

➤ 上节回顾：

- 核自旋（4部分）、核磁矩（3部分）、核电矩（偶极矩必然为0）
- 统计性——构成原子核的是费米子，费米子的奇偶性决定了原子核是费米子还是玻色子？
- 宇称——波函数的对称性（奇函数or偶函数）
- 什么是宇称守恒？如何决定原子核的宇称（轨道宇称）？

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_V \frac{1}{r} \cdot \psi^* Ze\psi \cdot d\tau$$

$$\frac{1}{r} = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{r^l}{z_0^{l+1}} P_l(\cos \theta)$$

➤ 本节提要：

- 能级——Z个质子、N个中子，它们本身在核势阱内是有各自的核子能级的。当所有这个核子处在所能处的最低总体能量状态时，这就是原子核的基态。当它们中的某一个核子受到激发，来到高一点的核子能级时，整个原子核也就离开基态，来到了激发态。我们用（I，π，E，T<sub>1/2</sub>）四个参数来描述一个能级。
- 壳层模型——自旋轨道耦合项，最终决定了幻数。
- 第二章 原子核的放射性
  - 初识衰变纲图
  - 放射性衰变的基本规律

上半学期口试题

作业题目： 上半学期口试题

作业说明： 各为同学，上半学期的口试题请见附件。

自发布之日起，至11.3（含）之前，各小组同学可以随时约我进行口试。

1956年之前的  $\theta - \tau$  疑难:

衰变方式	质量/ $m_e$	K介子衰变百分比
$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$	966.7	29%
$\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$	966.3	6%

$\theta^+$ 、 $\tau^+$ 、 $\pi$ 的自旋为0,  $\pi$ 的字称为-1。

$$\begin{aligned}
 &\text{对 } \theta^+ \text{ 衰变,} & \text{对 } \tau^+ \text{ 衰变,} \\
 &\pi_f = \pi_{\pi^+} \pi_{\pi^0} (-1)^l & \pi_f = \pi_{\pi^+} \pi_{\pi^+} \pi_{\pi^-} (-1)^l \\
 &= (-1)(-1)(-1)^0 & = (-1)(-1)(-1)(-1)^0 \\
 &= +1 & = -1
 \end{aligned}$$

宇称守恒,  $\theta^+$ 、 $\tau^+$ 不同?



$\theta^+$ 、 $\tau^+$ 相同, 宇称守恒

为了验证李-杨的猜想, 吴健雄对 $^{60}\text{Co}$ 出射 $\beta$ 粒子

- 空间反演不变=镜子内外都可以发生 $\rightarrow \beta$ 出射方向
- $\beta$ 出射方向与自旋有关 $\rightarrow$ 镜子内外并不等价 $\rightarrow$ 宇称不守恒

Now to return to the  $\vartheta - \tau$  puzzle. In 1953, Dalitz and Fabri<sup>7</sup> pointed out that in the decay of the  $\vartheta$  and  $\tau$  mesons

$$\vartheta \rightarrow \pi + \pi$$

$$\tau \rightarrow \pi + \pi + \pi$$

参考阅读材料71

yang-lecture\_The law of parity conservation and other symmetry laws of physics

some information about the spins and parities of the  $\tau$  and  $\vartheta$  mesons can be obtained. The argument is very roughly as follows. It has previously been determined that the parity of a  $\pi$  meson is odd (i.e. = -1). Let us first neglect the effects due to the relative motion of the  $\pi$  mesons. To conserve parity in the decays, the  $\vartheta$  meson must have the total parity, or in other words, the product parity, of two  $\pi$  mesons, which is even (i.e. = +1). Similarly, the  $\tau$  meson must have the total parity of three  $\pi$  mesons, which is odd. Actually because of the relative motion of the  $\pi$  mesons the argument was not as simple and unambiguous as we just discussed. To render the argument conclusive and definitive it was necessary to study experimentally the momentum and angular distribution of the  $\pi$  mesons. Such studies were made in many laboratories, and by the spring of 1956 the accumulated experimental data seemed to unambiguously indicate, along the lines of reasoning discussed above, that  $\vartheta$  and  $\tau$  do not have the same parity, and consequently are not the same particle. This conclusion, however, was in marked contradiction with other experimental results which also became definite at about the same time. The contradiction was known as the  $\vartheta - \tau$  puzzle and was widely discussed. To recapture the atmosphere of that time allow me to quote a paragraph concerning the conclusion that  $\vartheta$  and  $\tau$  are not the same

## 绪论

§ 1.1 原子核的组成、质量及半径

§ 1.2 原子核稳定性的实验规律

§ 1.3 原子核的结合能

§ 1.4 核力及核势垒

§ 1.5 原子核的矩（自旋、磁矩和电四极矩）

§ 1.6 原子核的统计性质

§ 1.7 原子核的宇称



**§ 1.8**

**原子核的能态和核的壳层模型**

- **原子核**是由核子组成的微观体系。与原子一样，它也有**能级结构**；
  - **基态**：原子核的所有核子的能量状态**整体**处于**最低状态**时，该原子核处于基态。基态只有**一个**；
  - **激发态**：当构成原子核的所有核子的能量状态**整体高于基态**时，原子核处于激发态。
    - 激发态的数目是可以**很多**的；
    - **激发态的能量**：几十keV~数十MeV（对比核外电子：eV到几十keV）；
    - **激发态的半衰期**：典型值 **$\sim 10^{-14}\text{s}$** ；
- **能级结构**：由基态和激发态所决定的结构，称之为能级结构；
- **能态**：基态或激发态，对应于不同核素，用**4个特征量**来描述。

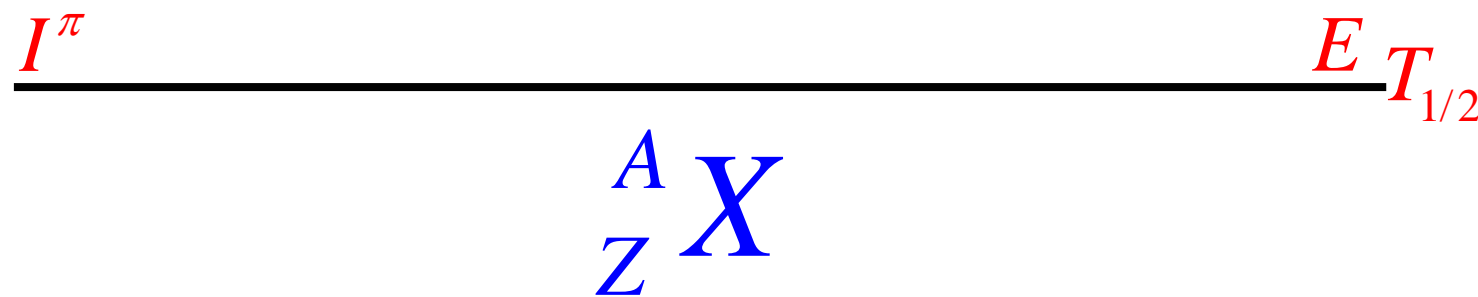
➤ 描述一个能态（也就是一个核素），通常需要四个量：

① **I**: 核自旋

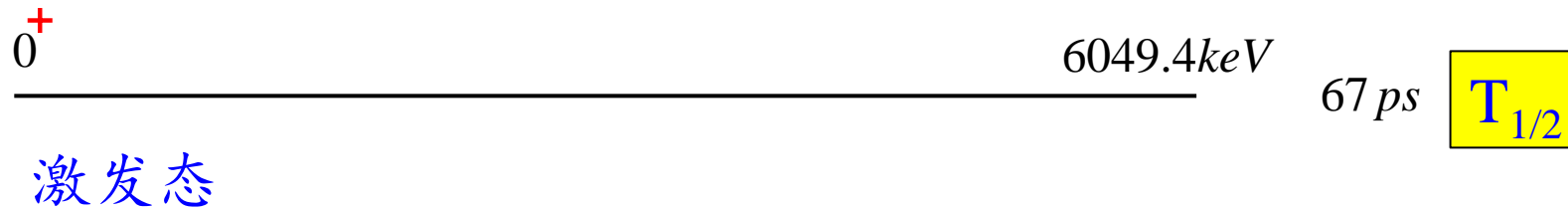
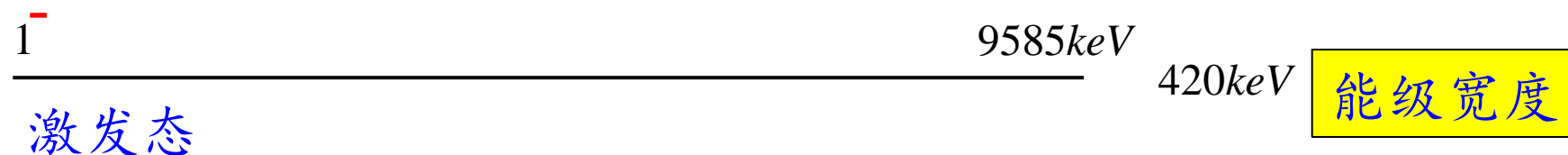
②  **$\pi$** : 核宇称

③ **E**: 能量（相对于基态的能量）

④  **$T_{1/2}$** : 半衰期（能级宽度）



$$T_{1/2} = \frac{\hbar}{\Gamma} \ln 2 = 1.09 \times 10^{-21} s$$



- 各能级有特定的自旋、宇称、能量、半衰期；
- 能级之间可以跃迁。





## ← $^{87}\text{Sr}$ 的同质异能态



## 壳层模型(shell model)

1949: Mayer\*1963, Jensen\*1963, Haxel, Suess

任何一个核子在其它核子形成的平均势场中运动，核子不改变能量状态，保持在特定能态上。

### The Nobel Prize in Physics 1963



Photo from the Nobel Foundation archive.  
Eugene Paul Wigner  
Prize share: 1/2



Photo from the Nobel Foundation archive.  
Maria Goeppert Mayer  
Prize share: 1/4



Photo from the Nobel Foundation archive.  
J. Hans D. Jensen  
Prize share: 1/4

### 参考阅读材料74/75

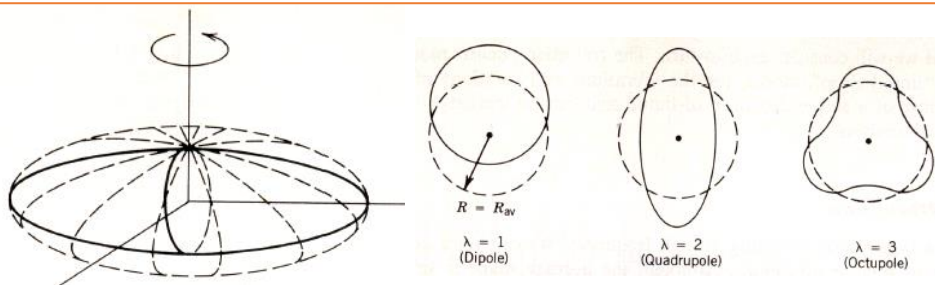
- Mayer-Nobel Lecture\_ « The shell model »
- Jensen-Noble Lecture\_ « Glimpses at the history of the nuclear structure history»

## 集体模型 (collective model)

1953: A. Bohr\*1975, Mottelson\*1975, Rainwater\*1975

在壳层模型的基础上发生形变。

- 球形核↔非球形核
- 并产生转动和振动等集体运动。



### The Nobel Prize in Physics 1975



Photo from the Nobel Foundation archive.  
Aage Niels Bohr  
Prize share: 1/3

**Aage Bohr**  
1922 –2009



Photo from the Nobel Foundation archive.  
Ben Roy Mottelson  
Prize share: 1/3

**Ben Roy Mottelson**  
1926-2022



Photo from the Nobel Foundation archive.  
Leo James Rainwater  
Prize share: 1/3

**Leo James Rainwater**  
1917-1986

8 <sup>+</sup>	—————	1085.3	[1085.4]
6 <sup>+</sup>	—————	641.7	[642.0]
4 <sup>+</sup>	—————	309.3	[308.9]
2 <sup>+</sup>	—————	93.3	[93.2]
0 <sup>+</sup>	—————	0	0

<sup>180</sup>H<sub>f</sub>核的转动能级



## ① 原子核由众多核子构成

➤ 简化势函数：方阱或谐振函数

? 无法解析求解

? 只能数值求解

? 求解多  
体问题

## ② 核力自身的问题?

➤ 核子不仅是two-body force, 甚至可能是three-body force

➤ A所受到的核力, 不仅与B或C的位置有关, 也与B和C之间的相对位置关系有关

## ③ 微观研究→宏观现象?

➤ 对于三体 (three-body) 问题, 理论上可以**微观**(ab initio) 地去研究, 但似乎无助于揭示核的**物理本质**?

