Règles avec négation: l’algorithme ASPERIX

HMIN 312 – Partie 2

2020

Dans les épisodes précédents: application de règle

$$p(X), \text{ not } q(X, Y), p(Y), \text{ not } q(Y, X) \rightarrow r(X)$$

$$F \begin{cases} p(a) \\ q(a, b) \end{cases} \qquad\qquad G \begin{cases} p(a) \\ q(b, a) \end{cases}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad\qquad \Downarrow$$

$$r(a)\ ? \qquad\qquad\qquad r(a)\ ?$$

Dans les épisodes précédents: dérivations persistantes et complètes

$(R_1)\quad p(X), \text{not } q(X) \to r(X)$

$(R_2)\quad p(X) \to q(X)$

$p(a)$

$p(a) \xrightarrow[\text{q(a) absent}]{\text{application } R_1,} p(a), r(a) \xrightarrow[\text{q(a) apparait}]{\text{application } R_2,} p(a), r(a), q(a)$

On voudrait des applications *persistantes* dans la dérivation: toute application devrait rester applicable.

$p(a) \xrightarrow[\text{q(a) absent}]{\text{application } R_1,} p(a), r(a)$ R_2 est applicable, mais on ferme les yeux

On voudrait des dérivations complètes.

$p(a) \xrightarrow{\text{application } R_2} p(a), r(a)$ R_1 n'est plus applicable, on a bien fini

Bonne dérivation : persistante et complète.

Dans les épisodes précédents: existence et unicité

$p(X), \text{not } q(X) \rightarrow q(X)$

$p(a)$

$p(X), \text{not } q(X) \rightarrow r(X)$

$p(X), \text{not } r(X) \rightarrow q(X)$

$p(a)$

Pas de modèle stable
Implémentation possible de $\perp$

Deux modèles stables
Implémentation possible de $\vee$

Dans les épisodes précédents: premier algorithme (définition usuelle)

1. Propositionalisation

$$\underbrace{K \xrightarrow[\text{corps-skolemisation}]{} K' \xrightarrow{\text{normalisation}} K'' \xrightarrow[\text{instanciation}]{} K'''}_{} \xrightarrow{\text{codage}} P$$

Cette étape part a l'infini si domaine de Herbrand infini
(i.e. si vars exist., sauf certaines optimisations)

2. Générer

On devine un sous-ensemble E des atomes propositionnels

3. Tester

On teste si $E = P_{|E}{}^{*}$. Par définition (fin du suspense): E est un *modèle stable* de P.

4. Transformation inverse

$$E \xrightarrow[\text{décodage}]{} S' \xrightarrow{\text{suppression atomes auxiliaires normalisation}} S' \xrightarrow[\text{remplacement termes skolemisés par variables}]{} S$$

S est le résultat d'une bonne dérivation de K ssi E est un modèle stable de P.

Echauffement

Maximalité des modèles stables

Soit K une KB (propositionnelle pour faire plus simple) et E_1 et E_2 2 modèles stables de K tels que $E_1 \subseteq E_2$

Pour simplifier la démo, j'utilise la DEF équivalente du programme réduit: « on garde les règles qui ne sont pas bloquées dans E »

1 Voir que $K_2 \subseteq K_1$ (avec $K_i = K_{|Ei}$)

Soit R une règle de K_2. Elle provient d'une règle R non bloquée dans E_2. Cette règle n'est pas non plus bloquée dans E_1. Donc R est une règle de K_1.

2 Voir que $E_2 \subseteq E_1$

De (1) on déduit que $K_2^* = E_2 \subseteq E_1 = K_1^*$.

CCL : Si $E_1 \subseteq E_2$, alors $E_1 = E_2$.

