PS Computergestützte Modellierung Programmieraufgaben

Institut für Statistik und Operations Research
Universität Graz

Ieyasu Sugimoto

WS 2016

Ablauf

Im Zuge der Lehrveranstaltung müssen Sie verschiedene Übungsbeispiele lösen. Der Großteil der Beispiele ist in zwei Teile gegliedert: einen Präsentationsteil und einen Programmierteil. Im Präsentationsteil soll das Beispiel kurz vorgestellt werden und der Lösungsansatz erklärt werden - dies kann beispielsweise mittels Flussdiagramm oder Pseudocode erfolgen. Ziel des Präsentationsteils ist, dass sich die Kursteilnehmer einerseits Gedanken über Beispiele machen, ohne diese in Programmcode umsetzen zu müssen, und andererseits anderen Kursteilnehmer einen Überblick über die Aufgabe und den Lösungsweg geben. Dabei sollen programmiersprachenspezifische Konstrukte dezidiert vermieden werden, damit Studenten, die eine andere Programmiersprache zur Umsetzung verwenden, kein Verständnisproblem haben. Bei einigen Beispielen sind Sie aufgefordert, den Ablauf des Programmes im Rahmen der Präsentation anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vorzustellen. Die volle Punktezahl wird nur dann erreicht, wenn dies nachvollziehbar dargestellt wird.

Der Präsentationsteil ist im PDF-Format abzugeben!!

Im Programmierteil ist dann der Programmcode vorzustellen und auszuführen. **Die Wahl der Programmiersprache bleibt den Studenten selbst überlassen! Wichtig: Zum Programmcode ist eine kurze Präsentation/Interpretation der Ergebnisse abzugeben.** Im Programmablauf wird erwartet, dass Ergebnisse bei wichtigen Zwischenschritten ausgegeben werden.

Wesentliche Punkte bei der Erstellung des Programmcodes sind:

- Ordentliches Kommentieren der Aufgaben, damit andere Personen (und Sie selbst zu einem späteren Zeitpunkt) verstehen, was an den einzelnen Stellen passiert
- Vernünftige Variablennamen, damit man beim Lesen des Programmcodes weiß, welchen Zweck eine Variable erfüllt
- Eingabemöglichkeit bzw. Konfigurierbarkeit wichtiger Parameter

- Vernünftige Ausgabe während des Programmablaufs, die es ermöglicht nachzuvollziehen, was während der einzelnen Passagen passiert
- Programmiersprachenspezifische Funktionen sollen womöglich vermieden werden
- Keine Sonderzeichen in Programm und Kommentaren (keine Umlaute, ß, ...) - am besten programmiert/kommentiert man in Englisch

Die folgenden von Programmiersprachen unterstützten Funktionen/Operatoren dürfen bei der Lösung der Probleme verwendet werden (ausgenommen sind Funktionen zur Ein- und Ausgabe):

- Arithmetische Grundfunktionen ($+ - \cdot :$)
- Zuweisung ($=$)
- Vergleichsoperatoren ($< \leq == \geq >$)
- Inkrement-, Dekrementoperatoren, Bitoperationen
- min, max, sum, length von Vektoren
- modulo
- runden (floor, ceil, round), abs
- Zufallsfunktion: 0-1 gleichverteilt, 1-n ganzzahlig
- Trigonometrische Funktionen (sin, cos, tan)
- Konstanten (pi)

Alle Beispiele lassen sich mit Hilfe dieser Funktionen lösen. Weitere von der jeweiligen Programmiersprache unterstützten Funktionen sollen nicht verwendet werden.

Die Programmierbeispiele werden je nach Schwierigkeitsgrad unterschiedlich bewertet. Um die Punkte zu erreichen, müssen Sie die Beispiele bis zum Freitag (23:55 Uhr) vor der jeweiligen Einheit (also eine Woche vor dem Präsentationstermin) über Moodle einreichen und in der Einheit darauf vorbereitet sein das Beispiel zu präsentieren - Anwesenheit in der Einheit ist für das Erreichen von Punkten also Voraussetzung. Die Präsentation dient auch zur Überprüfung, ob Sie das Beispiel selbst gelöst haben. Für das Präsentieren gibt einen Zusatzpunkt. Wichtig: Die Beispiele sind in 2-er Gruppen zu lösen; es müssen beide Teilnehmer in der Lage sein, die abgegebenen Beispiele zu präsentieren. Falls mehrere Gruppen das gleiche Beispiel abgegeben haben, entscheidet der Zufall (oder der Vortragende), wer das Beispiel präsentieren darf. Viele Beispiele lassen sich durch völlig unterschiedliche Herangehensweisen lösen, es gibt also oft nicht nur eine richtige Lösung. Verschiedene Lösungswege sollen wenn möglich verglichen und analysiert werden.

