

聚变能源概论

高 喆

gaozhe@tsinghua.edu.cn

2022-2023春季学期

请没有退课计划的同学尽快补交作业！

姓名	未交作业周次	是否参加了期中测试
Z**	3, 4, 5	是
F**	1, 2, 3, 4, 5, 6	是
L**	4, 5, 6	是
W**	1	是
W**	4, 6	是
H*	1, 2, 3, 4, 5, 6	否
Z**	4, 5, 6	是
L**	2, 4, 5, 6.	是
T**	3, 4, 5, 6	是

第9讲：

受控聚变的基本途径1-磁约束（续） 聚变条件的达成

磁约束原理

单粒子约束 + 平衡 + 稳定性 + 输运 + 加热



点火等离子体的参数区间

所要求的磁场位形、装置参数、加热条件等

以托卡马克为例

磁场: B

电流: I

尺寸: $R/a/\kappa$

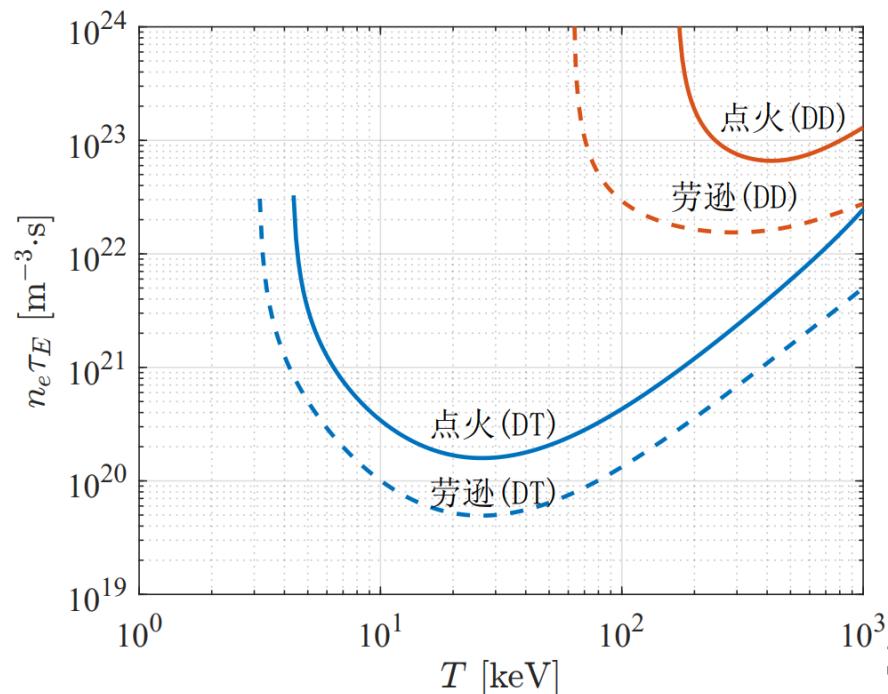
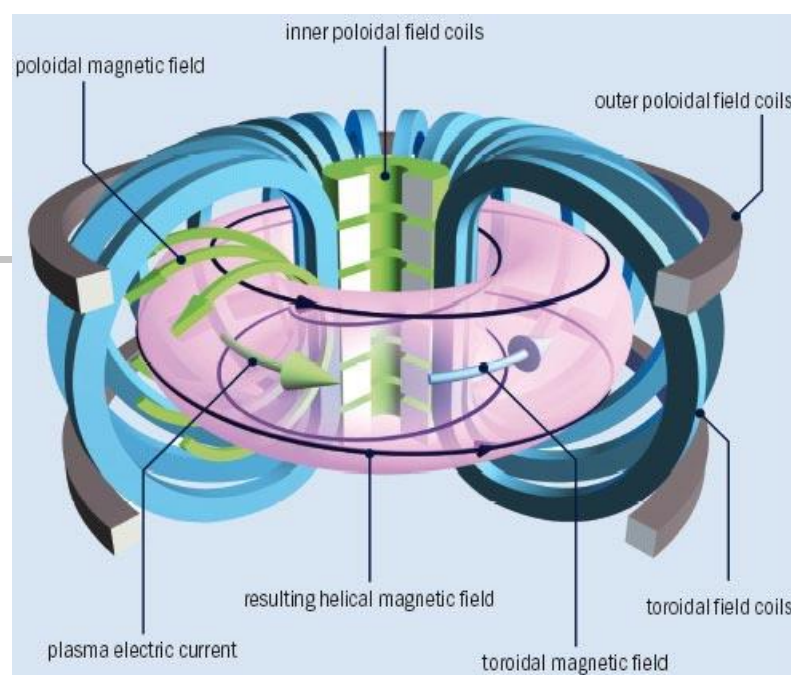
加热功率: P_H



