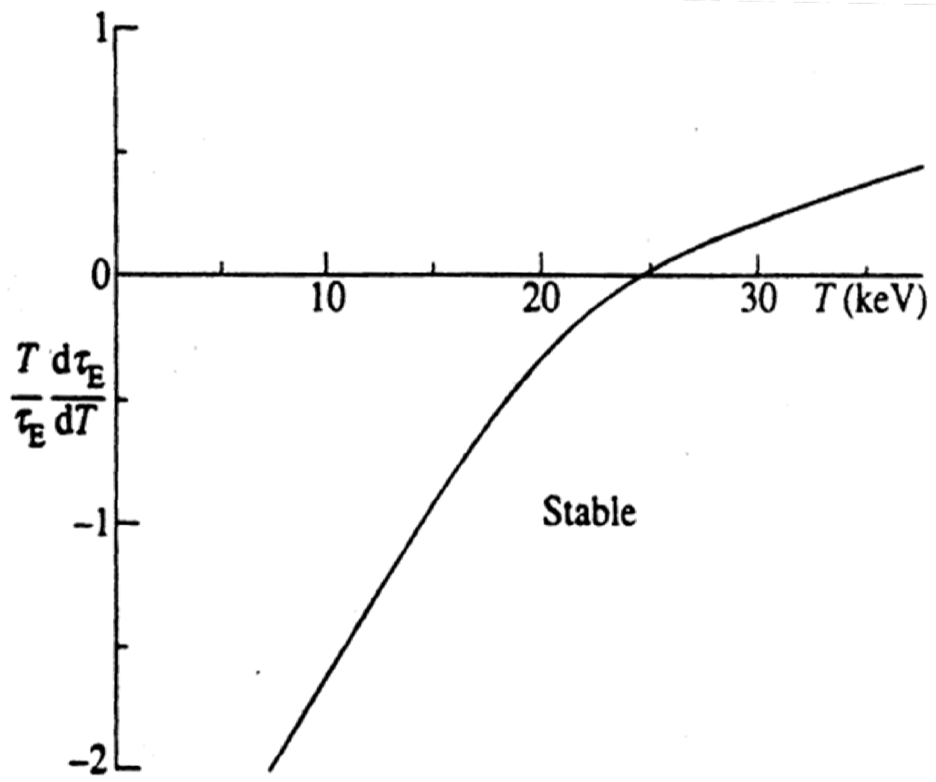




热稳定区

$$\frac{T}{\tau_E}\frac{d\tau_E}{dT} < 1 - \frac{T}{\langle \sigma v \rangle}\frac{d\langle \sigma v \rangle}{dT}$$





多选题 1分

设置

关于能量约束时间，下列说法正确的是

A 能量约束时间是无加热条件下内能降低的特征时间

B 能量约束时间是稳态条件下内能与加热功率的比值

C 能量约束时间通常等于放电时间

D 能量约束时间微观上取决于能量的热传导损失

提交

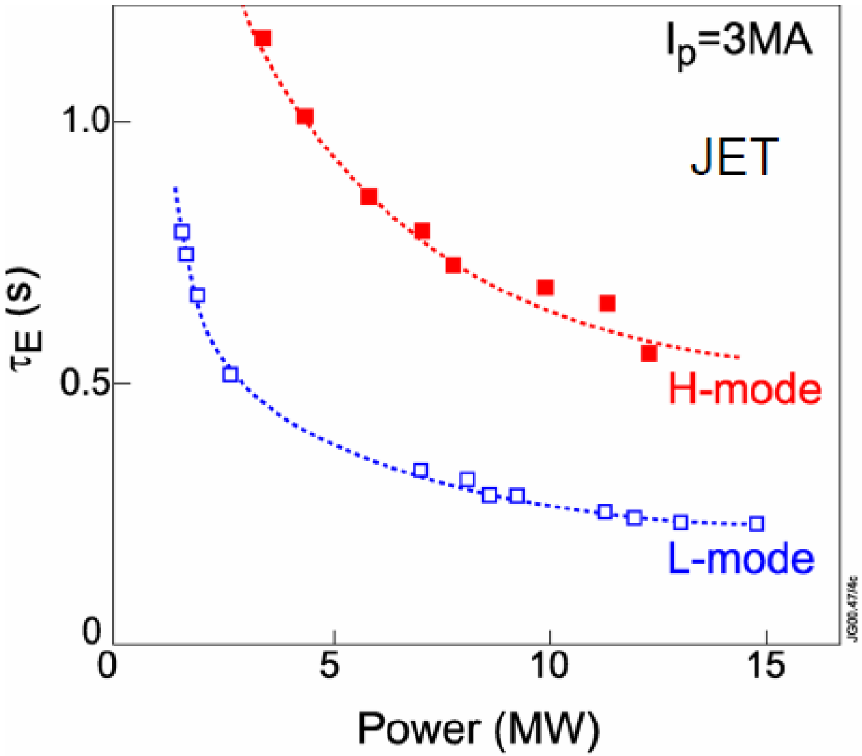
Tokamak中能量约束时间随温度的关系

$$\tau_L = 0.048 \frac{I_M^{0.85} R_0^{1.2} a^{0.3} \kappa^{0.5} \overline{n}_{20}^{0.1} B_0^{0.2} A^{0.5}}{P_M^{0.5}} \quad \text{s},$$

$$\tau_H = 0.145 \frac{I_M^{0.93} R_0^{1.39} a^{0.58} \kappa^{0.78} \overline{n}_{20}^{0.41} B_0^{0.15} A^{0.19}}{P_M^{0.69}} \quad \text{s}$$

$$\tau_L = 0.037 \frac{\varepsilon^{0.3}}{q_*^{1.7}} \frac{a^{1.7} \kappa^{1.7} B_0^{2.1} A}{\overline{n}_{20}^{0.8} \overline{T}_k} \quad \text{s},$$

$$\tau_H = 0.28 \frac{\varepsilon^{0.74}}{q_*^{3}} \frac{a^{2.67} \kappa^{3.29} B_0^{3.48} A^{0.61}}{\overline{n}_{20}^{0.91} \overline{T}_k^{2.23}} \quad \text{s}.$$