➤ 我们对气体是怎么研究的?

? 会微观地去描述各个分子间的相互作用, 然后求解动力学方程吗?

➤ 几个参数: 气压、温度.....

什么是**好的核模型**?

✓ 相对简单的视角

✓ 富有物理思想

✓ 数学上简单

✓ 可以解释已知现象

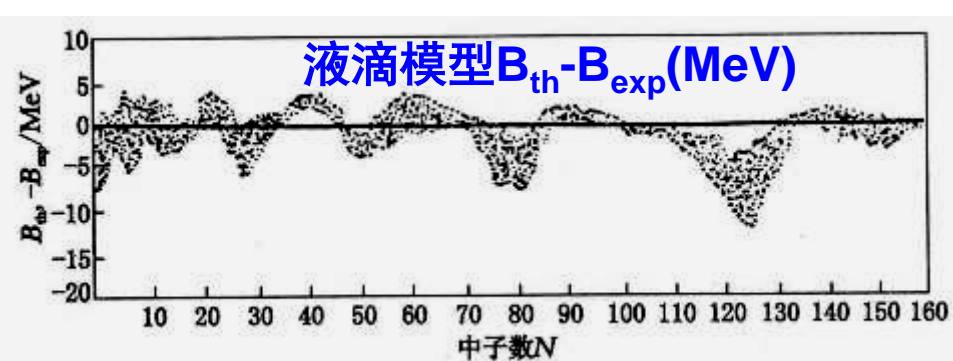
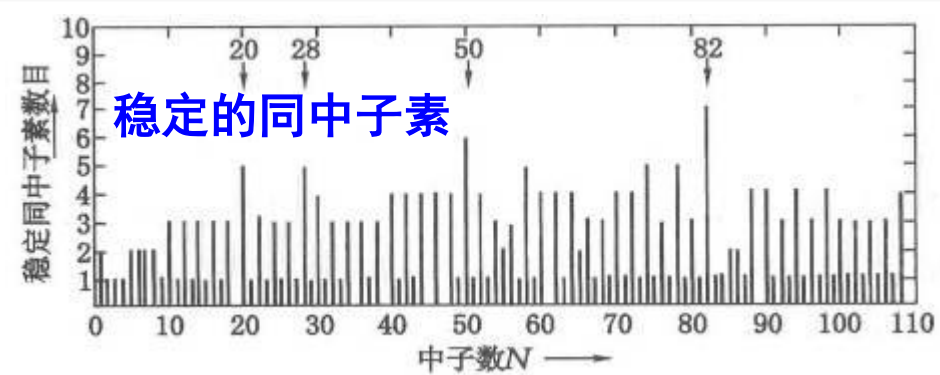
✓ 能够预测新的实验现象

**原子的幻数：**电子数为 2, 10, 18, 36, 54, 86时，元素特别稳定，意味着某些特定壳层的闭合。

**核的幻数：**质子数或中子数为 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126（中子）时，原子核特别稳定，是否也意味着壳层的闭合？



Walter Maurice Elsasser (1904-1991)

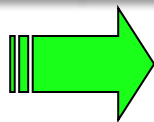


- In 1935, while working in Paris, Elsasser calculated the binding energies of protons and neutrons in heavy radioactive nuclei.
- 1920s, in Göttingen, the first to suggest that the wave-like nature of matter might be investigated by electron scattering experiments using crystalline solids(Davisson–Germer experiment).
- 1946-1947, 地球磁场的 Dynamo theory

Magic number nuclides							
Number of protons	2	8	20	28	50	82	126
	<sup>4</sup> He	<sup>16</sup> O	<sup>40</sup> Ca	<sup>58</sup> Ni	<sup>112</sup> Sn	<sup>204</sup> Pb	
		<sup>17</sup> O	<sup>42</sup> Ca	<sup>60</sup> Ni	<sup>114</sup> Sn	<sup>206</sup> Pb	
		<sup>18</sup> O	<sup>43</sup> Ca	<sup>61</sup> Ni	<sup>115</sup> Sn	<sup>207</sup> Pb	
			<sup>44</sup> Ca	<sup>62</sup> Ni	<sup>116</sup> Sn	<sup>208</sup> Pb	
			<sup>46</sup> Ca	<sup>64</sup> Ni	<sup>117</sup> Sn		
			<sup>48</sup> Ca		<sup>118</sup> Sn		
					<sup>119</sup> Sn		
					<sup>120</sup> Sn		
					<sup>122</sup> Sn		
					<sup>124</sup> Sn		
Number of neutrons	2	8	20	28	50	82	126
	<sup>4</sup> He	<sup>15</sup> N	<sup>36</sup> S	<sup>48</sup> Ca	<sup>86</sup> Kr	<sup>136</sup> Xe	<sup>208</sup> Pb
		<sup>16</sup> O	<sup>37</sup> Cl	<sup>50</sup> Ti	<sup>87</sup> Rb	<sup>138</sup> Ba	<sup>209</sup> Bi
			<sup>38</sup> A	<sup>51</sup> V	<sup>88</sup> Sr	<sup>139</sup> La	
			<sup>39</sup> K	<sup>52</sup> Cr	<sup>89</sup> Y	<sup>140</sup> Ce	
			<sup>40</sup> Ca	<sup>54</sup> Fe	<sup>90</sup> Zr	<sup>141</sup> Pr	
					<sup>92</sup> Mo	<sup>142</sup> Nd	
						<sup>144</sup> Sm	

the shell model, Maria Goeppert Mayer, Nobel Lecture, December 12, 1963.

## 原子壳层结构



? 类比


## 原子核

## ② 核子在核内的运动是独立的

- 泡利原理既限制了每一能级所容纳核子的数目，同时也限制了原子核中核子间的碰撞概率——低能级的核子因碰撞而跃迁到较高能级的概率很小
- 这使得核子在核内有较大的自由程，单个核子可以在核内“独立运动”。

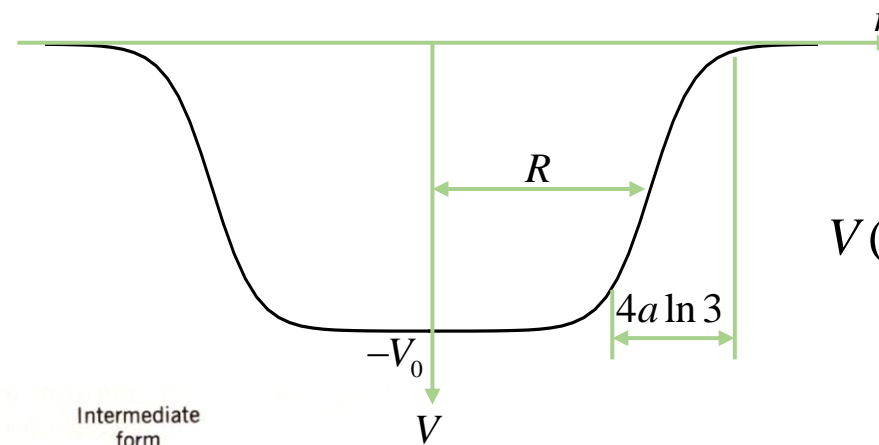
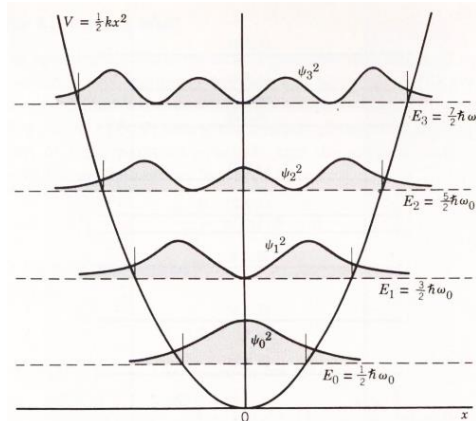
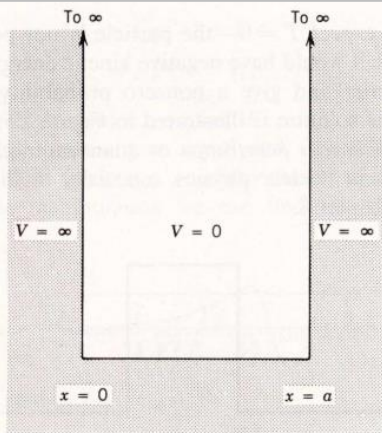
## ③ 核内存在一平均场