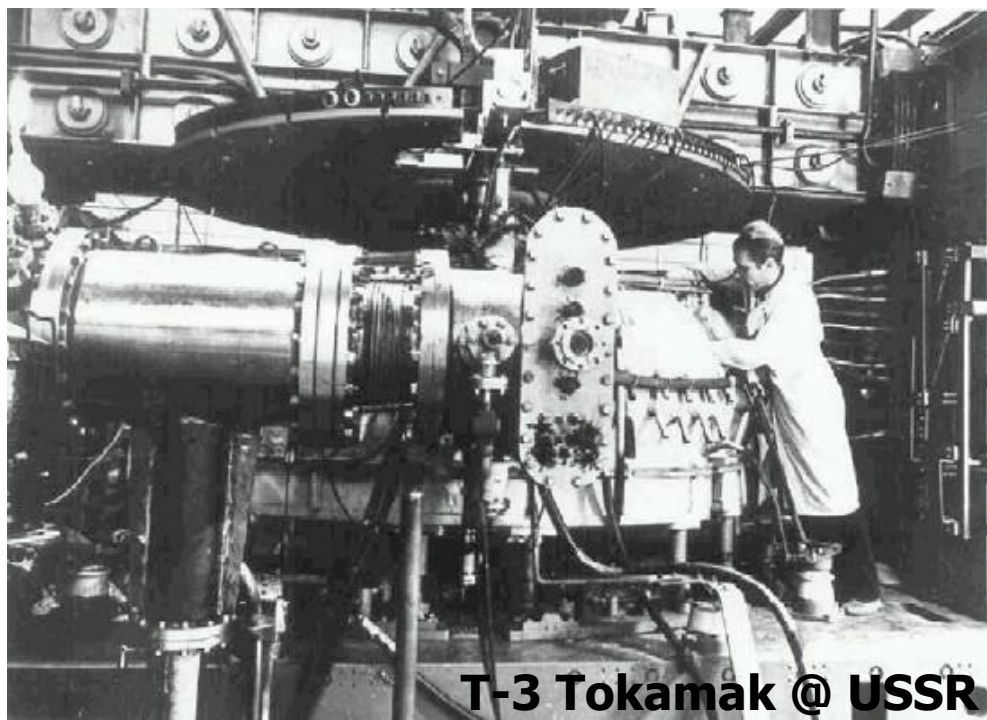
温度: T

密度: n

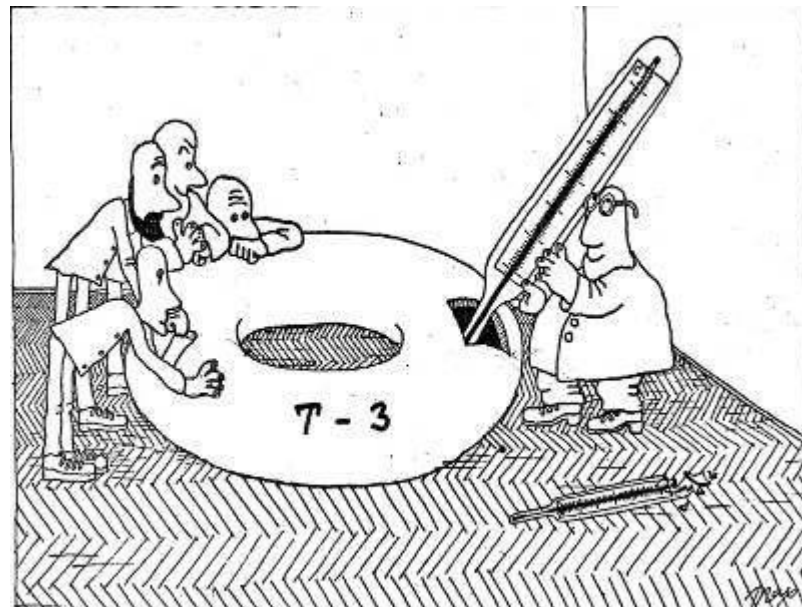
能量约束时间: τ_E



温度-等离子体加热




T-3 Tokamak @ USSR



Advantage of tokamak: Ohmic heating

$$dW/dt = \int n\chi (\mathbf{n} \cdot \nabla T) dS + P.$$


 $3nT/\tau_E$

需要 $P_{\Omega} \geq 3nT/\tau_E$

欧姆加热

- $P_{\Omega} = I^2 R$

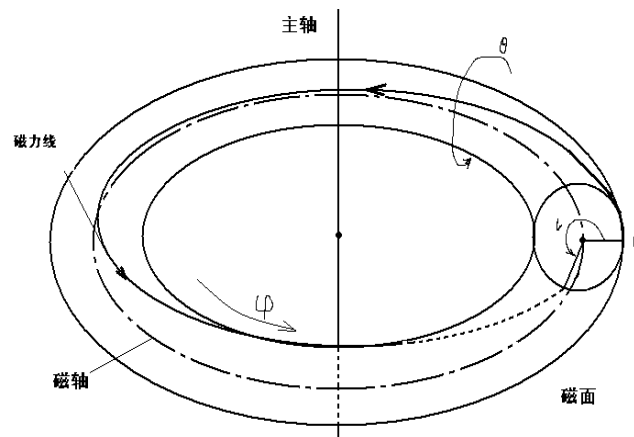
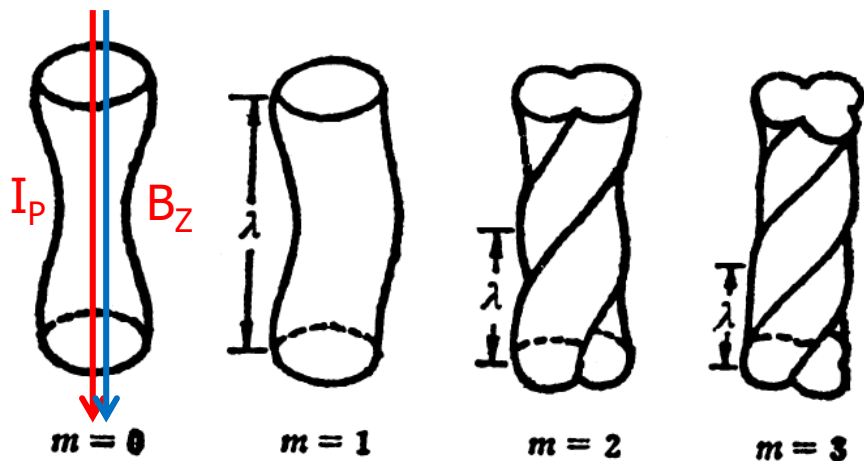
下面哪种箍缩位形是绝对不稳定的？

- ☒ A Z箍缩
- ☐ B Theta箍缩
- ☐ C 反场箍缩
- ☐ D 取决于具体条件，都有可能

提交

欧姆加热

- $P_{\Omega} = I^2 R$
- $I \propto B$



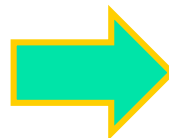
安全因子

$$q = \frac{a B_{\phi}}{R B_{\theta}} > 1$$

$$q = \frac{2\pi a^2 B_{\phi}}{\mu_0 R I} > 1$$

Kruskal-Shafranov判据：
外加强纵场下的稳定条件

$$\frac{B_z}{B_{\theta}} > \frac{L}{2\pi a}$$



在实际应用中可取 $q > 2$

欧姆加热

- $P_{\Omega} = I^2 R$
 - $I \propto B$ （安全因子限制）
 - 电阻 $R \propto$ 电阻率 $\eta \propto T^{-3/2}$

$$\eta_{\parallel} = 5.2 \times 10^{-5} \frac{Z \ln \Lambda}{T^{3/2}(\text{eV})} \text{ ohm-m}$$

$$T=1000\text{eV}, \eta = 5 \times 10^{-7} \text{ ohm} \cdot \text{m}$$

$$\text{Copper: } 2 \times 10^{-8} \text{ Ohm-m}$$

欧姆加热

- $P_{\Omega} = I^2 R$
 - $I \propto B$ (安全因子限制)
 - 电阻 $R \propto$ 电阻率 $\eta \propto T^{-3/2}$