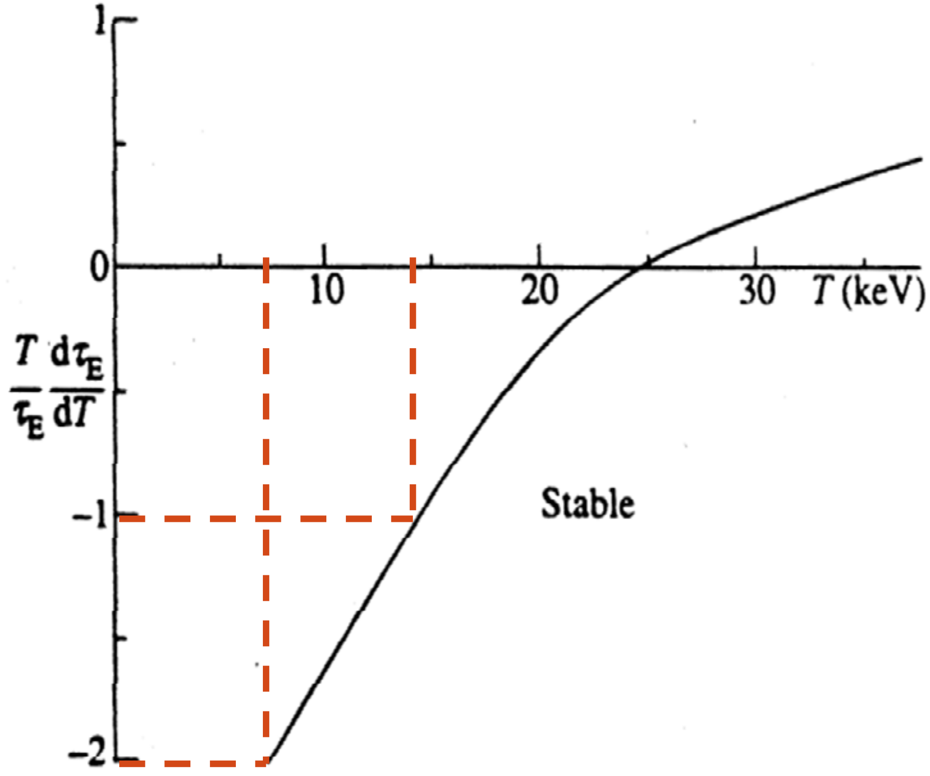


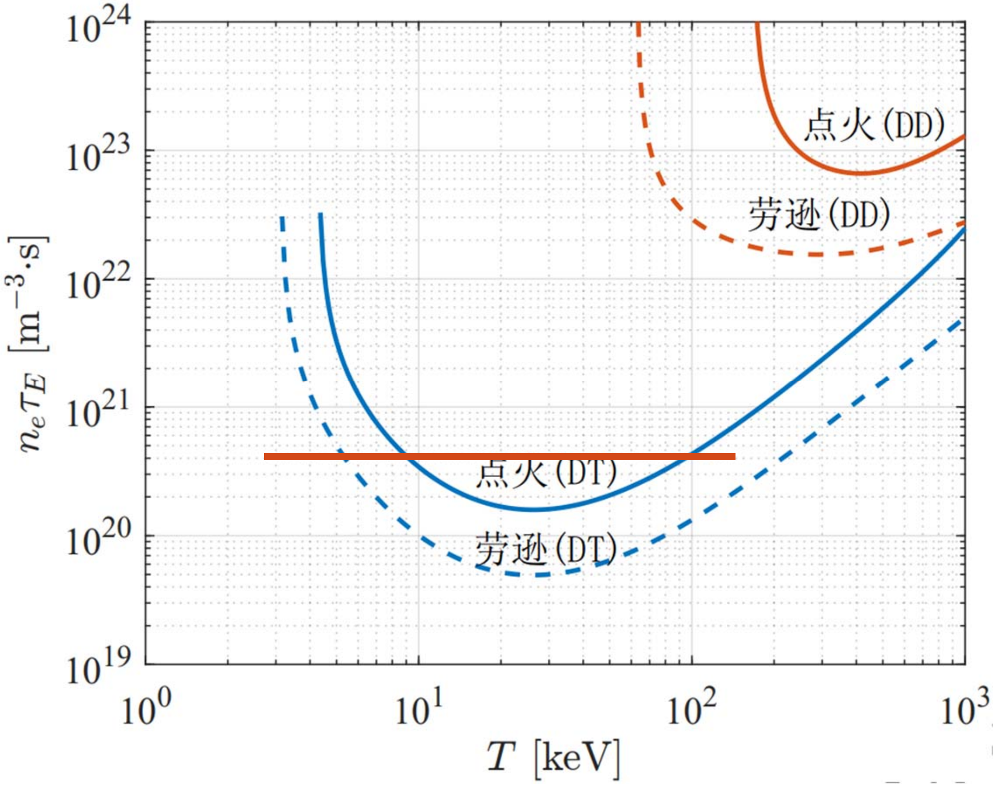
热稳定区

- 如果 $\tau_E \propto 1/T$ （接近L模情况），在 $T >$ 14 keV 时是热稳定的。
- 如果 $\tau_E \propto 1/T^2$ （接近H模情况），在 $T >$ 7 keV 时是热稳定的。

