〉上节回顾:

$$\sigma = \frac{N'}{IN_s}$$
 $\sigma(\theta, \phi) = \frac{d}{IN_s}$

中子反应产额:

$$Y = \frac{N'}{I_0} = \frac{I_0 - I_D}{I_0} = 1 - e^{-\sigma ND}$$

- 截面、微分截面、产额
- 分波分析: 入射波的球面波分解, 出射波系数η,

$$\frac{d\sigma_{sc}}{d\Omega} = \underbrace{\frac{j_{scattered} \cdot r^2}{j_{incident}} \cdot \frac{(cm^2 \cdot s)^{-1} \cdot cm^2}{(cm^2 \cdot s)^{-1}}}_{j_{incident}}$$

$$j$$
: 粒子流注量率
$$j = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial \psi^*}{\partial r} \psi \right)$$

$$\psi_{sc} = \psi - \psi_i = \sum_{l=0}^{\infty} \psi_{sc,l}$$

$$\psi_{sc} = \psi - \psi_i = \sum_{l=0}^{\infty} \psi_{sc,l}$$

$$= \frac{1}{2kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^{l+1} (2l+1)(1-\eta_l) e^{+i\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right)} P_l(\cos \theta)$$

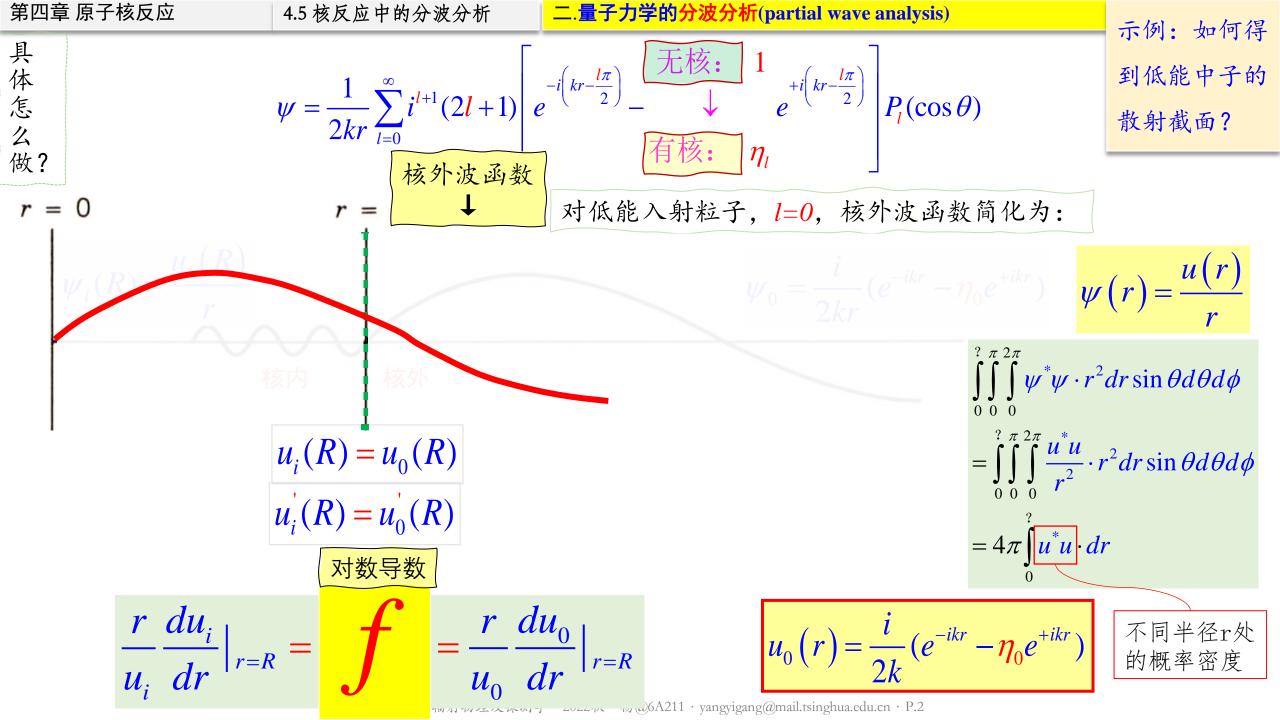
$$\sigma_{sc} = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot \left|1 - \eta_l\right|^2$$

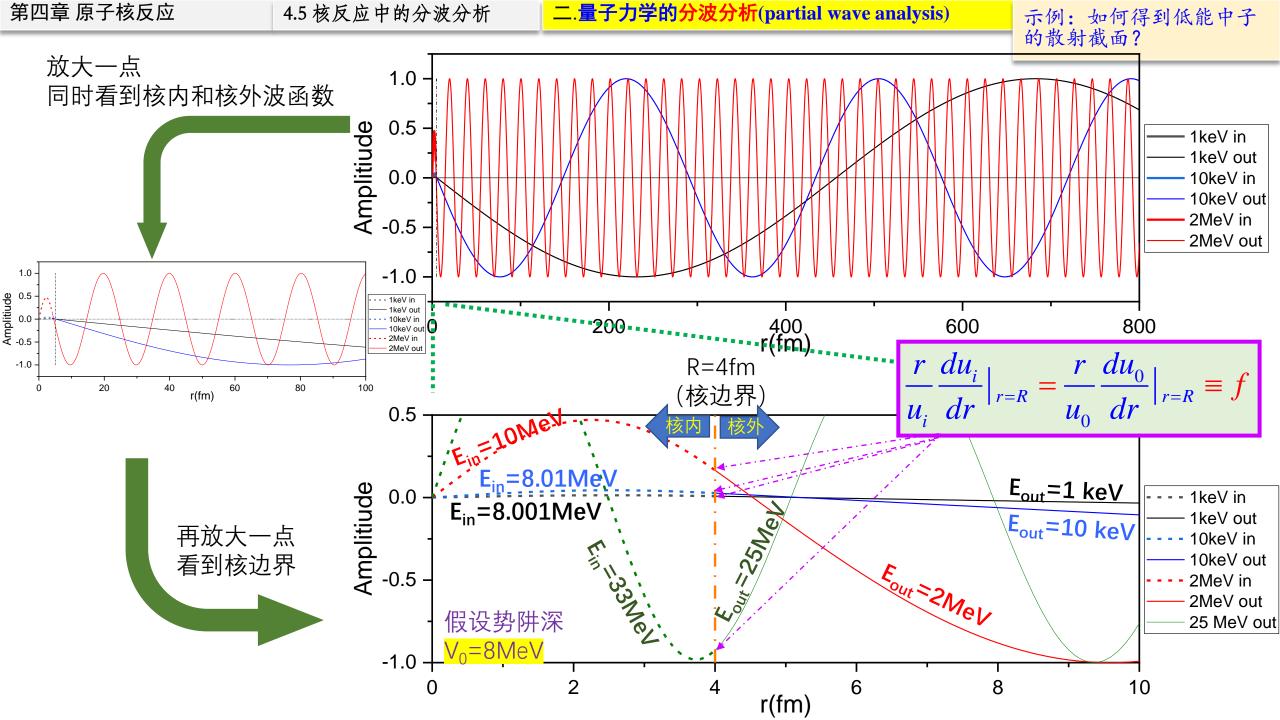
$$\sigma_{sc} = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot \left| 1 - \eta_l \right|^2$$