- $P_K = 3nT/\tau_E$

- $P_K = P_{\Omega} \rightarrow T^{5/2} \propto \tau_E B^2$



$$T_c = 2.2 \times 10^8 \left(\frac{Z \tau_E B_{\varphi}^2}{n R^2} \right)^{2/5} \text{ keV}$$

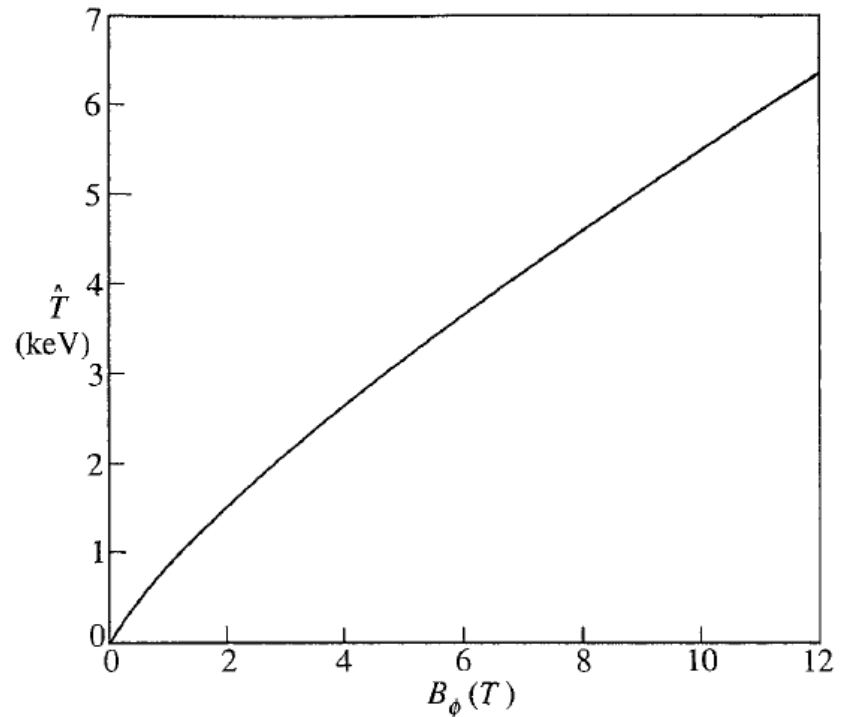
欧姆加热

$$T_c = 2.2 \times 10^8 \left(\frac{Z\tau_E B_\phi^2}{nR^2} \right)^{2/5} \text{ keV}$$

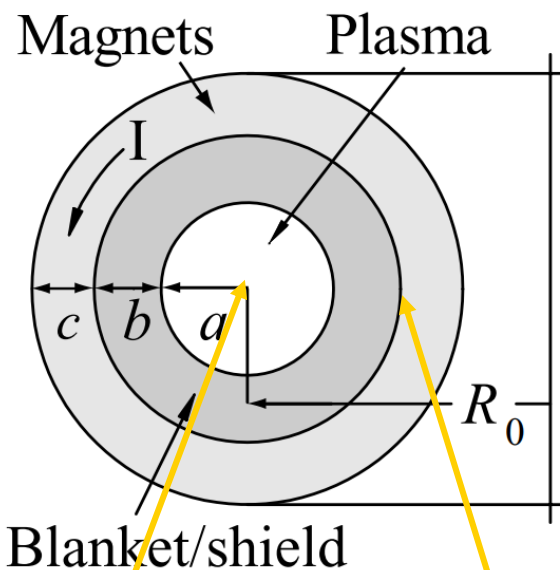
Alcator scaling: $\tau_E = \frac{1}{2}(n/10^{20})a^2 \text{ s.}$

取 $Z_{\text{eff}}=1.5$, $R/a = 3$, 则有

$$T = 0.81 B^{4/5}$$



工程限制条件：最大磁场



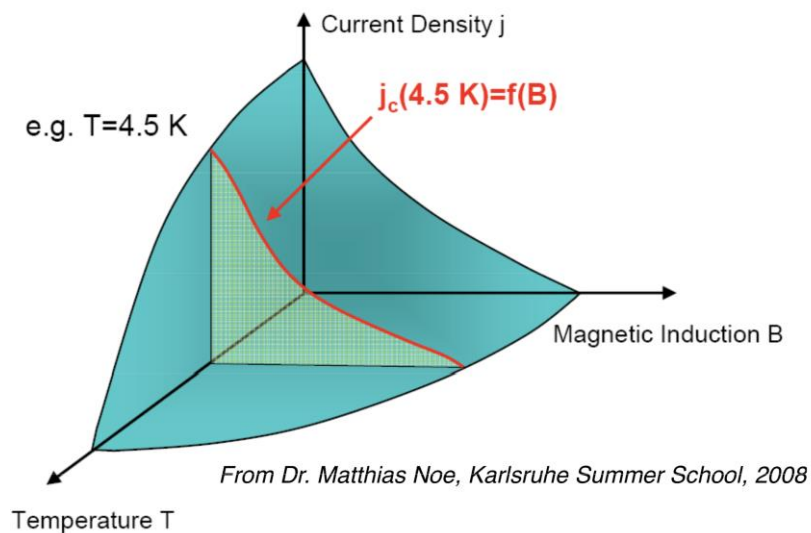
$$B_0 = B_{\max} \left(1 - \frac{a+b}{R_0} \right)$$