- 虽无原子中不变的中心力场，但核子可以看成是在其它核子所形成的平均场中运动；
- 对接近球形的原子核，可以认为这个力场是中心力场。

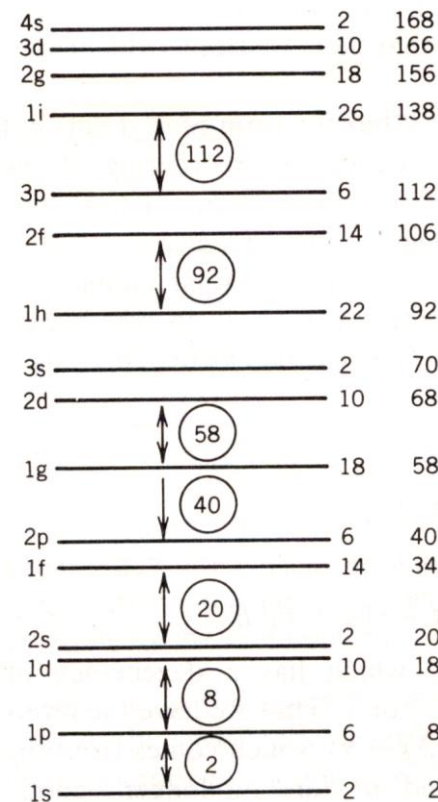
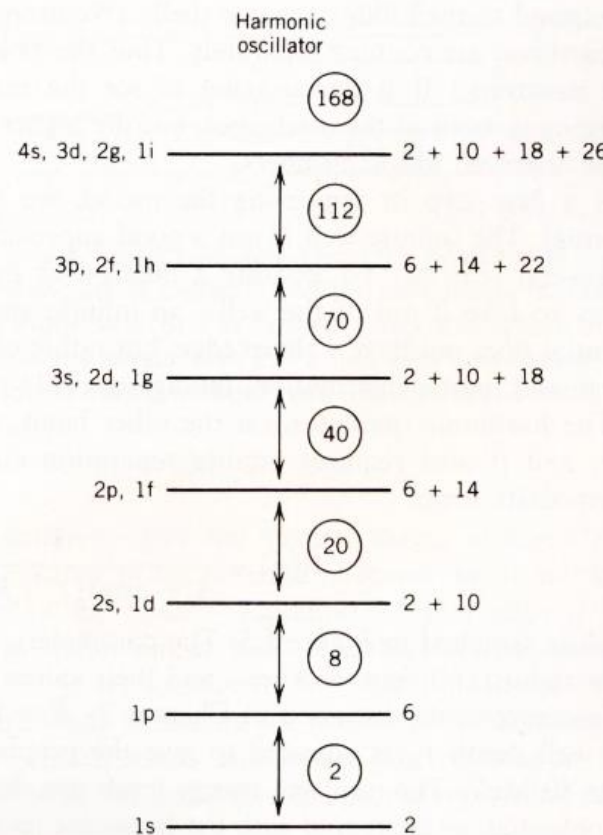
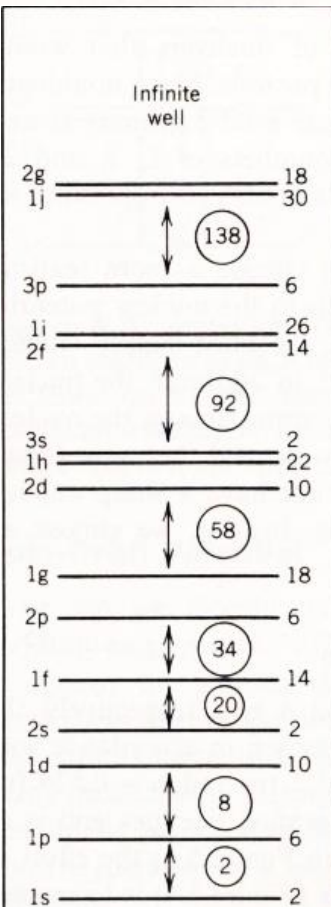
- 
- ① 每个能级上容纳的核子数目有一定的限制
  - ② 每个核子在核内的运动是独立的
  - ③ 存在中心力场

The assumption of the occurrence of clear individual orbits of neutrons and protons in the nucleus is open to grave doubts. In the atom, there is firstly the dominant attraction of the nucleus. The Coulomb repulsion between the electrons is of long range, so that the potential acting on one electron does not depend sensitively on the precise position of the others. In the nucleus, on the other hand, the forces are of short range, so that the potential on one nucleon should depend strongly on the position of the others. In other words, one would expect that a nucleon collides with another one long before it has traversed its orbit even once.

Actually, perturbation by collisions is not as severe as one would at first expect, since the Pauli principle forbids collisions that deflect nucleons into already filled orbits, and therefore most of the intuitively expected collisions do not occur. We shall pursue the description of the nucleus by the independent orbit model. It still remains surprising that the model works so well.



$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp[(r - R) / a]}$$



- 仅有2, 8, 20符合;
- 这个势函数似乎已经足够符合实际情况了!
- 1940s, 人们尝试了很多次, 都不成功。

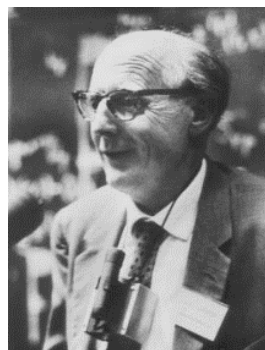


At that time Enrico Fermi had become interested in the magic numbers. I had the great privilege of working with him, not only at the beginning, but also later. One day as Fermi was leaving my office he asked: « Is there any indication of spin-orbit coupling? » Only if one had lived with the data as long as I could one immediately answer: « Yes, of course and that will explain everything. » Fermi was skeptical, and left me with my numerology.



Maria Goeppert Mayer  
(1906–1972)

*the shell model*, Maria Goeppert Mayer,  
Nobel Lecture, December 12, 1963.



J. Hans D. Jensen  
(1907–1973)



Hans E. Suess  
(1909–1993)



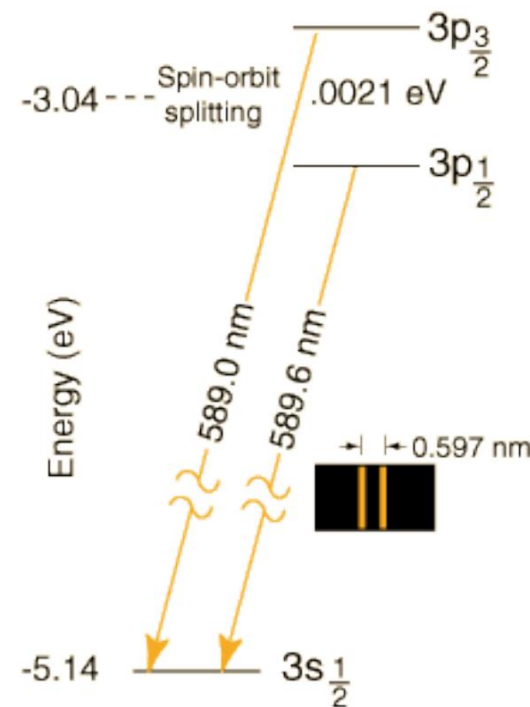
Otto Haxel  
(1909–1998)

I do not know how many false starts my German colleagues made, but I had certainly made many. This one was not. The magic numbers from 28 on can definitely not be obtained by any reasonable extrapolation from the lower numbers, but form a different sequence. There are two different series of numbers, 2, 8, 20, 40.. ., of which 40 is no longer noticeable, and another, 6, 14, 28, 50, 82, 126 of which the first two at 6 and 14 are hardly noticeable. The second series is due to spin-orbit coupling. In ten minutes the magic numbers were explained, and after a week, when I had written up the other consequences carefully, Fermi was no longer skeptical. He even taught it in his class in nuclear physics.

At about the same time Haxel, Jensen and Suess had the same idea.

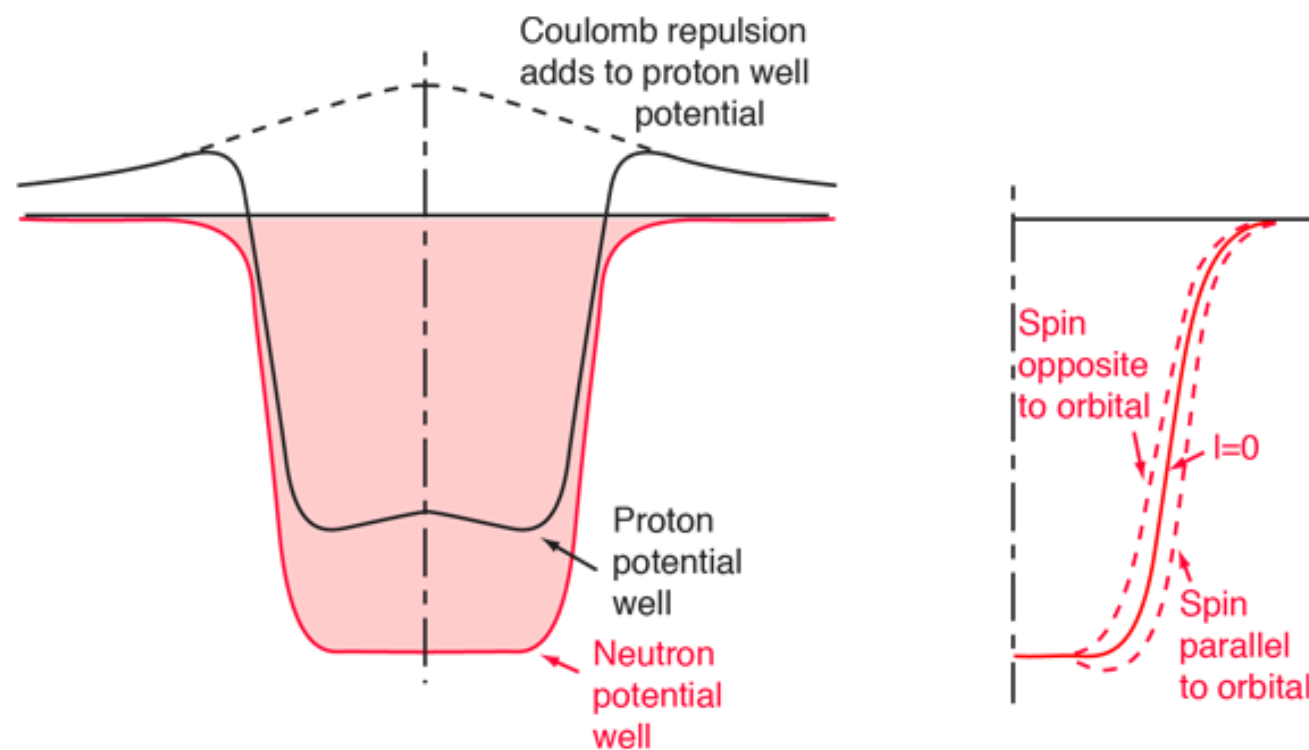
电子自旋磁矩和轨道运动磁矩之间会有电磁耦合关系，这导致谱线有了精细结构。

- 对电子而言，这种耦合非常弱，只有谱线能量间隔的 $\sim 10^{-5}$ 。
- 在原子核中，指望类似的电磁耦合关系是不现实的！因为核磁子比玻尔磁子小三个量级。
- 我们所用到的耦合关系来自于核力的自旋-轨道耦合部分。



The assumption of a strong spin-orbit coupling contradicted the earlier tradition which assumed that spin-orbit coupling was very weak. Our attitude was « We know so little about nuclear forces. » By now, there is ample evidence for the fact that spin-orbit interaction in nuclei is indeed an important effect. Fig. 6 shows a very schematic level scheme. At the left side are the

1949年, M.G.Mayer和J.H.D. Jensen在势阱中加入了  
自旋-轨道耦合项, 得到了幻数的关键项。



引入自旋轨道耦合量子数:

总角动量量子数  $j$ , 取值:

$$j = l \pm 1/2$$

一个能级以  $\nu l j$  表示, 每个能级上最多放  $2j+1$  个核子。



(1906~1972) (1907~1973)

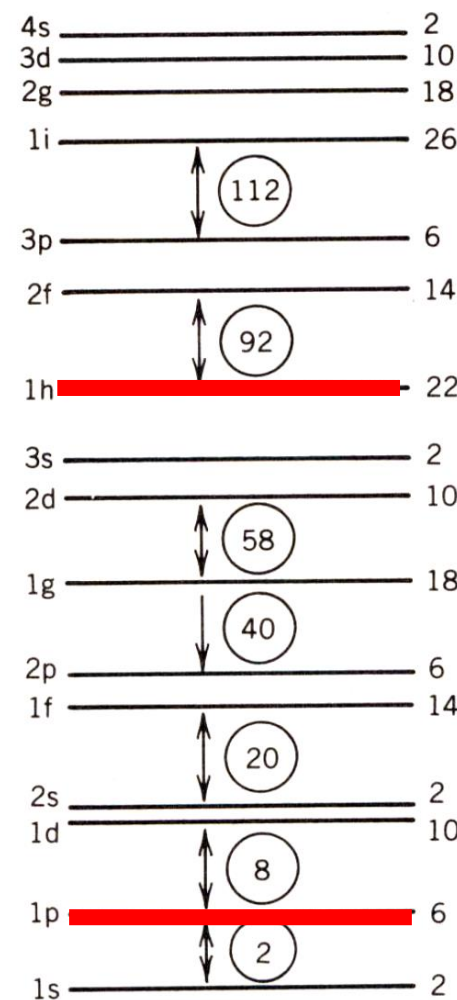
(1963年诺贝尔物理学奖)

to the shell model. In Wigner's theory, spin-orbit coupling is assumed to be very weak, whereas in the shell model spin and orbital angular momentum are assumed to be rigidly coupled.

