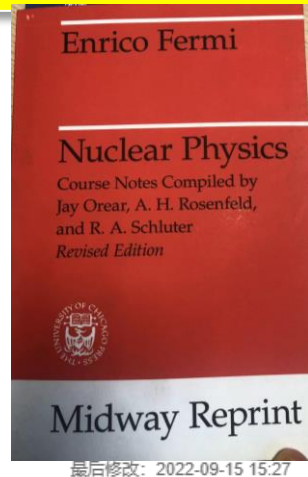


➤上节回顾:

- 核素三要素<sup>质子数, 中子数, 能态</sup>
- 讨论核物理通常用的是原子的质量
- 核力半径≈电荷半径,  $V \propto A \rightarrow$  原子核不可压缩
- $\beta$ 稳定曲线不是一条直线,  $N/Z$  ( $1 \rightarrow 1.6$ )
- 质量过剩, 质量亏损 $\longleftrightarrow$ 结合能, 平均结合能, 最后核子结合能

Isotope charts generally use the physical scale. The masses listed are not for nuclei, but for neutral atoms. To get the nuclear mass, subtract  $Z \times m_e$ , the mass of the  $Z$  atomic electrons (whose binding energy can be neglected - see top footnote, p. 3).



第一章习题发布在了学堂, 请pdf文件在学堂提交

序号 ▾	作业题目	已批/已交/未交	发布对象	完成方式	生效日期 ▾	截止日期 (GMT+8) ▾
1	第一章习题	0/1/83	全体学生-全体	个人	2022-09-19 14:25	2022-10-03 23:59

➤本节提要:

- 液滴模型 (liquid-drop model) 与结合能的半经验公式
- 核力的特性 (展示要点, 不展开讨论), 势垒
- 核的自旋与矩: 电流分布 $\rightarrow$ 磁矩, 电荷分布 $\rightarrow$ 电矩 (单, 偶 $\equiv 0$ , 四)

1.主观题 (5分)

课堂回顾:  
质量过剩描述的是原子质量, 而非核的质量, 简述原因?  
L2P20 (即Lecture2的Page20, 以后同), 在红色虚线箭头所指处, 发生了什么?  
如果原子核的半径由 $R_1$ 增大为 $R_2$ , 已知 $R_2=3R_1$ , 若知道前者的核子数为 $A_1$ , 则后者的核子数 $A_2$ 估计为多少?  
一般来说, 要从一个原子核里取出一个核子 (质子或中子), 大约需要多少能量?  
参L2P43, 递次加入原子核的各核子, 其结合能的变化关系将是平滑的吗?

课程文件

电子教案							阅读材料			
序号 ▾	标题	简要说明	发布时间 ▾	下载数	类型	大小				
3	Lecture2——2022年...	这是2022年9月15日...	2022-09-15 14:38	127	pdf	3.9M				
2	Lecture1——2022年...	这是2022年9月13日...	2022-09-13 16:12	155	pdf	5.6M				
1	Lecture1——2022年...	这是2022年9月13日...	2022-09-13 16:11	156	pptx	28.2M				
0	课程介绍2022	这是课程介绍, 供大...	2022-09-17 12:05	20	pptx	46.8M				

➤对于任何一个原子核，在由自由核子（中子、质子）结合成它的过程中都会有结合能，其大小就是质量亏损 $\times c^2$ 。

？比结合能反映了原子核的稳定性

➤核衰变：比结合能较小的核有可能衰变为比结合能较大的核。

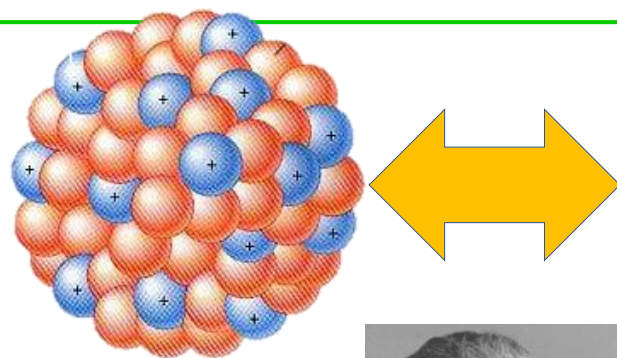
➤核反应：由比结合能小的核构成比结合能大的核时，会放出能量，反之，就需要吸收能量。

➤虽然比结合能是平均到每个核子身上的结合能，但是核内各核子感受到的结合能并不均等。

- 一. 能量和质量的一般关系
- 二. 质量亏损
- 三. 原子核的结合能，比结合能
- 四. 原子核最后一个核子的结合能

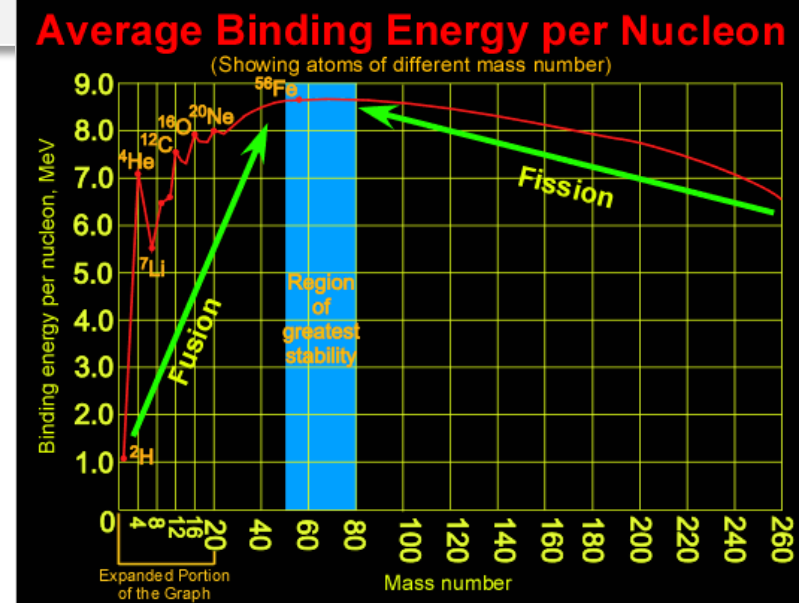
## 五. 液滴模型，原子核结合能的半经验规律

In 1929 he proposed the **Liquid-drop model** of the nucleus.



first formulated in 1935 by German physicist Carl Friedrich von Weizsäcker

清华大学·核辐射物理及探测学·2022秋·杨@6A211·yangyigang@mail.tsinghua.edu.cn·P.3



Bohr received the Nobel Prize in 1922. His last important work came in 1939, when he used an analogy between a large nucleus and a **liquid drop** to explain why nuclear fission, which had just been discovered, occurs in certain nuclei but not in others.





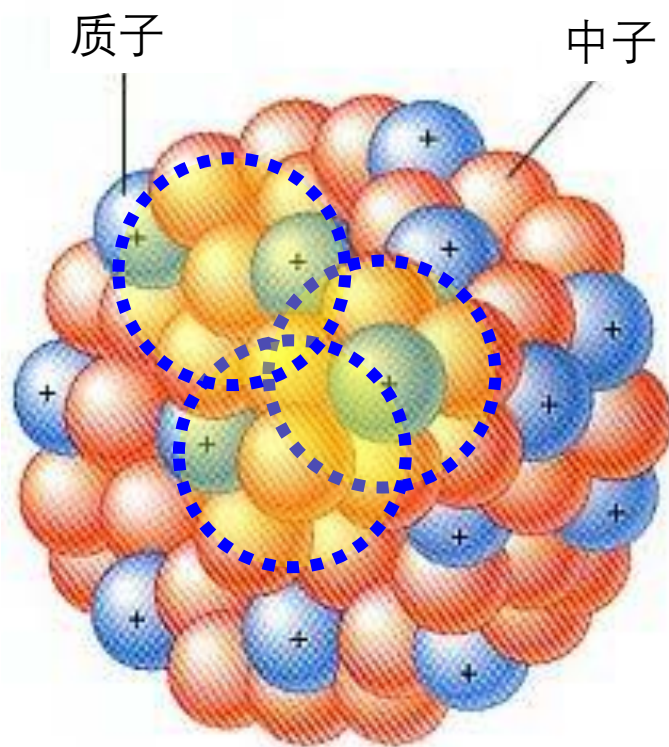
## 类比：

- ✓ 原子核的**比结合能**几乎是**常数**，表明**核力**具有**饱和性**
  - 与液体中分子间力的饱和性相似
- ✓ 原子核的物质**密度**几乎是**常数**，表明**原子核不可压缩**
  - 与液体的不可压缩性相似
- ? **修正：**核中质子带正电，故应将原子核当作**带正电**的液滴
- 因此，早期的液滴模型考虑了三项能量：  
(1) **体积能** (2) **表面能** (3) **库仑能**