Der Programmierteil muss nicht unbedingt abgegeben werden, Sie können also für ein Beispiel den Präsentationsteil alleine auch abgegeben. Falls ein Beispiel von keiner Gruppe gelöst wurde, wird ein Teilnehmer der Lehrveranstaltung ausgewählt, um zumindest den Präsentationsteil mit Hilfe der Kollegen an der Tafel zu erstellen - dafür werden auch Zusatzpunkte je nach ursprünglicher Punkteanzahl vergeben. Welche Beispiele in welcher Einheit durchgenommen werden, wir separat in den Theorieteilen angekündigt.

Die Beispieldateien müssen gepackt (zB. zip, rar oder tar.gz) über Moodle eingreicht werden; **die einzelnen Dateien müssen nach folgendem Namensschema benannt sein:**

BSP+BEISPIELNUMMER+_+NACHNAME,

wobei die Beispielnummer auf Zehnerstelle erweitert wird und der Nachname in Großbuchstaben sein muss, also zB.

BSP01_MUSTERMANN.m.

Funktionsfiles müssen ebenfalls den Namen beinhalten (z.B. funktionxy_mustermann.m).

Zu Beginn des Programmcodes ist ein Header einzufügen. Dieser soll folgende Daten beinhalten:

- Beispielnummer / Beispielname
- Author A + Matrikelnummer, Author B + Matrikelnummer
- WS 2016

Notenschlüssel

Insgesamt sind 280 Punkte zu erreichen. Folgender Notenschlüssel ist festgelegt:

- es müssen mindestens 60 Punkte bei Programmieraufgaben erreicht werden, um positiv zu sein
- über 100 Punkte: 4
- über 120 Punkte: 3
- über 140 Punkte: 2
- über 160 Punkte: 1

Termine

Präsentationstermine sind folgende:

- Bsp. 1-15: Einheit 4
- Bsp. 16-23: Einheit 5
- Bsp. 24-30: Einheit 6

1 Integrierte Zufallszahlen

Schreiben Sie ein Programm, das eine vorgegebene Anzahl an gleichverteilten Zufallszahlen im Intervall $[a, b]$ in einem Vektor speichert und am Bildschirm ausgibt. Die Erzeugung der Zufallszahlen soll dabei mit dem in der Programmiersprache implementierten Zufallszahlengenerator erfolgen.

- Input: Intervall $[a, b]$, Anzahl an Zufallszahlen
- Output: Zufallszahlen

Punkte:

- Programm: 1

2 Simulation von Distanzen

Die euklid'sche Entfernung von zwei Punkten $P_1 = (X_1, Y_1)$ und $P_2 = (X_2, Y_2)$ im $\mathbb{R}^2$ soll simuliert werden.

- X_1, X_2 gleichverteilt im Intervall $(1, X_{max})$
- Y_1, Y_2 gleichverteilt im Intervall $(1, Y_{max})$

Bestimmen Sie für eine variable Anzahl an zufällig erzeugten Punkten die $n \times n$ Distanzmatrix $D = (d_{ij})$, wobei d_{ij} die euklid'sche Entfernung zwischen Punkt i und Punkt j ist. Gliedern Sie das Programm so gut wie möglich in

- Eingabeteil,
- Berechnungsteil und
- Ausgabeteil.

Punkte

- Programm: 2

3 Sortierung von Zufallszahlen

Ein Set an Koordinaten (X, Y) soll simuliert und sortiert werden. Die Sortierung soll aufsteigend nach X-Koordinate, bei gleicher X-Koordinate nach Y-Koordinate erfolgen.

- X gleichverteilt im Intervall $(1, X_{max})$
- Y gleichverteilt im Intervall $(1, Y_{max})$

Erzeugen und sortieren Sie eine variable Anzahl an zufällig erzeugten Punkten. Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vor.

- Input: Anzahl an Zufallszahlen
- Output: Sortierte Zufallszahlen

Punkte

- Präsentation: 2
- Programm: 2

4 Geburtstage

In einem Seminar sitzen x Teilnehmer. Ermitteln Sie näherungsweise mittels Simulation die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Teilnehmer am selben Tag Geburtstag haben.

- Input: Anzahl an Teilnehmer, Anzahl an Simulationsdurchläufen
- Output: Durchschnittliche Wahrscheinlichkeit, dass zwei Teilnehmer am selben Tag Geburtstag haben.
- Output optional: Ausgabe der Geburtstage und Markierung der Tage, wo mehr als eine Person Geburtstag hat.

Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes an selbstgewählten Zufallszahlen vor.

Punkte

- Präsentation: 1
- Programm: 2
- Option: 2

5 Würfelsimulation

Schreiben Sie ein Programm zur interaktiven Simulation eines Würfels. Der Benutzer darf sechsmal eine Zahl raten. Wenn die Zahl größer bzw. kleiner ist als die vom Rechner gewürfelte Zahl, dann wird dies dem Benutzer jeweils mitgeteilt. Bei richtiger Eingabe der Zahl gratuliert der Rechner dem Benutzer. Hat der Benutzer mindestens zweimal richtig oder nie richtig geraten, gibt es spezielle Glückwünsche bzw. Bedauern des Rechners. Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vor.