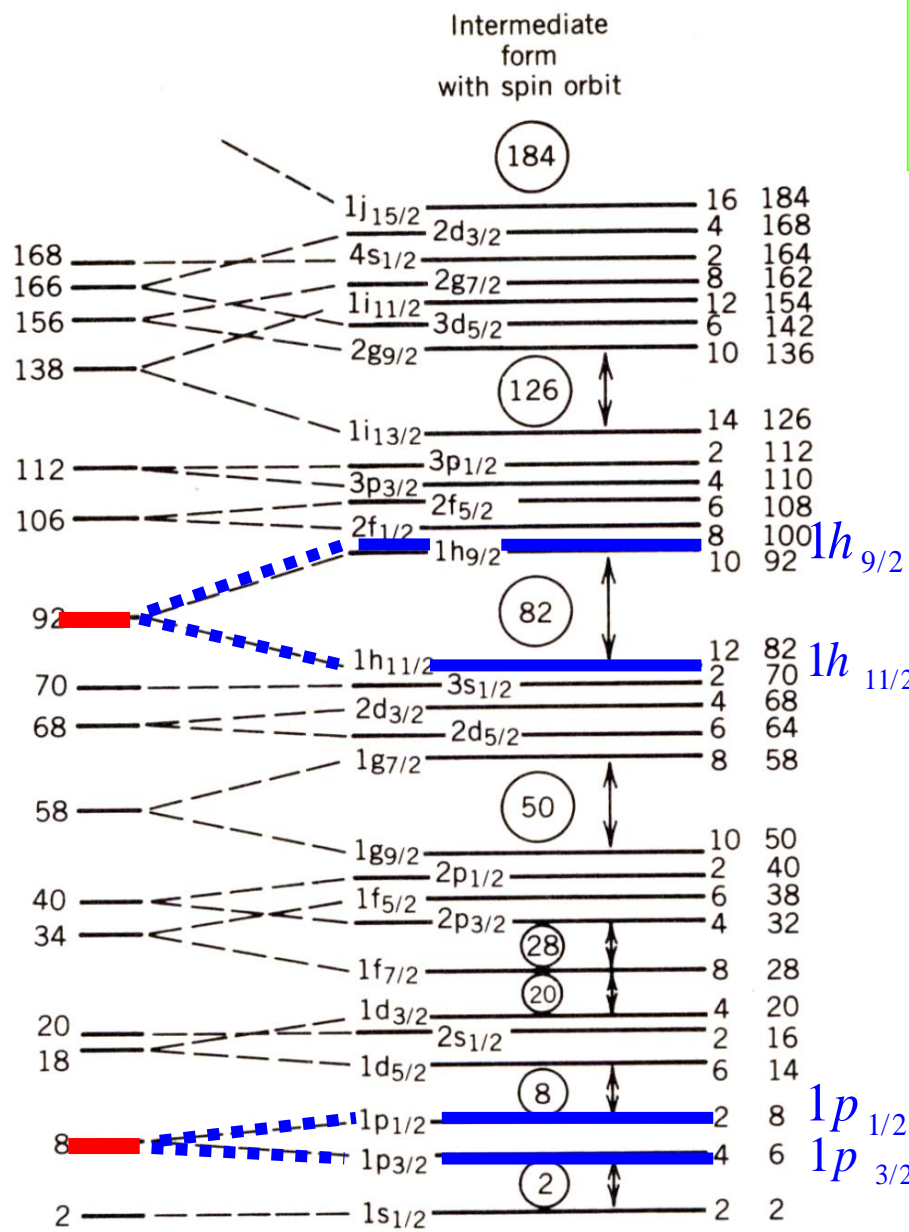


s	p	d	f	g	h
0	1	2	3	4	5

Intermediate form



$$2(2\ell + 1) \Sigma 2(2\ell + 1)$$



$$2j + 1 \Sigma (2j + 1)$$

• Nuclear spin-Orbit force , but not electromagnetic

• Spin-Orbit interaction  $V_{so}(\vec{r}) \cdot (\vec{\ell} \cdot \vec{s})$

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$$

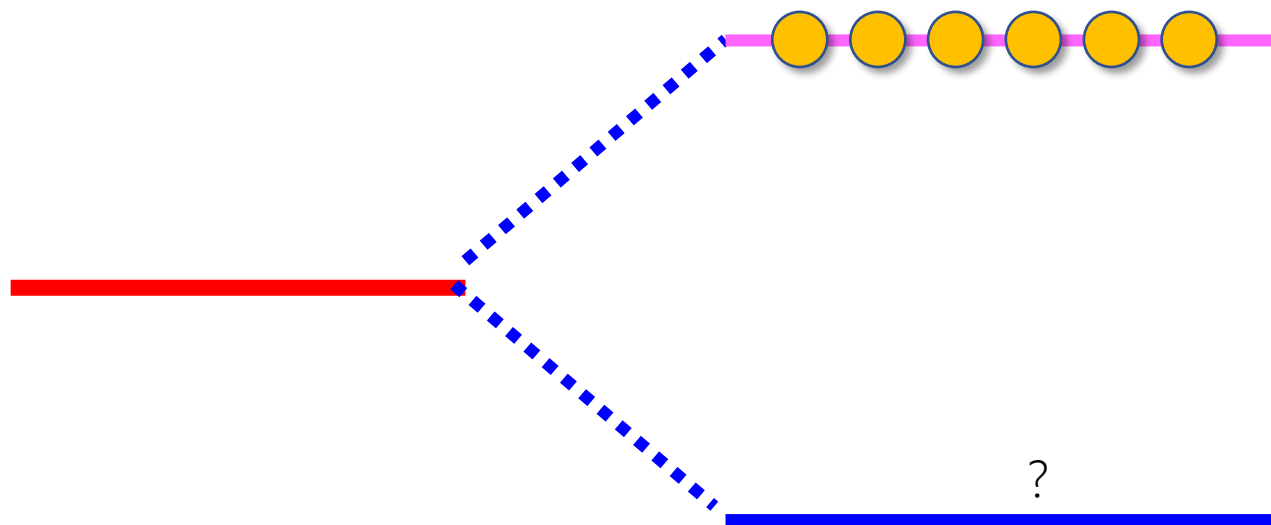
$$\vec{j}^2 = (\vec{l} + \vec{s})^2 = \vec{l}^2 + 2\vec{l} \cdot \vec{s} + \vec{s}^2$$

$$\langle \vec{\ell} \cdot \vec{s} \rangle = \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \hbar^2$$

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\ell} \cdot \vec{s} \rangle_{j=l+1/2} - \langle \vec{\ell} \cdot \vec{s} \rangle_{j=l-1/2} \\ &= \frac{1}{2} \left[ \left( l + \frac{1}{2} \right) \left( l + \frac{3}{2} \right) - \left( l - \frac{1}{2} \right) \left( l + \frac{1}{2} \right) \right] \hbar^2 \\ &= \frac{1}{2} (2l + 1) \hbar^2 \end{aligned}$$

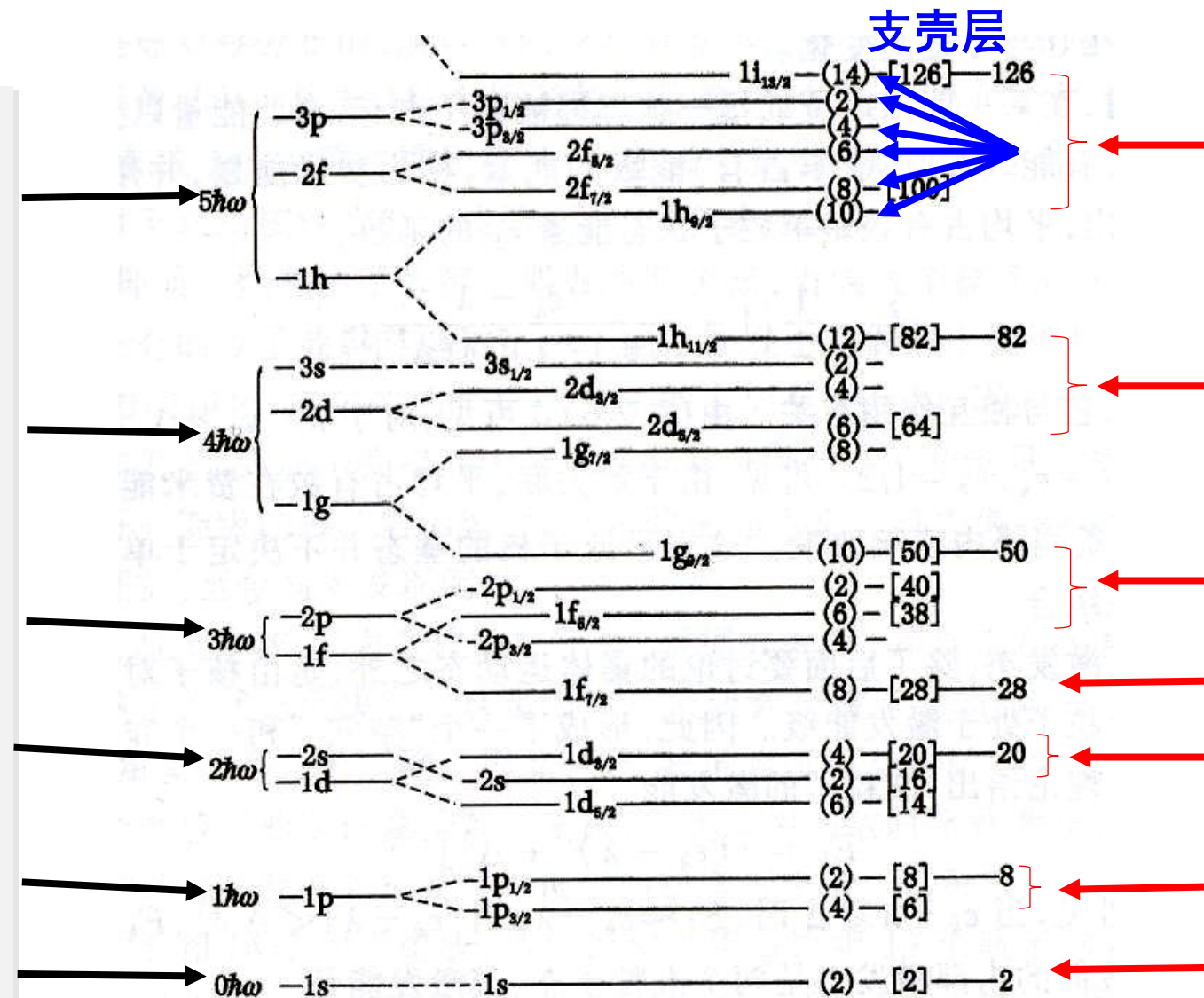
$$\Delta V_{sl} \propto (2\ell + 1)$$

已知考虑自旋轨道耦合之后，某能级发生分裂，其中上面的能级可放置6个核子，则下面的能级最多可以放几个核子？ [填空1] （阿拉伯数字）



作答

不考虑自旋轨道耦合的主壳层



考虑自旋轨道耦合的主壳层

- 两个幻数间的各能级形成一个**主壳层**
  - 主壳层之间的能量间隔**较大**
- 主壳层内的每一能级叫做**支壳层**
  - 支壳层之间的能量间隔**较小**
- **质子**和**中子**各自形成**自己的壳层**