$$\sigma_r = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot \left(1 - \left|\eta_l\right|^2\right)$$

〉本节提要:

- 分波分析与截面(计算)
- "进来的门总是可以退出去的"——入射道也构 成了出射道, (a, a) 反应总是存在的
- 核反应的三个阶段
- 复合核模型、共振
- 低能中子(长波长中子)吸收截面的1/v规律





讨论截面,实质是讨论

】射粒子与核的作用已知,则核内波函

数可知,继而可知核边界处的对数导数f

核外波函数在核边界 处的对数导数f应相同

是可

$$f \equiv \frac{r}{u_0} \frac{du_0}{dr} \Big|_{r=R}$$

波函数

由于核外

这几个因素间的关系 低能中子时为常数 $\frac{1}{\eta_0} \approx e^{-2ikR}$ $\sigma_{sc,0} = \begin{cases}
\pi \lambda^2 |1 - e^{-2ikR}|^2 \\
\pi \lambda^2 |1 + e^{-2ikR}|^2
\end{cases}$ 低能中子 $\frac{1}{kR \ll 1}$ 势弹性散射截面

 $\sigma_{sc.0} = 4\pi R^2$

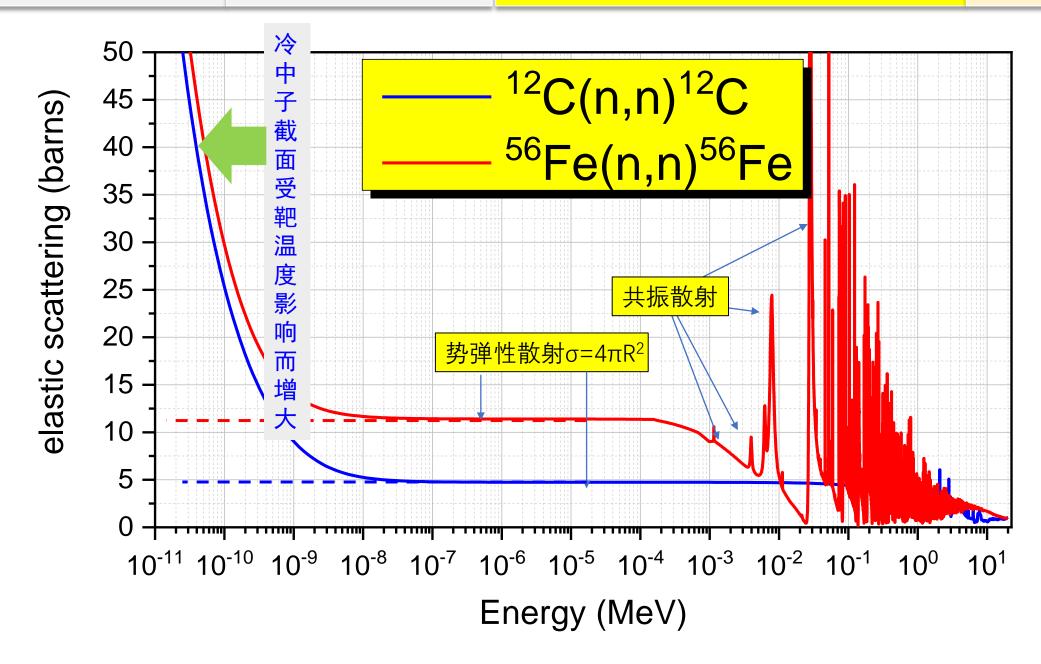
 $\sigma_{sc,0}=4\pi\lambda^2$

共振散射截面

 $f \equiv r \frac{-ike^{-ikr} - \eta_0 ike^{+ikr}}{e^{-ikr} - \eta_0 e^{+ikr}}\Big|_{r=R}$ $f \equiv R \frac{-ike^{-ikR} - \eta_0 ike^{+ikR}}{e^{-ikR} - \eta_0 e^{+ikR}} = f_R + if_I$

 $f \cdot (e^{-ikR} - \eta_0 e^{+ikR}) = -ikRe^{-ikR} - ikR\eta_0 e^{+ikR}$ $fe^{-ikR} + ikRe^{-ikR} = \eta_0 \left(-ikRe^{+ikR} + fe^{+ikR} \right)$