- Input: geratene Zahl
- Output: geratene Zahl richtig oder falsch, Endergebnis

Punkte

- Präsentation: 2
- Programm: 2

6 Manipulierter Würfel

Ein manipulierter Würfel soll geworfen werden. Für das Auftreten der Augenzahlen "1" bis "6" gelten folgende Wahrscheinlichkeiten:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit	1/10	1/20	1/5	1/10	1/2	1/20

Stellen Sie durch Simulation fest, wir oft es bei 1000-maligem Würfeln vorkommt, dass dreimal hintereinander die Zahl "3" gewürfelt wird. (Hinweis: 3333 = zweimal drei 3er)

Punkte

- Präsentation: 2
- Programm: 2

7 Betrunkener

In der Mitte eines großen Platzes steht ein Betrunkener an einem Baum gelehnt. Er entschließt sich zum Gehen, ohne ein bestimmtes Ziel anzustreben. Folgende Schritte sind möglich (in Längeneinheiten):

$$(0,1),(1,0),(0,-1),(-1,0),(-1,1),(1,1),(1,-1),(-1,-1).$$

Wie groß ist die durchschnittliche Entfernung vom Ausgangspunkt nach n nicht vorhersehbaren Schritten?

- Input: Anzahl an Schritten
- Output: Entfernung vom Ausgangspunkt

Punkte

- Präsentation: 2
- Programm: 2

8 Lotto

Simulieren Sie eine variable Anzahl an Tipps für eine Runde des Lottospiels 6 aus 45 und vergleichen Sie die Eintrittswahrscheinlichkeiten mit den theoretischen Werten.

- Input: Anzahl an Tipps
- Output: Anzahl an 1-er, 2-er, ..., 6er sowie prozentuelle Aufteilung und Vergleich mit theoretischer Wahrscheinlichkeit
- Output: optional Ausgabe der Zufallszahlen und der Tipps und Anzahl d. Richtigen

Punkte

- Präsentation: 3
- Programm: 3

9 Schießsport

Betrachten Sie folgende Situation aus dem Schießsport: Jeder Schuss wird durch den Mittelpunkt (x, y) seines Einschlages in der Scheibe repräsentiert. Der Mittelpunkt der Scheibe hat die Koordinaten $(0, 0)$. Zur Vereinfachung wird folgende Wertung eines Treffers (x, y) angenommen:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 < 1 \quad &\rightarrow \quad \text{10 Punkte} \\ 1 \leq x^2 + y^2 < 4 \quad &\rightarrow \quad \text{9 Punkte} \\ 4 \leq x^2 + y^2 < 9 \quad &\rightarrow \quad \text{8 Punkte} \\ 9 \leq x^2 + y^2 < 16 \quad &\rightarrow \quad \text{7 Punkte, usw. bis} \\ 81 \leq x^2 + y^2 < 100 \quad &\rightarrow \quad \text{1 Punkte} \\ x^2 + y^2 > 100 \quad &\rightarrow \quad \text{0 Punkte} \end{aligned}$$

Ein Sportschütze erreicht normalerweise Treffer mit folgender Verteilung:

- x-Koordinate: stetig gleichverteilt in $[-4, 5]$,
- y-Koordinate: stetig gleichverteilt in $[-2, 2]$.

Wegen der Nervosität des Schützen verstärkt sich der Rechtsdrall am entscheidenden Wettkampftag, was zu einer Verteilung der x-Koordinate in $[-3, 6]$ (stetig gleichverteilt) führt.

Jede Schussserie besteht aus 60 Schüssen. Bestimmen Sie durch ein Simulationsprogramm über 200 Serien die durchschnittliche Punkteanzahl pro Serie sowohl für die Normalleistung des Schützen als auch für die schlechtere Wettkampfleistung! Bestimmen Sie ebenfalls die Varianz der Schussserien. Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vor.

- Input: Anzahl an Serien
- Output: Durchschnitt und Varianz der Serien bei Normal- und Wettkampfleistung

Punkte

- Präsentation: 4
- Programm: 5

10 Mastermind

Simulieren Sie das Spiel “Mastermind”. Der Computer soll zufällig einen vierstelligen Zahlencode generieren, wobei die Zahlen sechs unterschiedliche Werte annehmen können. Der Spieler muss nun den vierstelligen Zahlencode errate. Der Computer teilt ihm mit, wie viele richtigen Zahlen er an der richtigen Position erraten hat und wie viele richtigen Zahlen er an der falschen Position erraten hat. Danach kann der Spieler nochmals raten, bis er die richtige Kombination gefunden hat. Je nach Anzahl der benötigten Schritte gibt der Computer einen Kommentar ab, nach einer gewissen Anzahl an Versuchen bricht er ab und gibt die richtige Kombination aus.

Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vor und zeigen Sie die Auswertungmethode einer Runde anhand von unterschiedlichen Beispielen.

- Input: Anzahl an Runden und je Runde die Tipps
- Output: Anzahl der Richtigen je Runde, optional die richtige Lösung am Anfang

Punkte

- Präsentation: 4
- Programm: 7

11 Schere-Stein-Papier

Simulieren Sie das Spiel “Schere-Stein-Papier”, wobei der Computer der Gegner ist. Der Benutzer gibt eine der drei Möglichkeiten ein, welche das Programm mit simulierten Werten vergleicht. Die Anzahl der Runden ist frei wählbar und beim Programmende wird der Sieger ausgegeben. Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vor.