Les modèles stables sont maximaux.
(Ca aide un peu pour diminuer le nombre de MS à tester)

Révisionnisme géographique

ASPERIX

ASPERIX: l’idée de base

On se place à la k-ième étape d’une bonne corps-skolem dérivation.

$$F = F_0, F_1, F_2, \ldots, F_i, F_{i+1}, \ldots, F_k$$

h

On suppose une règle déclenchable à cette étape.

$$B^+, \text{not } B_1^-, \ldots, \text{not } B_i^-, \ldots, \text{not } B_k^- \rightarrow H$$

Suspense…

Soit on l’applique

Soit on ne l’applique pas

ASPERIX: l’idée de base (application)

$\boxed{F} = F_0, F_1, F_2, \ldots, F_i, F_{i+1}, \ldots, F_k$

h

B^+, not B_1^-, …,not B_i^-, …, not $B_k^- \rightarrow H$

Pour appliquer il faut qu’aucun des $h(B_i^-)$ ne soit déductible de F_k (pas bloqué),
donc d’aucun des F_j, $j < k$ (monotonie), mais aussi d’aucun des F_p, $p > k$ (persistance).
Comme on ne sait pas ce qui va se passer après F_k, il faudra garder cette info en mémoire *(par exemple, si on met Fk dans un champs IN, on mettra chacun de ces $h(B_i^-)$ dans un champs OUT).*

Importance de l’utilisation de règles **skolemisées**. Sinon il faudra « attacher les variables ». Par exemple, avec la règle p(X), not q(x) → r(X), si elle est déclenchée *(cas Skolem)* sur p(f(a)), il faudra interdire q(f(a)), mais si elle est déclenchée *(cas non Skolem)* sur p(Y127), il faudra interdire q(Y127), mais *cette variable la*!

ASPERIX: l’idée de base (non application)

$F = F_0, F_1, F_2, \dots, F_i, F_{i+1}, \dots, F_k$

h

B^+, not B_1^-, …,not B_i^-, …, not $B_k^- \rightarrow H$

Pour ne pas appliquer il faut qu’au moins un des $h(B_i^-)$ soit déductible de F*, sinon la dérivation ne serait pas complète. C’est-à-dire $h(B^-) = h(B_1^-) \vee \dots \vee h(B_k^-)$ doit être déductible de F*.
Comme on ne sait pas ce qui va se passer après F_k, il faudra garder cette info en mémoire *(par exemple, on mettra $h(B^-)$ dans un champs MBT, pour Must Be True).*

Même remarque sur l’importance de l’utilisation de règles **skolemisées**, ou l’utilisation de variables attachées dans le cas contraire.

ASPERIX: l’évaluation, étape générale de l’algorithme

$$B^+, \text{not } B_1^-, \ldots, \text{not } B_i^-, \ldots, \text{not } B_k^- \rightarrow H$$

h

IN	OUT	MBT
F_k	O_k	M_k

Si la règle est déclenchée par F_k, on va pouvoir l’*évaluer*.