· 核辐射物理及探测学·2022秋·杨@6A211·yangyigang@mail.tsinghua.edu.cn·P.5



散射截面

$$\left|\sigma_{sc,l} = \pi \lambda^2 (2l+1) \left| 1 - \eta_l \right|^2$$

$$\pi \lambda^2 (2l+1) \times (0 \sim 4)$$

对任意的轨道角动量1

取值范围

反应截面

$$\sigma_{r,l} = \pi \lambda^2 (2l+1) \left(1 - \left| \eta_l \right|^2 \right)$$

$$\pi \lambda^2 (2l+1) \times (0 \sim 1)$$

$$\frac{\sigma_{sc,l}}{\pi \lambda^2 (2l+1)} = \left| 1 - \eta_l \right|^2$$

$$\eta_l = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

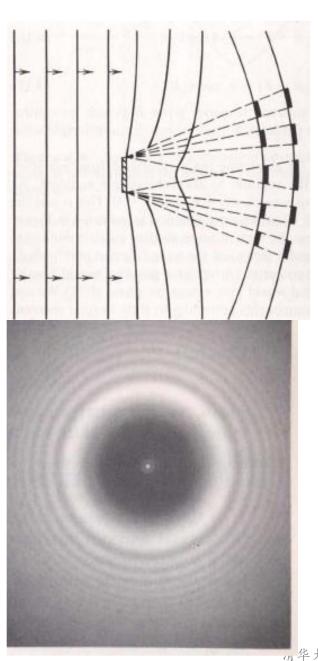
$$\eta_l = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$0.5$$

$$\eta_l = 0$$

$$\frac{\sigma_{r,l}}{\pi \lambda^2 (2l+1)} = \left(1 - \left|\eta_l\right|^2\right)$$

reaction 清华大学·核辐射物垤双採网士·2022孙·彻(WOA211·yangyigang(Winail.tsinghua.edu.cn·P.8







- ►允许有**纯**的散
- ▶<u>入射道</u>对出射
- × 至于反应道?

反应道2

弹性



清华大学·核辐射物理及探测学·2022秋·杨@6A211·yangyigang@mail.tsinghua.edu.cn·P.10

- § 4.1 原子核反应概况
- § 4.2 核反应能和Q方程
- § 4.3 实验室坐标系和质心坐标系
- § 4.4 核反应截面和产额
- § 4.5 核反应中的分波分析
- § 4.6 核反应机制及核反应模型

- •核反应机制的问题属于核反应动力学问题。
- •对核反应机制的研究用模型理论来解决。



- 一. 核反应的三阶段描述
- 二. 光学模型
- 三. 复合核模型
- 四. 连续区理论
- 五. 直接反应

1. 独立粒子阶段

- ▶ 部分入射粒子被吸收,引起核反应
- ▶ 部分入射粒子被散射,形成弹性散射
- 势弹性散射(potential scattering)or形状弹性散射(shape elastic scattering)

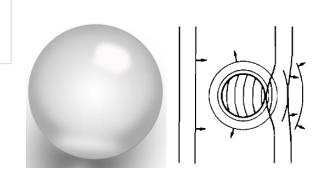
Potential scattering results from the small penetrability of the nucleus to slow neutrons and can usually be described in terms of the scattering of an impenetrable sphere.

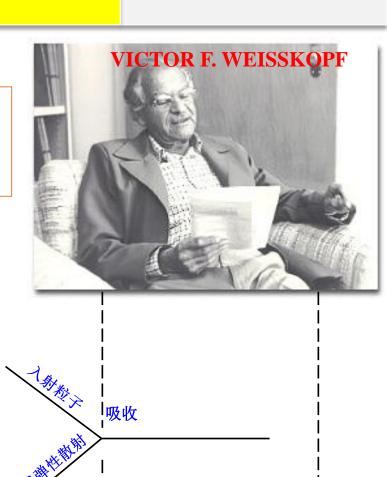
独立粒 子阶段

光学模型可以很好的对这一阶段作出解释。

核半透明:

透射、反射、衍射波之间发生干涉





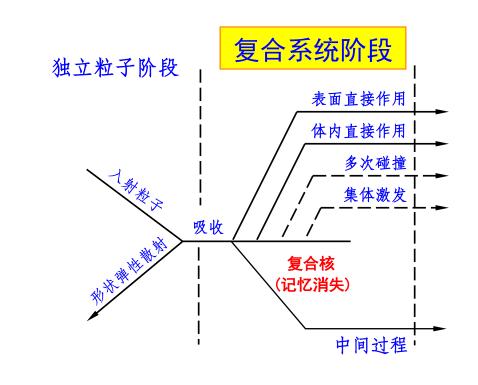
第四章 原子核反应

2. 复合系统阶段

入射粒子与靶核交换能量的三种方式:

- ① 直接作用(反应后a仍飞出):作用时间10⁻²⁰~10⁻²²s
 - > 表面、体内直接作用
 - 与一个或几个核子作用,给其能量
 - > 多次碰撞
 - 在靶核内多次碰撞,交换能量
 - > 集体激发
 - 使靶核集体激发、引起转动、振动
- ③ 中间过程: 介于直接作用和复合核之间。
 - 平衡前发射:入射粒子与靶核多次碰撞,在达到平衡、 形成复合核之前就发射粒子。

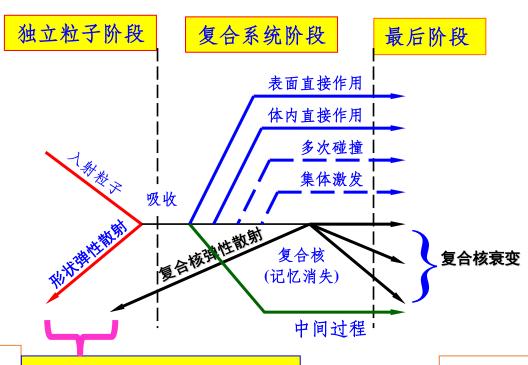
粒子与靶核发生能量交换,形成复 合体系,入射粒子**不再是独立**的。



- ②形成复合核(反应后不知道是谁飞出了③):作用时间~10-15s
 - ▶ 入射粒子损失能量后停留在核内, 与靶核形成复合核;

3. 最后阶段

复合系统分解为出射粒子和剩余核。



复合核弹性散射:

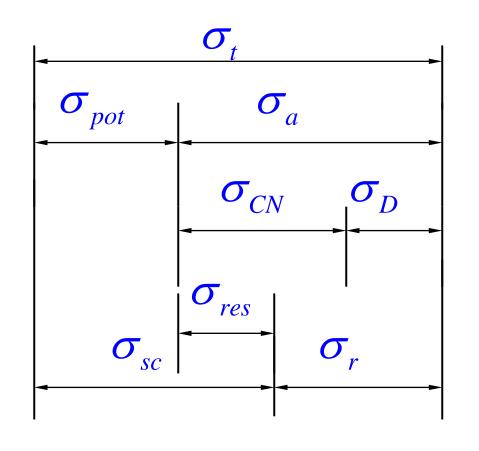
- 出射粒子与入射粒子相同
- 剩余核处于基态

都是弹性散射

复合核非弹性散射:

- 出射粒子与入射粒子相同
- 剩余核处于激发态

小结: 各种截面间的关系



$$\sigma_t = \sigma_{pot} + \sigma_a$$

$$\sigma_a = \sigma_{CN} + \sigma_D$$

$$\sigma_{sc} = \sigma_{pot} + \sigma_{res}$$

$$\sigma_{t} = \sigma_{sc} + \sigma_{r}$$

$$\sigma_a = \sigma_{res} + \sigma_r$$

t: Total

pot: Potential scattering

a: Absorption

CN: Compound nucleus

D: Direct reaction

res: Resonant scattering

sc: Scattering

r: Reaction

- 一. 核反应的三阶段描述
- 二. 光学模型
- ✓ 三. 复合核模型
 - 四. 连续区理论
 - 五. 直接反应

- 1. 复合核模型
- 2. 共振
- 3. 慢中子反应的1/v规律

1. 复合核(compound-nucleus)模型 (N.Bohr,1936)

复合核模型——核反应被分成相互独立的两个阶段:

- ① 入射粒子射入靶核,与之形成一个复合核,该核处于激发态;
- ② 激发态的复合核可沿(1)入射道(即弹性散射)衰变,也可能开放(2)其它衰变道;

$$(a + A \longrightarrow C^*) \longrightarrow B + b$$

(1). 复合核的形成

(2). 复合核的衰变

复合核形成截面 $\sigma_{CN}(T_a)$

$$\sigma_{ab} = \sigma_{\rm CN}(T_a)W_b(E^*)$$

b 出 射 道 **衰变几率** *W_b(E*)*

激发能"公摊"→复合核衰变得很"慢"

4.6 核反应机制及核反应模型

复合核的激发能:

$$E^* = T' + B_{aA} = \frac{m_A}{m_a + m_A} T_a + B_{aA}$$

处于激发态的复 合核要衰变!

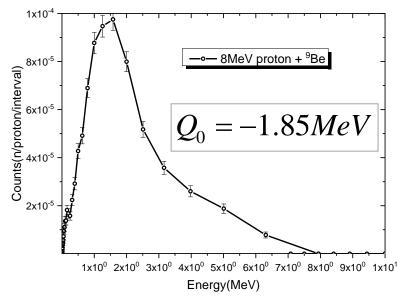
复合核发射核子,一般 需要~8MeV的分离能。

A=100的原子核, E*=20MeV, 平均每核子~0.2MeV。

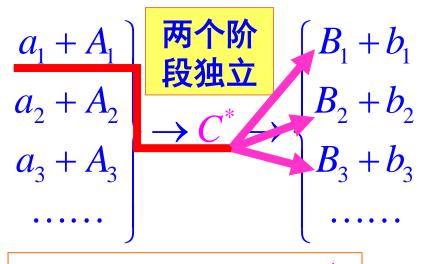
经过多次碰撞

复合核寿命: 10-14~10-18s

复合核可以发生衰变,将核子从复合核 中发射出来,退激。叫做"粒子蒸发"



复合核反应的两个阶段是独立的



$$\sigma_{a_1b_1} : \sigma_{a_1b_2} : \sigma_{a_1b_3}$$

$$= W_{b_1}(E^*) : W_{b_2}(E^*) : W_{b_3}(E^*)$$

$$\begin{array}{c}
a_1 + A_1 \\
a_2 + A_2 \\
a_3 + A_3 \\
\dots
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
B_1 + b_1 \\
B_2 + b_2 \\
B_3 + b_3 \\
\dots$$

$$\sigma_{a_2b_1} = \sigma_{\text{CN}}(T_{a_2})W_{b_1}(E^*)$$
 $\sigma_{a_2b_2} = \sigma_{\text{CN}}(T_{a_2})W_{b_2}(E^*)$
 $\sigma_{a_2b_3} = \sigma_{\text{CN}}(T_{a_2})W_{b_3}(E^*)$

$$\sigma_{a_{2}b_{1}}:\sigma_{a_{2}b_{2}}:\sigma_{a_{2}b_{3}}$$

$$=W_{b_{1}}(E^{*}):W_{b_{2}}(E^{*}):W_{b_{3}}(E^{*})$$

若复合核的激发能相同

$$\sigma_{a_1b_1}:\sigma_{a_1b_2}:\sigma_{a_1b_3}=W_{b_1}(E^*):W_{b_2}(E^*):W_{b_3}(E^*)=\sigma_{a_2b_1}:\sigma_{a_2b_2}:\sigma_{a_2b_3}$$

对不同入射道,相同E*的复合核反应截面有:

$$\sigma_{a_1b_1} : \sigma_{a_1b_2} : \sigma_{a_1b_3}$$

$$= \sigma_{a_2b_1} : \sigma_{a_2b_2} : \sigma_{a_2b_3}$$

示例

$$p + {}^{63}Cu \rightarrow {}^{64}Zn^* \rightarrow \begin{cases} {}^{63}Zn + n & \frac{60}{64}T_{\alpha} - \frac{63}{64}T_{p} \\ {}^{62}Zn + 2n & = 7.712 - 1.681 \\ {}^{62}Cu + p + n & = 6.031(MeV) \end{cases}$$

$$E^* = \frac{63}{1+63} T_p + [\Delta(^1H) + \Delta(^{63}Cu) - \Delta(^{64}Zn)]$$

$$= \frac{63}{64} T_p + 7.712(MeV)$$

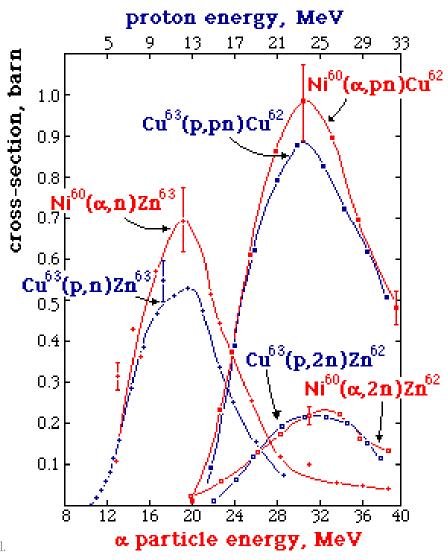
$$\approx 6.031$$

$$\alpha + {}^{60}Ni \rightarrow {}^{64}Zn^* \rightarrow \begin{cases} {}^{63}Zn + n \\ {}^{62}Zn + 2n \end{cases}$$

$$E^* = \frac{60}{4+60}T_{\alpha} + [\Delta(^4He) + \Delta(^{62}Ni) - \Delta(^{64}Zn)]$$

$$= \frac{60}{64}T_{\alpha} + 1.681(MeV)$$
清华大学·核辐射物理及探测学·2022秋·杨@6A211·yangyigang@mail.