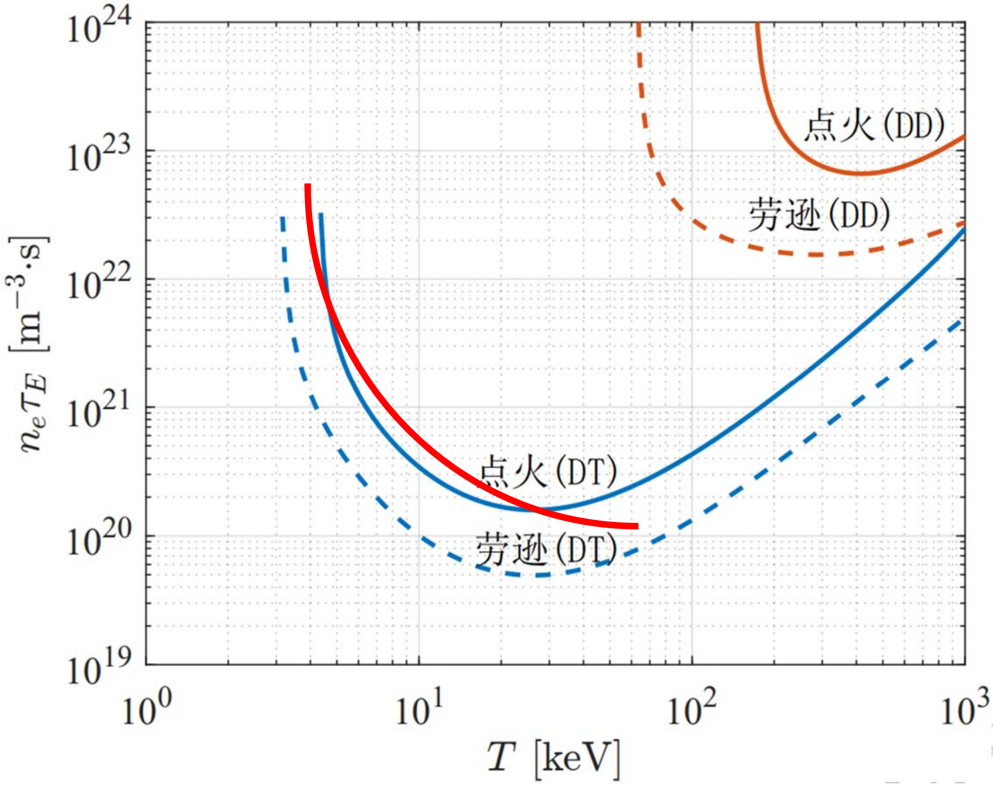
更坏温度依赖的约束会带来更大的稳定区

之前提到等离子体温度工作在10—20 keV，其功率平衡是满足热稳定条件的。



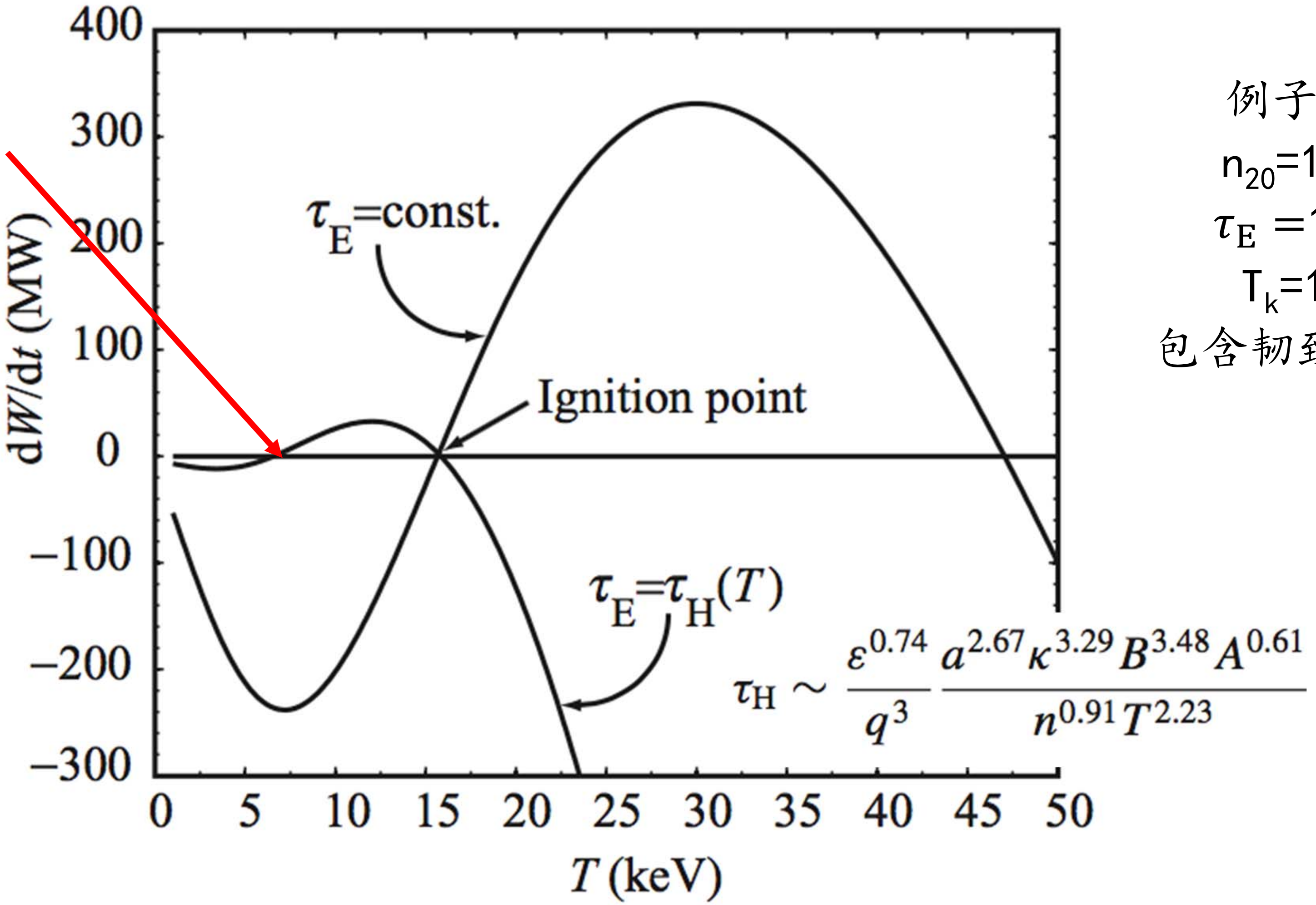


10^{24}
10^{23}
10^{22}
10^{21}
10^{20}
10^{19}
$n_e\tau_E$ [m^{-3}·s]
点火(DD)
劳逊(DD)
点火(DT)
劳逊(DT)
10^0
10^1
10^2
10^3
T [keV]