- 核力是**短程力** ( $\sim 3\text{fm}$ )，每个核子只能与附近**有限的核子**发生核力作用，**核力所做功**大小为  $a_v$  (这个参数是多少，需要实验来测量)；
- 全部核子通过核力所做功之和为**体积能**  $B_v$ ，它正比于核子数  $A$ 。



$$B_v = a_v \cdot A$$

**体积能**是原子核结合能的**主要构成项**。

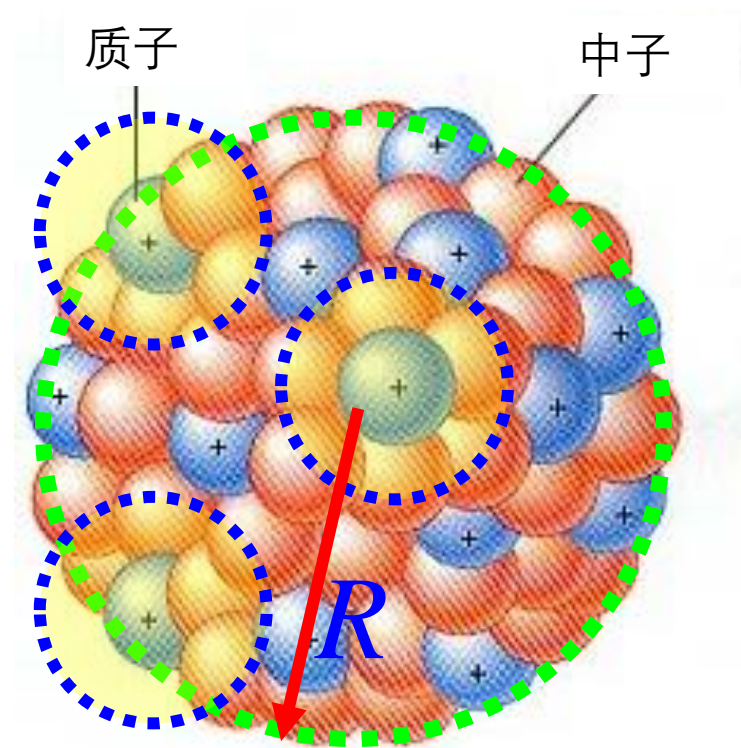
- 处于**表面**的**核子**比处于核内部的核子受到的**核力作用**要**弱**；
- 需要从**体积能**中扣除**表面能**；
- **表面能**与原子核的**表面积** $S$ 成**正比**。

$$S = 4\pi R^2 \xrightarrow[r_0=1.2\text{ fm}]{R=r_0 A^{1/3}} 4\pi r_0^2 A^{2/3}$$

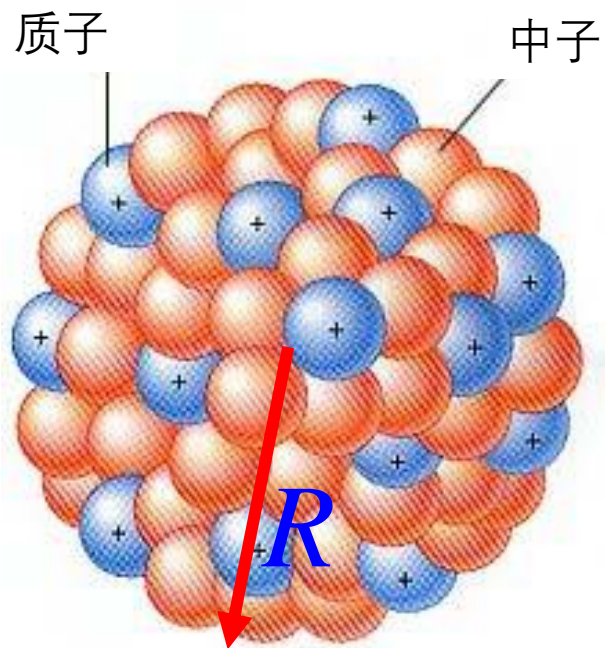
↳  $S \propto A^{2/3}$

表面能为：

$$B_s = -a_s \cdot A^{2/3}$$



- 核内质子间的**库仑排斥作用**，使结合能变小，导致核不稳定；
- 库仑力是**长程力**，每个质子都会与其它 **$Z-1$** 个质子发生库仑排斥；
- $Z$** 个质子均如此，则**库仑能**将**正比于 $Z(Z-1)$** 。

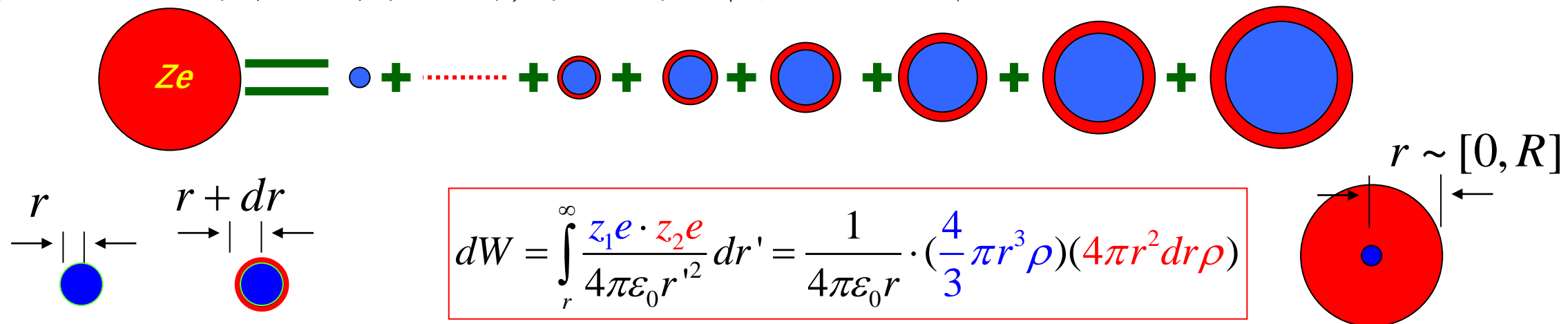


库仑能为：

$$B_c = \frac{-3e^2}{20\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z(Z-1)}{R}$$
$$\approx -a_c \cdot Z^2 A^{-1/3}$$

核的电荷密度为： $\rho = Ze / \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right)$

考虑电荷 $Ze$ 从无穷远处移来组成原子核电荷, 移动电荷 $Ze$ 所需的总功就是库仑能:

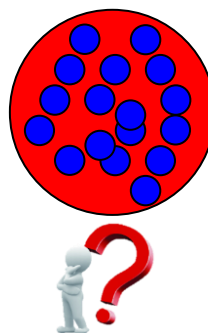


$$W = \int_0^R dW = \int_0^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \cdot \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho\right) (4\pi r^2 dr \rho) = \frac{4\pi \cdot \rho^2 \cdot R^5}{15\epsilon_0} = \frac{\rho = Ze / \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{\rightarrow} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(Ze)^2}{R}$$

这是~~过~~考虑?  
还是~~欠~~考虑?

注: 勿被此图误导, 质子不可分辨

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(1e)^2}{r_0}$$



$$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(1e)^2}{R}$$

$$\times Z = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{R}$$

$$B_c = -a_c Z^2 A^{-1/3}$$

$$B_c = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3}{5} Z(Z-1) \frac{e^2}{R}$$

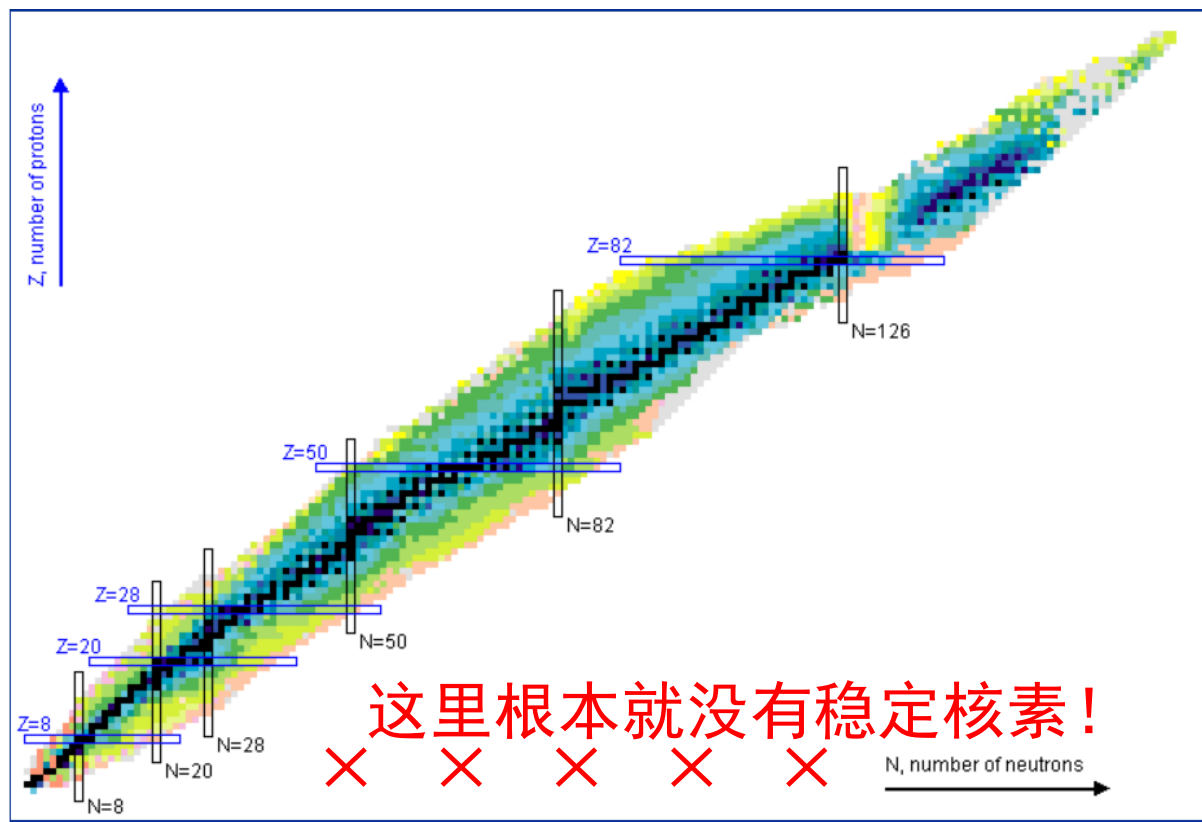


由这三项能量，可得结合能的公式：

$$B = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z^2 A^{-1/3}$$

推论：

A一定时，Z=0，核最稳定？



✗ 与实际情况不符!