## 偶偶核（基态）

 $0^+$ 

- **基态**时，在每一个能级上的**核子**（中子/质子）数都是**偶数**。
- 同一能级中的偶数个核子具有同样大小的角动量  $j$ ，而且由于**对力**的作用，**成对**核子间的  $j$  的**方向相反**。
- **自旋**：同一能级的所有核子的角动量**矢量和为零**，质子壳层和中子壳层都有为零的角动量。所以偶偶核的**基态自旋为零**。
- **宇称**：每一能级核子的轨道角动量相同，核子数为偶，因此基态**宇称为正**。

## 奇A核（基态）

$$\pi = (-1)^{l_n}$$

$$\pi = (-1)^{l_p}$$

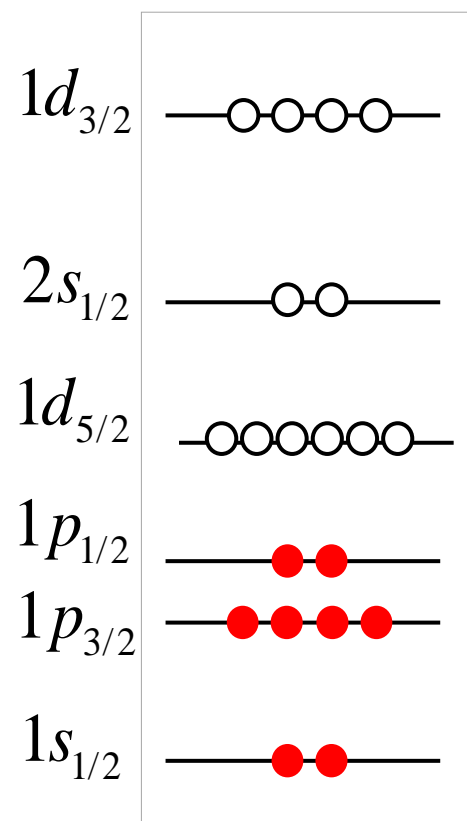
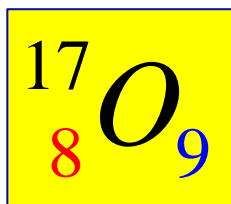
- 其余偶数个核子的贡献，相当于一个**偶偶核**的贡献，此模型也叫**单粒子模型**。
- **自旋**：与最后一个**奇核子**的角动量  $j$  相同。
- **宇称**：由该**奇核子**的轨道量子数  $l$  来**决定**。

## 奇奇核（基态）

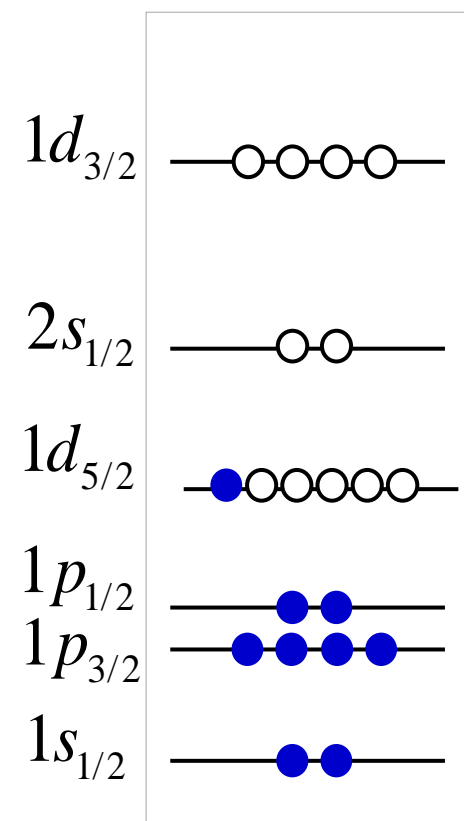
$$\pi = (-1)^{l_n + l_p}$$

- **自旋**：由最后一个**奇中子**和**奇质子**耦合而成。
- 由于中子和质子的**自旋**都是  $1/2\hbar$ ，而**轨道**角动量总是**整数**，因此，**耦合结果必定是整数**。
- **宇称**：由两个奇核子的状态决定。

**基态：**质子和中子都填满最低能级，原子核的能量最低。

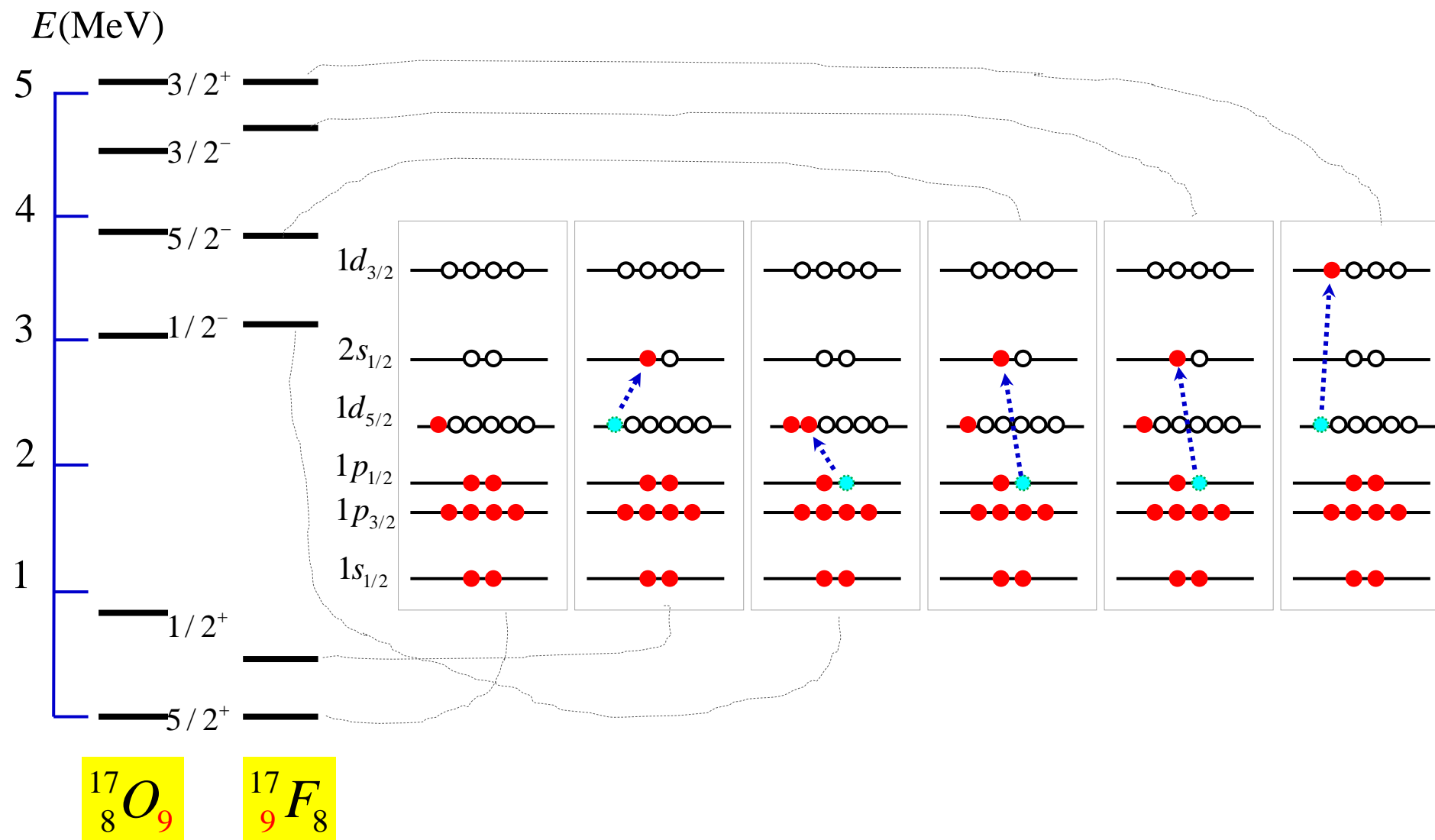


质子能级



中子能级

**激发态：**核子处于较高能级而较低能级未填满，原子核的能量状态高于基态。



- 所谓**能级**，是**所有核子**能量状态的反映，是大家一起“凑”出来的。对单个核子谈不上能级， $^1\text{H}$ 核是没有能级的，因为它只有孤零零一个质子。
- **一个能级**，就对应**一个核素**！
- 描述该能级，通常需要**4个因素**：**能量**、**自旋**、**宇称**和**半衰期**（或能级宽度）。
- 核壳层结构是对核外电子壳层结构的借鉴，不同之处是：核子的**核力自旋轨道**耦合项作用很大，这是核幻数确定过程的最后一个拼图（之前是合理的势函数）。