$$E^* = T' + B_{aA} = \frac{m_A}{m_a + m_A} T_a + B_{aA}$$



小结:复合核

第四章 原子核反应

- 复合核如何衰变是与它如何形成无关的;
- 如何衰变,只取决于系统现在的能量状态;
- 事实上,复合核已经"忘记"了自己是怎么形成的;
- **衰变由**一定的**统计规律**决定;
- 衰变能固然不小,但分摊到每个核子身上就不多了, 为了让某"**核子**"/"**原子核**""**闯关**"离开余核, 需要"凑份子",而这个时间是比较长的,会在 10⁻¹⁵s量级,对于核反应而言,这是挺慢的了。

入射粒子**能量不太高:** 10~20MeV

复合核模型 的适用范围

靶核A较大: 中等质量或重核

三. 复合核模型

- The compound nucleus theory of nuclear reactions, outlined above, will be expected to **break down** at very **high excitation**, for at high enough energies the **probability of escape** of the **incident** neutron after a single traversal may be quite **large**, i.e., the nucleus is more or less **transparent** to high-energy neutrons.
- Thus, the incident neutron may not have sufficient opportunity to share its energy among the nuclear constituents before it (or one of the other nucleons) escapes.

带电粒子也许更容易形成复合核

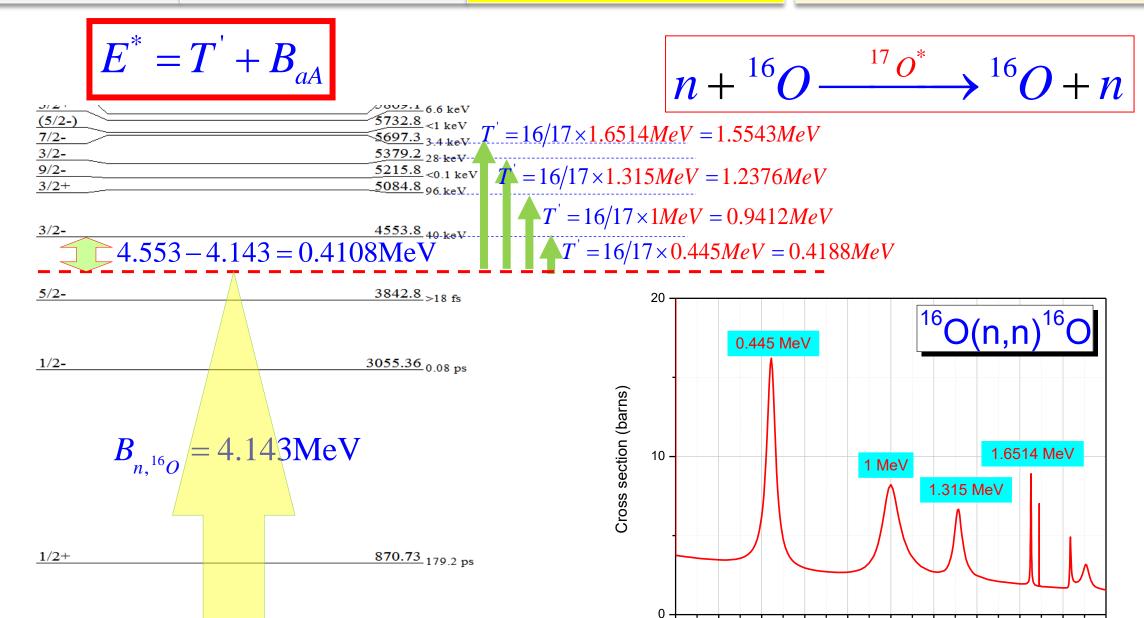
In this respect, it is to be expected that the absorption of a charged particle by a heavy nucleus will, even for high incident energies, be more likely to lead to a true compound nucleus, since the escape of the charged particle from the nucleus is impeded by the Gamow barrier.

清华大学·核辐射物理及探测学·2022秋

5/2+

¹⁷₈0

1.8



十八十 ねゅれ物生スポペナ・ムレン2秋・杨@6A211・yangyigang@mail.tsinghua.edu.cn・P.34

0.0 STABLE

0.2

0.4

0.6

8.0

1.0

Energy (MeV)

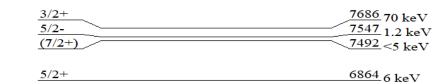
1.2

1.4

1.6

0.0

中子与¹²C的弹性散射截面和¹³C的能级结构图如示, 已知中子和¹³C的质量过剩分别为8.071MeV和 3.125MeV,请计算第一共振与¹³C的哪个能级对应?