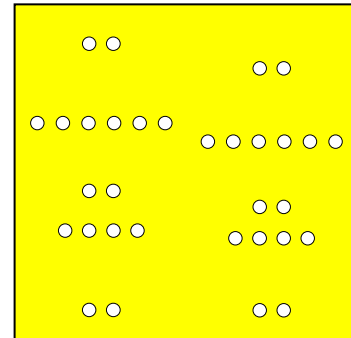
➤ 这个模型肯定是不完备的!

? 哪里需要被修正呢?

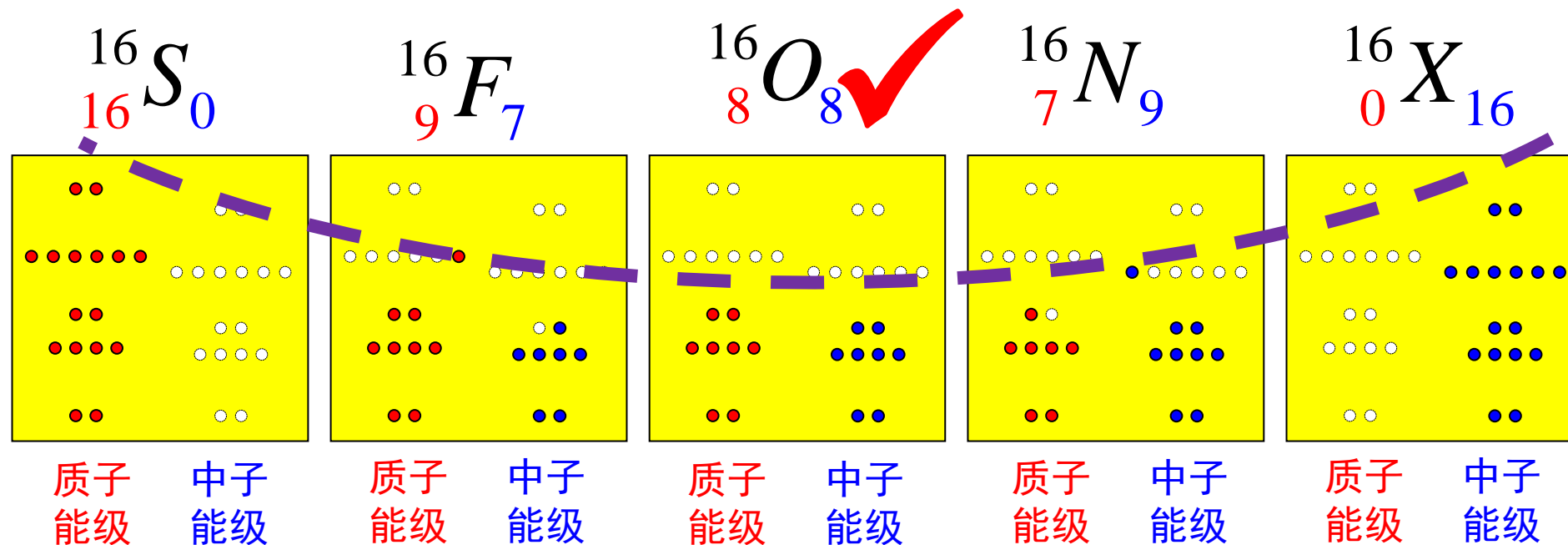
- 费米子不能分享同一个量子态→必然会出现能级结构！

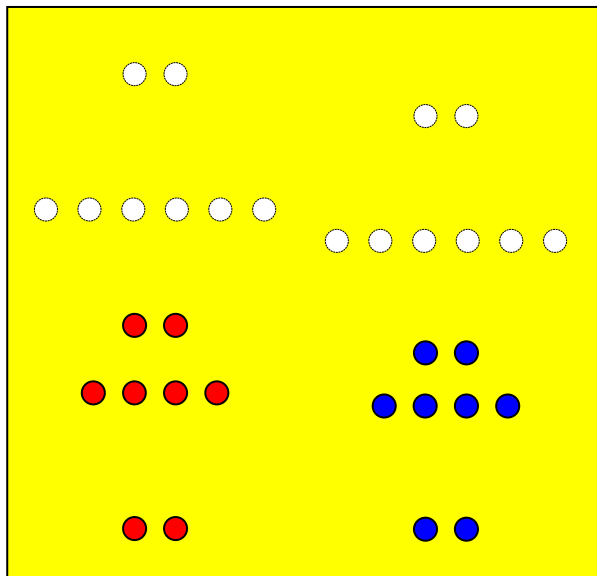
核子能量 ↑

一个原子核内核子可能的排布方式

质子  
能级中子  
能级

举例：若 $A=16$ ，下面哪个核素最稳定（能量状态最低）？



④ 对称能  $B_{sym}$ ⑤ 对能  $B_p$ 

- 稳定轻核内的中子和质子有**对称相处**的趋势，即  $N=Z$ ；
  - $N=Z$ 时，对称能=0，原子核最稳定；
  - $N \neq Z$ 时，对称能 $<0$ ，结合能降低，核不稳定。
- 对称能的形式为：

$$B_{sym} = -a_{sym} \left( \frac{A}{2} - Z \right)^2 A^{-1}$$

- 核内中子和质子有各自**成对相处**的趋势，对能的形式为：

$$B_p = \delta a_p A^{-1/2} \quad \delta = \begin{cases} 1 & \text{偶偶核} \\ 0 & \text{奇}A\text{核} \\ -1 & \text{奇奇核} \end{cases}$$

球形核的结合能半经验公式为：

$$B = B_V + B_S + B_c + B_{sym} + B_p$$

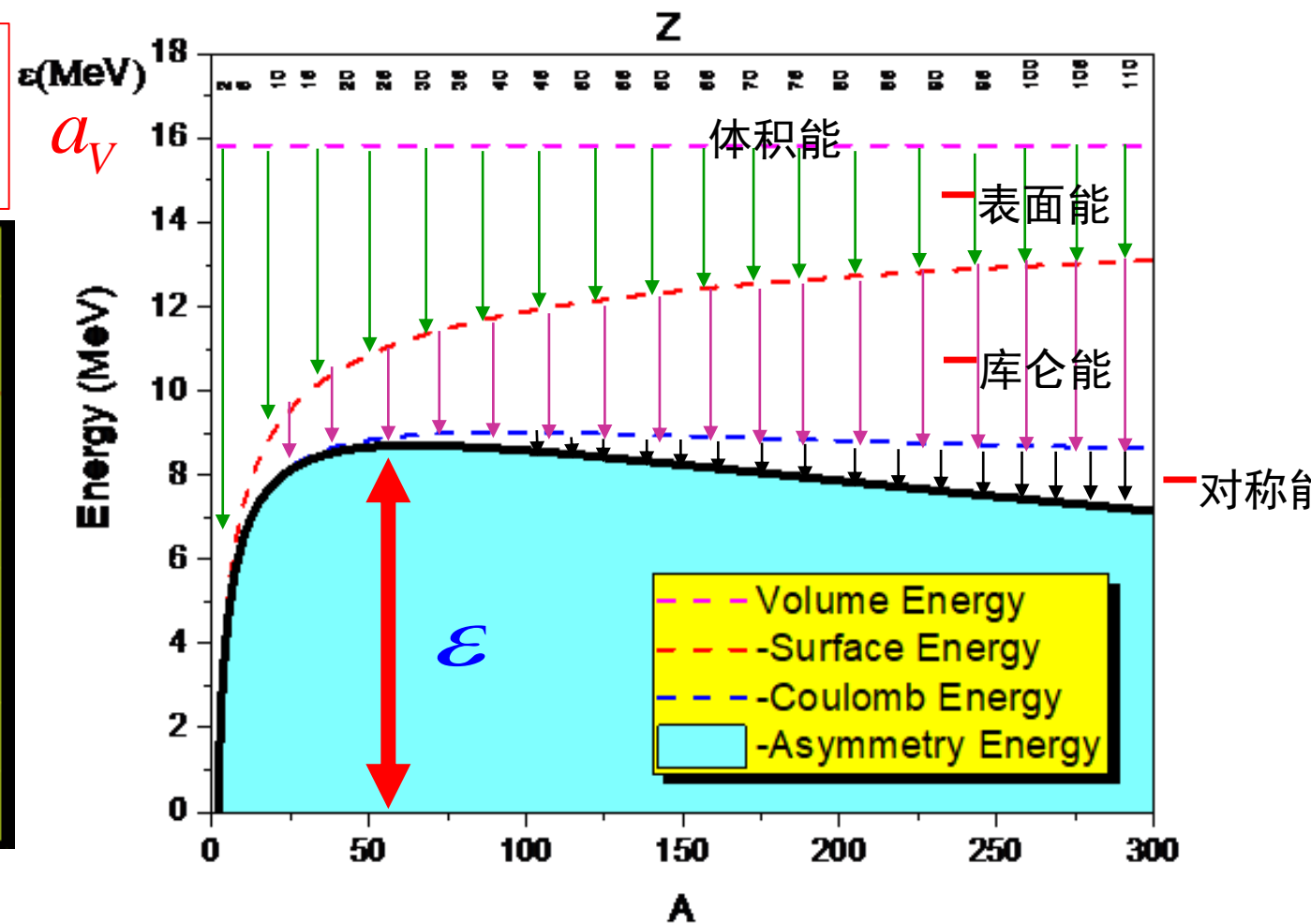
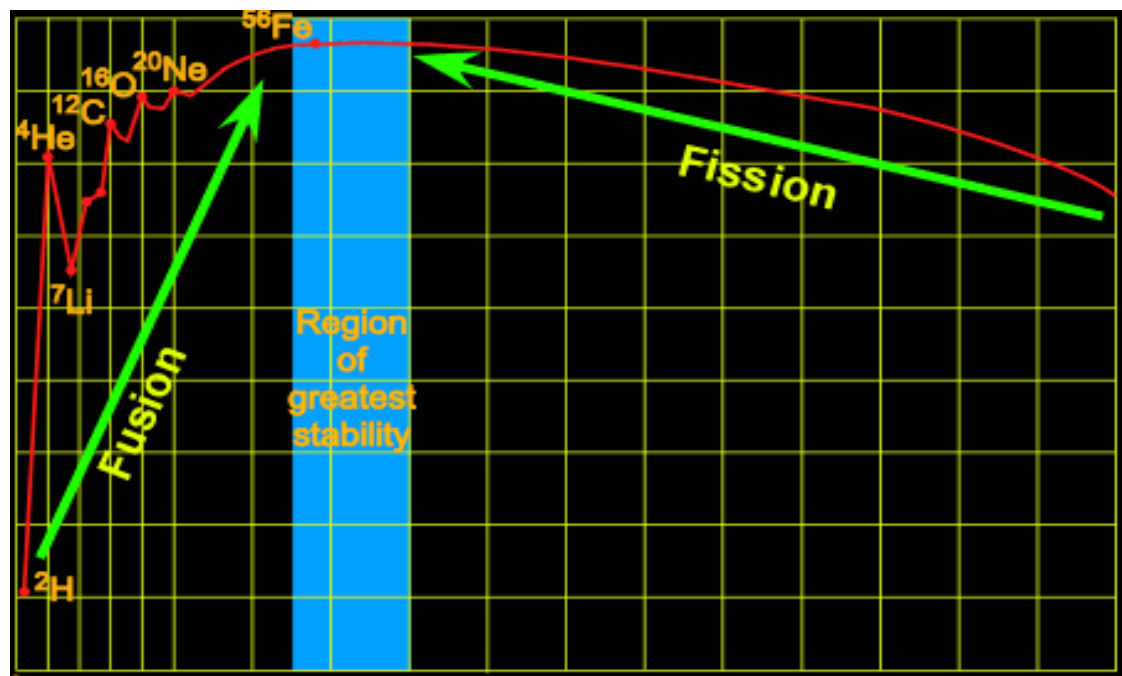
$$B = a_V A - a_S A^{2/3} - \frac{a_c Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{\left(\frac{A}{2} - Z\right)^2}{A} + \frac{\delta a_p}{A^{1/2}}$$

