

大
題
篇

解三角形

方法：

1. 基本公式定理

- (1) 两角和差正余弦公式正逆运用
- (2) 正弦定理边角互化
- (3) 余弦定理得边关系
- (4) 切化弦 ($\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$) 看到正切首先想到切化弦
- (5) 二倍角公式的正逆运用
- (6) 和差化积，积化和差公式的运用
- (7) 半角公式(正余弦半角公式参照二倍角余弦公式， $\tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1+\cos \alpha} = \frac{1-\cos \alpha}{\sin \alpha}$)

$$(8) \text{ 万能公式 } \sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + (\tan \frac{\alpha}{2})^2} \quad \cos \alpha = \frac{1 - (\tan \frac{\alpha}{2})^2}{1 + (\tan \frac{\alpha}{2})^2} \quad \text{正切值为}$$

前两者比值

$$(9) \text{ 三倍角公式 } \sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 (\sin \alpha)^3$$

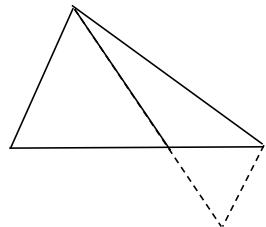
$$\cos 3\alpha = 4 (\cos \alpha)^3 - 3 \cos \alpha$$

$$\tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha - (\tan \alpha)^3}{1 - 3(\tan \alpha)^2}$$

2. 常见二级结论与解题手段

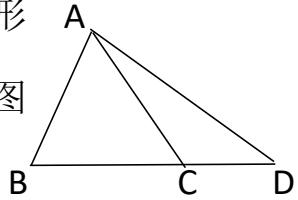
- (1) 向量 (基底法, 建系坐标表示法)
- (2) 延长线, 作平行, 得相似 (常用于已知分线段比例的爪形模型)

如图:



注: 以下所称爪形

模型皆为右图



- (3) 分式齐次化处理, 正余弦化正切

例如:
$$\frac{(\sin \alpha)^2 - \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha + (\cos \alpha)^2} = \frac{(\tan \alpha)^2 - \tan \alpha}{2 \tan \alpha + 1}$$

- (4) 题目要求最值: 一般用余弦定理结合基本不等式

题目要求范围: 一般用正弦定理将边用三角函数表示 (一般来说三角形中一条边及所对角已知)

- (5) 射影定理: $c = a \cos B + b \cos C$

- (6) $a^2 - b^2 = bc \Leftrightarrow A = 2B$

- (7) 三角平方差公式:

$$(\sin \alpha)^2 - (\sin \beta)^2 = \sin (\alpha + \beta) \sin (\alpha - \beta)$$

$$(\cos \alpha)^2 - (\sin \beta)^2 = \cos (\alpha + \beta) \cos (\alpha - \beta)$$

- (8) 等面积法 (常用于有角平分线及已知两顶角的爪形模型中)

- (9) 互补角余弦定理表达式和为 0 (常用于爪形的两个三角形中)

- (10) 爪形模型中 $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

- (11) 角平分线定理

- (12) 外接圆半径: 联想到正弦定理

$$(13) \text{ 内切圆半径: } r = \frac{a+b-c}{2} \tan \frac{C}{2}$$

$$(14) \text{ 一种常见的换元方法: 令 } t = \sin x + \cos x, \text{ 则 } \sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$$

$$(15) \text{ 三角形面积} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times \text{内切圆半径} \times \text{周长}$$
$$= \frac{abc}{4R \text{ (外接圆半径)}}$$

(16) 求角的两种一般方法: ① 三角函数 ② 余弦定理求边关系得出该三角形为等腰, 直角等特殊三角形, 从而限定角的关系

解三角形问题在高考中一般位于大题的前两题, 难度较低, 以上方法熟练运用可解决大部分问题

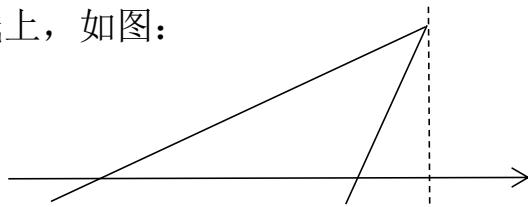
易错点:

- (1) 解题时能直接用的只有基本公式定理中的 1~8, 其他的要先证明再使用, 尽量不要用数形结合解答, 不然讲不清楚
- (2) 注意题目中是否限定该三角形为锐角三角形 (经常出现)
- (3) 化简等式时, 两边同除同一三角函数前, 应讨论其是否为 0
- (4) 题干中有如 $\frac{1}{\cos \alpha}$ 的分式形式, 则已默认分母不为 0, $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ 有 $\tan \alpha$, 则已默认 $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ (这些隐性条件考频较低, 但极易忽略)

解析几何

方法：

- (1) 设线（一般斜截式或点斜式，可正设，反设，视情况而定）
- (2) 设点不联立（点较多，且图形中有明显对称等价的点时采用）
- (3) 齐次化（现成/辅助构建）核心：一定点在曲线上
- (4) 非对称韦达
 - ① y_1+y_2 与 y_1y_2 的关系
 - ② 将 y_1, y_2 化为单变量
- (5) 焦半径的角度表示，坐标表示（需先证明后再使用）
- (6) 证定点，定线：先猜后证
- (7) 三角形面积之比可转化为边长之比，进而转化为点坐标之比
- (8) 对称构造（用于求单一分式范围）
- (9) 定比分点
- (10) 同构，同解方程思想
- (11) 求三角形面积可采用扩倍或分割，求四边形面积一般将其分割为多个三角形
- (12) 极点极线：代一半
- (13) 过同一坐标轴上两定点的直线斜率之比为定值 \Leftrightarrow 交点位于垂直于该坐标轴的直线上，如图：



- (14) 椭圆，双曲线第三定义（两种形式）转换斜率

(15) 椭圆参数方程

(16) $t = k + \frac{1}{k}$ 整体换元 (多用于分式形式)

例如: $\frac{k^4+2k^2+1}{k^4+3k^2+1} = \frac{k^2+2+\frac{1}{k^2}}{k^2+3+\frac{1}{k^2}} = \frac{t^2}{t^2+1}$

(17) 两直线夹角公式: $\tan \alpha = \left| \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} \right|$

(18) 手电筒模型, 阿基米德三角形等模型掌握

(19) $\overrightarrow{OA} = (x_1, y_1)$ $\overrightarrow{OB} = (x_2, y_2)$ 则 $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} |x_1 y_2 - x_2 y_1|$

大多数解析几何问题难度不大, 通法容易想到。有两大突破方向: 一是训练一遍过的计算能力, 发现算错后再回来检查就算失败! (只能想到通法时计算繁琐), 二是训练有限时间内想到简便方法的能力

易错点:

(1) 斜率不存在的讨论

(2) $\Delta > 0$ 的检验

(3) 设了多个参数, 要求其中一个参数范围, 化为该参数的单变量
进行求解后, 要兼顾另一参数

如化简时得到 $k^2 = 1 - m$, 则已限定 $m \leq 1$

(4) 对某带根号式子进行平方求范围后注意开方

(5) 求曲线方程时注意是否挖去点 (一般在坐标轴上)

(6) 联立后, 韦达定理前要交代 $\Delta > 0$

(7) 联立得到二次方程后, 要满足二次项系数不为 0

(8) 注意直线与双曲线的一支还是两支有交点

数列

方法：

1. 求通项

(1) 仿写 (对很多问题适用)

(2) 累加, 累乘

(3) 先求 S_n (或 T_n , 前 n 项和) 再利用 $a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{T_n}{T_{n-1}}$ 求 a_n

(4) $a_{n+1} = pa_n + f(n)$ 配凑等比

特别注意 $a_{n+1} = pa_n + p^n$ 形式, 两边直接同除 p^n

(5) 配凑得到 $a_n f(n) = a_{n-1} f(n-1) = \dots = a_1 f(1) = C$ (常数)

(6) $a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n$

① 配凑等比 (大部分情况下都能配出)

② 特征方程: $x^2 = px + q$

a. 两异根 λ_1, λ_2 : $a_n = A\lambda_1^n + B\lambda_2^n$

b. 两等根 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0$: $a_n = \lambda_0(An + B)$

c. 无实根: 周期数列

性质: $\{a_{n+1}^2 - a_{n+2}a_n\}$ 是等比数列

(7) $a_{n+1} = \frac{ba_n+c}{da_n+e}$

① 配凑等比 (大部分情况下都能配出)