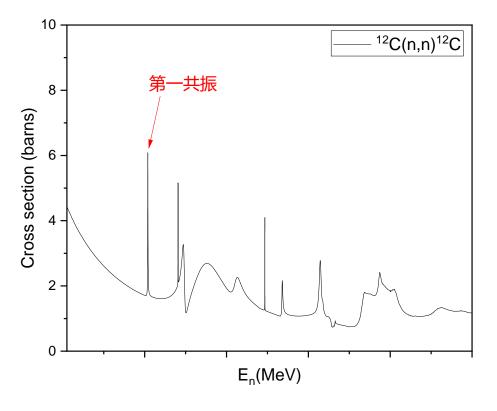


B 第2激发态

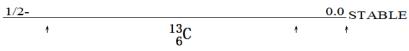
c 第3激发态

▶ 第4激发态

第5激发态



5/2+	385 <u>3.807</u> 8.60 ps
3/2-	3684.507 1.10 fs
1/2+	3089.443 1.07 fs



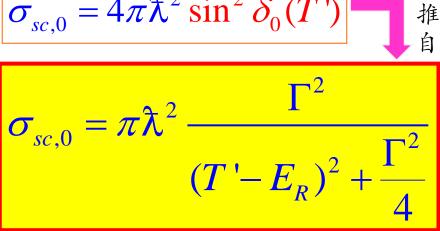
即1=0的情况(慢中子入射) 只考虑S波,

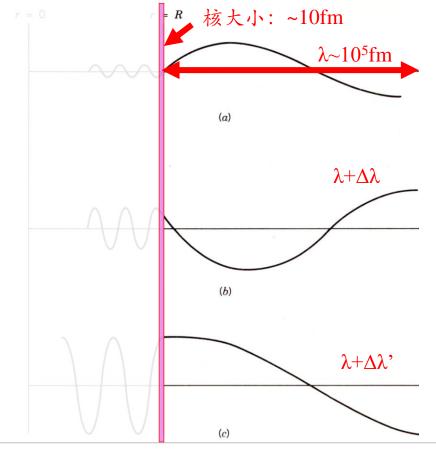
若只有散射

$$\sigma_{sc,0} = \pi \lambda^2 \left| 1 - \eta_0 \right|^2 - \eta_0 = e^{2i\delta_0}$$
Phase shift

$$\sigma_{sc,0} = \pi \lambda^2 \left| 1 - \cos(2\delta_0) - i \sin(2\delta_0) \right|^2$$
$$= \pi \lambda^2 \cdot \left[2 - 2\cos(2\delta_0) \right]$$
$$= 2\pi \lambda^2 \cdot \left[1 - \cos(2\delta_0) \right]$$

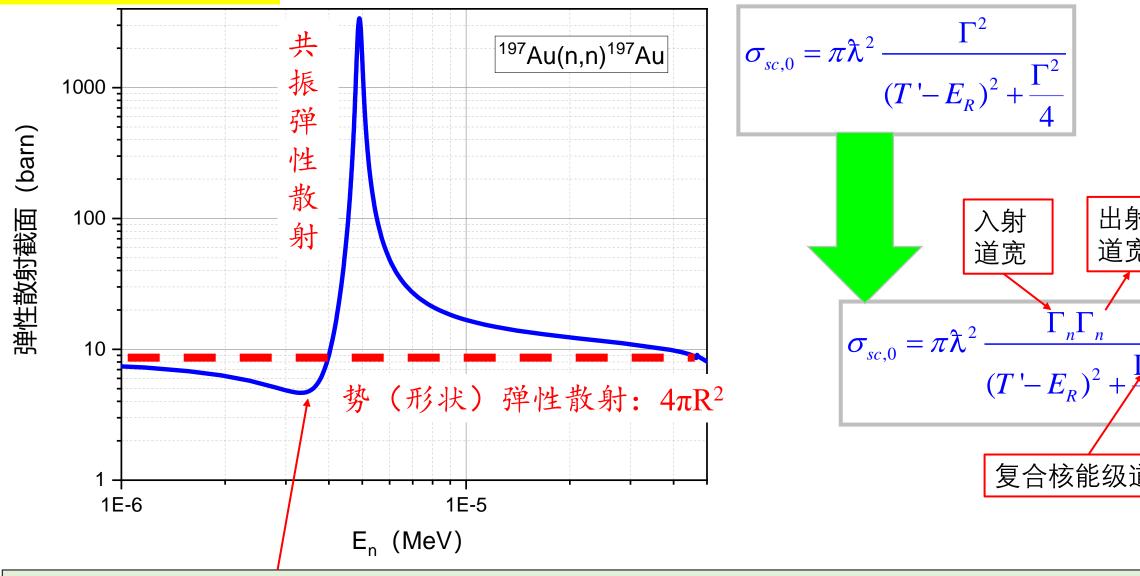
$$\sigma_{sc,0} = 4\pi\lambda^2 \sin^2 \delta_0(T')$$
 推导在下页自行阅读

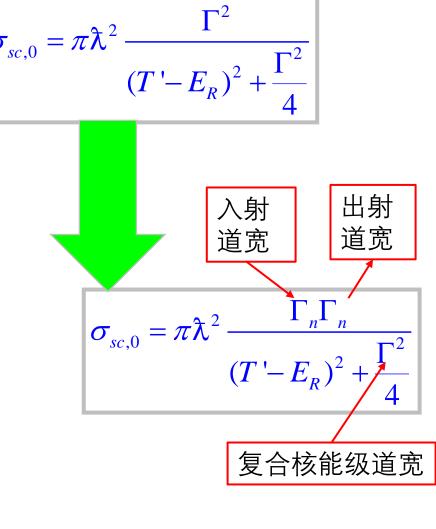




当入射中子的能量达到某些值时, $\delta_0(T')=\pi/2$, $\sin[\delta_0(T')]=1$, 散射截面达到极大, 就出现了共振。

示例: 197Au的中子弹性散射





提示: 势弹性散射和共振弹性散射是复数和的关系,因此存在干涉,详情见下页,请自行阅读······

Breit-Wiger公式(单能级共振公式)

$$\sigma_{ab} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(T' - E_0)^2 + (\Gamma / 2)^2}$$

1. 当 $T'=E_0$ 时,发生共振

$$\sigma_{ab} = 4\pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{\Gamma^2}$$

$$\sigma_{ab} = 2\pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{\Gamma^2}$$

$$E_0 - \Gamma/2$$

$$E_0 + \Gamma/2$$

$$\sigma_0 = 4\pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{\Gamma^2}$$

$$T' = E_0 \pm \Gamma/2$$

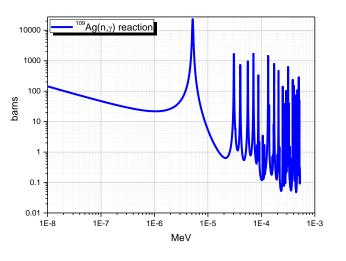
$$\sigma = \sigma_0/2$$

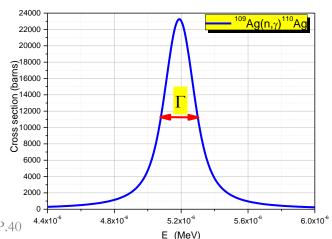
 $FWHM \equiv \Gamma$

$$n + {}^{109}Ag \rightarrow {}^{110}Ag + \gamma$$

共振能量: E_0 =5.12eV

能级宽度: Γ=0.011eV





:·核辐射物理及探测学·2022秋·杨@6A211·yangyigang@mail.tsinghua.edu.cn·P.40

复合核模型:先复合,再衰变

$$\sigma_{ab} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(T' - E_0)^2 + (\Gamma / 2)^2}$$