比结合能半经验公式：

$$\varepsilon = a_V - \frac{a_S}{A^{1/3}} - \frac{a_c Z^2}{A^{4/3}} - \frac{a_{sym} (A/2 - Z)^2}{A^2} + \frac{\delta a_p}{A^{3/2}}$$

$a_V$	$a_S$	$a_c$	$a_{sym}$	$a_p$
15.835 MeV	18.33 MeV	0.714 MeV	92.80 MeV	11.2 MeV

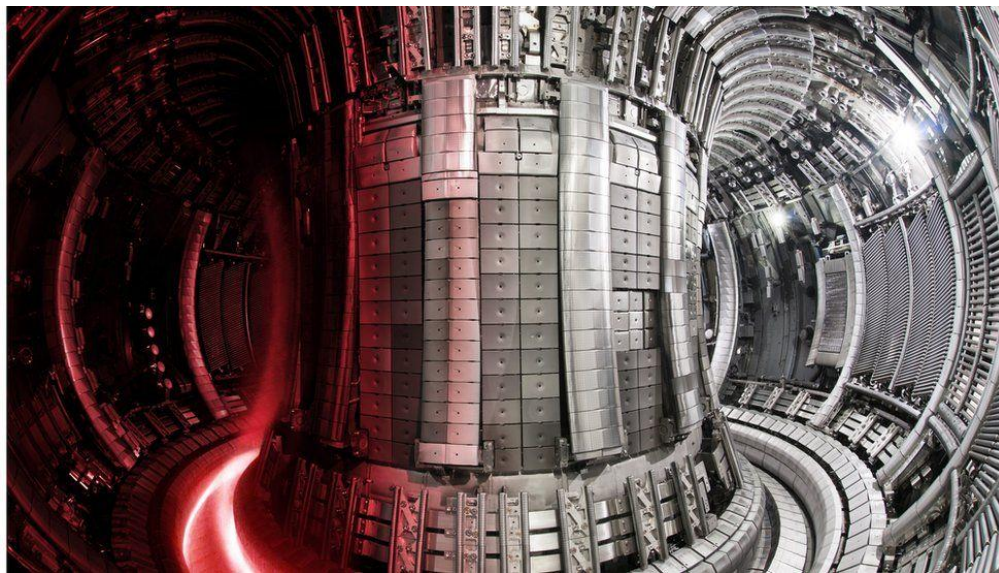
$$\varepsilon = a_v - \frac{a_s}{A^{1/3}} - \frac{a_c Z^2}{A^{4/3}} - \frac{a_{sym} (A/2 - Z)^2}{A^2} + \frac{\delta a_p}{A^{3/2}}$$





在液滴模型的五项能量中，聚变能和裂变能与之关系最为紧密的一项分别是 [填空1] 和 [填空2] 。

填入代号数字即可：1体积能，2表面能，3库仑能，4对称能，5对能



作答

## 绪论

§ 1.1 原子核的组成、质量及半径

§ 1.2 原子核稳定性的实验规律

§ 1.3 原子核的结合能

✓ **§ 1.4 核力及核势垒**

§ 1.5 原子核的矩（自旋、磁矩和电四极矩）

§ 1.6 原子核的统计性质

§ 1.7 原子核的宇称

§ 1.8 原子核的能态和核的壳层模型

一. 核力的**一般性质**

二. 核力的介子理论

三. 原子核的**势垒**

**请阅读第一章阅读材料8——**  
Property of Nuclear Force

## ① 核力是强相互作用力

- 比电磁相互作用~强2个量级，是强度最大的力

介子-核子 (强)	电磁	$\beta$ 衰变 (弱)	万有引力
1	$10^{-2}$	$10^{-5}$	$10^{-39}$

$$B(2,4) = 28.296 \text{ MeV}$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1 \times 1}{2 \text{ fm}} = 0.72 \text{ MeV}$$

## ② 核力是短程力

- 有效力程~3fm，大于10fm完全消失

## ③ 核力具有饱和性——只与邻近的几个核子发生相互作用

- 如果核子能作用于其余所有核子， $B \propto A(A-1)$ ，即 $B \propto A^2$
- $B \propto A \Rightarrow$ 说明核力有饱和性

## ④ 核力与“电荷”无关

$$\bullet \quad \mathbf{F}_{pp} = \mathbf{F}_{pn} = \mathbf{F}_{nn}$$

⑤ 核力主要是吸引力，但是在极短程内有**排斥芯**（repulsive core），使核子不能过分地靠近。

- 核子间距在**0.49~2.0fm**时，核力表现为引力。
- 核子间距**小于0.49fm**时，核子之间存在很强的**排斥势**。

## Nucleon-Nucleon Interaction

Example: Bethe & Johnson 74

2-pion exchange attractive; omega-exchange repulsive

$$V_{NN} = -g_{\pi}^2 \frac{e^{-2\mu_{\pi}r}}{r} + g_{\omega}^2 \frac{e^{-\mu_{\omega}r}}{r}$$

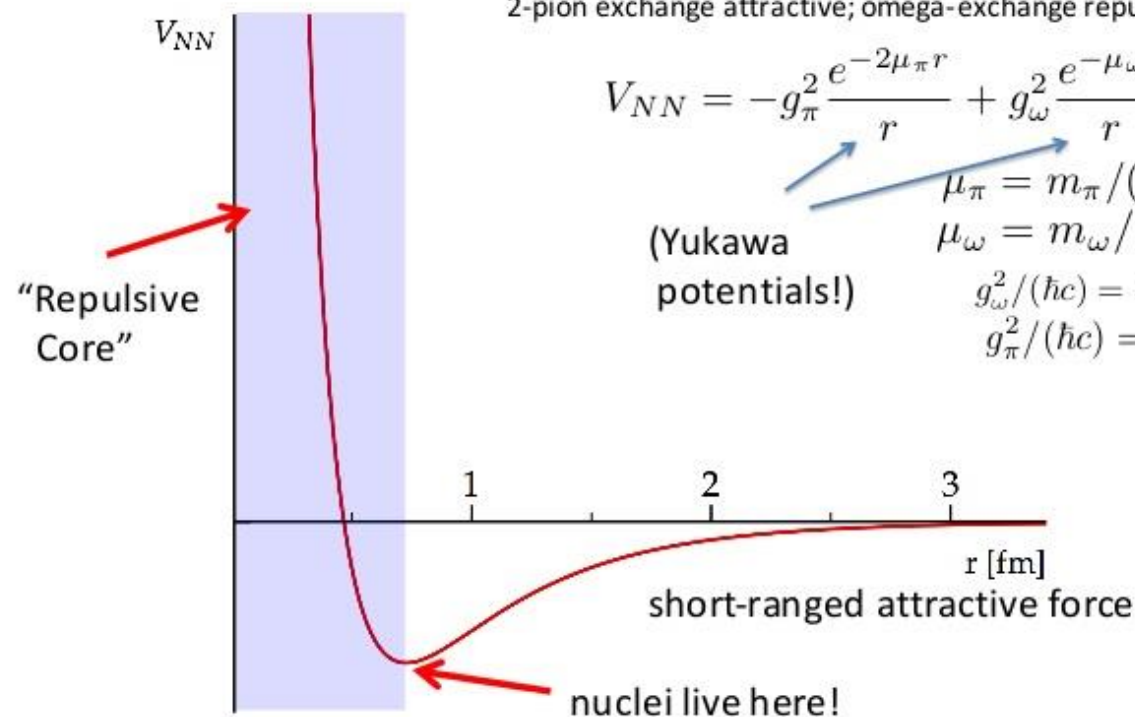
(Yukawa potentials!)