10^{24}
10^{23}
10^{22}
10^{21}
10^{20}
10^{19}
$n_e\tau_E$ [m^{-3}·s]
点火(DD)
劳逊(DD)
点火(DT)
劳逊(DT)
10^0
10^1
10^2
10^3
T [keV]

需要达到
的点火点



例子：

n_{20}=1. 1

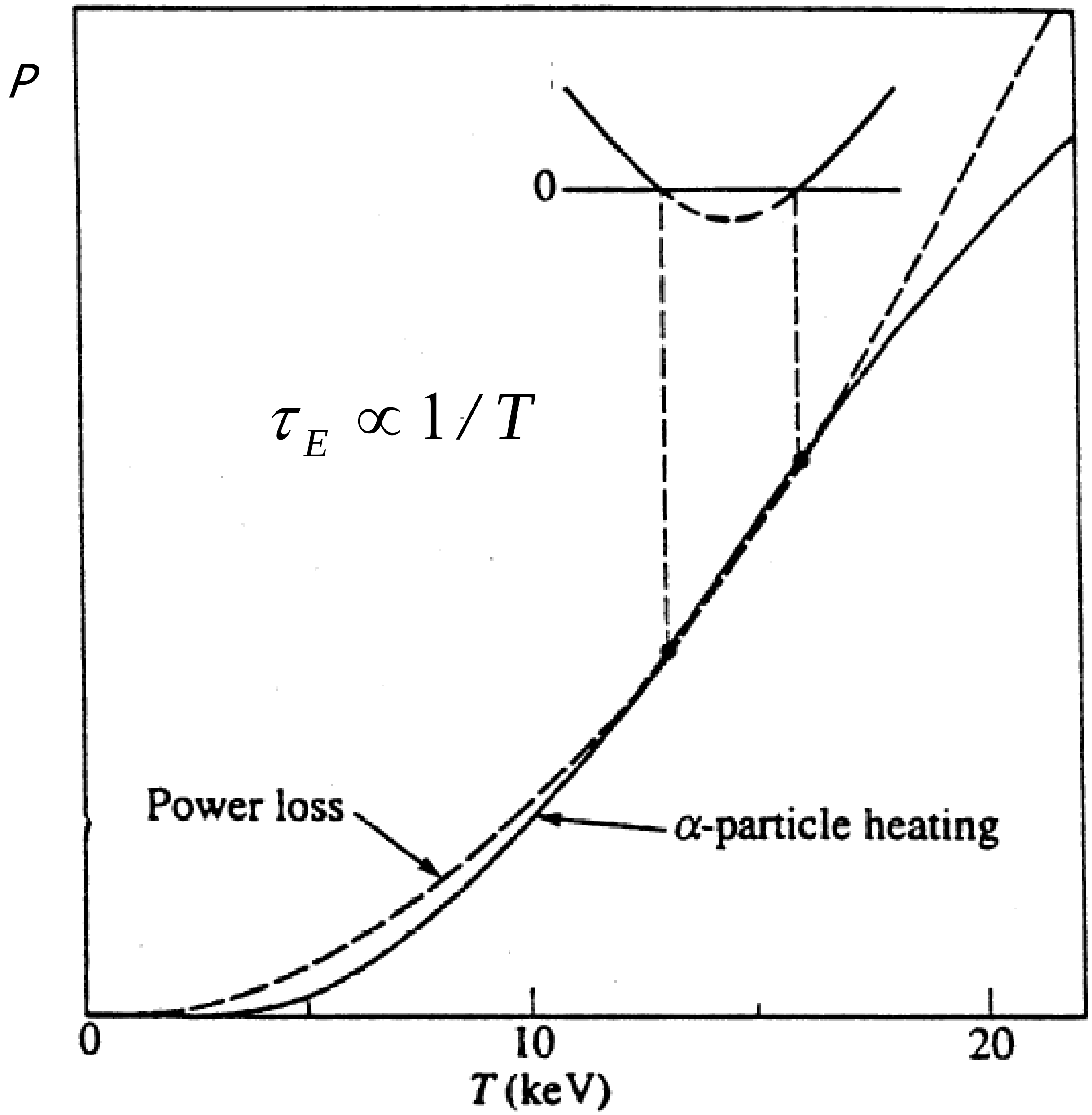
τ_E =1. 2

T_k=16