On applique

IN	OUT	MBT
$F_k \cup h(H)$	$O_k \cup \{h(B_1^-), \ldots, h(B_k^-)\}$	M_k

On n’applique pas

IN	OUT	MBT
F_k	O_k	$M_k \cup \{h(B^-)\}$

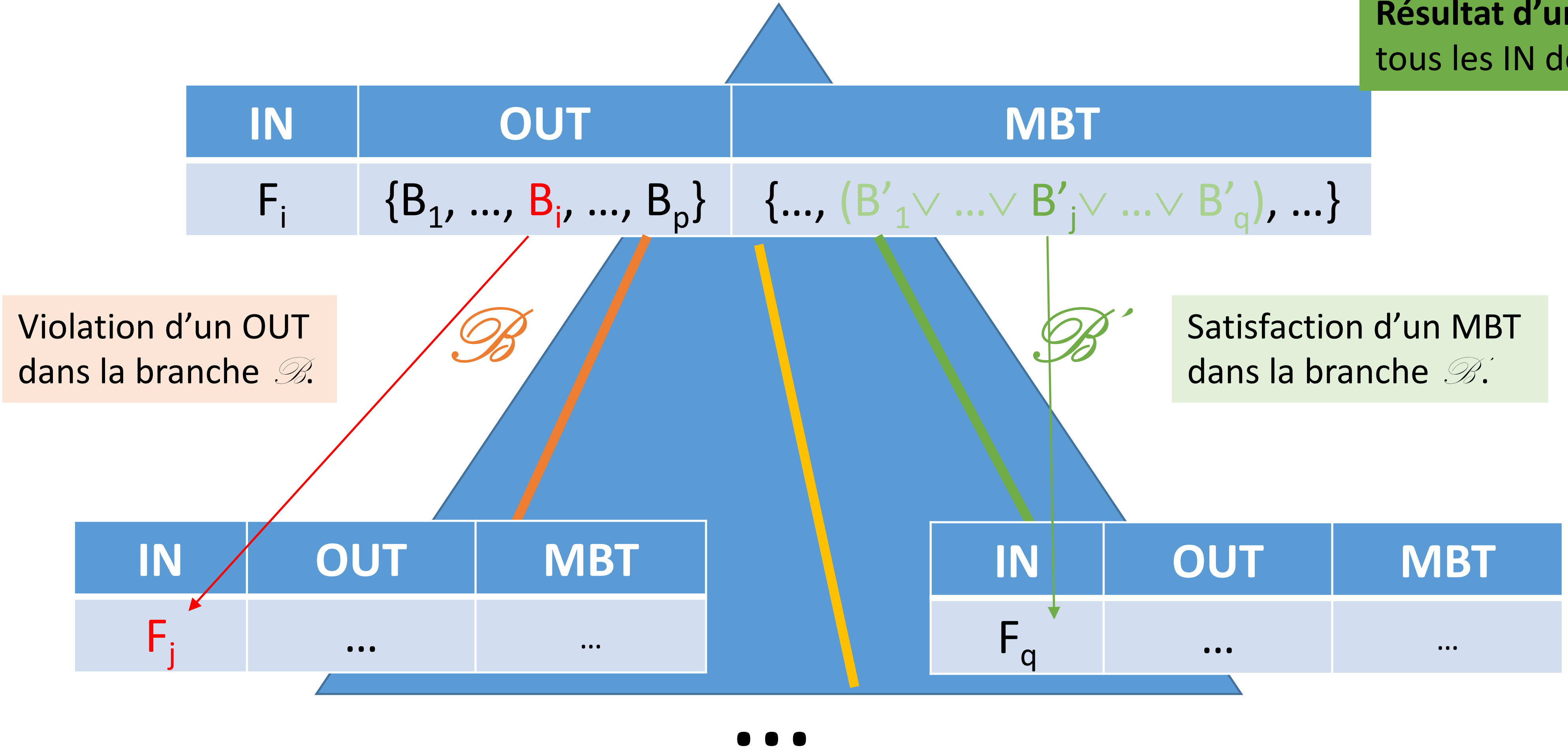
Ici $h(H)$ et pas $h^s(H)$ car Skolem

Ici on rajoute k éléments, 1 par corps négatif

Ici on rajoute 1 élément, disjonction des k corps négatifs

ASPERIX: la notion de bonne branche.

Bonne branche: branche complète, dont tous les MBT sont satisfaits dans la branche, et dont aucun OUT n'est violé dans la branche.
Résultat d'une branche: union de tous les IN de la branche.