$$B_{\max} = 13 \text{ T}$$



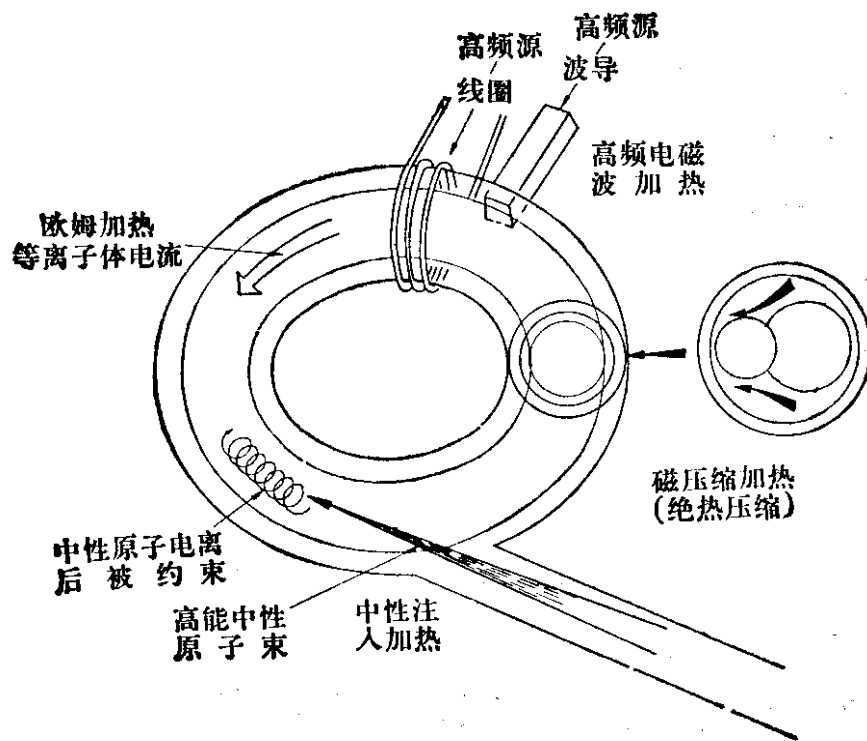
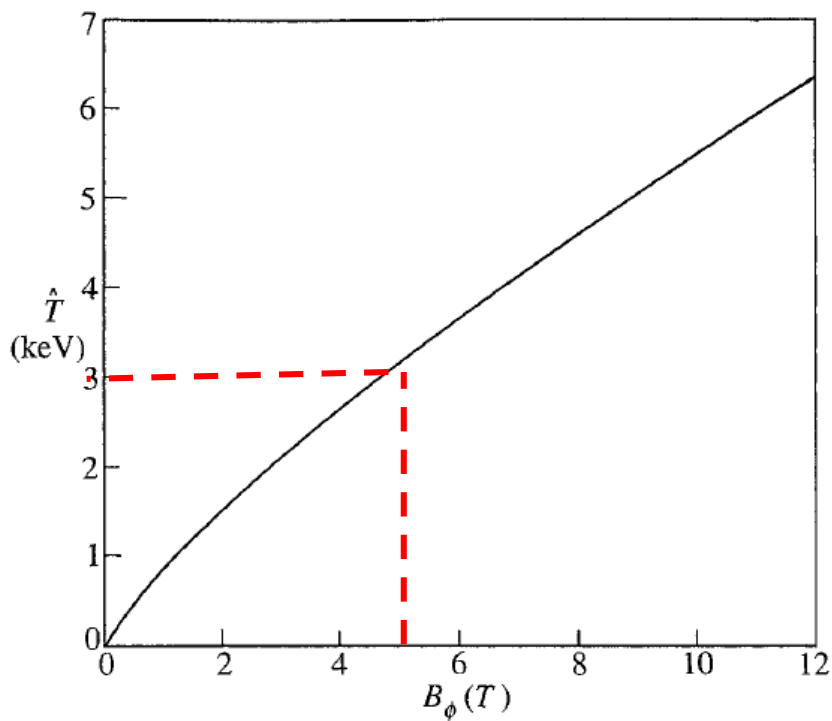
$$B_0 < 5 \text{ T}$$

设 $a \sim b \sim R_0/3$



辅助加热

欧姆加热只能把等离子体加热到3keV左右，需要其他加热手段
而且，通常“辅助”加热功率远远大于欧姆加热功率



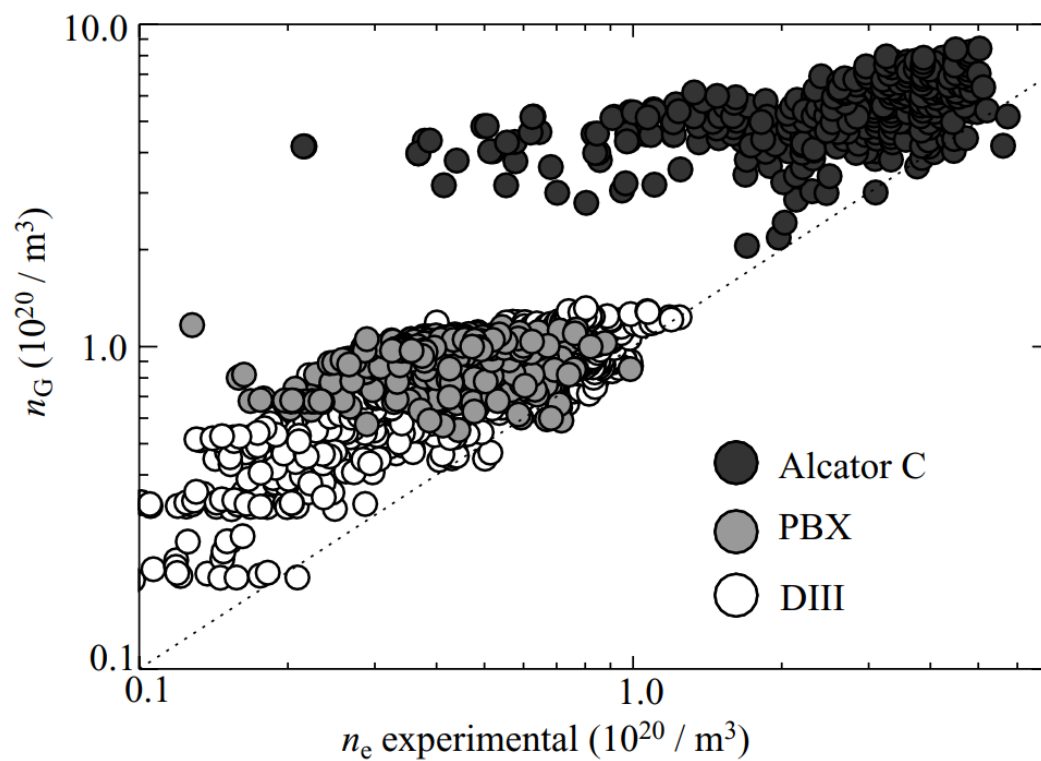
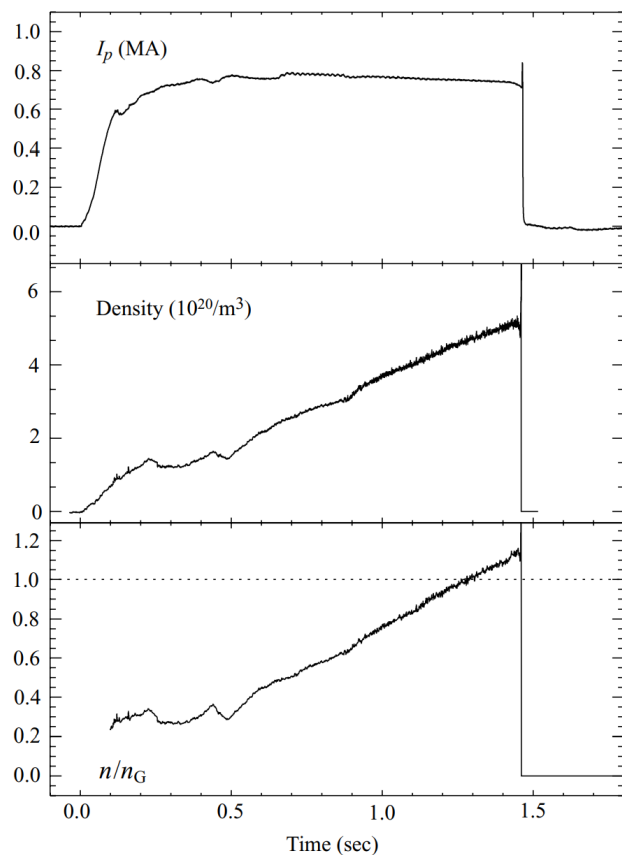
关于密度