② 特征方程: $x = \frac{ax+b}{cx+d}$

a. 两异根 λ_1, λ_2 : $\{\frac{a_n - \lambda_1}{a_n - \lambda_2}\}$ 为等比数列

b. 两等根 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0$: $\{\frac{1}{a_n - \lambda_0}\}$ 为等差数列

c. 无实根: 周期数列

2. 裂项 (一般用于求和)

基本方法: 待定系数

$$a_n = \frac{f(n)}{g(n)} = \frac{h(n)}{m(n)} - \frac{h(n+\tau)}{m(n+\tau)} \quad (h(n), m(n) \text{ 中一般含有 } \lambda_1 k^n, \lambda_2 n^2, \lambda_3 n, \lambda_4)$$

及其加减乘积组合, 要通过观察 $f(n), g(n)$ 的形式进行确认。 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 为所设待定系数, 一般 $h(n), m(n)$ 中只需一者设出待定系数)

例如: $a_n = \frac{2n^2+3n+2}{2^{n+1}n(n+1)} = \frac{2n+1}{2^n n} - \frac{2(n+1)+1}{2^{n+1}(n+1)}$, $m(n) = 2^n n, h(n) = \lambda_3 n + \lambda_4$,

解得 $\lambda_3=2, \lambda_4=1$ (a_n 为整式形式时同理)

注意:

(1) 在求和中必须满足 τ 为不小于 1 的正整数才可达到裂项后相消的目的

(2) 有些裂项要通过先分离常数才可完成

例如: $a_n = \frac{4n^2}{4n^2-1} = 1 + \frac{1}{4n^2-1} = 1 + \frac{1}{4n-2} - \frac{1}{4n+2}$

3. 放缩 (一般用于证明求和类不等式)

(1) 放缩为裂项形式

常见例子: $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2-1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right)$

$$\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \quad (\text{大于号同理})$$

$$\frac{1}{n^2} = \frac{4}{4n^2} < 2 \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{2}{2\sqrt{n}} < \frac{2}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}} = 2(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}) \quad (\text{大于号同理})$$