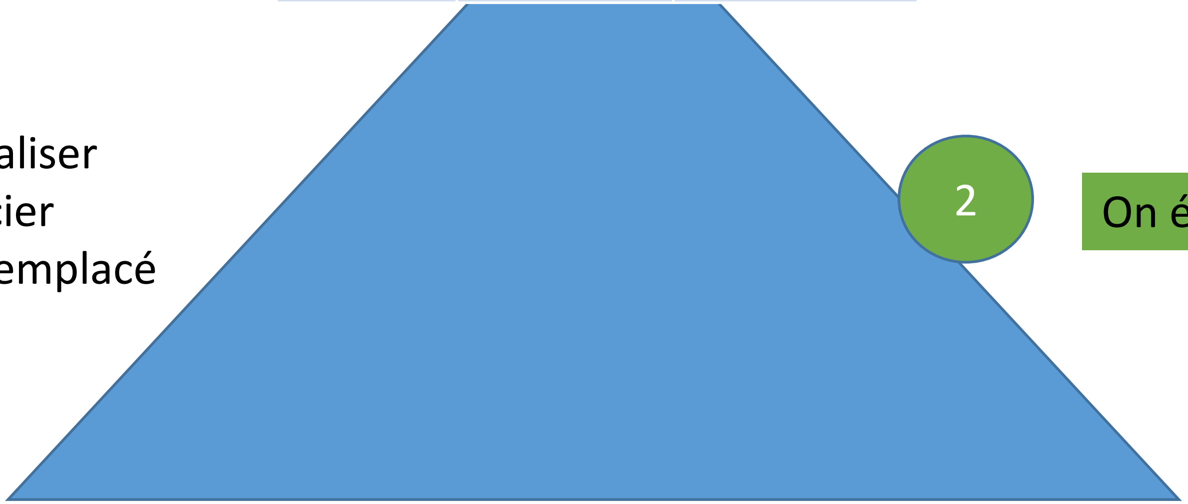


Branche complète: tous les déclenchements possibles ont été évalués.

ASPERIX: enfin l'algorithme…

IN	OUT	MBT
F	$\emptyset$	$\emptyset$

1 On part de la base de faits



2 On évalue tout ce qui est évaluable

Avantages:

- Pas besoin de normaliser
- Pas besoin d'instancier
- Generate and Test remplacé

Par BackTrack

…

3 **Théorème:** les résultats des bonnes branches sont exactement les résultats des bonnes dérivations.

Problème : pas pratique quand l'arbre est infini.

Propriété: Si la forme positive des regles est corps-skolem-finite, alors l'algorithme termine (l'arbre est fini)

Question: et les autres dérivations?
Réponses dans cours 4

Exemples bien connus revisités

Cas des règles existentielles

$p(X) \rightarrow q(X)$

$p(a)$

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	∅

IN	OUT	MBT
p(a) **q(a)**	∅	∅

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	{**FALSE**}

Car $\vee\emptyset$ = FALSE

FALSE ne sera jamais conséquence d'un IN positif.

Simplification

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	∅

IN	OUT	MBT
p(a) **q(a)**	∅	∅

La petite KB stratifiable

$p(X), \text{not } q(X) \rightarrow r(X)$

$p(X) \rightarrow q(X)$

$p(a)$

Plus malin d'appliquer les règles existentielles en premier (moins de sommets en général)

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	∅

IN	OUT	MBT
p(a) r(a)	q(a)	∅

IN	OUT	MBT
p(a) r(a) q(a)	q(a)	∅

✗

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	q(a)

IN	OUT	MBT
p(a) q(a)	∅	q(a)

✓

La petite KB stratifiable (2)

$p(X), \text{not } q(X) \rightarrow r(X)$

$p(X) \rightarrow q(X)$

$p(a)$

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	∅

IN	OUT	MBT
p(a) q(a)	∅	∅

IN	OUT	MBT
p(a) q(a) r(a)	q(a)	∅

Appliquer sur déjà bloqué: inutile car violation.

IN	OUT	MBT
p(a) q(a)	∅	q(a)

Ne pas appliquer sur déjà bloqué: inutile car n'ajoute rien.

Simplification

Attention, même si on ne visualise pas la non application, il faut la compter comme évaluée!

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	q(a)

IN	OUT	MBT
p(a) q(a)	∅	∅

Remarque: si on suit l'ordre de la stratification, une seule branche!

La petite KB absurde

$p(X), \text{not } q(X) \rightarrow q(X)$

$p(a)$

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	∅

IN	OUT	MBT
p(a) q(a)	q(a)	∅

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	q(a)

Exercice : voir que si il y a aussi q(a) dans la base de faits, il y a un modèle stable…

La petite KB disjonctive

$$p(X), \text{not } q(X) \rightarrow r(X)$$
$$p(X), \text{not } r(X) \rightarrow q(X)$$
$$p(a)$$