Punkte

- Präsentation: 2
- Programm: 4 (Zusatzpunkte für Eingabeüberprüfung)

12 Urlaub

Bei einer Umfrage gaben 475 Personen an, dass sie nur in einem von vier ausgewählten Ländern ihren Urlaub der kommenden Jahre verbringen würden. Um nicht in Gefahr zu laufen, sich im Urlaub zu langweilen, wechseln diese Personen ihre Ziele. Diese Übergangswahrscheinlichkeiten sind in der folgenden Matrix gegeben.

	Karibik	Kenia	Thailand	Nepal
Karibik	0.4	0.3	0.2	0.1
Kenia	0.2	0.5	0.2	0.1
Thailand	0.1	0.3	0.3	0.3
Nepal	0.2	0.3	0.1	0.4

Die Aufteilung in diesem Jahr ist folgendermaßen:

Karibik:	100 Urlauber
Kenia:	250 Urlauber
Thailand:	50 Urlauber
Nepal:	75 Urlauber

a) Schreiben Sie ein Computerprogramm, das die Aufteilung der Personen auf die Länder im Verlauf von 10 Jahren simuliert, und geben sie die Verteilung je Jahr und die Abweichung von einem Jahr zum nächsten aus.

b) Vergleichen Sie die Werte mit der theoretischen Aufteilung, wenn sich die Urlauber genau der Übergangswahrscheinlichkeiten entsprechend verhalten (d.h. ohne Simulation).

Punkte

- Präsentation: 4
- Programm: 6

13 Simulation von π

Berechnen Sie näherungsweise mittels Simulation die Zahl π $(3,14159)$ (Hinweis: Einheits(viertel)kreis)

- Input: Anzahl an Punkten
- Output: Pi

Punkte

- Präsentation: 2
- Programm: 2

14 Manuelle Zufallszahlen

Schreiben Sie ein Computerprogramm zur Erzeugung von $(0, 1)$-gleichverteilten Zufallszahlen für

a) die Midsquare-Methode

b) die gemischte Kongruenzmethode

c) die multiplikative Kongruenzmethode

Die Parameter für die Erzeugung der Zufallszahlen und die Anzahl der berechneten Zufallszahlen sollen vom Benutzer eingegeben werden können.

- Input: Parameter je nach Methode
- Output: Zufallszahlen

Punkte

- Präsentation: 2
- Programm: 4

15 Verwerfungsmethode

Erzeugen Sie gemäß der durch die Dichtefunktion $f(x)$ gegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung N Zufallszahlen.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{4} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{5}{8} & 2 \leq x < 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Input: Anzahl an Zufallszahlen
- Output: Zufallszahlen

Punkte

- Präsentation: 1
- Programm: 2

16 Inversionsmethode

Erzeugen Sie mit Hilfe der Inversionsmethode N Zufallszahlen für die Zufallsverteilung X, die durch ihre Verteilungsfunktion $F(x)$ gegeben ist:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - \frac{1}{1+x^2} & x \geq 0 \end{cases}$$

- Input: Anzahl an Zufallszahlen
- Output: Zufallszahlen

Punkte

- Programm: 1

17 Warteschlangenmodell

Gegeben sei folgendes einfache Warteschlangenmodell: Für fixe Zeitintervalle gilt, dass mit Wahrscheinlichkeit (Wk) p ein Kunde ankommt und mit Wk $(1-p)$ kein Kunde ankommt. In jedem Intervall wird mit Wk $(1-q)$ ein Kunde fertig bedient und Wk q nicht fertig bedient. Die Ankünfte und Bedienungen sind über die Perioden unabhängige Ereignisse. Simulieren Sie das Warteschlangenmodell über N Perioden für verschiedene Werte von p und q. Bestimmen Sie die durchschnittliche Länge der Warteschlange, die mittlere Wartezeit und den Auslastungsgrad des Systems.

- Input: Anzahl an Simulationsdauer
- Output: Werte für Warteschlangenlänge zu Periodenstart, Veränderung während der Periode und die oben angeführten Kennzahlen

Punkte

- Programm: 4

18 Restgeld

30 Besucher wollen zu einer Veranstaltung. Der Eintritt zur Veranstaltung beträgt 5 Euro. Die Besucher der Veranstaltung können entweder mit 5-Euro oder 10-Euro-Scheinen bezahlen. In der Kasse liegt zu Beginn eine konfigurierbare Anzahl an 5-Euro-Scheinen.

Grundproblem Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Besucher mit einem 10-Euro-Schein bezahlen möchte, beträgt 60 Prozent, dass ein Besucher mit einem 5-Euro-Schein bezahlen möchte, beträgt 40 Prozent.

Alternative 1 Es gibt 15 Personen mit einem 10 Euro-Schein und 15 Personen mit einem 5 Euro-Schein, die in zufälliger Reihenfolge zur Kasse kommen.