$$\mu_{\pi} = m_{\pi}/(\hbar c)$$

$$\mu_{\omega} = m_{\omega}/(\hbar c)$$

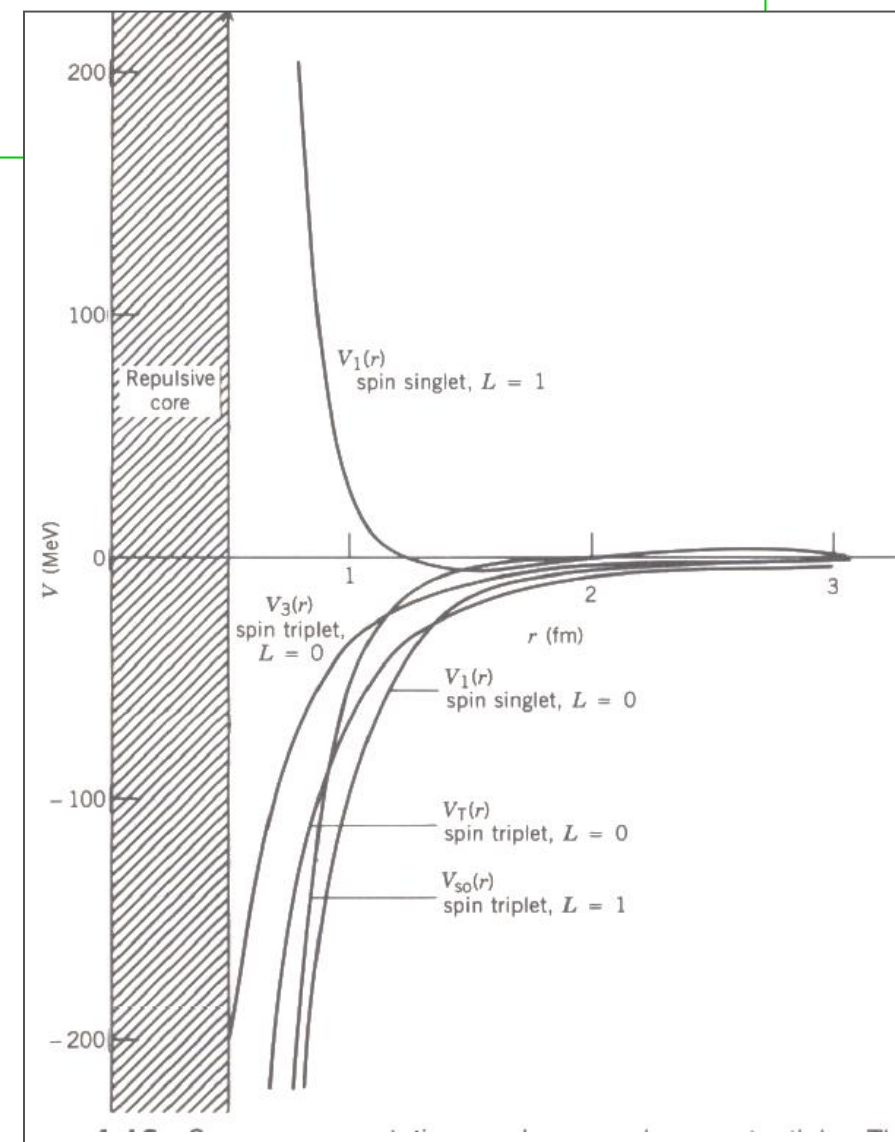
$$g_{\omega}^2/(\hbar c) = 29.6$$

$$g_{\pi}^2/(\hbar c) = 10$$



C.D. Ott @ YITP GW School, March 2015

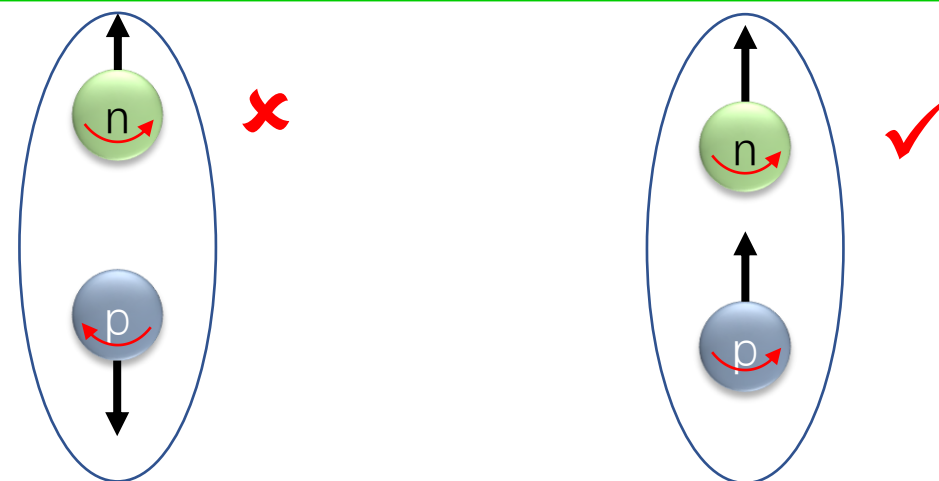
18





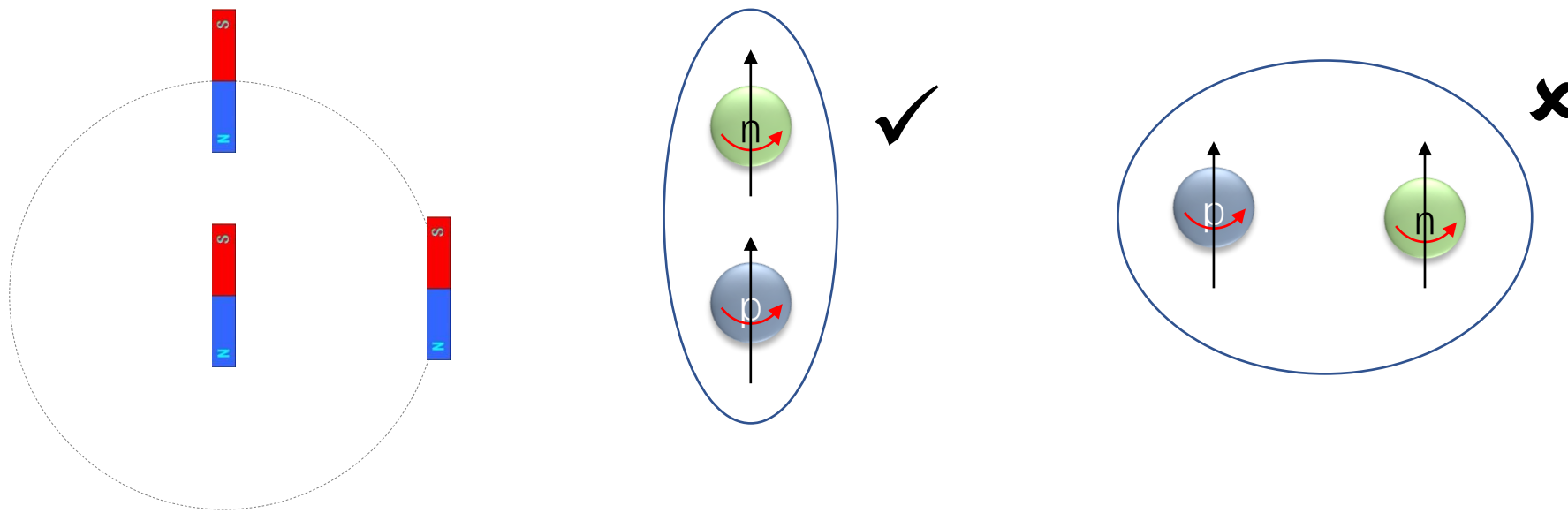
## ⑥ 核力与自旋有关

- 两核子间的核力，与它们自旋的相对取向有关。
- **氘核**的自旋为1，质子与中子自旋平行，核力较强，将质子与中子结合成氘核。
- 自旋取向不同时，中子-质子的散射截面明显不同 → 核力与自旋有关。
  - n-p scattering:  $\sigma_s = 67.8 \text{ b} > \sigma_t = 4.6 \text{ b}$
- → **氘核**: +77 keV(unbound) **vs** -2.224 MeV (bound)