等离子体产生

- Saha 方程
$$\frac{n_i}{n_n} \approx 2.4 \times 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} e^{-U_i/KT}$$
- 非平衡放电（气压、电压、气体种类…）

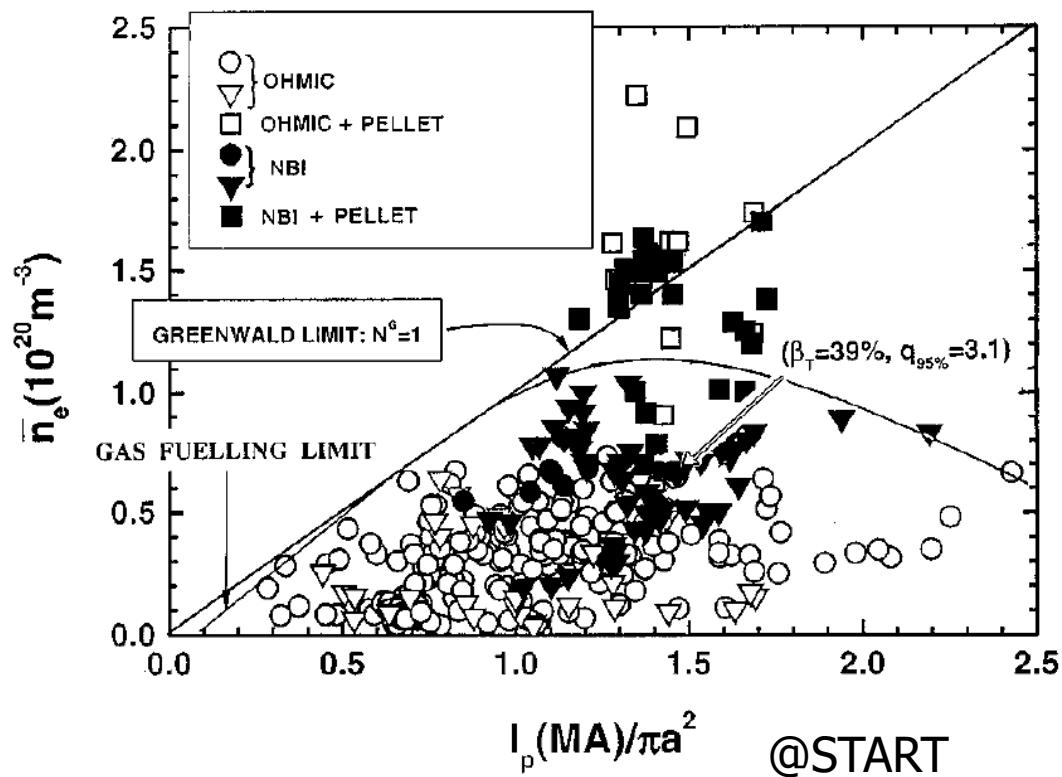
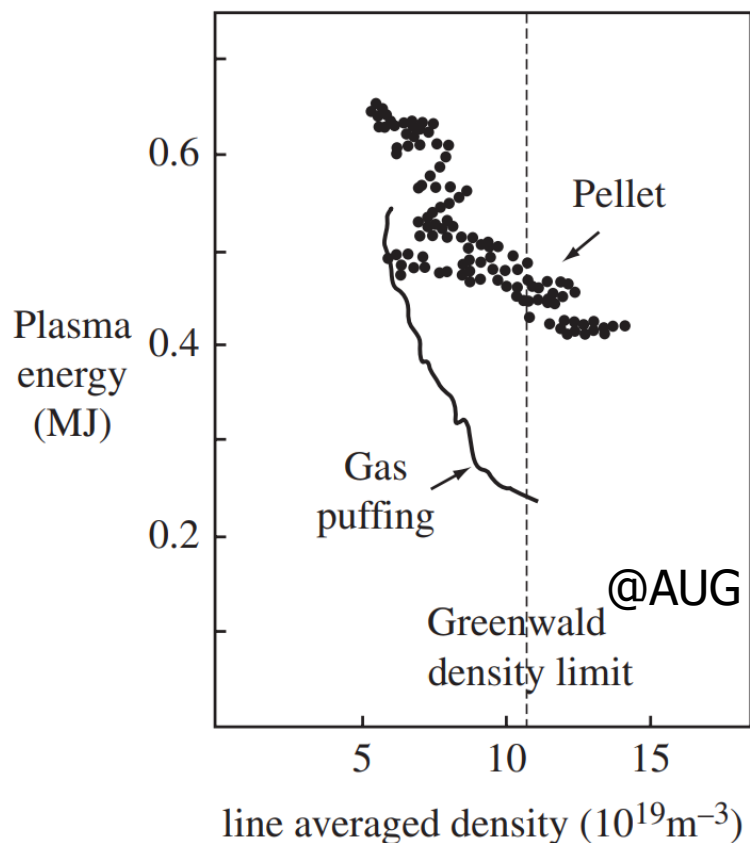
密度极限