Stellen Sie bei den einzelnen Alternativen mittels Simulation fest, ob jeweils genug 5-Euro-Scheine in der Kasse sind, damit die Besucher mit 10-Euro-Schein das Restgeld bekommen. Stellen Sie fest, ob bzw. wie viele Besucher warten müssen und wie lange sie warten müssen bzw. ob Besucher am Ende sogar ohne Restgeld übrig bleiben. Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vor.

- Input: Anzahl an 5-Euro-Scheinen zu Beginn
- Output: Je Runde Geldschein, mit dem der Kunde bezahlen möchte, und Anzahl an 5- und 10-Euro-Scheinen in der Kasse.

Punkte - Grundproblem

- Präsentation: 3
- Programm: 3

Zusatzpunkte - Alternative 1

- Präsentation: 2
- Programm: 2

19 Verderbliche Ware

Die Produktionsmenge (in Stück) einer verderblichen Ware sei $N(100000, 2000)$-verteilt; die nachgefragte Menge pro Woche sei $N(110000, 20000)$-verteilt. Der Gewinn je verkauftem Stück betrage 3 Euro.

Da die erwartete Nachfrage größer als die erwartete Produktion ist, überlegt der Produzent, eine Überstundenschicht einzulegen. Die produzierte Menge pro Woche der zusätzlichen Schicht wird als $N(10000, 200)$-verteilt angenommen. Dabei entstehen zusätzliche Produktionskosten von 80 Cent pro Stück. Jedes nichtverkaufte Stück verursacht Kosten von 5 Euro. Durch Simulation über 50 Wochen soll entschieden werden, welche der Alternativen günstiger ist.

- Output: je Periode die Gesamtnachfrage, Produktion ohne bzw. mit Überschicht, Kosten und Gewinn, sowie Gesamtgewinn.

Punkte

- Präsentation: 3
- Programm: 5

20 Instandhaltung

Ein Unternehmen hat ein Instandhaltungsproblem mit einem bestimmten komplexen Ausstattungsgegenstand. Diese Anlage enthält 4 identische Vakuumröhren, die die Ursache für die Schwierigkeiten sind. Das Problem sieht so aus, dass die Röhren ziemlich häufig ausfallen, wodurch die Anlage für den Austausch abgeschaltet werden muss.

Die momentane Praxis besteht darin, die Röhren nur dann auszutauschen, wenn sie ausfallen. Es wurde jedoch der Vorschlag gemacht, alle vier Röhren auszu-tauschen, wenn eine von ihnen ausfällt, um die Häufigkeit zu reduzieren, mit der die Anlage stillgelegt werden muss. Das Ziel besteht darin, diese beiden Alternativen bezüglich der Kosten zu vergleichen.

Die entsprechenden Daten sehen folgendermaßen aus: Für jede Röhre besitzt die Laufzeit bis zum Ausfall annähernd eine Normalverteilung ($\mu = 1500$ Stunden, $\sigma = 500$). Die Anlage muss eine Stunde stillgelegt werden, um eine Röhre auszutauschen, bzw. zwei Stunden, um alle vier Röhren zu ersetzen. Die Gesamtkosten, die mit der Stilllegung der Anlage und dem Austausch der Röhren verbunden sind, betragen 100 Euro pro Stunde plus 20 Euro für jede neue Röhre.

Simulieren Sie den Ablauf der beiden alternativen Politiken für die Simulationsdauer von 55000 Stunden (einschließlich einer Stabilisierungsphase von 5000 Stunden), wobei mit vier neuen Röhren begonnen werden soll, und stellen Sie auf Basis der Kosten einen Vergleich der beiden Alternativen an. Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vor.

- Output: Status der Röhren und Kosten je Periode, kumulierte Kosten je Periode.

Punkte

- Präsentation: 6
- Programm: 6

21 Lagerhaltung

Ein Großhändler steht vor folgendem Lagerhaltungsproblem: Die Lagerung eines Produktes kostet 2 Euro pro Tag, eine Bestellung beim Lieferanten verursacht Kosten von 20 Euro (unabhängig von der Bestellmenge), der Verdienstentgang für ein nachgefragtes, aber nicht vorhandenes Produkt beträgt 15 Euro.

Die tägliche Nachfragemenge sei

a) binomialverteilt mit $n = 7$ und $p = 0.5$

b) poissonverteilt mit $\lambda = 3$.

Die Bestellregel für den Disponenten soll lauten: Bestelle q Stück, wenn weniger als s Stück auf Lager sind. Bestimmen Sie dazu durch Simulation kostenoptimale Werte q, s (Variation von q und s zwischen 2 und 8 Stück mit $q \geq s$).

- Output: Lagerbestand zu Periodenstart, Einkauf, Nachfrage, Verdienstentgang und Gesamtkosten je Periode

Punkte

- Präsentation: 4
- Programm: 6

22 Fertigungssystem

In einem Fertigungssystem werden Aufträge auf einer Maschine bearbeitet. Es gibt zwei Typen von Produkten: Typ 1 (Typ 2) benötigt auf der Maschine eine Bearbeitungszeit, die stetig gleichverteilt zwischen 2 und 6 min (1.5 und 4.5 min) liegt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Produkt vom Typ 1 ist, ist 0.4. Die Produkte kommen exponentialverteilt mit Erwartungswert von 4 in das System. Die Kapazität der Warteschlange ist mit 5 Stück begrenzt; Produkte, die in das System kommen, während die Warteschlangenkapazität ausgelastet ist, werden aus dem System eliminiert.