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	∅

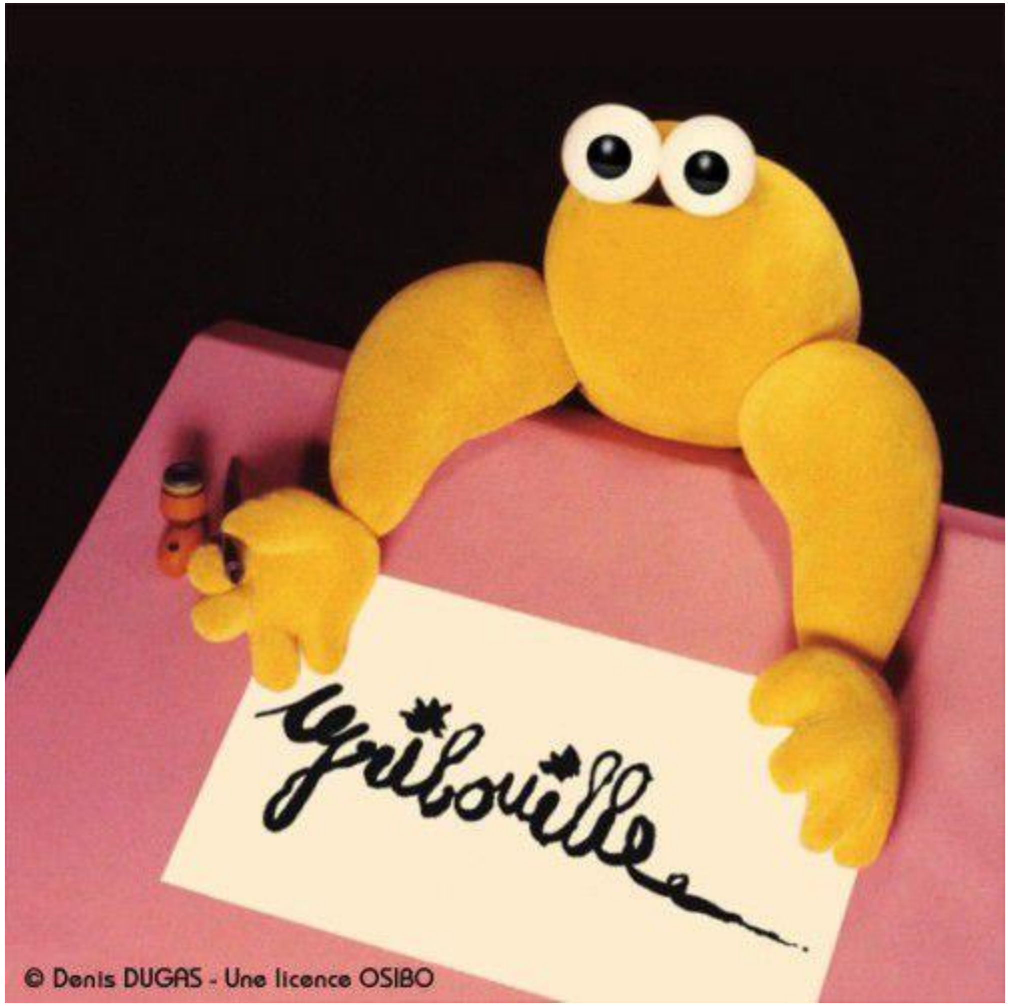
IN	OUT	MBT
p(a) r(a)	q(a)	∅

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	q(a)

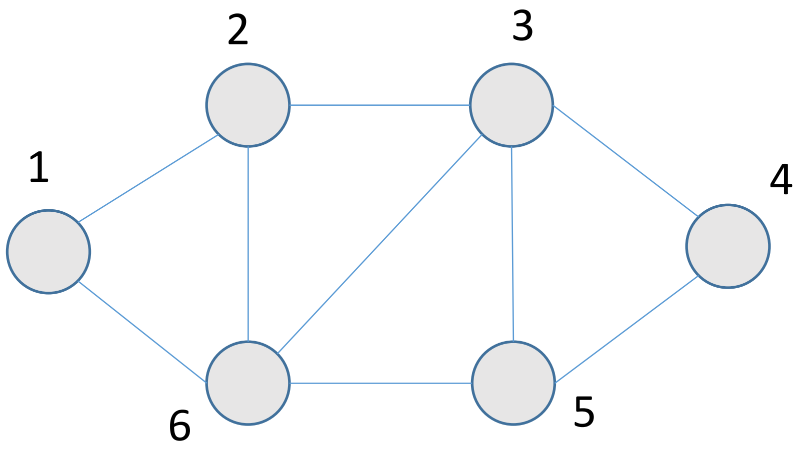
IN	OUT	MBT
p(a) q(a)	r(a)	q(a)