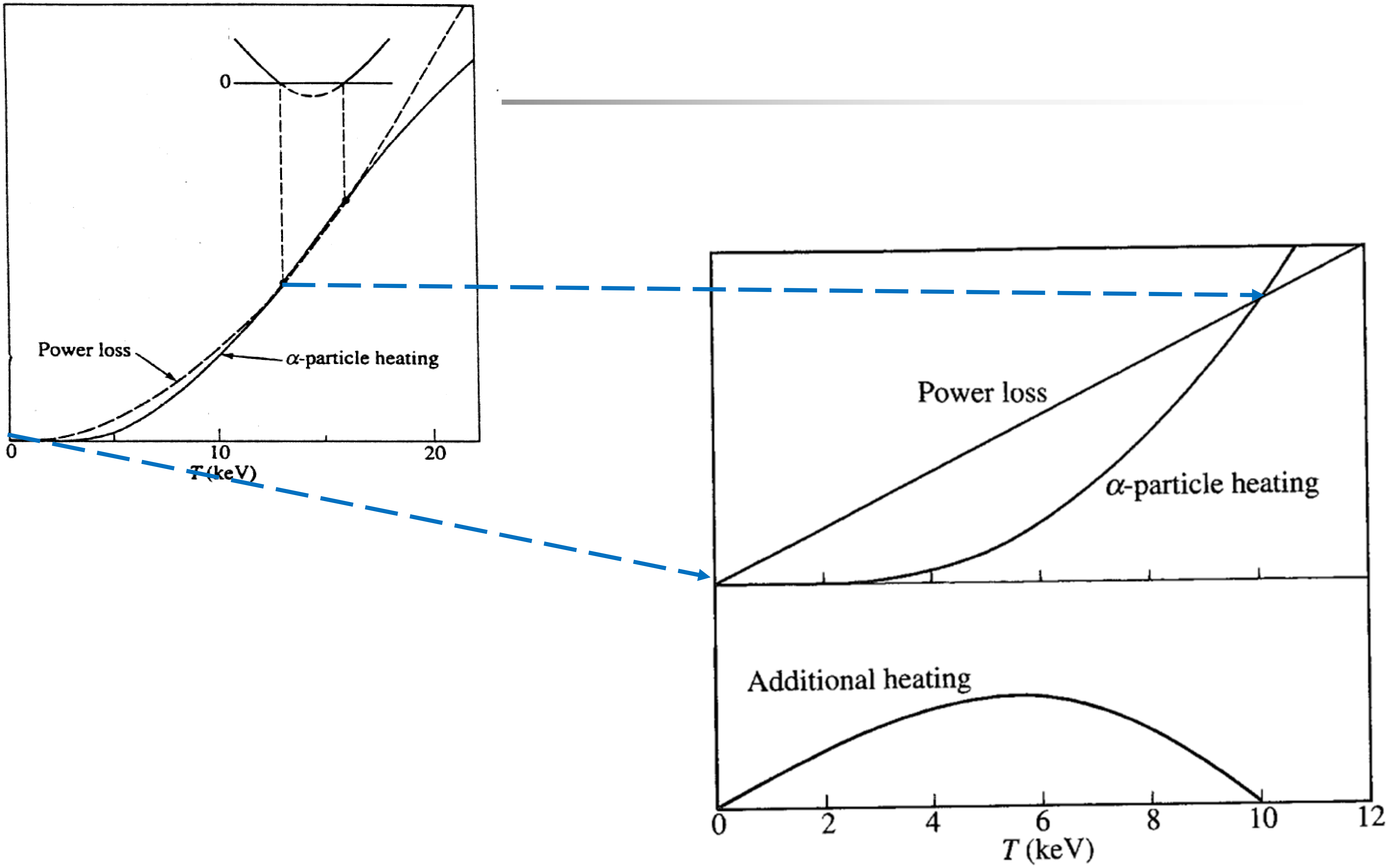
包含韧致辐射

稳定平衡点：内能对时间的变化率应该从正变负

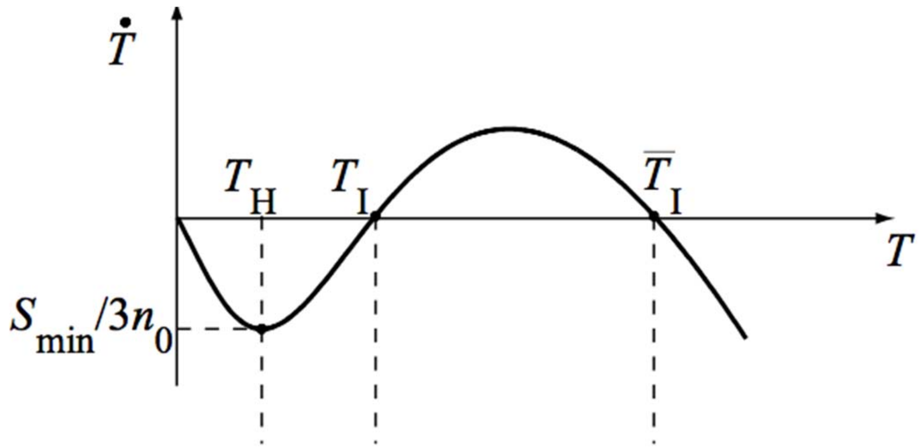
但是温度很低时候，内能对时间的变化率是负的（反应率随温度降低迅速下降）



P
0
$\tau_E \propto 1/T$
Power loss
α-particle heating
0
10
20
T (keV)