Greenwald Limit: $\bar{n}_{20} \leq n_G \equiv \frac{I_M}{\pi a^2}$



Greenwald, PPCF 2002

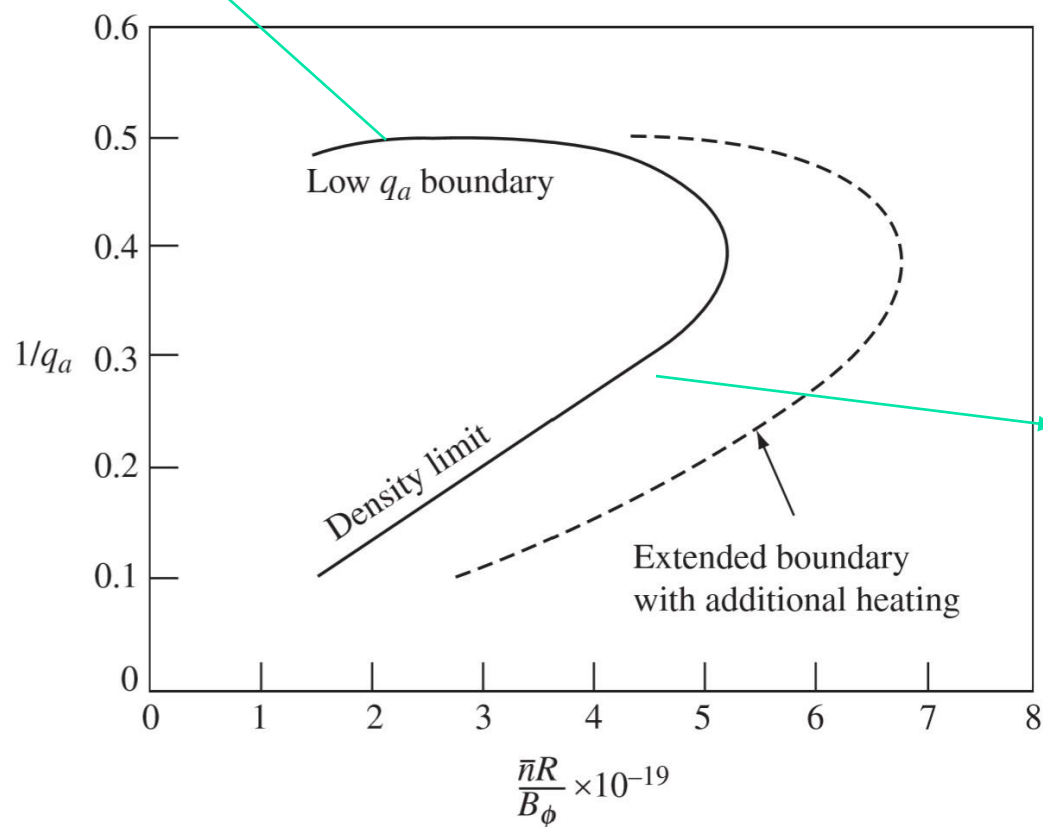
密度极限



- ✓ Greenwald密度极限并不是一个物理上严格限制的极限
- ✓ 其物理机制可能与辐射损失有关，但还没有统一的理论解释

密度极限

$$\frac{2\pi a^2 \kappa B_\phi}{\mu_0 R I} > 2$$



- 密度取决于电流
- 电流取决于磁场
- 磁场取决于...

$$\bar{n}/10^{20} < I_{MA}/\pi a^2$$

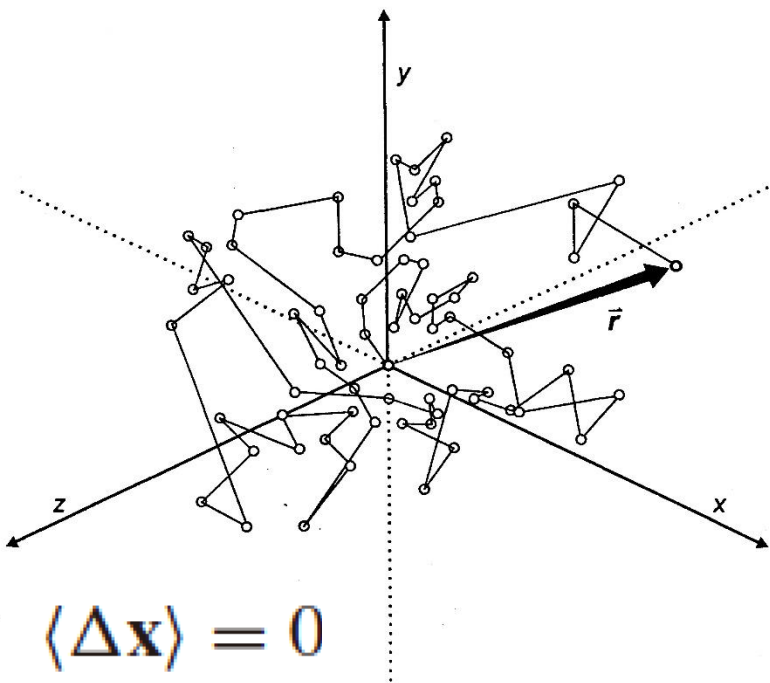
能量约束时间

$$W/\tau_E \equiv - \int n \chi (\mathbf{n} \cdot \nabla T) dS.$$

$$\tau_E \sim a^2/\chi$$

- 能量约束决定了装置大小
- 由微观的输运机制决定

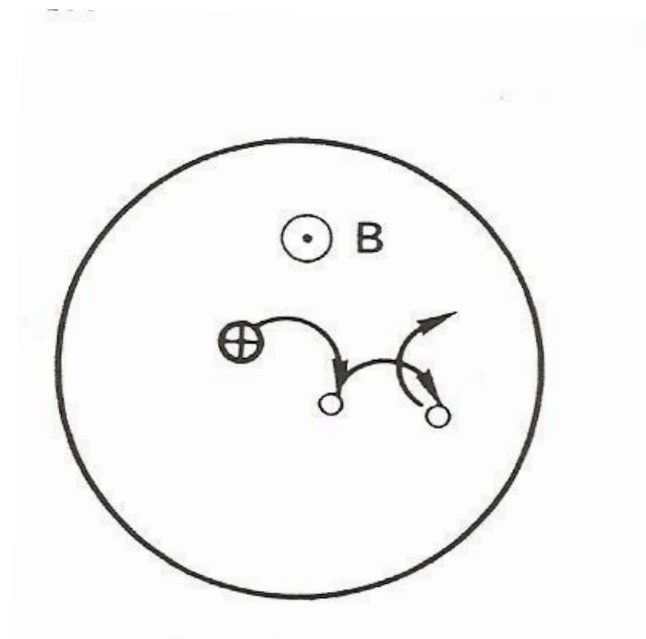
随机游走模型



$$\langle \Delta \mathbf{x} \rangle = 0$$

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = \sum_i (\Delta x_j)^2 = N(\Delta l)^2$$