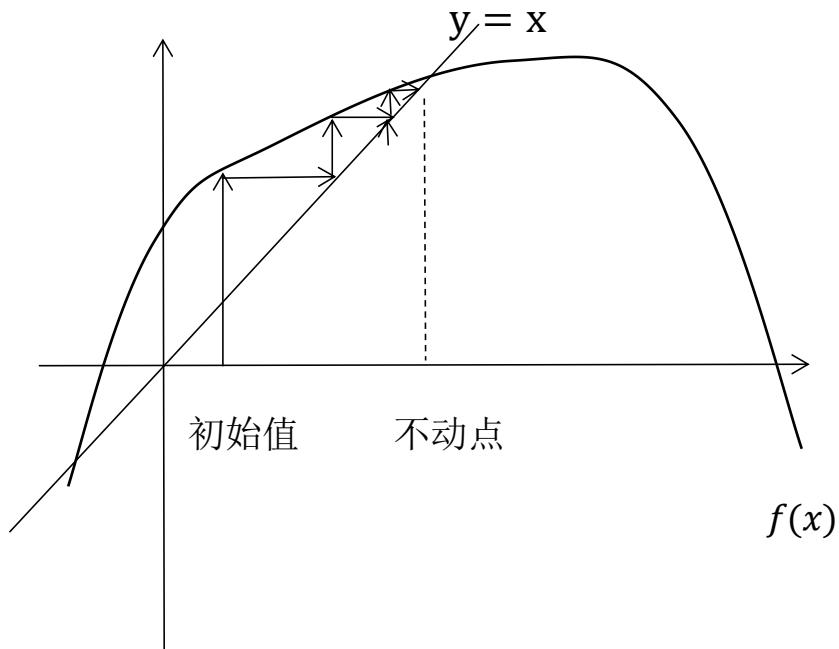
(2) 放缩为等比数列, 利用其收敛性证明不等式

注意: 放缩时可留前 1~2 项不放缩

4.求和：公式、裂项、错项相消，倒序相加，分组，并项

5.不可求出通项的数列（一般会涉及相应求和类不等式证明）

在研究数列 $a_{n+1} = f(a_n)$ 时，如果函数形式超越或很复杂，则该数列基本不可能求出通项，此时可通过图像研究数列单调性与极限，如图



在相应求和类不等式的证明中，一般在递推形式中进行放缩，此过程中对不动点的研究极为重要！

6.斐波那契数列及其性质的掌握

7.新定义型数列：写出前几项，寻找规律

数列的难度梯度较大，范围不定，一方面要注重解题时的书写规范性，

另一方面要掌握以上几个模块，尤其要训练放缩与裂项的能力

易错点：

- (1) 求通项仿写要带上 n 的范围，并检验首项或前两项
- (2) 求通项时等比数列首项不为 0 的说明
- (3) 证明求和类不等式时未放缩的项单独拿出来检验是否成立

函数导数

方法：

- (1) 多次求导，逐层研究
- (2) 分离参数
- (3) 隐零点：以零点为主元代换参数，构建函数
- (4) 端点效应，极零重合
- (5) 同构
- (6) 极值点偏移，比值代换
- (7) 凹凸反转
- (8) 证明求和类不等式

①右侧为常数：

放缩为等比/裂项形式

②右侧为含 n 代数式：

1. $\sum_{i=1}^n a_i < f(n)$

即证 $a_n < f(n) - f(n-1)$ $a_1 < f(1)$

2. 拆分右侧表达式将其转化为①中情况

如证 $\sum_{i=1}^n a_i < n + 1$, 即证 $\sum_{i=1}^n (a_i - 1) < 1$

大多数情况下，以上两种方法有效，但此类问题灵活多变，难度较大，不要仅仅拘泥于以上两种方法！

(9) 求证有关零点，极值点距离的不等式(形如求证 $|x_1 - x_2| < \dots$)

① 函数整体放缩(一般放缩为二次函数，要观察右侧有无根式)

② 切线放缩(一般前几小问提示)

(10) 求证有关零点，极值点之和的不等式

① x_1, x_2 系数相同：参照 (6)

② x_1, x_2 系数不同：拆成相同系数，两部分分别证明

③ 切线放缩（一般前几小问提示）

对于 (8) (9)，大多数情况下，以上几种方法有效，但此类问题灵活多变，难度较大，不要仅仅拘泥于以上几种方法！

(11) 函数与不动点：见数列 4

(12) 换元思想： $\ln(\dots)$ 括号内式子一般整体换元

(13) 对于题给函数，注意是否有 $f(x) \pm f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ （这个隐含条件非常有用！）

(14) 含多变量时可采用主元法

(15) 两边同时取对数

(16) 证明含参不等式：知道参数范围后将参数放缩除去

(17) 求导后注意导函数是否可提公因式进行因式分解，是否有完全平方

(18) 在研究零点等情况中，若得到 $f(x) = 0$ 的形式可对 $f(x)$ 进行变形（如两边同除某项），尽可能简化求导

本模块题型变式多，难度梯度大，需要较大的练习量。以上方法技巧要尽可能掌握并在解题时有意识地回忆，对解题帮助很大！

补充：常用放缩

$$e^x \geq x + 1 \quad e^x \geq ex \quad e^x \geq \frac{1}{2}x^2 + x + 1 \quad e^x \leq \frac{1}{1-x} (x < 1)$$

$$\ln x \leq x - 1 \quad \ln x \leq \frac{x}{e} \quad \ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$$

$$2\frac{x-1}{x+1} < \ln x < \frac{1}{2}(x - \frac{1}{x}) \quad (x > 1)$$

$$\frac{1}{2}(x - \frac{1}{x}) < \ln x < 2\frac{x-1}{x+1} \quad (0 < x < 1)$$

$$\sin x \leq x \leq \tan x \quad (0 \leq x < \frac{\pi}{2})$$

$$\sin x > x - \frac{1}{6}x^3 \quad (x > 0) \quad \cos x > 1 - \frac{1}{2}x^2 \quad (x > 0)$$