## ⑦ 核力有非中心力成分

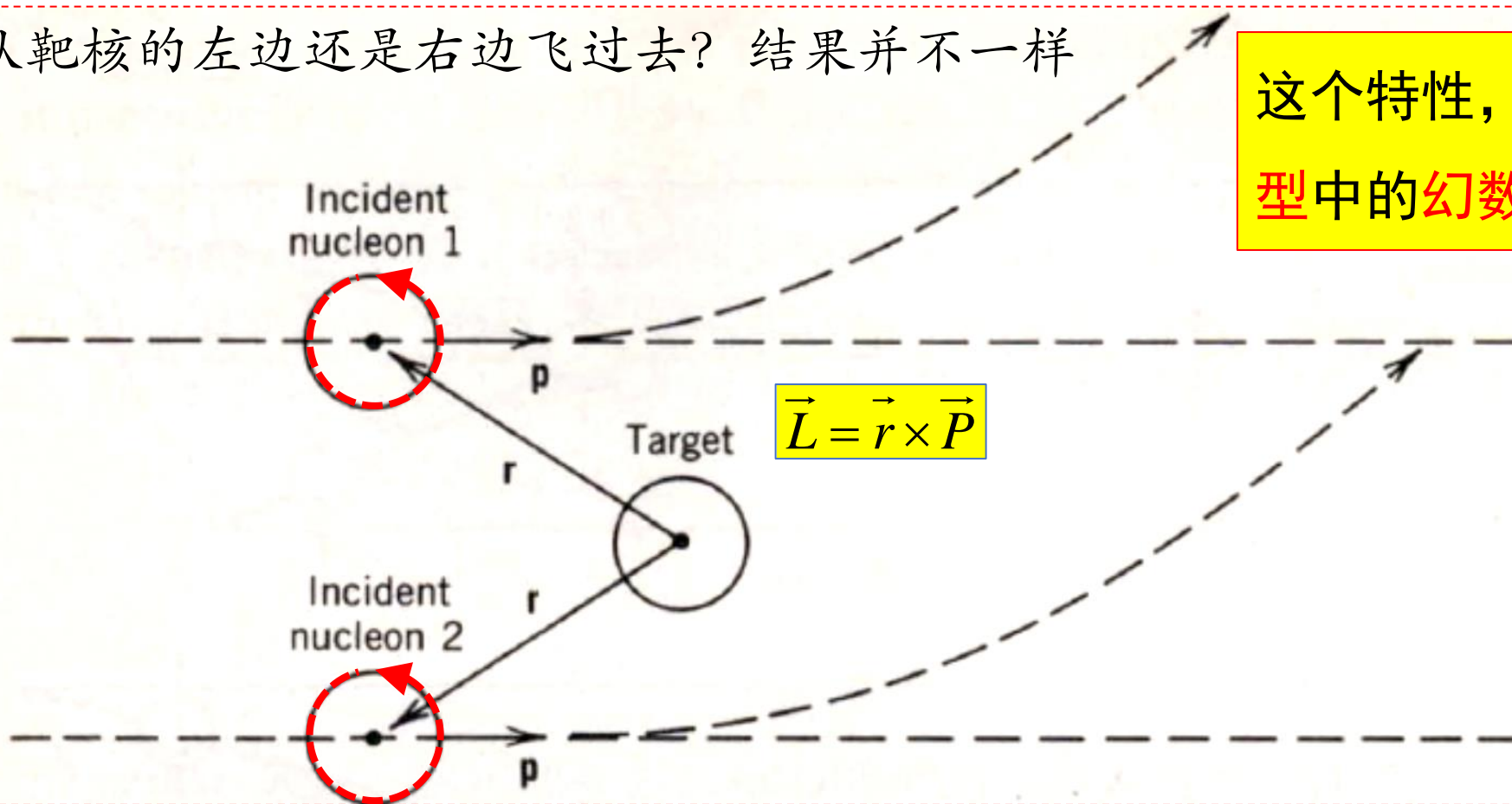
- 中心力：核子间的力仅与其距离有关
- 非中心力：不仅与距离，而且与相对位置关系有关
  - 例如：中子质子自旋同向，若线列则吸引，若并列则排斥，可类比两个磁铁