清华大学工程物理系

<http://www.ep.tsinghua.edu.cn>

Department of Engineering Physics  
Tsinghua University

2022年秋季学期

# 核辐射物理及探测学

Nuclear Radiation Physics and Detection

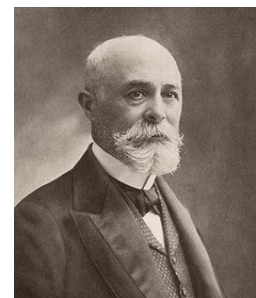
## 第二章 原子核的放射性



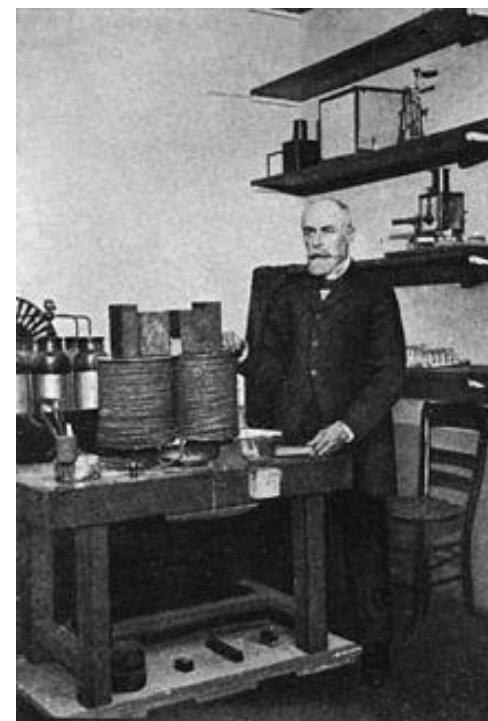
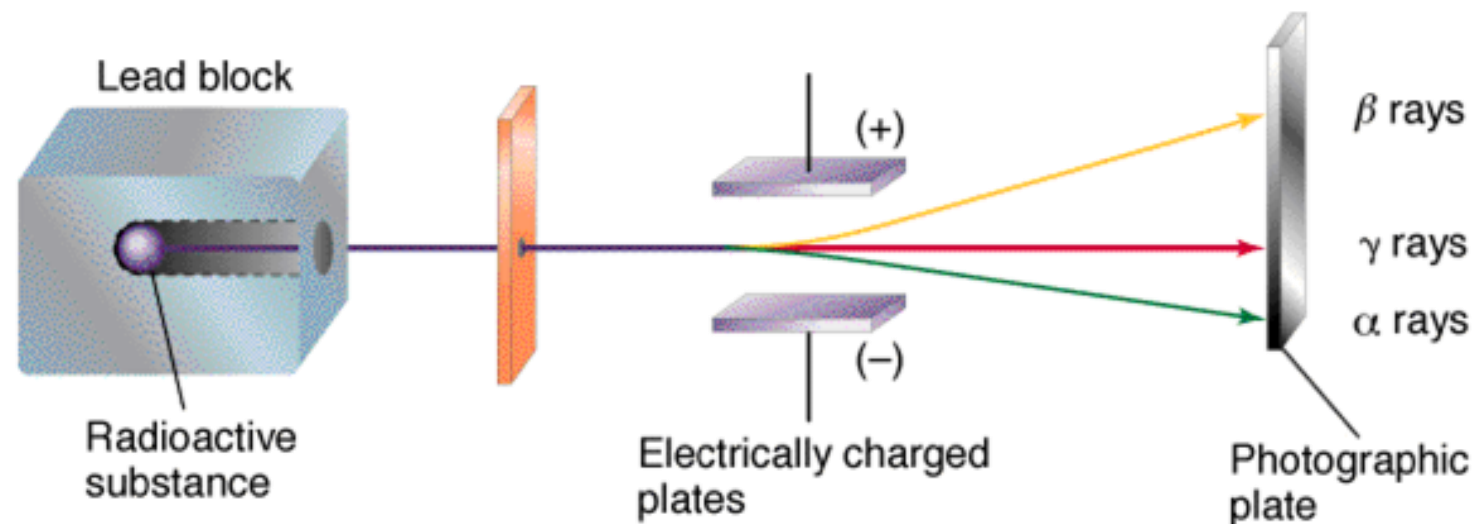
Radiation Physics and Detection Technology

Department of Engineering Physics

- 1895年11.8, **伦琴** (Wilhelm Conrad Röntgen) 发现**X射线**, 1896年 1.1, 将《初步通信: 一种新射线》和用X射线拍的照片寄给数学物理学家**彭加勒** (Henri Poincare)
- 1896年1.20, 法国科学院周例会, **彭加勒**:
  - (看起来)“X射线”来自于受到阴极射线照射而发荧光 (fluorescent) 的阴极射线管。
  - 其它受激辐射体 (如磷光体) 是否也可以产生“X射线”并照相?
- 1896年2.24, **贝克勒耳**利用阳光照射铀盐, 后者使底片曝光
- 1896年2.26~, 无阳光日, 3.1发现铀盐亦使底片曝光
  - 3.2日晚, 法国科学院报告《论磷光辐射》
  - 发现放射性, 贝克勒耳射线
- 1898年: **卢瑟福**: 从贝克勒耳射线中分离出 $\alpha$ 和 $\beta$  (1898-1899, 《铀辐射和它产生的电导》)
  - $\alpha$ : 容易被吸收, “不能被磁场偏转”
  - $\beta$ : 贯穿能力更强, 可以被磁场偏转
- 1900年: 法国人**维拉德** (Paul Villard) 发现 $\gamma$ 射线 (卢瑟福命名)
  - 不能被偏折
  - 穿透力很强



请阅读第二章阅读材料4. The Discovery of Gamma Rays

天然放射性中的常见射线： $\alpha$ ， $\beta$ ， $\gamma$ 

1896 年，Henri Becquerel (1852~1908)，获 1903 年诺贝尔物理奖，在铀矿物中发现射线(底片感光)。

$\alpha$ 射线——**氦核**( $^4\text{He}$ )，带**正**电，贯穿本领**小**；

$\beta^-$ 射线——**高速电子**，带**负**电，贯穿本领较**大**；

**注：** $\beta^+$ 射线也是**高速电子**，带**正**电，贯穿本领较**大**，但天然放射系中没有 $\beta^+$ ；

$\gamma$ 射线——**波长很短的电磁波**，**中性**，贯穿本领**大**。

- **放射性**(radioactivity):

原子核**自发**地**发射**各种**射线**的现象，称为放射性。

- **放射性核素**(radioactive nuclides):

能自发地发射各种射线的核素，也称为不稳定核素。

- **原子核衰变**(decay, disintegrate):