$$\text{对数均值不等式 } \sqrt{ab} < \frac{a-b}{\ln a - \ln b} < \frac{a+b}{2}$$

易错点：

- (1) 定义域优先（非常重要！尤其注意 $\ln(\dots)$ 括号内大于 0，分式分母不为 0）
- (2) (17) 中，要讨论同除的那项是否为 0

统计概率

方法：

- (1) 比较 $P(A|B)$ 直接求与通过 $\frac{P(AB)}{P(B)}$ 求哪一方法更简便
- (2) 概率分布列中概率难算时，用 $1 - \sum P(\text{其他})$ (正难则反)
- (2) 积分比赛中甲乙轮流式：两轮一组研究
- (3) 积分比赛中领先 x 分胜出式：以其中一者为参考计算相对分差
- (4) 马尔科夫链 (重点)：可用于求均值与概率，重点在于从前一次或几次的状态推出这一次的状态，应用范围极广，变式很多，对思维的要求较高。一般来说，能想到其他方法尽量不用马尔科夫链，否则极易出错！
- (5) 注意观察概率有无对称性，如 $P(x = k) = P(x = n - k)$
求 $E(x)$ 可用倒置求和

概率问题没有过多解题技巧，重点在于仔细读题，将事件进行过程梳理清楚，概率问题难度梯度较大，要反复强化训练

易错点：

- (1) 实际问题设列解答不能少
- (2) 前一小问条件不可代入后一小问中，只有大题干中的条件才可在每一小问中通用

立体几何

方法：

- (1) 几何法（一般第一小问或前两小问）
- (2) 建系法（一般最后一小问）
- (3) 基底法（实在找不到 90 度夹角时，但这种情况基本不会出现）

注：若有余力，可将几何法与建系法结合进行验算

立体几何是方法最固定，整体难度最低的一类题型，同样需要反复训练一遍过的计算能力，同时培养解题的规范性

易错点：

- (1) 两直线夹角范围： $【0, \frac{\pi}{2}】$ 两平面夹角范围： $【0, \frac{\pi}{2}】$
二面角范围： $【0, \pi】$
- (2) 题目中交代有一截面截几何体时要将截面进行延伸，与该几何体的每一个面都有交线
- (3) 辅助线不要忘记画在答题纸上

小
題
篇

注：因内容不多，每模块中方法与易错点混杂，请自行甄别

1.集合（一般在 1,2 题，难度系数低）

- (1) 画数轴，韦恩图
- (2) 集合元素的互异性，空集不要忽略

2.常用逻辑用语（一般前五题内）

主要掌握命题的否定（含全称量词，存在量词）

3.不等式（难度梯度大，范围不定）

- (1) 掌握基本不等式链
- (2) 掌握柯西不等式，二次权方和不等式
- (3) 反解法（设所求表达式为 k ，得二次函数， $\Delta \geq 0$ 得 k 范围）
- (4) 多变量 (≥ 3) 问题中，先不妨设一者为定值，逐层减少变量数
- (5) 常数代换配凑齐次，如已知 $a^2 + b^2 = 1$ ，则 $\frac{a^2+ab+1}{a^2+b^2} = \frac{2a^2+b^2+ab}{a^2+b^2}$
- (6) 双变量配凑齐次后，可将表达式转化为比值的单变量表达式
- (7) 双变量问题中可用主元法
- (8) 三角换元（对题给表达式进行配方得到两平方和等于定值的形式，从而化为某一角的单变量，将目标形式用该角的三角函数表示，但要注意换元之后角的范围！）
- (9) 题给条件中有齐次形式且未规定变量之间的任何关系时，可设其中一个变量为常数或几个变量的乘积为常数（一般都设为 1）以简化求解

(10) 看到根号中二次项系数大于 0 的二次函数形式，首先想到两点间距离公式，尝试建立坐标系，用将军饮马模型求解。根号中二次项系数小于 0 的二次函数形式表示一个半圆

(11) 注意取等条件是否满足（非常重要！）

(12) 数形结合，分式转化为斜率，整式转化为截距

4. 向量

(1) 基底法，建系法

(2) 等和线

(3) 极化恒等式（常用）

(4) 三角形四心及其推论，奔驰定理（了解即可，高考几乎未出现，基础年级考试可能涉及）

5. 三角恒等变换，解三角形

(1) 基本方法参照大题篇中所述

(2) $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$, $\sin \alpha = \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ 两个关系经常使用