0
Power loss
α-particle heating
0
10
20
T (keV)
Power loss
α-particle heating
Additional heating
0
2
4
6
8
10
12
T (keV)

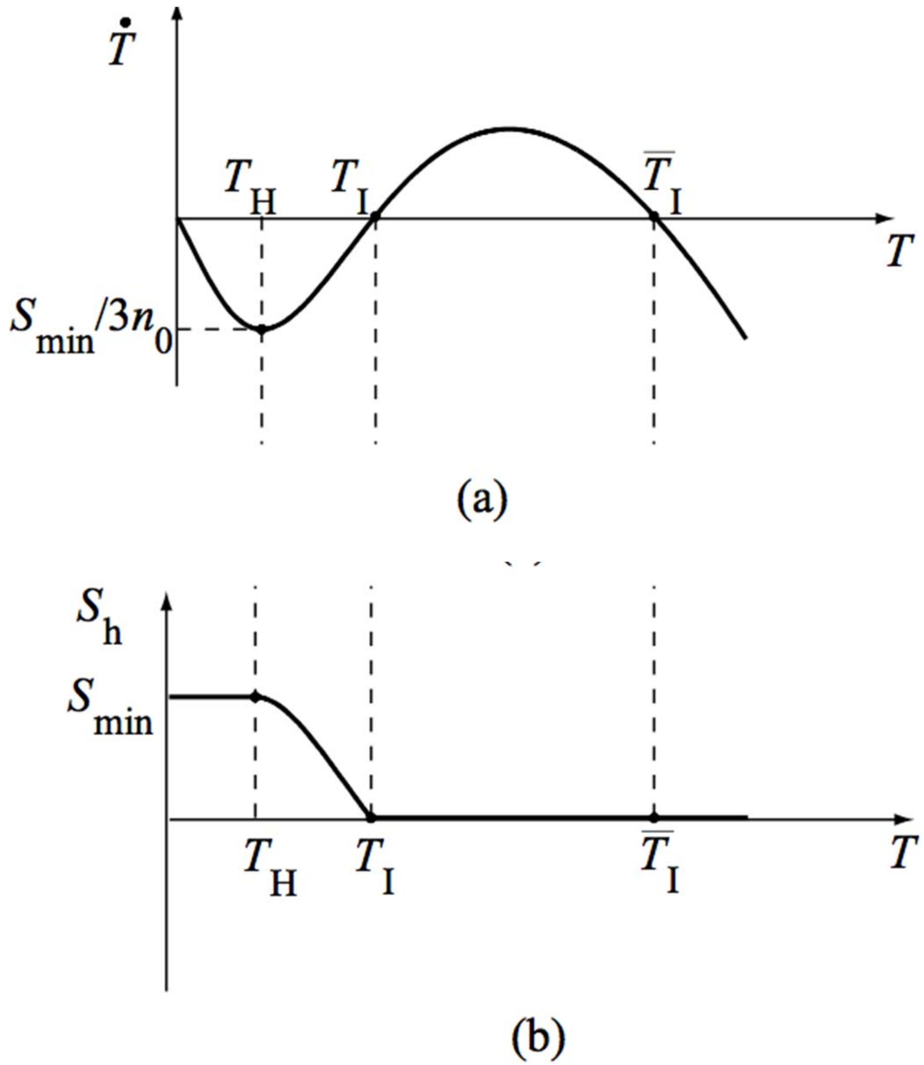
最小的外部功率



(a)

$$3n\frac{\mathrm{d}T}{dt} = S_h - S_B - S_\kappa$$

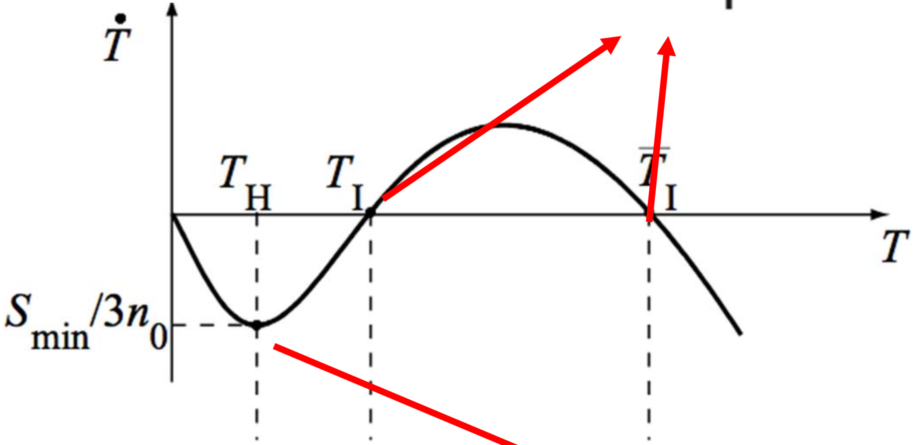
最小的外部功率



$$3n\frac{\mathrm{d}T}{dt} = S_h - S_B - S_\kappa$$

最小的外部功率

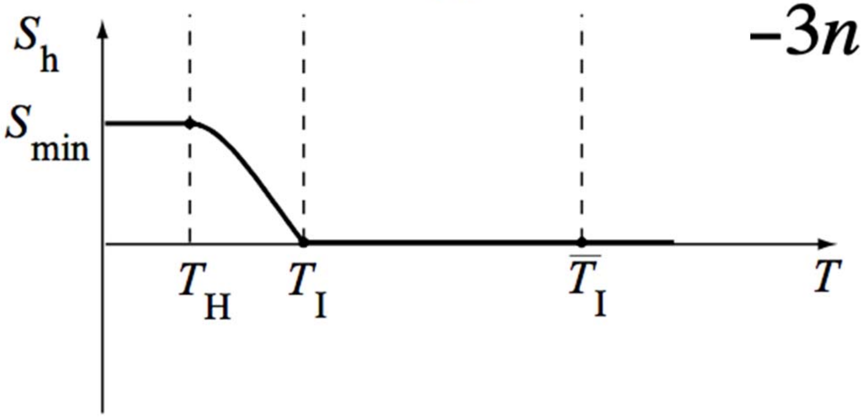
$$\frac{1}{4}E_\alpha n_0^2\langle\sigma v\rangle_{\mathrm{I}} = 3\frac{n_0 T_{\mathrm{I}}}{\tau_{\mathrm{E}}}$$



(a)

$$\boxed{3n_0\dot{T} = \frac{1}{4}E_\alpha n_0^2\langle\sigma v\rangle - 3\frac{n_0 T}{\tau_{\mathrm{E}}} + S_h}$$

$$-3n\left(\frac{1}{\tau_E}-\frac{T}{\tau_E^2}\frac{\mathrm{d}\tau_{\mathrm{E}}}{\mathrm{d}T}\right)+\frac{1}{4}n^2\frac{\mathrm{d}\langle\sigma v\rangle}{\mathrm{d}T}E_\alpha=0$$



(b)

$$\boxed{S_{\min} = 3\frac{n_0 T_{\mathrm{H}}}{\tau_{\mathrm{E}}} - \frac{1}{4}E_\alpha n_0^2\langle\sigma v\rangle_{\mathrm{H}}}$$