Anschließend an die Bearbeitungsphase kommt eine Inspektion. Die Zeit, die man braucht, um diese durchzuführen, ist für Produkttyp 1 (Produkttyp 2) gleichverteilt zwischen 3 und 5 min (1 und 3 min). Es wird überprüft, ob ein Produkt defekt ist oder nicht. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Produkt defekt ist und somit aussortiert wird, ist 0.1.

a) Zählen Sie die Stücke, die entfernt werden, weil die Kapazität der Warteschlange vor der Maschine zu gering war, und die Anzahl der defekten Stücke.

b) Bestimmen Sie die durchschnittliche Länge der Warteschlange vor der Inspektionsstation und die Auslastung der Maschine und der Inspektionsstation.

c) Wie lange brauchen die Produkte durchschnittlich, um durch das System geschleust zu werden?

Beginnen Sie die Simulation mit einer Aufwärmphase von 8h. Danach sollen alle statistischen Werte gelöscht werden. Die Zeit der tatsächlichen Simulation ist 800h. Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vor.

- Output: Verlauf von Produktion (Startzeit, Bearbeitungszeit, Endzeit je Produkt), Warteschlangenlänge bei Bearbeitung und Inspektion, sowie die oben angeführten Kennzahlen.

Punkte

- Präsentation: 10
- Programm: 10

23 Fertigungsstraße

Eine Fertigungsstraße besteht aus 3 Maschinen. Die Straße erhält die zu bearbeitenden Teile aus einem Rohlager (mit unendlichem Vorrat); die bearbeitenden Teile werden in ein nachgeschaltetes Fertigteillager (mit ebenfalls unendlicher Kapazität) geliefert.

Die normale Bearbeitungszeit eines Teiles beträgt pro Maschine eine Minute; bei 15% der Teile tritt jedoch eine Störung von vier Minuten auf, so dass die gesamte Bearbeitungszeit eines Teiles dann 5 Minuten pro Maschine beträgt.

Untersuchen Sie durch Simulation über 180 Minuten, ob es zweckmässig ist, die drei Maschinen zu entkoppeln und zwischen den Maschinen ein Pufferlager einzurichten. Vergleichen Sie dazu beispielsweise den Ausstoß (gefertigte Stückzahl), die Stillstandszeiten und den Auslastungsgrad der Maschine sowie die durchschnittliche Bearbeitungszeit eines Teiles auf der Fertigungsstraße. Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen beziehungsweise mit einem Gantt-Diagramm die Abhängigkeiten der Maschinen vor.

- Output: Verlauf von Produktion (Startzeit, Bearbeitungszeit, Endzeit je Produkt und Maschine), Warteschlangenlänge bei Bearbeitung und Inspektion, sowie die oben angeführten Kennzahlen.

Punkte

- Präsentation: 8
- Programm: 10

24 Waschanlage

Bei der Planung einer Autowaschanlage muß der Besitzer entscheiden, wieviel Platz für die wartenden Autos vorgesehen werden soll. Es wird geschätzt, dass die Kunden zufällig (Poisson-Inputprozeß) mit einer mittleren Rate von einem Kunden alle 4 Minuten ankommen. Ist der Warteplatz voll besetzt, würden ankommende Kunden mit ihren Fahrzeugen wieder weiterfahren. Die Waschdauer ist in etwa exponentialveteilt mit einem Erwartungswert von 3 Minuten. Vergleichen Sie den Erwartungswert des Anteils der potentiellen Kunden, die wegen der fehlenden Wartemöglichkeit verloren gehen, wenn

a) kein Warteplatz

b) zwei Warteplätze

c) vier Warteplätze vorgesehen werden.

- Output: Belegung der Warteplätze, Neuankünfte und Abfahrten

Punkte

- Präsentation: 6
- Programm: 8

25 Zufallszahlenüberprüfung

Erzeugen Sie mit einem gemischten Kongruenzgenerator für verschiedene Parameter 100 Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Die Parameter für den gemischten Kongruenzgenerator sollen hierbei flexibel eingegeben werden können oder automatisch in vorgegebenen Intervallen untersucht werden. Die resultierenden Zufallszahlen sollen mittels χ^2-Anpassungstest und Runtest auf Unabhängigkeit geprüft werden (siehe Vorlesungs-Folien). Die Berechnung der Häufigkeiten (χ^2-Anpassungstest) und Run-Länge, der zugehörigen χ^2-Testgröße sowie der Vergleich mit dem korrespondierenden Wert aus der χ^2-Tabelle (z.B. zum 95% Signifikanzniveau) soll dabei automatisch erfolgen, wobei die Werte der χ^2-Tabelle hard-codiert werden können können (z. B. von hier:
`http://de.wikibooks.org/wiki/Mathematik:_Statistik:_Tabelle_der_Chi-Quadrat-Verteilun`