# ⑧ 自旋与轨道角动量的相互关系也影响核力

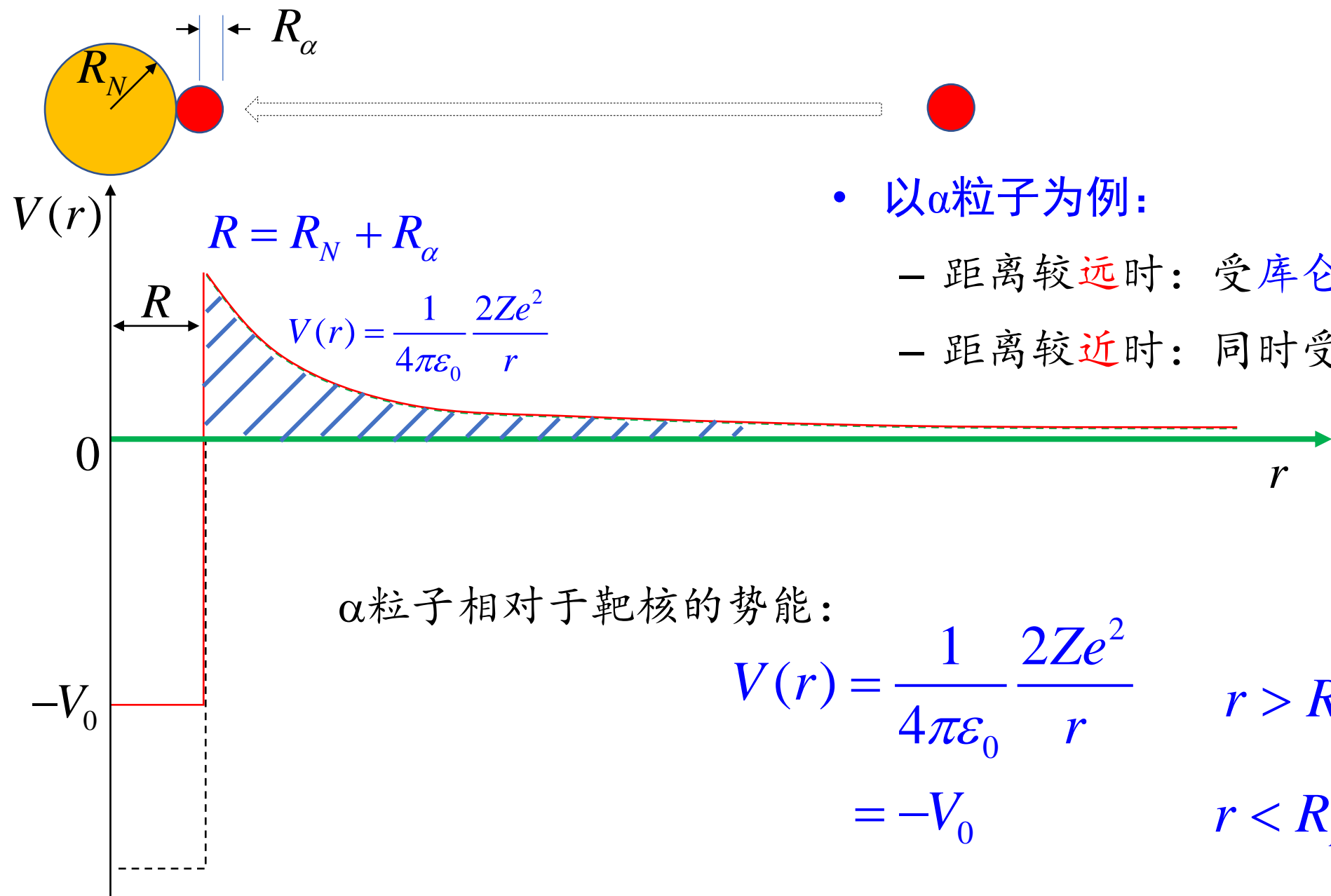
请阅读第一章阅读材料9——  
Spin-orbit interaction

从靶核的左边还是右边飞过去？结果并不一样

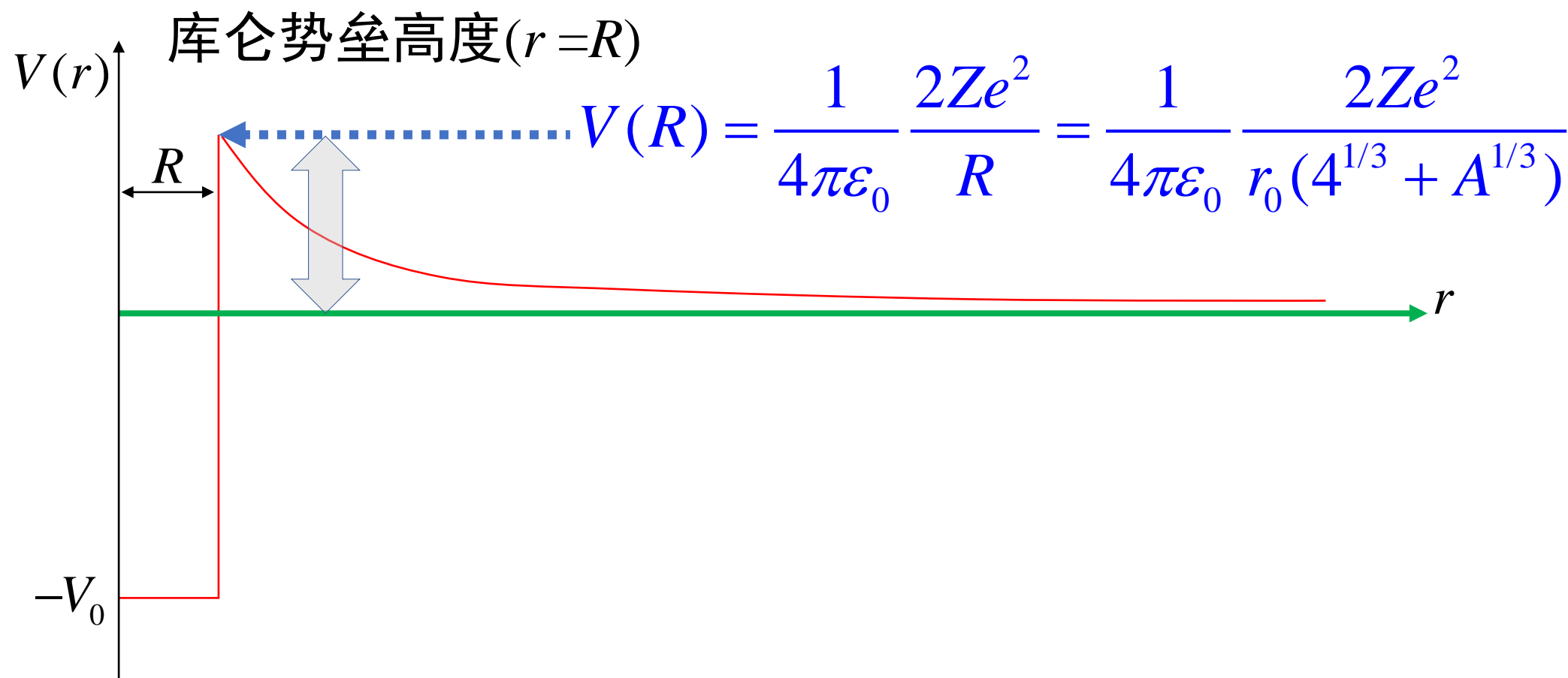


这个特性，最终决定了壳层模型中的幻数（本章最后一节）

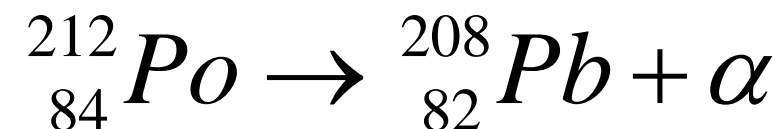
- 在讨论核反应 $a(A,B)b$ 或核衰变（例如 $X \rightarrow Y + \alpha$ ）时，我们通常遇到两个对象：
  - $a$ ：入射（出射）带电粒子
  - $A$ ：靶核
- 一般而言， $a$ 和 $A$ 都是带正电的粒子。
- 在 $a$ 与 $A$ 的相向（背向）运动中，彼此间会感受到两种力：电磁力和核力。（此时忽略弱相互作用力和万有引力）
- 这两种力会建立各自的势能曲线。
- 两个势能曲线加在一起，就形成了原子核的势垒。



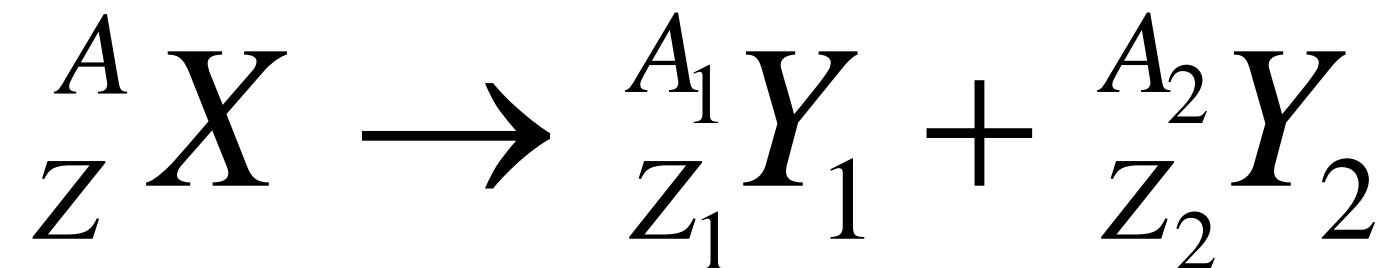




示例：这个衰变中 $\alpha$ 粒子需要穿透多高的势垒？



$$\begin{aligned} V(R) &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 \times Z}{r_0(4^{1/3} + A^{1/3})} \\ &= \frac{1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{1.2 \text{ fm}} \cdot \frac{2 \times 82}{4^{1/3} + 208^{1/3}} \\ &= 1.2 \text{ MeV} \cdot \frac{2 \times 82}{7.5124} \\ &= 26.2 \text{ MeV} \end{aligned}$$



对于这个形式更加一般的衰变，库仑势垒的高度为：

$$V(R) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2}{r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}$$
$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 \\ Z &= Z_1 + Z_2 \\ R &= R_1 + R_2 \end{aligned}$$

太阳时刻在发生着聚变，其聚变的能量来自于4个质子聚合为1个 ${}^4\text{He}$ 核时释放的26.7MeV。聚变有两种模式：一种是碳循环，一种是质子质子循环。两个循环的第一个反应式分别见下式，从库仑势垒的角度来看，哪个反应更容易发生？

已知： $12^{1/3}=2.29$

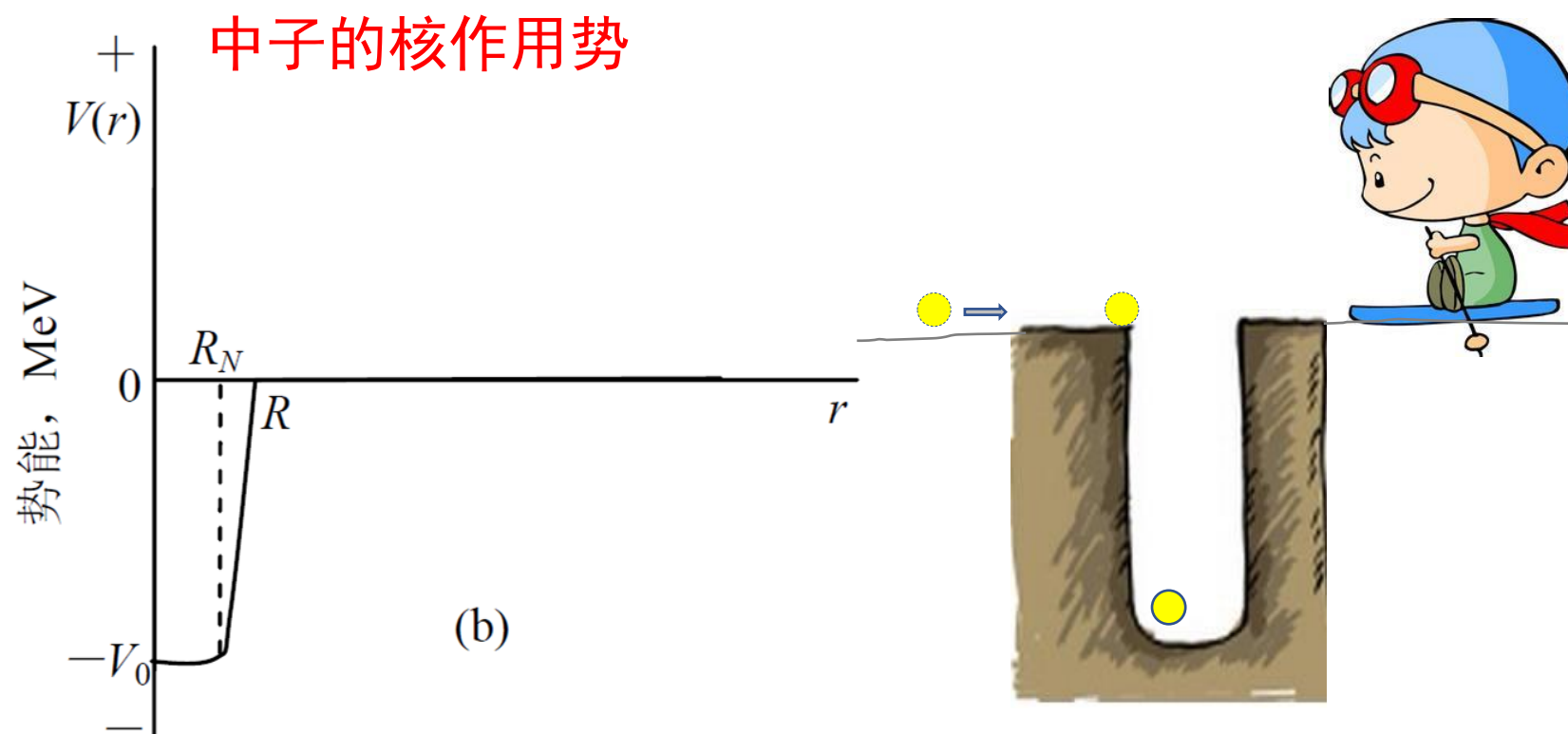
- ☐ A  ${}^1_1\text{H} + {}^{12}_6\text{C} \rightarrow {}^{13}_7\text{N} + \gamma + 1.95\text{MeV}$
- ☒ B  ${}^1_1\text{H} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^2_1\text{H} + e^+ + \nu_e + 1.44\text{MeV}$

提交

➤ 中子不带电，所以**没有库仑势垒**！

✓ 因此与带正电的粒子相比，即使是能量很低的中子，也能进入原子核。

？ 不过，**能≠容易**，中子并不能**“随便”**就进入原子核！（这与波的特性有关）。



not only the determinism of classical physics must be abandoned, but also the naive concept of reality which looked upon the particles of atomic physics as if they were very small grains of sand.

---Max Born.