这里只考虑加热功率，没有考虑维持约束所需的功率

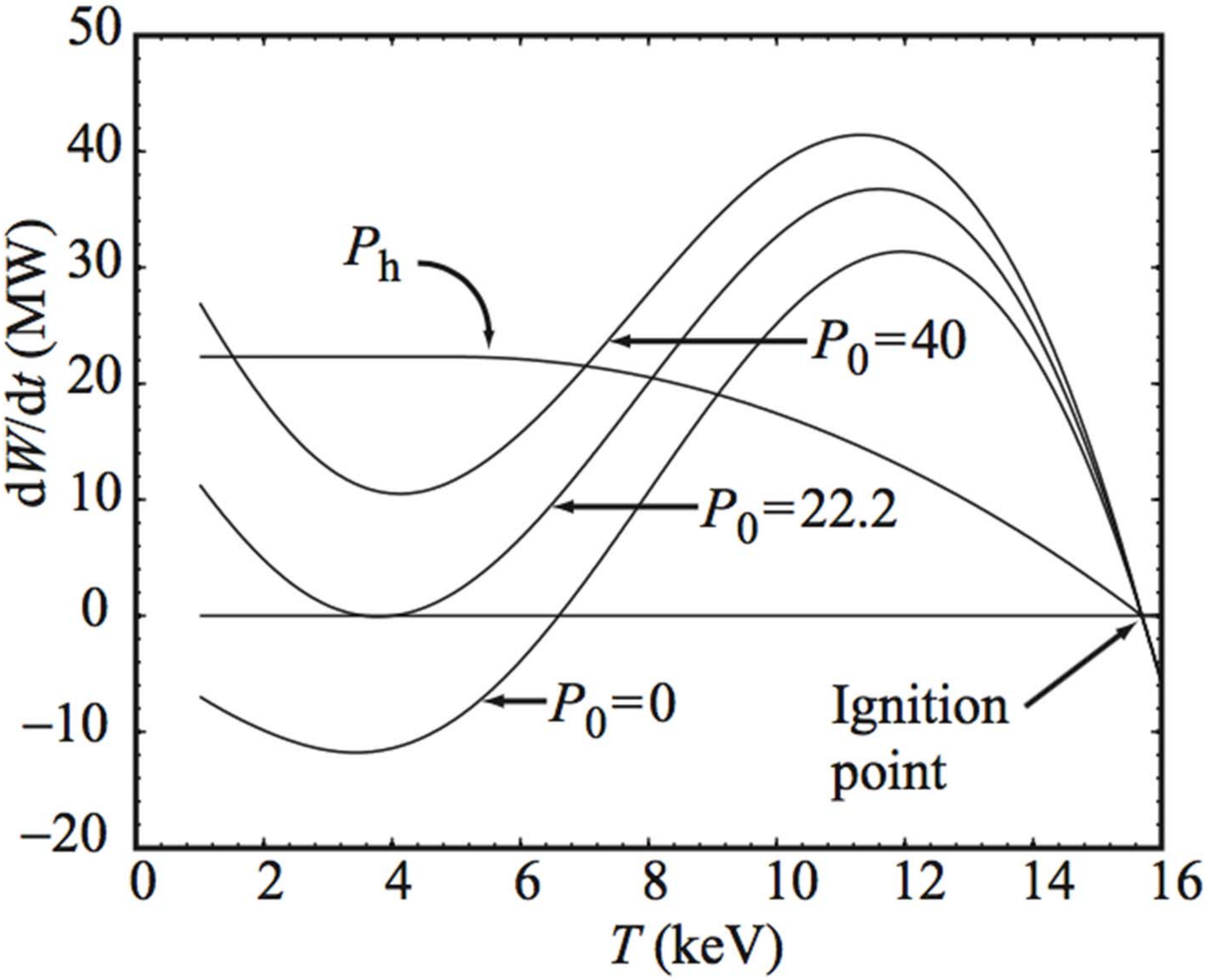
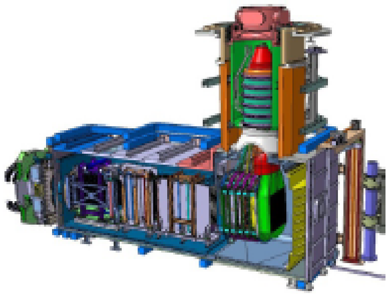
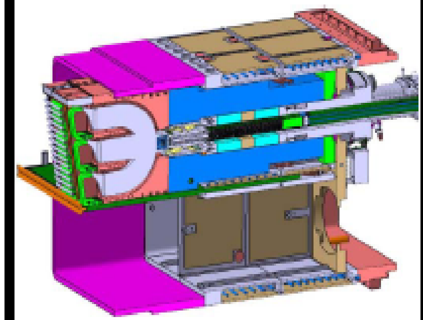
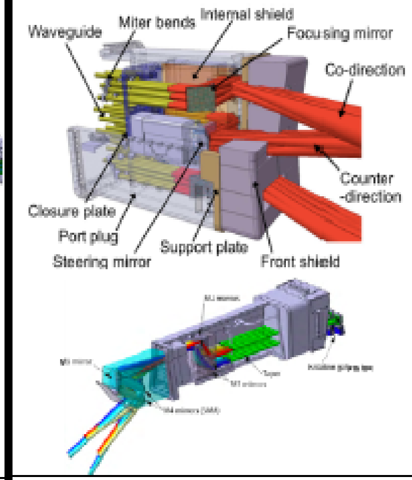
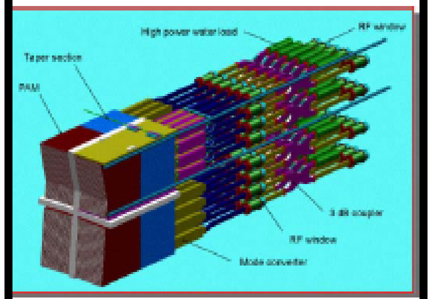


Figure 14.26 dW/dt vs. T for various P_0 assuming $\tau_E = \tau_E(T)$. Also shown is the curve of P_h vs. T for $P_0 = 22.2$ MW.