$$(\Delta x)^2 = D \Delta t \quad D = \frac{(\Delta l)^2}{\tau}$$



$$D_{\wedge} \sim \frac{r_L^2}{t} \sim \frac{mv_t^2}{W_c^2}$$

经典输运

$$\chi_i = 0.10 \frac{n_{20}}{B_0^2 T_k^{1/2}} \text{ m}^2/\text{s},$$

$$\chi_e = 4.8 \times 10^{-3} \frac{n_{20}}{B_0^2 T_k^{1/2}} \text{ m}^2/\text{s}.$$

$$D_n = 2.0 \times 10^{-3} \frac{n_{20}}{B_0^2 T_k^{1/2}} \text{ m}^2/\text{s}$$

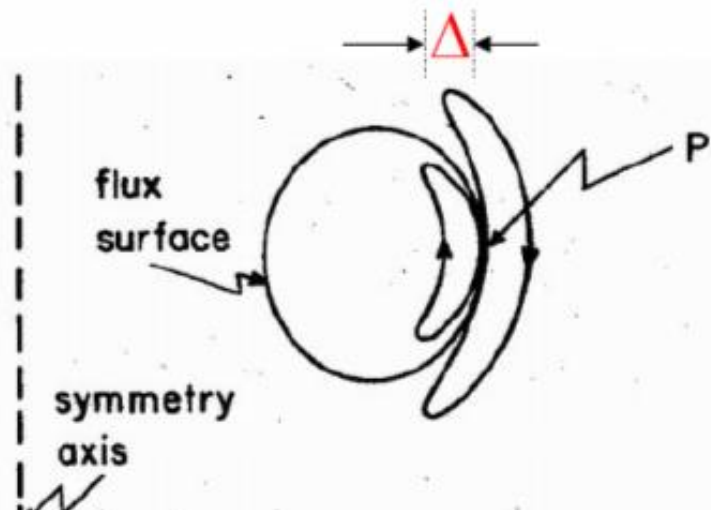


$$a^2 = \chi_i \tau_E = 0.1 \frac{n_{20} T_k \tau_E}{B_0^2 T_k^{3/2}}$$

考虑 $T_k \sim 10$ 时的点火条件 $n_{20} T_k \tau_E > 30$,
假设 $B_0 < 5T$ 可以得到

$$a > 0.06 \text{ m}$$

新经典输运和湍流输运



$$dn_{\wedge} = dE_{\wedge} / B$$

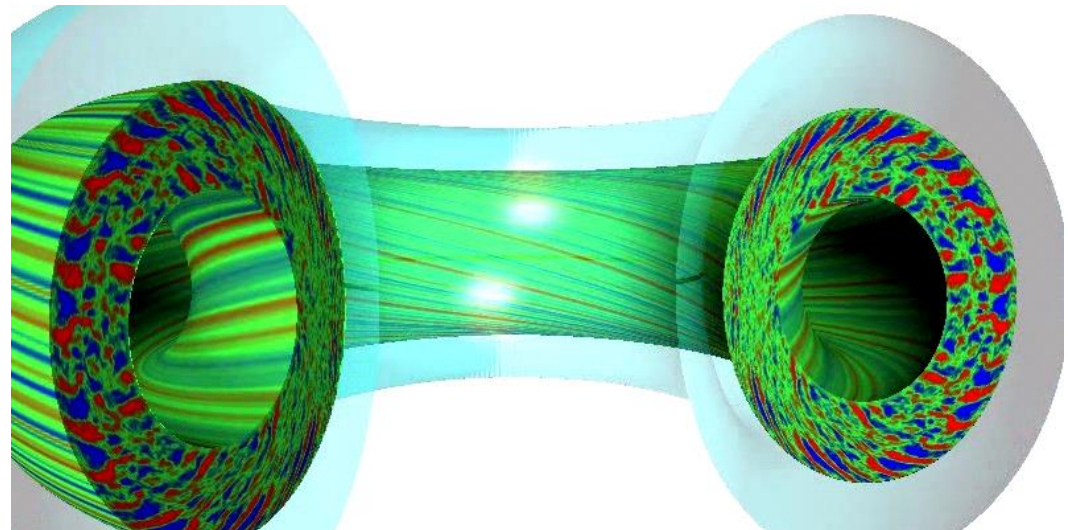
$$G = \langle dn_{\wedge} dn \rangle$$

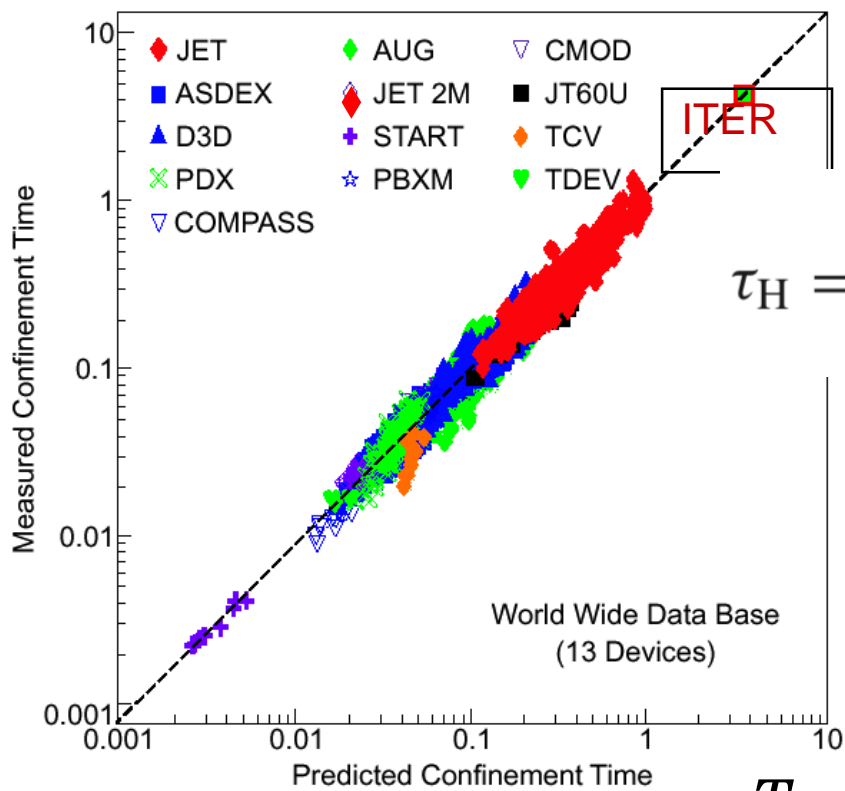
$$q_j = \frac{3}{2} n_j \langle dn_{\wedge} dT_j \rangle$$