- Input: Parameter für gemischten Kongruenzgenerator
- Output: Zufallszahlen, Anzahl an Werten je Bereich, Annahme oder Ablehnung gemäß Tests

Punkte

- Präsentation: 4
- Programm: 6

26 Garantiezertifikat

Garantie-Zertifikate sichern entweder die Rückzahlung des gesamten oder eines bestimmten Prozentsatzes des eingesetzten Kapitals am Ende der Laufzeit zu. Zusätzlich wird der Anleger meist mit einer bestimmten Partizipationsrate am Kursanstieg des jeweiligen Basiswertes beteiligt. Alternativ ist eine Kuponzahlung möglich, die von der Entwicklung des Basiswertes abhängig ist

Das folgende fiktive Garantiezertifikat ist mittels Simulation zu bewerten.

- Das Zertifikat läuft über 5 Jahre und umfasst 10 Titel, die in der untenstehenden Tabelle inklusive Volatilität zusammengefasst sind.

Allianz	35,2%
BMW	27,6%
Canon	29,3%
E.On	21,7%
France Telecom	27,6%
Hewlett Packard	34,6%
ING Group	31,4%
Intel	32,3%
Lloyds	23,4%
Microsoft	24,6%

- $T = 0$: das Zertifikat wird mit einem Aufschlag von 3% ausgegeben. Alle Titel werden zu diesem Zeitpunkt mit 100% bewertet.
- $T = 1$: garantierte 6% Zinsen werden ausbezahlt

- $T = 2$: Koupon von 10.0% p.a., wenn keine der im Basket enthaltenen Aktien gleich oder unter 68% ihres Anfangswertes notiert, oder 0.0% p.a. andernfalls.
- $T = 3$: Koupon von 10.0% p.a., wenn keine der im Basket enthaltenen Aktien gleich oder unter 68% ihres Anfangswertes notiert, oder 20.0% p.a., wenn keine der im Basket enthaltenen Aktien gleich oder unter 68% ihres Anfangswertes notiert und in der vorherigen Periode kein Kupon gezahlt worden ist, oder 0.0% p.a. andernfalls.
- $T = 4$: Koupon von 10.0% p.a., wenn keine der im Basket enthaltenen Aktien gleich oder unter 68% ihres Anfangswertes notiert, oder 20.0% p.a., wenn keine der im Basket enthaltenen Aktien gleich oder unter 68% ihres Anfangswertes notiert und in der vorhergehenden Periode kein Kupon gezahlt worden ist, oder 30.0% p.a., wenn keine der im Basket enthaltenen Aktien gleich oder unter 68% ihres Anfangswertes notiert und in den beiden vorhergehenden Perioden kein Kupon gezahlt worden ist, oder 0.0% p.a. andernfalls.
- $T = 5$: Koupon von 10.0% p.a., wenn keine der im Basket enthaltenen Aktien gleich oder unter 68% ihres Anfangswertes notiert, oder 20.0% p.a., wenn keine der im Basket enthaltenen Aktien gleich oder unter 68% ihres Anfangswertes notiert und in der vorhergehenden Periode kein Kupon gezahlt worden ist, oder 30.0% p.a., wenn keine der im Basket enthaltenen Aktien gleich oder unter 68% ihres Anfangswertes notiert und in den beiden vorhergehenden Perioden kein Kupon gezahlt worden ist, oder 40.0% p.a., wenn keine der im Basket enthaltenen Aktien gleich oder unter 68% ihres Anfangswertes notiert und in den drei vorhergehenden Perioden kein Kupon gezahlt worden ist, oder 0.0% p.a. andernfalls.
- $T = 5$: Bei Fälligkeit Rückzahlung zu 100% des Nominalbetrages.
- Die jeweiligen Auszahlungen müssen mit dem risikofreien Zinssatz von 2% abgezinst werden.

Die Wertänderung der Titel kann über folgende Formel simuliert werden:

$$W_{t+1} = \max\{W_t \cdot e^{(rMarket - vola^2/2)*time + vola*N(0,1)*\sqrt{time}}, 0\},$$

wobei

- $vola$ für die oben angeführte Volatilität steht,
- $rMarket$ für den Marktzinssatz (Annahme von 3%),
- $time$ für die Anzahl an Perioden, falls in einem Schritt über mehrere Perioden simuliert werden soll (in diesem Beispiel soll jeweils von einer Periode zur nächsten gewechselt werden),
- und $N(0, 1)$ für eine normalverteilte $(0, 1)$ Zufallszahl

Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vor.

- Output: Werteentwicklung der einzelnen Titel je Periode, Niedrigster Wert, Kouponzahlung je Periode, abgezinster Wert

Punkte

- Präsentation: 8

- Programm: 10

27 Epidemie

Erstellen Sie ein Simulationsprogramm, das den Ablauf des Epidemie-Beispiels aus dem Theorieteil nachbildet. Beachten Sie, dass die Feldgröße und die Ausbreitungswahrscheinlichkeit konfigurierbar sein müssen. Zusätzlich muss der Nutzer die Anzahl an Startpunkten eingeben können; die Punkte selber können dann zufällig gewählt werden. Die Simulation soll solange laufen, bis es keine infizierten Elemente gibt.