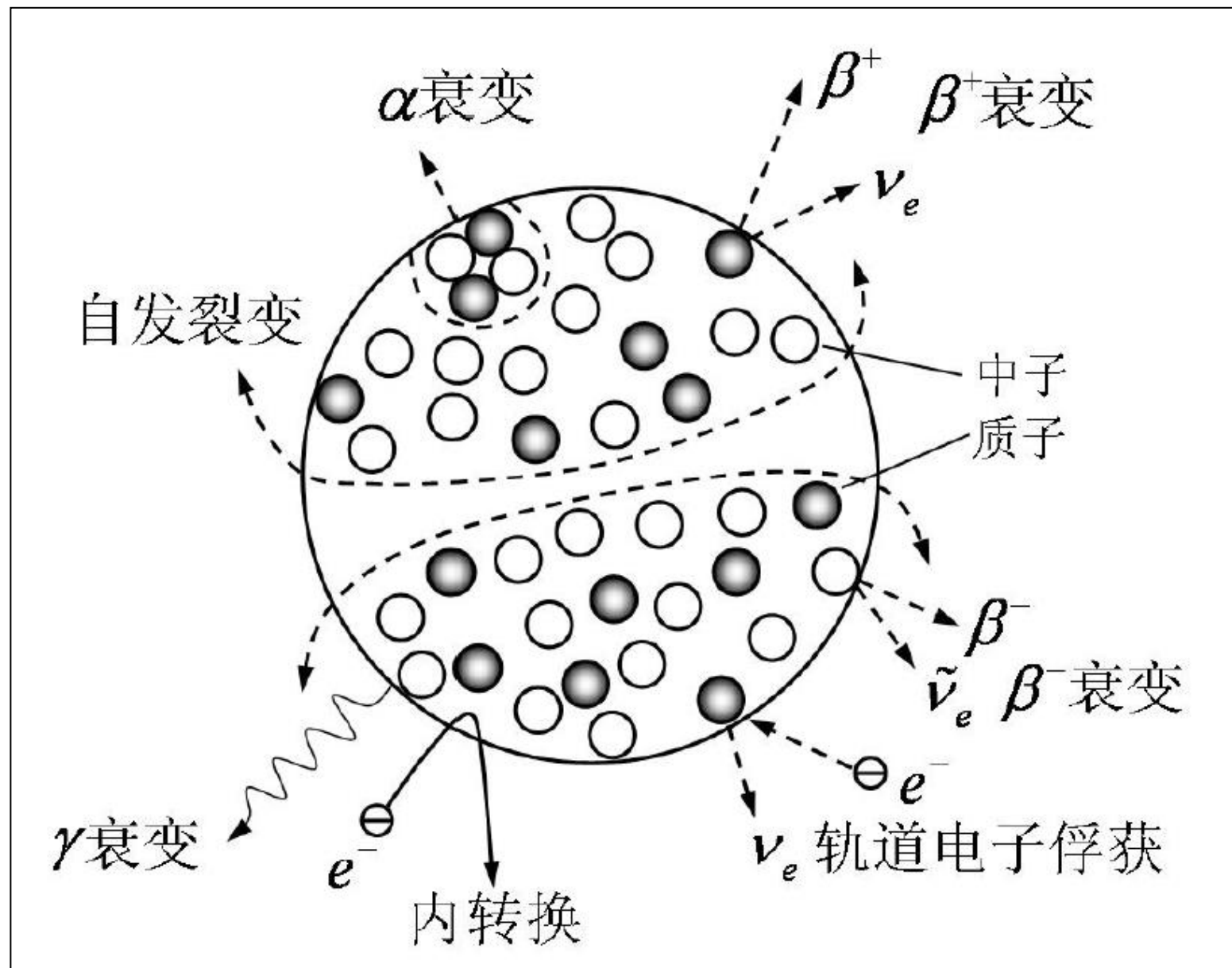
原子核**自发**地发生**转变**的现象，称为原子核的衰变。

- 放射性现象**由谁决定**？

✓ **与原子核**的变化有关

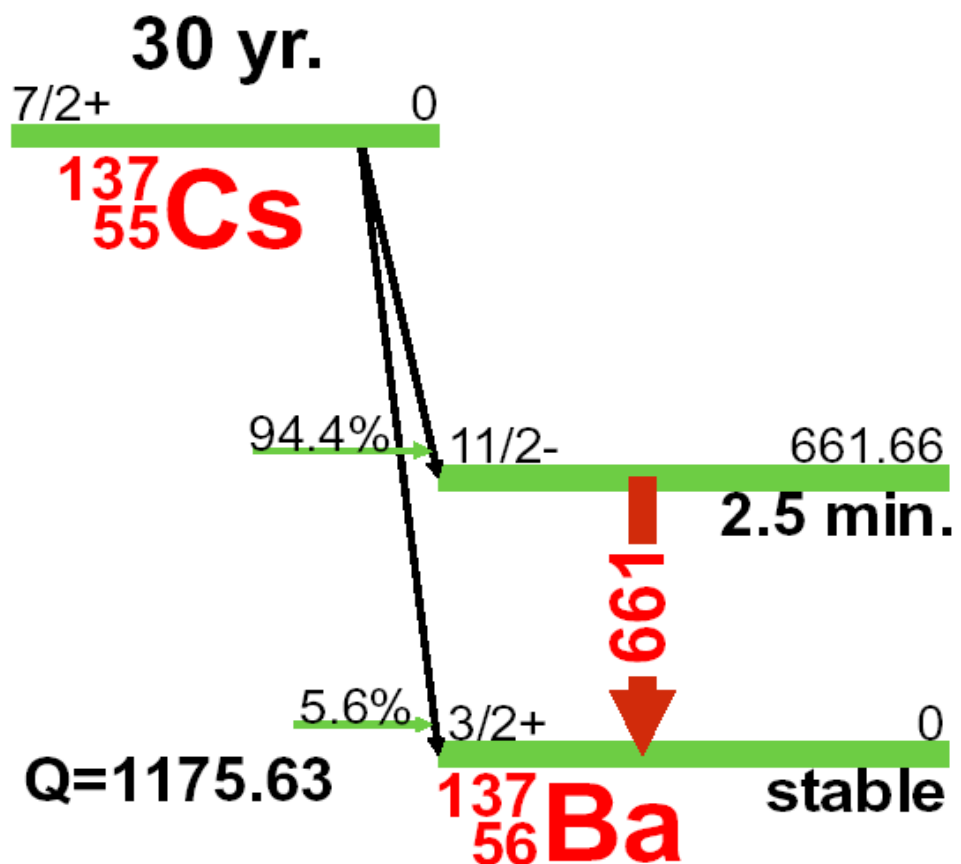
？ **与核外电子状态**的改变关系很小

- $\alpha$ 衰变
- $\beta$ 衰变
- $\gamma$ 衰变
- 自发裂变 (重核)
- 核子发射





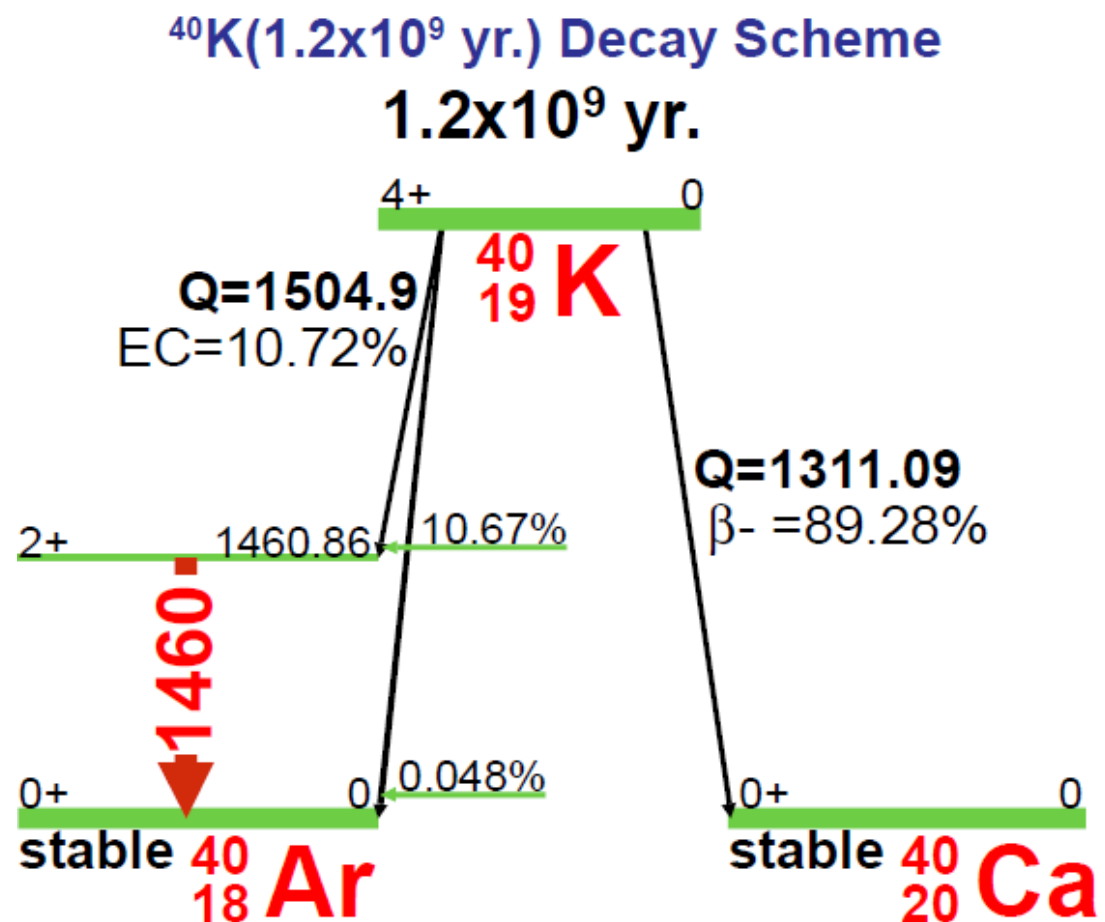
每个不稳定原子核都有自己的“**衰变纲图, decay scheme**”，这是本课程两大知识点之一。



要掌握一个衰变纲图，需要了解：

- ① “**主核素**”是谁？4个参数（自旋，宇称，能量，半衰期）。
- ② “**子核素**”  $^A_Z\text{X}$ 是哪些？4个参数如何？
- ③ 主核素→子核素时发生了什么**物理过程**？
- ④ 该过程对应的**能量变化**是怎样的？
- ⑤ 每个过程对应的**概率（绝对强度）**是多少？
- ⑥ 子核素是否继续衰变？如果发生 **$\gamma$ 跃迁**，能量如何？**绝对强度**如何？

## 再看一个纲图



① “主核素”是谁？

 $^{40}\text{K}$ 

② “子核素”是哪些？

 $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{40}\text{Ar}(0^+)$ ,  $^{40}\text{Ar}(2^+)$ 

③ 物理过程？

 $\beta^-$ ,  $\beta^+$ , EC

④ 能量的变化？

1311.09, 1504.9(?), 44.04keV(?)

⑤ 绝对强度（概率）是多少？

89.28%, 0.048%, 10.67%

⑥  $\gamma$ 跃迁？

1460 keV





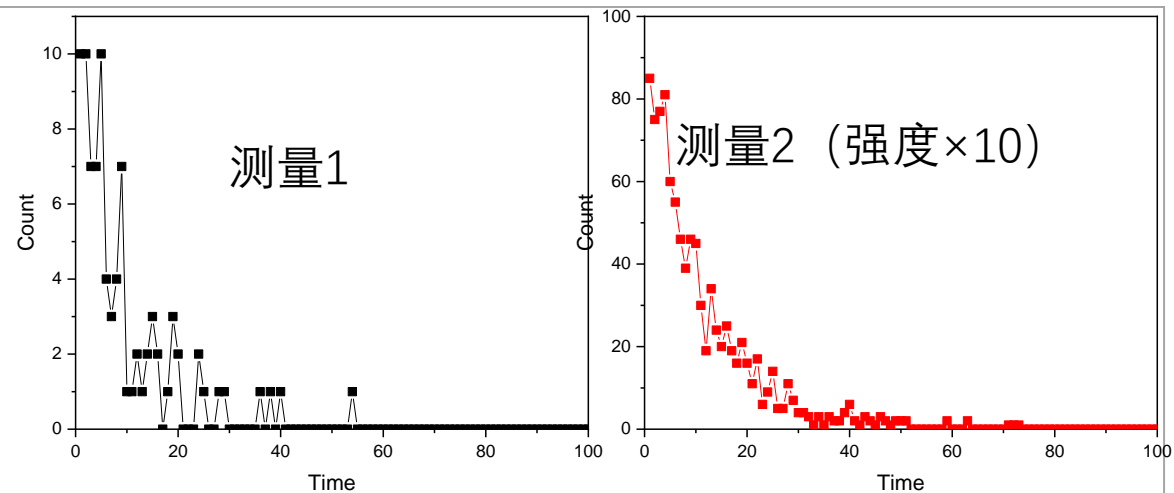
## § 2.1 放射性衰变的基本规律

§ 2.2 递次衰变规律

§ 2.3 放射系

§ 2.4 放射规律的一些应用

- 放射性原子核是**全同**的。
- 原子核的衰变是**独立**的。
- 原子核的衰变是**随机**的。



∴ 单个原子核的衰变是个**随机事件**。

∴ **不能预测**某一原子核的衰变时刻。

∴ 放射性衰变是一个**统计过程**。

✓ 可以得到放射源中总放射性原子核数目的**减少规律**。

$$N$$

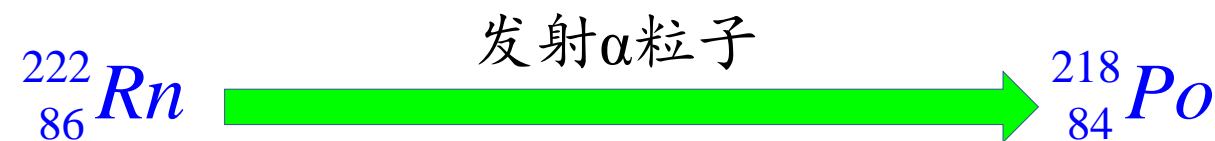
$$\sigma_N = \sqrt{N}$$

$$\nu_N = \frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

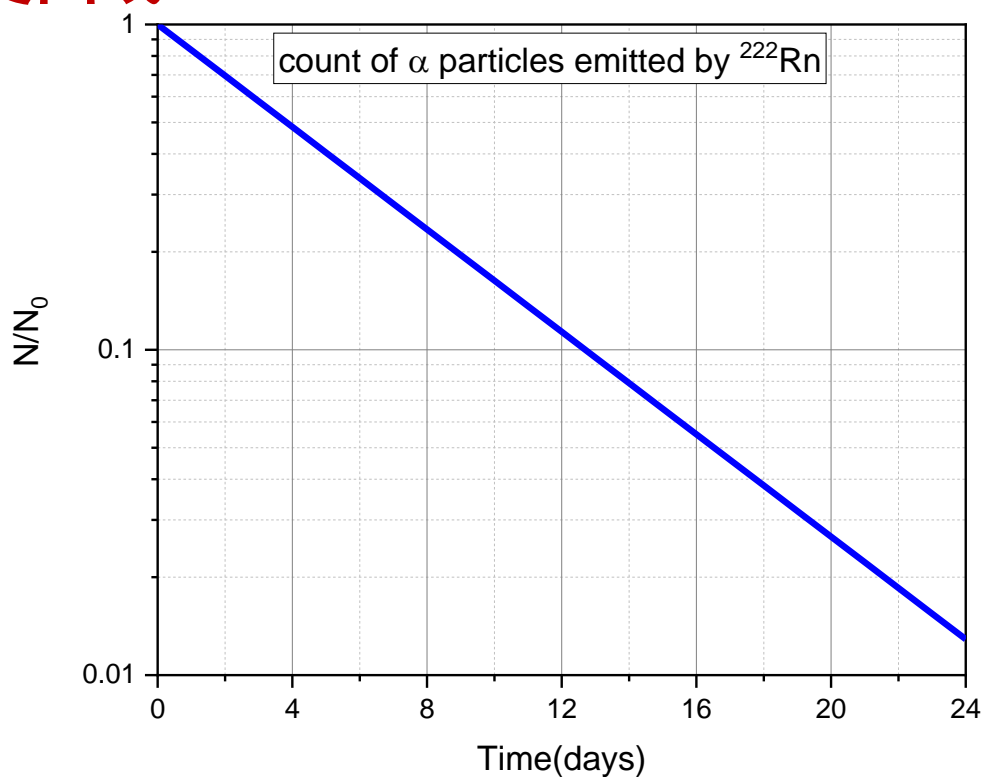
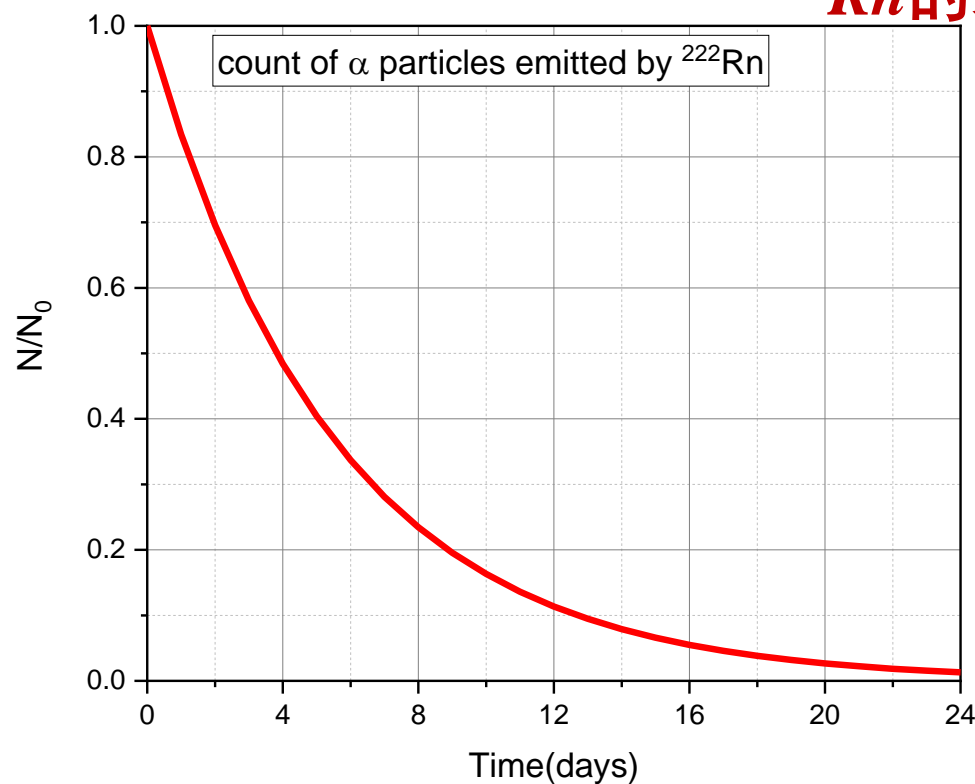
- 1896年发现天然放射性之后，花了3年的时间了解放射性衰减是呈指数下降规律的。
- 又花了几年的功夫来认识到辐射事件是单个原子（核）的行为，而非整体的行为。
- 又花了2年的时间来认识到衰变的统计性本质——不可预测某个原子核的衰变时刻。
- 随机性现在是容易接受的概念，但在量子理论被发展和接受之前，实在难以理解。——  
“世界若不是随机的，那么粒子全同性所要求的平等又何以存在呢？为什么有些 $^{235}\text{U}$ 核早已衰变掉了，有些却历经了45亿年还能存在于地球呢？”