$$D_n^{(\text{NC})} = 2.2 q^2 \left(\frac{R_0}{r} \right)^{3/2} D_n^{(\text{CL})}$$

$$\chi_e^{(\text{NC})} = 0.89 q^2 \left(\frac{R_0}{r} \right)^{3/2} \chi_e^{(\text{CL})}$$

$$\chi_i^{(\text{NC})} = 0.68 q^2 \left(\frac{R_0}{r} \right)^{3/2} \chi_i^{(\text{CL})}$$





$$\tau_H = 0.145 \frac{I_M^{0.93} R_0^{1.39} a^{0.58} \kappa^{0.78} \bar{n}_{20}^{-0.41} B_0^{0.15} A^{0.19}}{P_M^{0.69}} \quad \text{s}$$

$$\tau_H = 0.28 \frac{\varepsilon^{0.74} a^{2.67} \kappa^{3.29} B_0^{3.48} A^{0.61}}{q_*^3 \bar{n}_{20}^{-0.91} \bar{T}_k^{2.23}} \quad \text{s.}$$

$$n_{20} T_k \tau_E = 0.28 \frac{\varepsilon^{0.74} a^{2.67} \kappa^{3.29} B_0^{3.48} A^{0.61} n_{20}^{0.09}}{q_*^3 T_k^{1.23}} > 30.$$

考慮 $q_* > 2$, $T_k \sim 10$, $\kappa < 2$, $B_0 < 5\text{T}$, $A = 2.5$, $\varepsilon = 0.33$

$$a > 2.1\text{m}, \quad R > 6.2\text{m}$$

估算点火托卡马克

$$B_0 \sim 5\text{T}$$

同时考虑 $q_* > 2$, $T_k \sim 10$, $\kappa < 2$, $A = 2.5$, $\varepsilon = 0.33$



$$a \sim 2.1\text{m}, R \sim 6.2\text{m}$$



$$I \sim 17.5\text{ MA}$$



$$n_{20} \sim 1.3$$

$$\frac{2\pi a^2 \kappa B_\phi}{\mu_0 R I} > 2$$

$$\bar{n}/10^{20} = I_{MA}/\pi a^2$$

估算点火托卡马克

$$B_0 \sim 5\text{T}$$



$$a \sim 2.1\text{m}, R \sim 6.2\text{m}$$



$$I \sim 17.5\text{MA}$$



$$n_{20} \sim 1.3$$

同时考虑 $q^* > 2$, $T_k \sim 10$, $\kappa < 2$, $A = 2.5$, $\varepsilon = 0.33$

ITER装置的基本参数

总聚变功率 500MW

Q (聚变功率/加热功率) >10

14MeV中子平均壁负载

0.57MW/m²

重复持续燃烧时间 500s

等离子体大半径 6.2m

等离子体小半径 2.0m

等离子体电流 15MA

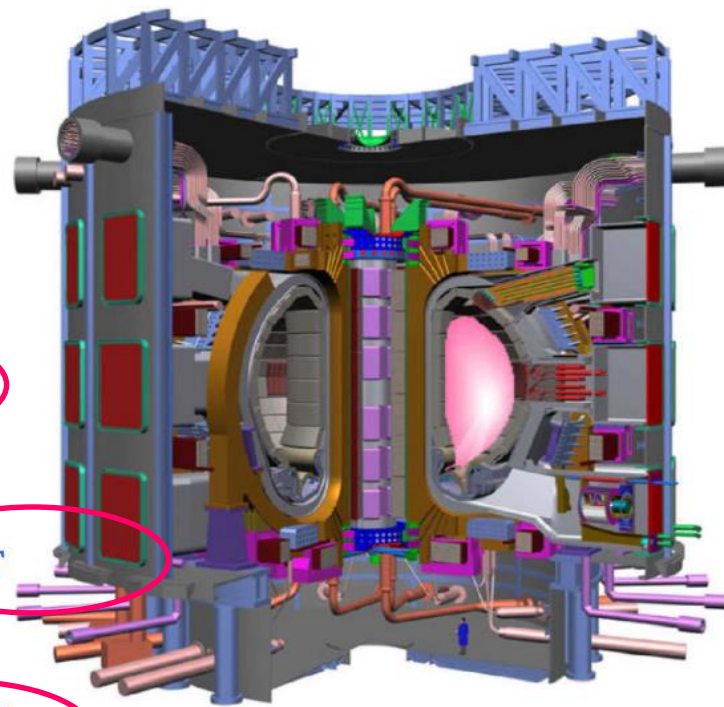
小截面拉长比 1.7

等离子体中心磁场强度 5.3T

等离子体体积 837m³

等离子体表面积 678m²

加热及驱动电流总功率 73MW



-
- 关于Tokamak中稍详细的等离子体物理在《等离子体物理基础》以5节课形式呈现；更详细的在研究生课程《高温等离子体物理》
 - 关于Tokamak运行中的物理及工程技术在《聚变物理与工程导论》中讲述

作业（网络学堂）

1. 如果托卡马克等离子体遵循新经典输运，估计一下达到点火条件托卡马克的尺寸（假设 $R/a=3$ ）和主要参数（磁场、电流、密度）
2. 本讲给出了一个达到点火条件的托卡马克的尺寸估计，
 - （1）通常减小尺寸意味着降低装置造价，如果要进一步减小尺寸，需要在哪些科学或技术上有所进展？
 - （2）如果实际建造的托卡马克尺寸上大于该尺寸，你觉着是会是处于什么样的考虑？