Variante 1: Die Ansteckungsrate nimmt von einer Periode zur nächsten um 10% ab (z.B. von 20% auf 18%).

Variante 2: Die Elemente haben eine konfigurierbare Inkubationszeit. Wenn eine Inkubationszeit von 4 Zeiteinheiten eingegeben wird, dann kann ein infiziertes Element über 4 Perioden die benachbarten Elemente ebenfalls infizieren, bevor es selbst tot und nicht mehr ansteckend ist. Sobald ein Element infiziert ist, kann es nicht mehr neu infiziert werden.

- Input: Feldgröße (Anzahl x, Anzahl y), Ansteckungsrate, optional konfigurierbare Inkubationszeit
- Output: Status der Element je Periode, Überlebensrate am Ende

Punkte

- Präsentation: 6
- Programm: 10
- Variante 1: 2
- Variante 2: 2

28 Monteur

4 gleichartige, unabhängig voneinander operierende Maschinen werden derzeit von einem Monteur betreut. Die Betriebszeiten jeder Maschine zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ausfällen seien unabhängig und exponentialverteilt mit dem für alle Maschinen gleichen Parameter $\lambda = \frac{1}{6}$. Entsprechend seien die Reparaturzeiten der Maschinen unabhängig voneinander und jeweils exponentialverteilt mit dem Parameter $\mu = 1$. Fällt eine Maschine aus, so wird sofort mit ihrer Reparatur begonnen, die von genau einem Monteur auszuführen ist. Es wird nun überlegt, einen zweiten Monteur anzustellen.

Vergleichen sie die Auslastungen zwischen der Strategie mit einem Monteur und der Strategie mit zwei Monteuren. Wählen Sie selbst sinnvolle Zahlen für Kosten von Stillstand und Monteur und bestimmen Sie dadurch die bessere Strategie. Stellen Sie im Rahmen der Präsentation den Ablauf des Programmes anhand von selbstgewählten Zufallszahlen vor.

- Input: Kosten für Stillstand und Lohnkosten für Monteur

- Output: Status der Maschinen je Periode, Arbeitsauslastung Monteur je Periode

Punkte

- Präsentation: 7
- Programm: 9

29 Bankomat

Eine Bank muss entscheiden, wie viele Bankomaten installiert werden sollen, wenn alle 60 Sekunden (exponentialverteilt) ein neuer Kunde die Bank betritt. Die Zeit, die ein Kunde am Bankomat verbringt, ist exponentialverteilt mit dem Erwartungswert von 2 Minuten.

Eine Marktuntersuchung ergab, dass sich Kunden dann nicht mehr anstellen, wenn bereits drei oder mehr Personen warten. Die Aufstellung eines Bankomaten beträgt 10.000 Euro; pro Kunde, der den Bankomaten anstelle des Schalters benutzt, spart sich die Bank 10 Cent. Der Bankomat ist täglich 15 Stunden in Betrieb. Simulieren Sie Strategien mit 1, 2, und 3 Bankomaten und bestimmen Sie, wie viele Bankomaten aufgestellt werden sollen, damit die Kosteneinsparungen während des ersten Jahres möglichst groß sind. Hinweis: simulieren Sie einen Tag und rechnen sie das Ergebnis auf ein Jahr hoch.

- Input: Anzahl an Bankomaten
- Output: Warteschlangenlänge am Periodenanfang, Neuankunft(?), Abfertigung in Periode (?), Anzahl an weggegangenen Kunden, Kosten/Nutzenvergleich

Punkte

- Präsentation: 6
- Programm: 8

30 Supermarkt

In einem Supermarkt gibt es derzeit zwei Kassen, die für alle Kunden zuständig ist. Da es etliche Kunden gibt, die nur wenige Waren kaufen, ist die Geschäfts-führung am überlegen, eine dritte Kasse als Expresskasse einzuführen, um die Warteschlange zu verringern. Die Expresskasse ist nur für jene Kunden offen, die weniger als 5 Waren einkaufen.

Die Ankunftsrate für normale Kunden ist exponentialverteilt mit Erwartungswert von 3 Minuten, die Ankunftsrate von “Expresskunden” ist exponentialverteilt mit Erwartungswert von 5 Minuten. Die Bedienzeit von normalen Kunden ist exponentialverteilt mit Erwartungswert von 5 Minuten, die von “Expresskunden” ist ebenso exponentialverteilt mit Erwartungswert von 3 Minuten.

Wie verändern sich die mittleren Schlangenlängen der einzelnen Kassen bei den unterschiedlichen Strategien?

- Output: Warteschlangenlänge am Periodenanfang je Kassa, Neuankunft und Typ, Abfertigung in Periode, sowie die oben angeführten Kennzahlen.

Punkte

- Präsentation: 10
- Programm: 12