ITER Heating & Current Drive Systems

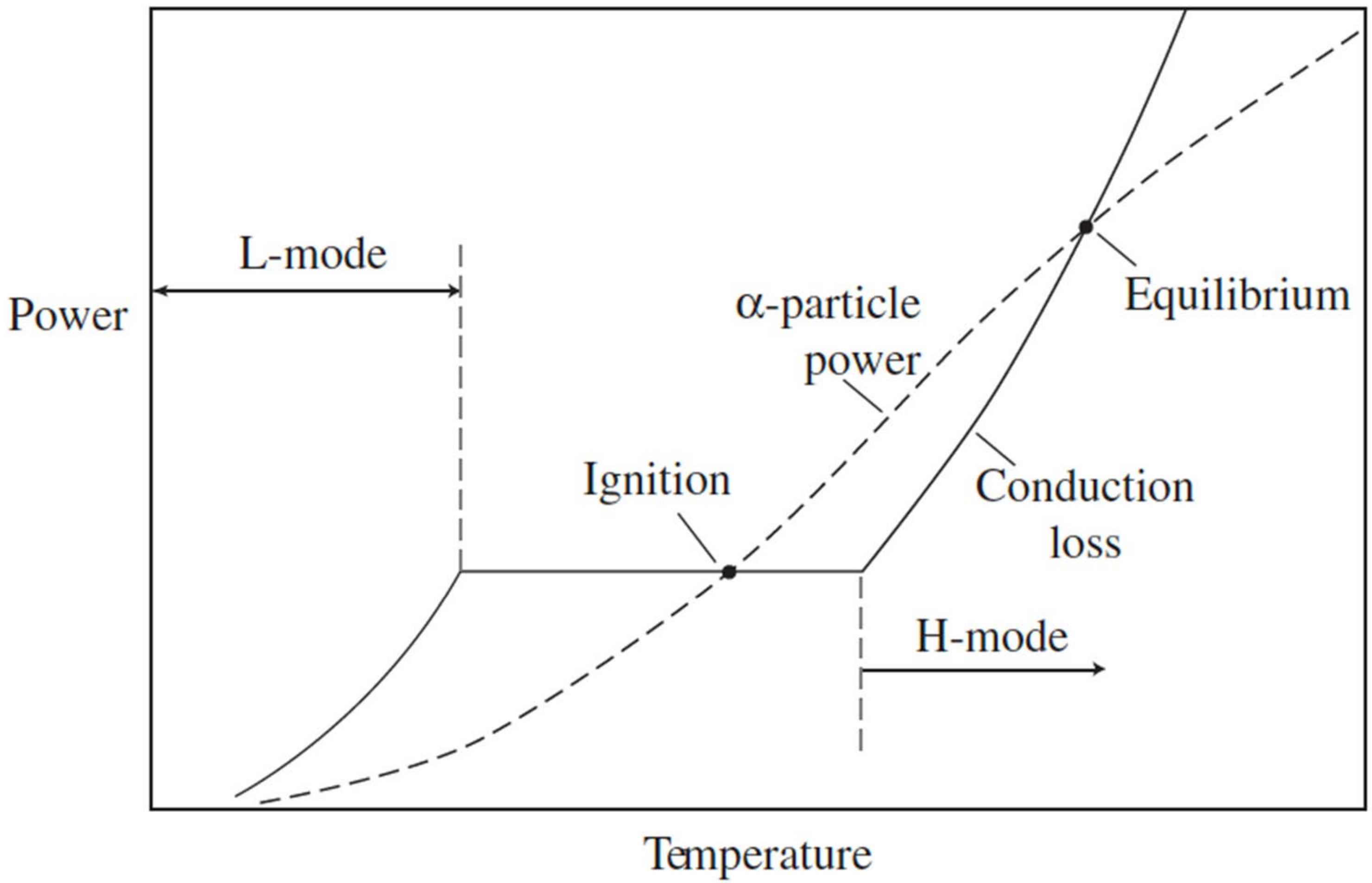
NB	IC	EC	LH
Neutral Beam - 1 MeV	Ion Cyclotron 40-55MHz	Electron Cyclotron 170GHz	Lower Hybrid ~5 GHz
			
33MW* +16.5MW#	20MW* +20MW#	20MW* +20MW#	0MW* +40MW#
Bulk current drive limited modulation	Sawtooth control modulation < 1 kHz	NTM/sawtooth control modulation up to 5 kHz	Off-axis bulk current drive

*Baseline Power
#Possible Upgrade

P_{aux} for Q=10 nominal scenario: 50MW

130 MW (max installed)
(110 MW simultaneous)

更真实的情况-约束模式的转换



作业（网络学堂）

- 利用课件中给出的公式，在类似反应堆的条件下$\boldsymbol{B_0=6}$特斯拉，密度$\overline{\boldsymbol{n_{20}}}=\mathbf{1.5}$，大半径R=6米，小半径a=2米，$\boldsymbol{\varepsilon}=\mathrm{a/R}=\mathbf{1/3}$，拉长比 $\boldsymbol{\kappa}=\mathbf{1.7}$，质量数A=2.5，归一化安全因子$\boldsymbol{q}^{*}=\mathbf{1.7}$ 下，分别画出L模和H模约束下alpha粒子加热功率、韧致辐射及热传导功率损失随温度的变化曲线。

$$\tau_{\mathrm{L}}=0.037\frac{\varepsilon^{0.3}}{q_*^{1.7}}\frac{a^{1.7}\kappa^{1.7}B_0^{2.1}A}{\overline{n}_{20}^{0.8}\,\overline{T}_k}\quad \mathrm{s},$$

$$\tau_{\mathrm{H}}=0.28\frac{\varepsilon^{0.74}}{q_*^{3}}\frac{a^{2.67}\kappa^{3.29}B_0^{3.48}A^{0.61}}{\overline{n}_{20}^{0.91}\,\overline{T}_k^{2.23}}\quad \mathrm{s}.$$

注意：$\overline{n_{20}}$ 单位为$10^{20}\mathrm{m}^{-3}$，$\overline{T_k}$单位为keV

总结：聚变反应堆等离子体必须满足的条件

- 加热水平

  $T > 10$ keV　　用于克服库伦静电力

- 约束水平

  $n\tau_E > 10^{20}\ m^{-3}s$　　“劳逊判据”、“点火条件”

  $n\tau_E T > 10^{21}\ m^{-3}s\ keV$　　“三重积”

- 需要外部加热功率（+维持约束功率）

因此，聚变研究的第一步是高温等离子体物理研究

- **高温等离子体物理研究：**如何达到聚变能源要求的足够大量的反应发生（加热、约束）
- **聚变工程研究：**如何从足够大量的聚变反应中获得能源，及如何保障整个过程（燃料、设备等等）