IN	OUT	MBT
p(a)	∅	q(a) r(a)

K-colorons un peu…



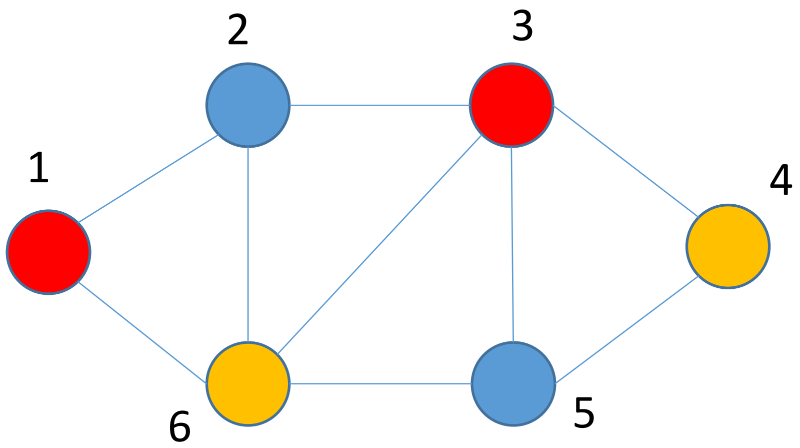
Codage d'une instance du problème « 3-coloration»



s(1), s(2), s(3), s(4), s(5), s(6).

v(1, 2), v(1, 6), v(2, 3), v(2, 6),
v(3, 4), v(3, 5), v(3, 6), v(4, 5).

Ecrire un programme, qui calcule un modèle stable par 3-coloration du graphe (avec couleurs b, j, r)



Le modèle stable qui encodera cette 3-coloration devra contenir les atomes:

c(1, r), c(2, b), c(3, r),
c(4, j), c(5, b), c(6, j).

Résolution du problème « 3-coloration »

$v(X, Y) \rightarrow v(Y, X)$

$s(X), \text{not } c(X, b), \text{not } c(X, y) \rightarrow c(X, r)$
$s(X), \text{not } c(X, b), \text{not } c(X, r) \rightarrow c(X, y)$
$s(X), \text{not } c(X, r), \text{not } c(X, y) \rightarrow c(X, b)$

$v(X, Y), c(X, Z), c(Y, Z) \rightarrow \perp$

Test de la base de règles « 3-coloration »

IN	OUT	MBT
s(1)	$\varnothing$	$\varnothing$

IN	OUT	MBT
s(1) c(1, r)	c(1, b) c(1, j)	$\varnothing$

c(1, r) bloque l'application des 2 autres règles.

IN	OUT	MBT
s(1)	$\varnothing$	c(1, b) $\vee$ c(1, j)

IN	OUT	MBT
s(1) c(1, b)	c(1, j) c(1, r)	c(1, b) $\vee$ c(1, j)

c(1, b) bloque l'application des 2 autres règles.
c(1, b) est prouvé

IN	OUT	MBT
s(1)	$\varnothing$	c(1, b) $\vee$ c(1, j) c(1, j) $\vee$ c(1, r)

IN	OUT	MBT
s(1) c(1, j)	c(1, b) c(1, r)	c(1, b) $\vee$ c(1, j) c(1, j) $\vee$ c(1, r)

c(1, j) bloque l'application des 2 autres règles.
c(1, j) est prouvé (2 fois)