(3) 斜三角形中， $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$

(4) 由所得条件压缩角范围是一种常见方法

(5) 1 的代换： $\tan \frac{\pi}{4}$ （最常用）， $\sin \frac{\pi}{2}$, $\cos 0$

$$\text{如 } \frac{1-\tan \alpha}{1+\tan \alpha} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

(6) 滚雪球： $\cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{2\pi}{9} \cos \frac{4\pi}{9} = \frac{\sin \frac{\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{2\pi}{9} \cos \frac{4\pi}{9}}{\sin \frac{\pi}{9}} =$ (连锁反应)

$$= \frac{\sin \frac{8\pi}{9}}{\frac{8}{\sin \frac{\pi}{9}}} = \frac{1}{8}$$

注重观察角是否成公比为二的等比数列

(7) 记住几个特殊角的三角函数值：

$$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1, \cos \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$$

6. 复数 (一般在 1,2 题, 难度系数低)

高考中只需掌握基本运算法则即可。基础年级考试中可能涉及较复杂运算法则、几何意义和三角形式, 注意 z 与 \bar{z} 的区分, 很容易看错!!!

7. 立体几何 (在多选题中出现频率较高)

(1) 等体积法求点面距离, 线面角

(2) 三垂线模型求二面角 (一般题目中有面面垂直, 垂足容易找到)

(3) 补形: 正四面体→正方体, 墙角模型→长方体,

对棱相等的三棱锥→长方体

(4) 大部分选项可用几何法求解, 能不建系尽可能不建

(5) 面面夹角的余弦值可转化为 $\frac{\text{投影图形面积}}{\text{平面图形面积}}$

(6) 一条动直线与一条定直线所成的最小的角即为该定直线与动直线扫过的平面所成角

8. 解析几何 (一般出现在单选题后 3 题)

(1) 一般式直线注意化到最简, 系数无公因数

(2) 截距相等考虑过原点

- (3) 直线系, 圆系方程
- (4) 阿氏圆模型掌握
- (5) 圆锥曲线中以基本量为核心, 结合平面几何, 解三角形知识
- (6) 看到圆锥曲线上的点与一个焦点连接, 立即将其与另一个焦点连接
- (7) 椭圆, 双曲线第一定义, 第三定义灵活运用
- (8) 掌握焦点弦的角度表示式, 坐标表示式, 焦点三角形面积的正切表示式
- (9) 椭圆、双曲线的光学性质
- (10) 参照大题篇中解析几何内容
- (11) 解析几何小题能不联立尽量不联立, 尽可能从三大定义出发, 将其转化为几何问题!

9.数列

- (1) 注意 1 个特殊的数列: 1, -1, 1, -1, 1.....一些概念辨析类问题容易在上面设坑, 以及公比为 1 的等比数列
- (2) a_1, a_2, a_3 a_1, a_3 同号, a_2 符号不定
 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 a_1, a_5 同号, a_3 也一定同号
- (3) 其他参照大题篇中数列内容

10.函数导数

- (1) 同构在小题中经常出现, 要有这一意识

(2) 作一些函数图像时尤其要注意有无渐近线（特别是分母可以取到 0 的分式形式以及含 $e^x, \ln x$ 的形式）

(3) 比较大小类问题：

① 构建函数（可参照 2022 年新 I 卷第 7 题）

② 同构（例如比较 $2\ln\pi$ 与 $\pi\ln 2$ 大小，构建 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ）

③ 特殊值近似： $\ln 2 \approx 0.693$ $\ln 3 \approx 1.1$ $\ln 5 \approx 1.61$ $\ln 7 \approx 1.946$

$$\lg 2 \approx 0.301 \quad \lg 3 \approx 0.477 \quad e^2 \approx 7.39 \quad e^3 \approx 20 \quad \pi^2 \approx 9.87$$

$$e^x \approx 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 \quad \ln(1+x) \approx x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$$

$$\sin x \approx x - \frac{x^3}{6} \quad \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} \quad \tan x \approx x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15}$$

上述五个等式成立条件： x 接近于 0

(4) 抽象函数：

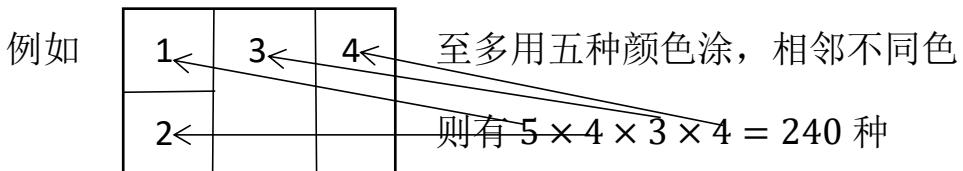
① 周期类：掌握对称中心，对称轴的判断方法从而求出周期，同时画出草图（一般可用三角函数拟合）

