第 10 次作业题

1. 求下列不定积分:

(14) $\int \sqrt{x^2-a^2}\,\mathrm{d}x\ (a>0)$, (15) $\int x^2\sin(2x)\,\mathrm{d}x$,
(16) $\int \log(x+\sqrt{1+x^2})\,\mathrm{d}x$, (17) $\int e^x\sin^2 x\,\mathrm{d}x$,
(18) $\int \sin(\log x)\,\mathrm{d}x$.

2. 求下列不定积分:

(1) $\int \frac{\mathrm{d}x}{(x+1)(x+2)^2}$, (2) $\int \frac{\mathrm{d}x}{x(1+x^2)}$,
(3) $\int \frac{x^4}{x^4+5x^2+4}\,\mathrm{d}x$, (4) $\int \frac{x^7}{(1-x^2)^5}\,\mathrm{d}x$,
(5) $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sin x\cos^4 x}$, (6) $\int \frac{1-\tan x}{1+\tan x}\,\mathrm{d}x$,
(7) $\int \frac{\mathrm{d}x}{(2+\cos x)\sin x}$, (8) $\int \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}\,\mathrm{d}x$.

3. 求下列不定积分:

(1) $\int x\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\,\mathrm{d}x$, (2) $\int \frac{1-x+x^2}{\sqrt{1+x-x^2}}\,\mathrm{d}x$,
(3) $\int \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sin x}\,\mathrm{d}x$, 其中 $x\in(0,\pi)$, (4) $\int \frac{\arctan\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)}\,\mathrm{d}x$.

4. 求下列定积分:

(1) $\int_0^{2\pi} |\sin x|\,\mathrm{d}x$, (2) $\int_0^2 |(x-1)(x-2)|\,\mathrm{d}x$,
(3) $\int_0^1 x\tan^2 x\,\mathrm{d}x$, (4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x}\sin^2 x\,\mathrm{d}x$,
(5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x\,\mathrm{d}x$, (6) $\int_0^{2a} x\sqrt{a^2-(x-a)^2}\,\mathrm{d}x\ (a>0)$.

5. 求下列极限:

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{2^{\frac{k}{n}}}{n+\frac{1}{k}}$, (2) $\lim\limits_{n\to\infty}\sin\frac{\pi}{n}\cdot\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{2+\cos\frac{k\pi}{n}}$.

6. 求下列曲线围成的面积:

(1) 抛物线 $x=y^2-2y$ 与 $x=2y^2-8y+6$ 所围图形的面积.
(2) 星形线 $x=a\cos^3 t$, $y=a\sin^3 t$ $(a>0)$ 所围图形的面积.
(3) 确定 $k>0$ 的值使得 $y=x-x^2$ 与 $y=kx$ 所围图形的面积为 $\frac{9}{2}$.
(4) 求圆 $\rho=1$ 与心脏线 $\rho=1+\sin\theta$ 所围图形的公共部分的面积.