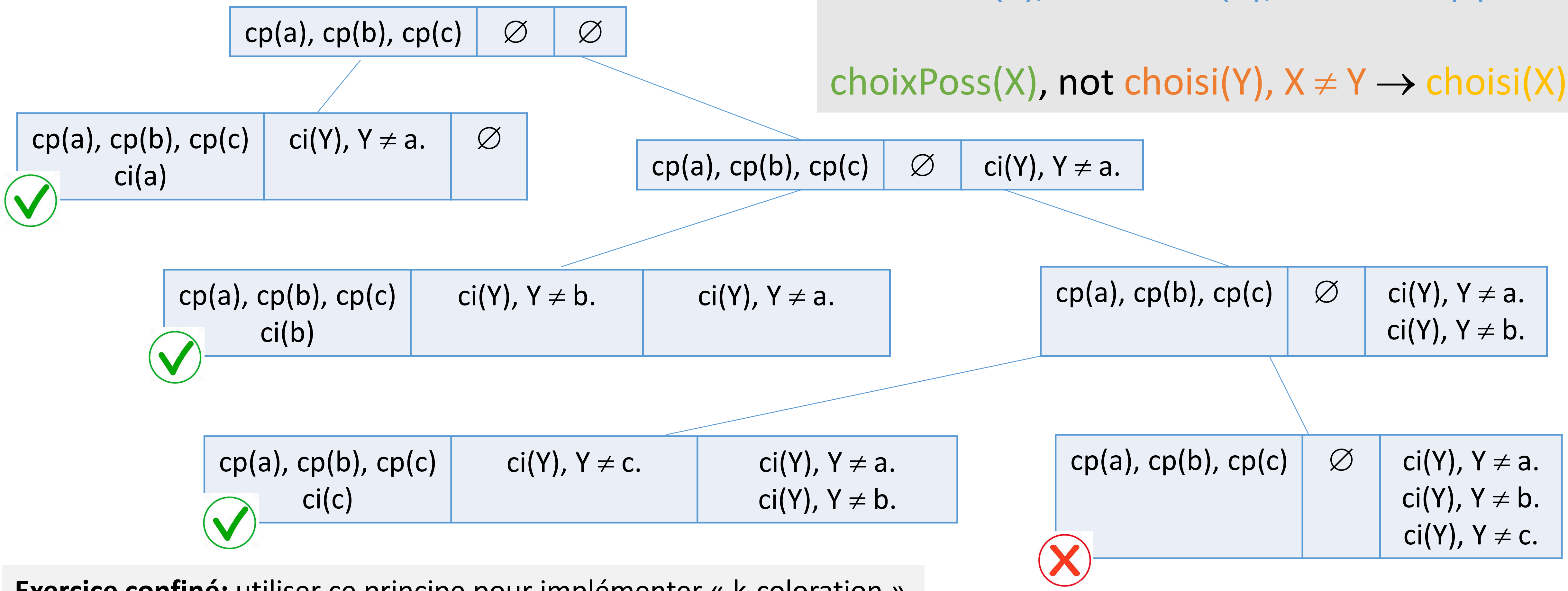
IN	OUT	MBT
s(1)	$\varnothing$	c(1, b) $\vee$ c(1, j) c(1, j) $\vee$ c(1, r) c(1, b) $\vee$ c(1, r)

Choix multiples

Le problème de cette implémentation: ne fait que 3-coloration. On voudrait un programme qui fonctionne pour tous les k. Comme ça a été implémenté, ce n'est pas possible, il faudrait k règles, chacune excluant les k-1 autres choix…

choixPoss(a), choixPoss(b), choixPoss(c).

choixPoss(X), not choisi(Y), X ≠ Y → choisi(X)



Exercice confiné: utiliser ce principe pour implémenter « k-coloration »

Conclusion

ASPERIX: un algorithme permettant de calculer les bonnes dérivations, sans normalisation, sans instanciation, via un BT

S’arrête si la forme positive des regles est corps-skolem-finite.

La sémantique dépend du type de chase utilisé (voir prochain cours)

On n’a pas encore abordé les pistes d’optimisation, ni le problème du requêtage.

Une première modélisation:

Comme dit l’OMS: « Testez, testez, testez »

Un principe de modélisation: générer toutes les solutions envisageables, utiliser $\perp$ pour pruner.
Dans un deuxième temps, optimiser.

A suivre: Le loup, la chevre, le choux, voire le Wumpus