2. B-W公式可改写为:

$$\sigma_{ab} = \left[\pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma}{(T' - E_0)^2 + (\Gamma / 2)^2}\right] \times \frac{\Gamma_b}{\Gamma}$$

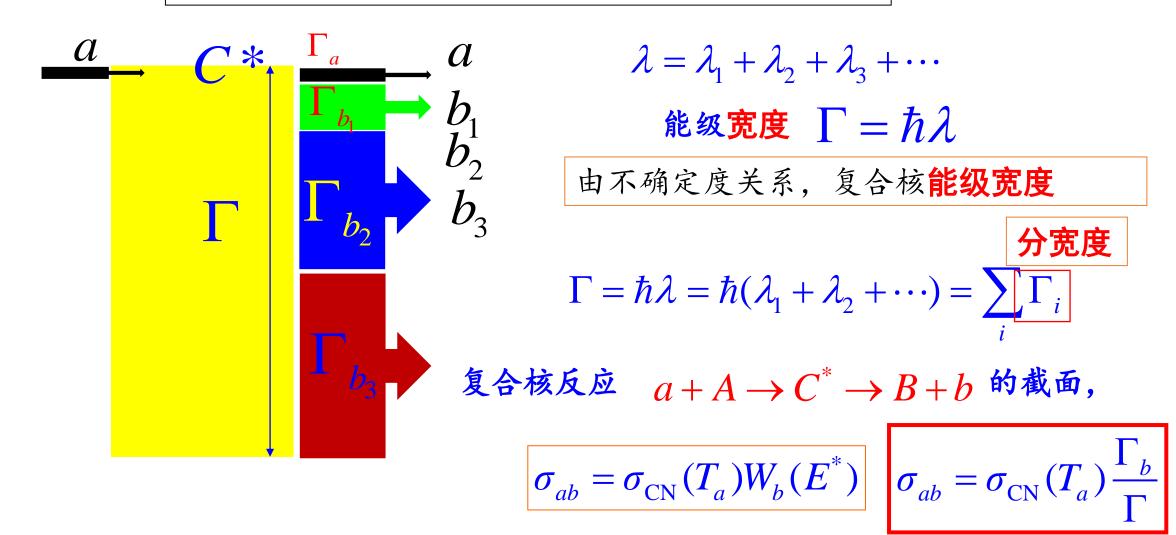
比较:

$$\sigma_{ab} = \sigma_{\rm CN}(T_a) \frac{\Gamma_b}{\Gamma}$$

$$\sigma_{\rm CN} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma}{(T' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

能级宽度(分宽度)

处于激发能 E^* 的复合核单位时间发生衰变的总几率



中子形成复合核的特点

- 中子进入靶核后会迅速损失动能,并使复合核处于激发态;
- 中子被吸收(形成复合核)的概率,与复合核激发能(T'+B_{aa})距离其某个能级的远近有关 (近则大,远则小);
- 慢中子进入靶核的概率不大(进入后从靶核出去的概率也不大),复合核再把中子发射出去 (即弹性散射)的概率也不大(就算让中子罕见地获得了所有的激发能):
- 因此, 与中子直接横穿靶核的时间相比, 复合核的寿命将很长;
- •实际上,对于慢中子与一个A>100的靶核而言,最可几的复合核退激机制是发射γ射线, (n,γ) 反应这是一个比较慢的过程, 其截面遵循1/v规律。

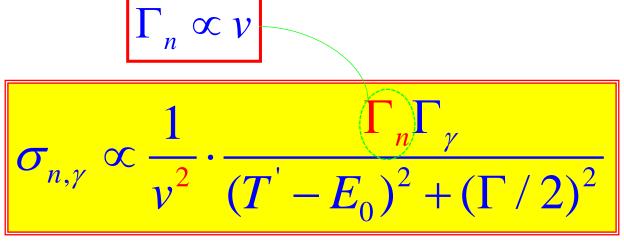
"先看看波长对截面的贡献"

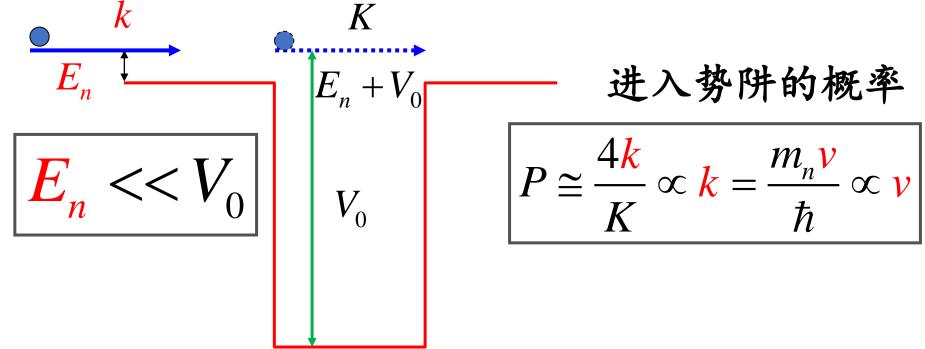
$$\sigma_{n,\gamma} = \pi \lambda^{2} \frac{\Gamma_{n} \Gamma_{\gamma}}{(T' - E_{0})^{2} + (\Gamma/2)^{2}}$$

$$\lambda^{2} = \frac{\hbar^{2}}{2\mu T'} \propto \frac{1}{v^{2}}$$

$$\sigma_{n,\gamma} \propto \frac{1}{2} \cdot \frac{\Gamma_{n} \Gamma_{\gamma}}{(T' - E_{0})^{2} + (\Gamma/2)^{2}}$$

