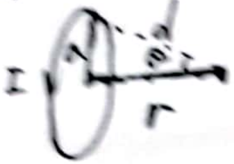
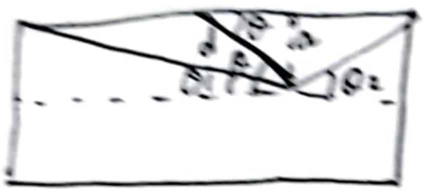
5.2

先考虑



$$B_{z0} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{2\pi a \cdot I}{d} \sin\theta$$



$$B_z = \int_0^L \frac{\mu a N I \sin\theta}{2d^2} \cdot d\vec{x}, \quad d = \frac{a}{\sin\theta}, \quad dx = \frac{d \cdot d\theta}{\sin\theta} = \frac{a \cdot d\theta}{\sin^2\theta}.$$

$$= \int_{\theta_1}^{\pi-\theta_2} \frac{\mu a^2 N I}{2a^2} \sin\theta \cdot d\theta = \frac{\mu N I}{2}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2).$$

5.11

5.11.

(a). $\vec{F} = \int \vec{I} \times \vec{B} \, dl$ $\quad \vec{B} = \begin{bmatrix} 1+\beta y \\ 1+\beta x \\ 0 \end{bmatrix} B_0.$

$F_x = \int (I_y B_z - I_z B_y) dl$

$F_y = \int (I_z B_x - I_x B_z) dl$

$F_z = \int (I_x B_y - I_y B_x) dl.$

$\hat{n} = \begin{bmatrix} \sin\theta_0 \cos\phi_0 \\ \sin\theta_0 \sin\phi_0 \\ \cos\theta_0 \end{bmatrix}$ $\quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}.$

$\rightarrow T = \begin{bmatrix} \cos\theta_0 \cos\phi_0 & -\sin\phi_0 & \sin\theta_0 \cos\phi_0 \\ \cos\theta_0 \sin\phi_0 & \cos\phi_0 & \sin\theta_0 \sin\phi_0 \\ -\sin\theta_0 & 0 & \cos\theta_0 \end{bmatrix}$ $\quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a\cos\varphi \cos\theta_0 \cos\phi_0 - a\sin\varphi \sin\phi_0 \\ a\cos\varphi \cos\theta_0 \sin\phi_0 + a\sin\varphi \cos\phi_0 \\ -a\cos\varphi \sin\theta_0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} I_x' \\ I_y' \\ I_z' \end{bmatrix} = T \cdot \begin{bmatrix} -I\sin\varphi \\ I\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} -\sin\varphi \cos\theta_0 \cos\phi_0 - \cos\varphi \sin\phi_0 \\ -\sin\varphi \cos\theta_0 \sin\phi_0 + \cos\varphi \cos\phi_0 \\ \sin\varphi \sin\theta_0 \end{bmatrix}.$

$\rightarrow F_x = \int -I \sin\varphi \sin\theta_0 (1+\beta x) B_0 \, dl$

$= a^2 I B_0 \int_0^{2\pi} -\sin\varphi \sin\theta_0 \left[1+\beta a(\cos\varphi \cos\theta_0 \cos\phi_0 - \sin\varphi \sin\phi_0)\right] d\varphi$

$= a^2 I B_0 \beta \sin\theta_0 \sin\phi_0 \pi.$

$F_y = a^2 I B_0 \int_0^{2\pi} \sin\varphi \sin\theta_0 (1+\beta y) B_0 \, dl$

$= a^2 I B_0 \beta \sin\theta_0 \cos\phi_0 \pi.$

$F_z = 0.$

$\vec{F} = a^2 I B_0 \beta \sin\theta_0 \pi \begin{bmatrix} \sin\phi_0 \\ \cos\phi_0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\vec{F} = \nabla(\vec{m} \cdot \vec{B}).$ $\quad \vec{m} = I\pi a^2 \cdot \hat{n}.$

$= a^2 I B_0 \beta \sin\theta_0 \pi \begin{bmatrix} \sin\phi_0 \\ \cos\phi_0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

扫描全能王 创建

(b). $\vec{N} = \int \vec{x} \times (\vec{I} \times \vec{B})\, dl$

$$= \int_0^{2\pi} \vec{x} \times (\vec{I} \times \vec{B}) \cdot a \cdot d\varphi$$

$$= aIB_0\pi \begin{bmatrix} -\cos\theta_0 \\ \cos\theta_0 \\ \sin\theta_0\cos\varphi_0 - \sin\theta_0\sin\varphi_0 \end{bmatrix}$$