- 一. 单一放射性的**指数衰减**规律
- 二. **衰变常数、半衰期、平均寿命和衰变宽度**
- 三. 放射性的**活度和单位**

实验发现： $^{222}\text{Rn}$ 发射的 $\alpha$ 粒子，其数目每**3.8235**天减少一半。

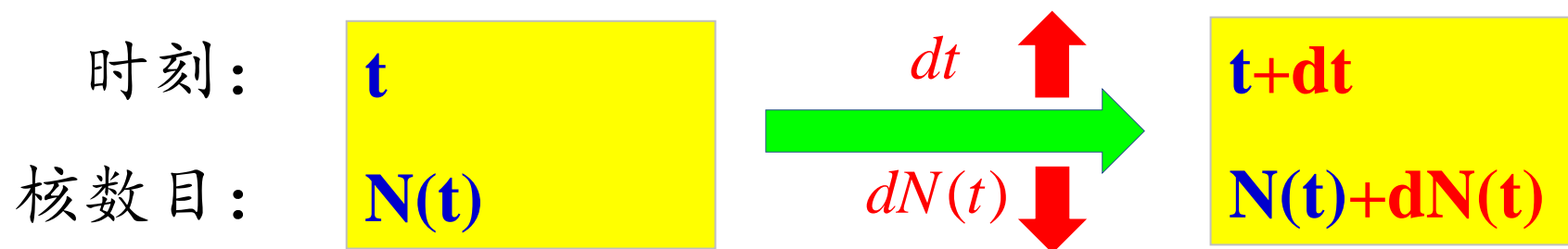


$^{222}\text{Rn}$ 的衰变曲线



## 指数衰减的数学推导

由统计性，以放射源总体考虑衰减规律：



$-dN(t)$  正比于  $N(t)$  和时间间隔  $dt$ ，有：

$$-dN(t) = \lambda \cdot dt \cdot N(t)$$

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot dt$$

$$d(\ln N(t)) = -\lambda \cdot dt$$

$$\ln N(t) = -\lambda t + C$$

$$\ln N(t) = -\lambda t + \ln N(0)$$

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$$

**定义：衰变率  $J(t)$**

$$J(t) = \frac{-dN(t)}{dt} = \frac{-d[N(0)e^{-\lambda t}]}{dt} = \lambda N(t)$$

$$\lambda = \frac{-dN(t)/dt}{N(t)}$$

分子：  $t$  时刻单位时间内衰变的核数目，称为**衰变率**，记作 **$J(t)$**

分母：  $t$  时刻放射性原子核**总数**

**定义：衰变常数(decay constant)  $\lambda$**

**衰变常数  $\lambda$** ：一个原子核在单位时间内发生衰变的概率。

量纲为  $[t]^{-1}$ , 如：  $1/s$ ,  $1/h$ ,  $1/d$ ,  $1/a$

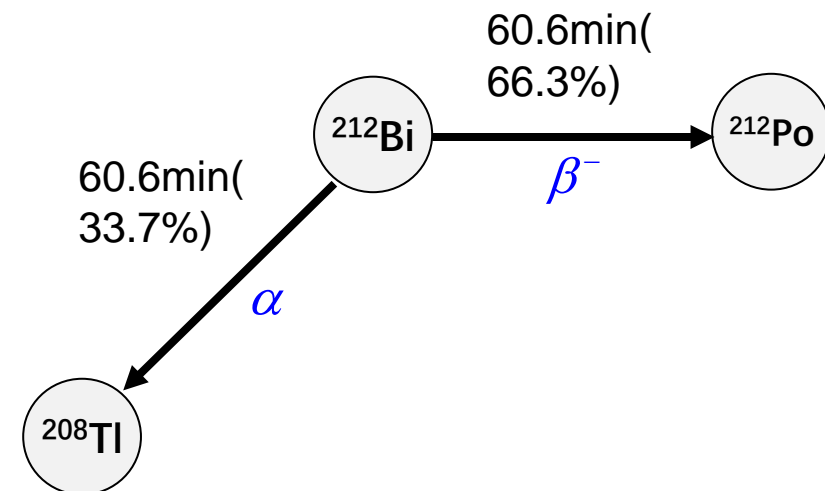
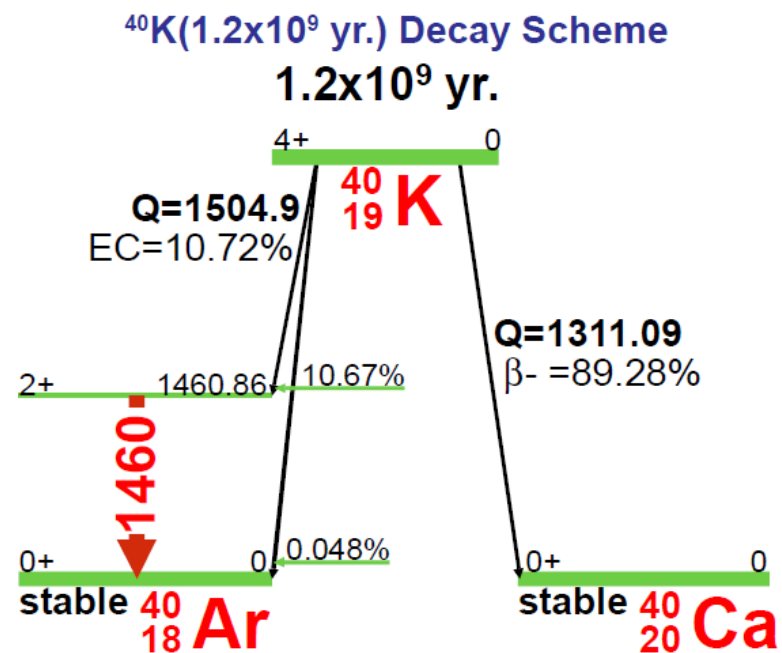


当一个原子核有几种衰变方式时,衰变常数等于分支衰变常数 (partial decay constant) 之和

$$\lambda = \sum_i \lambda_i$$

定义: 分支比(Branch ratio) $R_i$

$$R_i = \frac{\lambda_i}{\lambda}$$



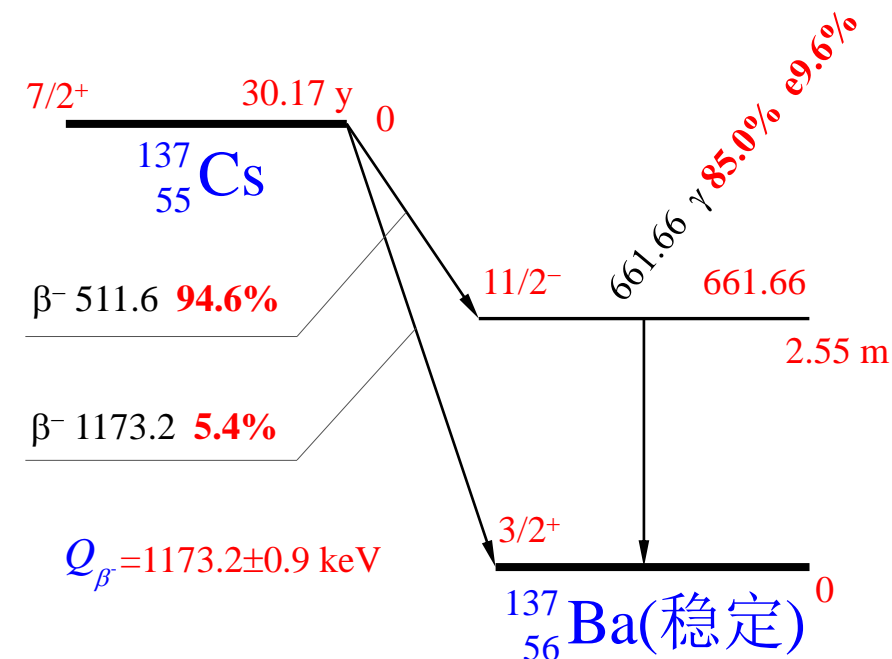
## 绝对强度 vs 分支比

- **绝对强度**是针对衰变纲图中的**主核素**而言的。衰变纲图中的**百分数**就是绝对强度，意思是，一个主核素的衰变，对应于某粒子出射或反应发生的概率是多少？

- **分支比**则是针对衰变纲图中的**某个具体核素**（可以是主核素，也可以是子核素）而言的，分支衰变对应于哪个核素，分支比就是针对哪个核素的。

- **绝对强度**可以认为是衰变纲图中的**全局量**，**分支比**则是**局部量**，二者是可以互相导出的。

- 强调：衰变纲图提供的是**绝对强度**，不是**分支比**！



发射662keV $\gamma$ 光子的**分支比**：

$$\frac{85\%}{85\% + 9.6\%} = 89.85\%$$