

# Differentialrechnung: Teil 6

Andreas Henrici

MANIT1 IT18ta\_ZH

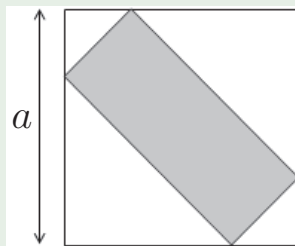
17. Dezember 2018

# Überblick

- 1 **Extremwertprobleme**
  - Beispiele
  - Allgemeines Vorgehen
  - Beispiele

## Beispiel

Einem Quadrat der Seitenlänge  $a$  soll ein Rechteck mit grösstmöglichem Flächeninhalt einbeschrieben werden. Die Seiten des Rechtecks sollen parallel zu den Diagonalen des Quadrats sein.



Bestimmen Sie Länge und Breite des gesuchten Rechtecks.

## Beispiele zur Einführung

### Beispiel

Aus einem Baumstamm mit kreisförmigen Querschnitt (Radius  $R$ ) soll ein Balken mit rechteckigem Querschnitt und Seitenlängen  $b$  und  $h$  herausgeschnitten werden. Wie müssen  $b$  und  $h$  gewählt werden, damit das Widerstandsmoment

$$W = \frac{1}{6}bh^2$$

maximal wird?

### Beispiel

Gegeben ist die Kurve

$$y = x^2.$$

Welcher Punkt auf dieser Kurve hat den kleinsten Abstand vom Punkt

$$P = (-1, 2)?$$

## Vorgehen zur Lösung

Vorgehen zur Lösung von Extremwertproblemen:

- Zielfunktion  $f$  und Definitionsbereich von  $f$
- Evtl. ist  $f$  eine Funktion von 2 Variablen,  $f(x, y)$
- Nebenbedingung? Falls ja: in die Funktion  $f(x, y)$  einsetzen
- Gleichung  $f'(x) = 0$  lösen, d.h. relative Extrema im Innern von  $I$  finden
- Bestimmung des gesuchten Maximums/Minimums durch Vergleich der Funktionswerte an den relativen Extremalstellen sowie an den Randpunkten des Intervalls

### Bemerkung

Falls das gesuchte Extremum am Rand des Definitionsbereichs von  $f$  liegt, findet man es evtl. nicht durch Lösen von  $f'(x) = 0$ !

### Beispiel

Bestimmen Sie den grössten und kleinsten Wert von  $f(x) = x + 1$  auf dem Intervall  $I = [1, 2]$ .

# Beispiel

## Beispiel

Einem Quadrat der Seitenlänge  $a$  soll ein Rechteck mit grösstmöglichem Flächeninhalt einbeschrieben werden. Die Seiten des Rechtecks sollen parallel zu den Diagonalen des Quadrats sein. Bestimmen Sie Länge und Breite des gesuchten Rechtecks.

# Beispiel

## Beispiel

Aus einem Baumstamm mit kreisförmigen Querschnitt (Radius  $R$ ) soll in Balken mit rechteckigem Querschnitt und Seitenlängen  $b$  und  $h$  herausgeschnitten werden. Wie müssen  $b$  und  $h$  gewählt werden, damit das Widerstandsmoment  $W = \frac{1}{6}bh^2$  maximal wird?

# Beispiel

## Beispiel

Gegeben ist die Kurve  $y = x^2$ . Welcher Punkt auf dieser Kurve hat den kleinsten Abstand vom Punkt  $P = (-1, 2)$ ?