② 非周期类：1. 研究整数点处函数值 2. 对 x, y 赋值减元
3. 确定主元后求导 4. 寻找已知函数拟合（重要）

(4) 其他参照大题篇中函数导数内容

11. 排列组合（错误率最高的一类题型）

(1) 分支法：常见于涂色，种花等问题中，逐块分析，分步计数



(2) 分类分析法：常见于涂色，种花问题中，对每一种情况进行研

究后求和,例如(题目同上)

$$4 \text{ 种颜色: } C_5^4 \times A_4^4 = 120$$

$$3 \text{ 种颜色(即 1,4 同色或 2,4 同色): } 2 \times A_5^3 = 120$$

共 240 种

分支法较为简便, 分类分析法不易出错, 具体情况具体分析

(3) 相邻问题捆绑法, 不相邻问题插空法

(4) 特殊元素优先考虑

(5) 相同元素分组问题: 隔板法, 总共 n 个元素分为 m 组, 若规定

$$\text{第 } i \text{ 组至少 } a_i \text{ 个元素, 则等效元素个数为 } n + \sum_{i=1}^m (1 - a_i)$$

$$\text{共 } C_{n-1+\sum_{i=1}^m (1-a_i)}^{m-1} \text{ 种分法}$$

(6) 不同元素分组问题(如 6 本不同的书发给 3 人, 几种分法)

最常见的一类模型, 必须熟练掌握!

(7) 正面情况复杂, 从反面入手

(8) 学会判断排列组合中的定序问题(出现频率较高)

(9) 枚举法, 填方格法(一般用于排队、顺序类问题中)

排列组合问题一定要花较长时间, 认真分析, 一定要把所有情况列出,

不要空想!

12. 概率统计

概率问题参照大题篇; 统计掌握书本基本内容即可, 难度低

分层抽样的方差计算要掌握, 分位数是一个易错点

13. 组合数

- (1) 书本上基本运算法则
- (2) 二项展开式有关内容
- (3) 几种常用的思想方法：赋值、求导、置换公式
- (4) 倒置求和

特
別
提
醒

- (1) 换元法可被广泛应用，换元后注意新元范围！
- (2) 数形结合是一种重要思想，能直观、高效地解决问题
- (3) 求解某式子范围，对该式子平方后不要忘记开方
- (4) 一些题干较为复杂的应用类问题，一定要对题干条件进行划分梳理，审清每个条件
- (5) 特殊值法是一种快捷，高效的解题手段，平时练习尽可能不要用，考试时能用就尽量用
- (6) 算两次（用两种算法表示同一未知量，以构建方程，从而求出方程中的某个量，未知量一般不用求出）
- (7) 对分式分子分母、方程两边同除某项时必须讨论该项是否为 0
- (8) 正面判断某个选项正误较难时，不妨先假设该选项错误，并举出反例证明假设（很多情况下有效）
- (9) 分类讨论后注意总结
- (10) 求范围注意区间开闭，以及中间是否需要挖掉点
- (11) 反证法是一种常用的思想方法
- (12) 遇到多解时要警觉是否有一解不符合条件
- (13) 解题时一定要有规范意识，得分点意识，不要跳步！（重要）
- (14) 有时第一问不会，但答案能猜出，不影响第二问解答，因此遇到不会的大题时一定要尽可能多写
- (13) 时间分配：小题 40~45 分钟，前三道大题 30~35 分钟，最后两大题 45 分钟（仅个人习惯，可进行调整）

结语：

以上内容仅仅是个人高中数学学习的经验，具有一定的主观性，可适当参考但不要拘泥，以上内容必定无法涵盖高中数学的所有思想方法与注意点，需要自己在解题后适时归纳总结补充。并且在使用这些方法时应具备一定的灵活性与应变能力，要从题目信息出发，主动去创造这些方法适用的条件。**最重要的是形成属于自己的思维体系！**