- 没有核力，就没有原子核。核力很强，但力程很短 $\sim 3\text{fm}$ ，且 $<0.49\text{fm}$ 时有排斥芯，使核子不可任意靠近。
- 核力和库仑力各自都有自己的势函数，二者相加之后形成了核的势垒。
- 势垒高度决定于：库仑排斥能曲线和 $R$ 的大小，它们又分别由两个因素决定：
  - 库仑排斥能曲线：由入射核与靶（余）核的电荷量的乘积 $Z_1Z_2$ 决定
  - $R$ ：入射核和靶（余）核的半径之和
- 势垒像一堵墙，既阻碍了核反应时带电粒子射入原子核，也阻碍了核反应/核衰变时带电粒子射出原子核。
- 幸好如此，否则太阳的燃料早已耗尽， $^{235}\text{U}$ 早都衰变完了，我们也无缘存在了。
- 对 $\alpha$ 而言，是没有核势垒的！但就算没这堵墙， $\alpha$ 进入原子核也不容易（详见第四章中子的共振）。

## 绪论

§ 1.1 原子核的组成、质量及半径

§ 1.2 原子核稳定性的实验规律

§ 1.3 原子核的结合能

§ 1.4 核力及核势垒

✓ **§ 1.5 原子核的矩（自旋、磁矩和电四极矩）**

§ 1.6 原子核的统计性质

§ 1.7 原子核的宇称

§ 1.8 原子核的能态和核的壳层模型

## • 核有自旋

- 一方面，中/质子自身有自旋。
- 另一方面，中/质子都在运动，有轨道角动量。
- 因此，原子核作为一个整体，也会是有自旋的。

一. 原子核的角动量（自旋）

二. 原子核的磁矩（磁偶极矩）

三. 原子核的电四极矩

## • 核有磁矩

- 质子是带电的，它的运动也不免会类似环形电流那样产生磁矩，所以原子核也将会有磁矩。
- 中子虽然不带电，但它不是点粒子，对磁矩也是有贡献的。

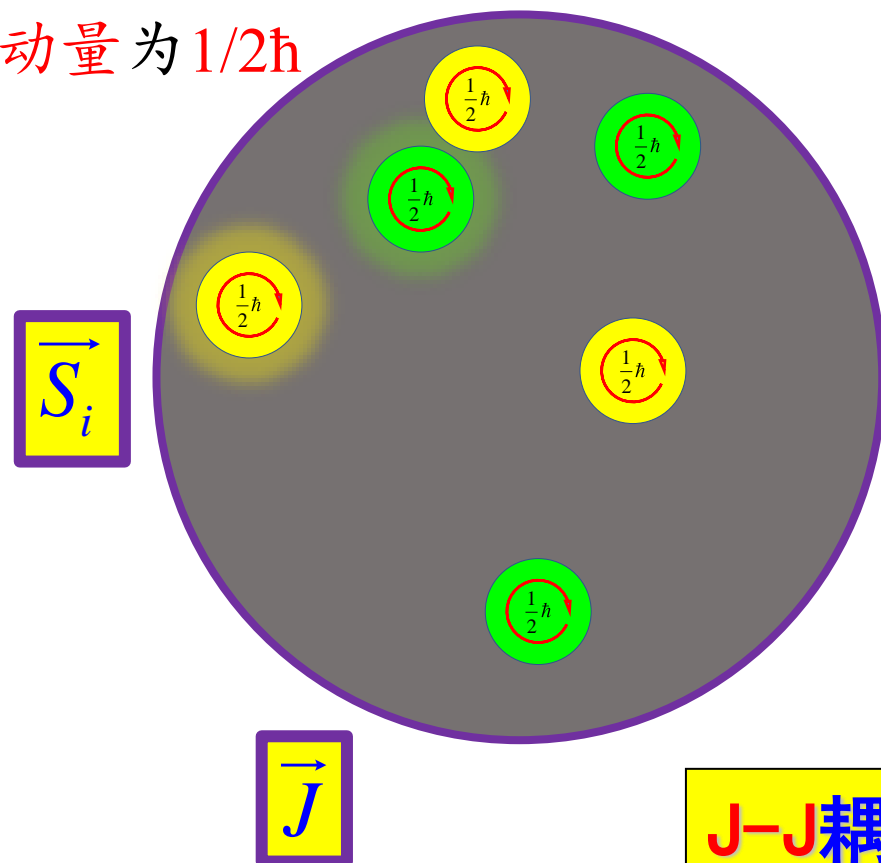
## • 核有电矩

- 质子的位置分布可能不是球形的，这使它在空间中有不同的电多极势。

质子和中子都是**费米子**,

自旋角动量为  $1/2\hbar$

质子和中子具有**整数轨道角动量**



原子核**自旋**是核子轨道、  
自旋角动量的**矢量和**

**J-J耦合**

$$\vec{J}_i = \vec{S}_i + \vec{L}_i$$

$$\vec{J} = \sum_i \vec{J}_i$$

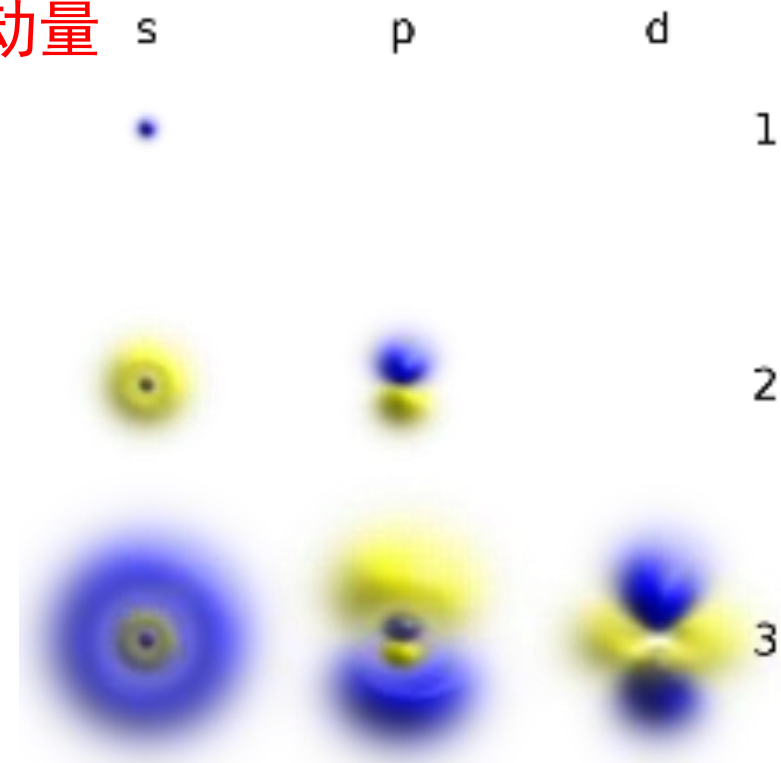
**L-S耦合**

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i$$

$$\vec{S} = \sum_i \vec{S}_i$$

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$$

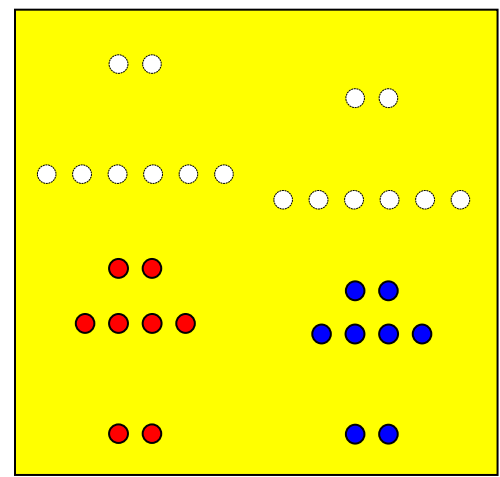
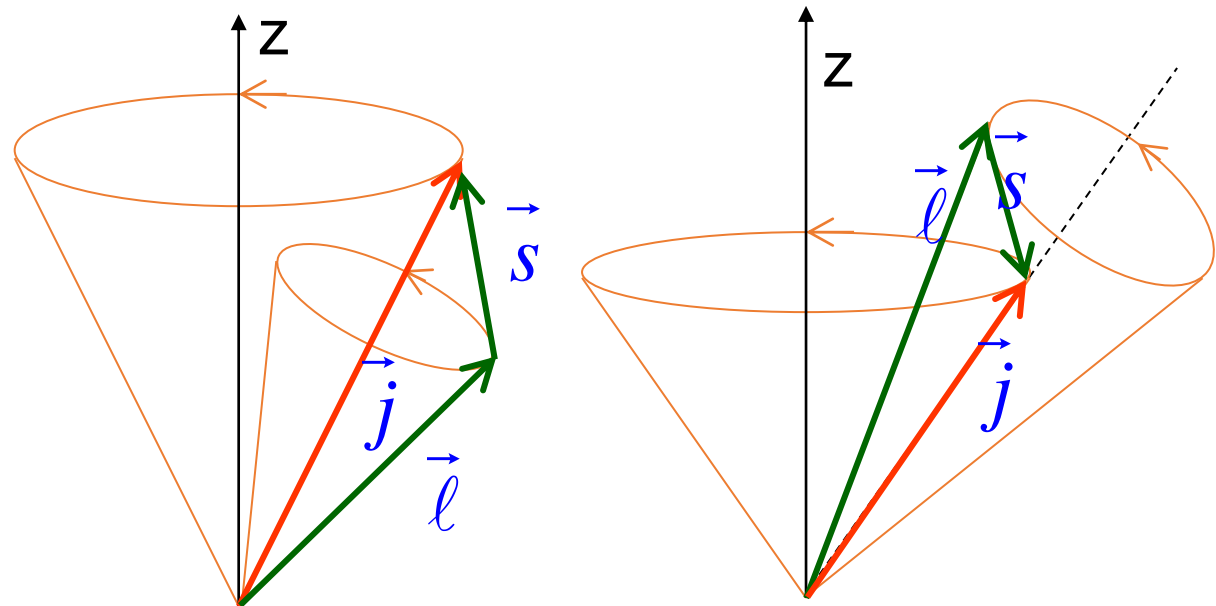
$$\vec{L}_i$$



实验发现：

- 所有奇A核的自旋都是半整数倍 $\hbar$ ；
- 所有偶A核（偶偶、奇奇）的自旋都是整数倍 $\hbar$ ；
- 所有偶偶核基态的自旋都是零；

核素	A	Z	N	I	描述
<sup>3</sup> He	3	2	1	1/2	奇A核
<sup>17</sup> F	17	9	8	5/2	奇A核
<sup>23</sup> Na	23	11	12	3/2	奇A核
<sup>6</sup> Li	6	3	3	1	奇奇核
<sup>18</sup> F	18	9	9	1	奇奇核
<sup>4</sup> He	4	2	2	0	偶偶核
<sup>16</sup> O	16	8	8	0	偶偶核



$$\vec{J} = \sum_{i=1}^A \vec{L}_i + \sum_{i=1}^A \vec{S}_i$$

整数半整/整数