"低能中子进入势阱,并不容易"

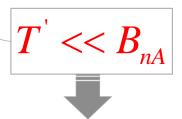




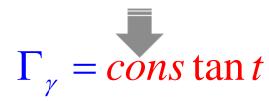
清华大学·核辐射物理及探测学·2022秋·杨@6A211·yangyigang@mail.tsinghua.edu.cn·P.45

"慢中子的动能,对衰变行为没什么影响"

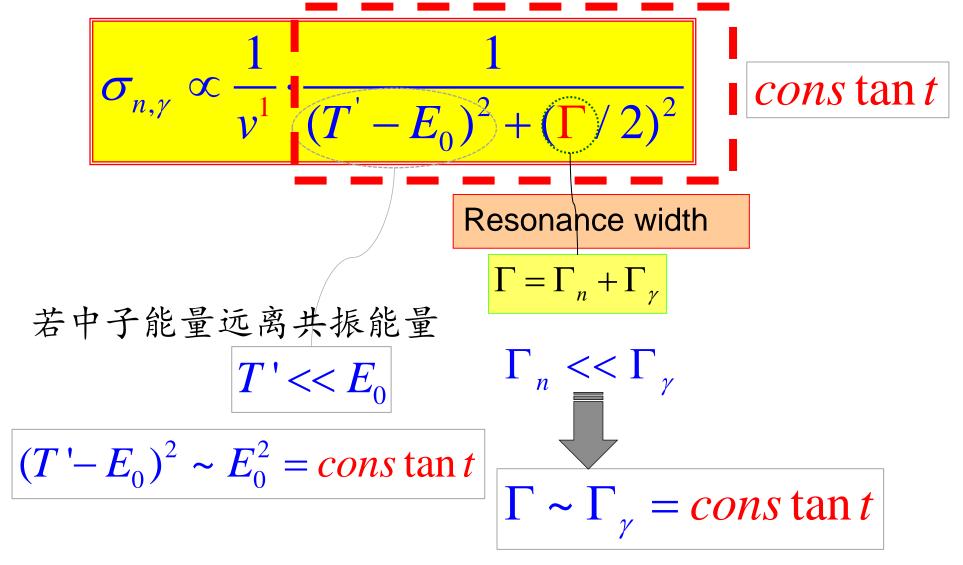
$$\sigma_{n,\gamma} \propto \frac{1}{v^1} \cdot \frac{\Gamma_{\gamma}}{(T^{'} - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

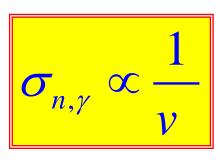


 $E^* = cons \tan t$

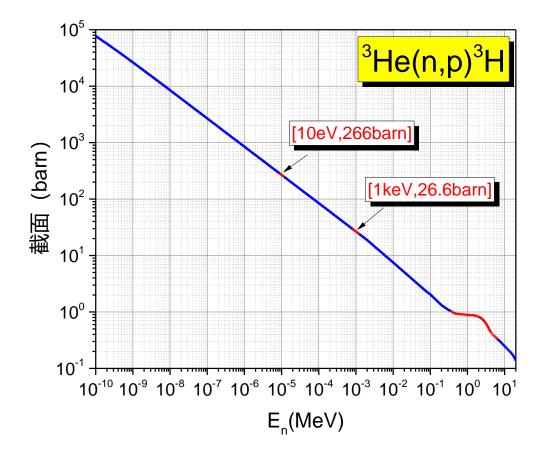


"非共振中子,能量的变化对复合核的衰变不再有什么影响了"





1/v规律——当我们用慢中子来照射靶核时,中子能量的降低 将会有助于(n,γ)反应的发生,该反应的截面反比于中子的速度。



4.6 核反应机制及核反应模型

小结(1/v规律)

- 对于低能中子而言, 它与靶核之间的吸收截面是由两个因素决定的:
 - ① 它的约化波长——中子速度v降低为0.5倍,则约化波长增大为2倍,其对应的面积相应增大为4 倍,这个面积已经有了"截面"的意味在其中了,但这只是事情的一部分;
 - ② 它进入靶核的概率——慢中子所带来的相对运动动能很小(例如eV),是远远小于中子与靶核 的结合能(MeV)的,因此,可以想象,中子在靶核内外的速度差异是天差地别的。这个巨大 的 "差异"减小了中子进入靶核的概率(该概率正比于中子的速度v);
- 将这两个因素结合,就有了1/v规律——当中子的速度降低一倍的时候,其靶核吸收 的截面将会增大一倍。

续......小结(1/v规律)

- 这种情况下形成的靶核,由于中子结合能的缘故,将会处在一个激发态。按道理,激发能不仅与中子的 结合能有关,也与中子所带来的相对运动动能有关,可是后者太小了,因此实际上激发能基本不受中子 实际动能的影响。
- 既然, 靶核的<mark>激发能基本恒定</mark>, 那么, 它能做的事情也就是确定的, 例如发射γ射线的"速度就是恒定 的"—— Γ_{ν} 是恒定的,(并且,当后者是主要衰变模式的时候)则 (n,γ) 反应的截面也就表现为 $1/\nu$ 规律 了。
- 此处, γ并非必须, 如果出射粒子b是带电粒子c, 当其要穿透的库仑位垒不高不厚(例如轻核), 则 (n,c) 反应也会表现出1/v规律。这一点,对于慢中子的探测,是非常有价值的(如 10 B (n,α) 7 Li反应)。
- 这里的讨论是在"中子能量远离共振能量"这个前提下开展的,如果中子的动能碰巧在共振能量附近, 则公式中分母的第一项会起作用,使的截面或大或小的偏离1/v规律(如157Gd的 (n,γ) 反应)。

- 一. 核反应的三阶段描述
- 二. 光学模型
- 三. 复合核模型
- / 四. 连续区理论
 - 五. 直接反应

连续区——T'增加,复合核处于高激发态,能级重叠。

- ▶能级密度加大
 - 更多的核子被激发到高能态
- ▶能级宽度加大
- ▶不再有单能级共振
 - 对于A>100的靶核,中子能量<10keV才有;
 - 中子能量>1MeV, 即进入连续区;

