Module “théorie des bases de connaissances” Correction du contrôle du 14/10/2015

Exercice 1

Conseil : dessiner les graphes associés aux formules.

1. On donne un homomorphisme h_1 de F_1 dans F_2 et un homomorphisme h_2 de F_2 dans F_1.
   $h_1 = \{(x_1, x_2), (y_1, y_2), (z_1, y_2)\}$.
   Autre notation : $x_1 \mapsto x_2, y_1 \mapsto y_2, z_1 \mapsto y_2$.
   On peut éventuellement étendre la notion d'homomorphisme aux constantes, auquel cas on ajoute le couple (a, a).
   $h_2 = \{(x_2, x_1), (y_2, y_1), (z_2, a)\}$; on peut aussi envoyer y_2 sur z_1.
2. Le core est $\{p(x, y), p(y, a)\}$ (unique à un renommage bijectif des variables près).

Exercice 2

I est un modèle de K : en effet, c'est un modèle de F et de chacune des règles (on vérifie pour chaque règle que toute “bonne affectation” des variables du corps est, ou peut être étendue de façon à être, une bonne affectation des variables de la tête de la règle. Pour R_1, on a deux telles affectations : $\{x \mapsto a, y \mapsto b\}$ (qui s'étend avec $z \mapsto a$) et $\{x \mapsto b, y \mapsto a\}$ (qui s'étend avec $z \mapsto b$). R_2 ayant le même corps que R_1, on a les mêmes bonnes affectations qui n'ont pas besoin d'être étendues puisqu'il n'y a pas de variable existentielle (on vérifie juste qu'elles sont de bonnes affectations pour la tête de la règle).

I n'est pas un modèle universel. On le montre en exhibant un modèle I' de K tel qu'on n'ait pas $I \geq I'$. On peut prendre pour I' le modèle isomorphe à la base de faits saturée par les règles (qui est ici infini). Un autre exemple : on prend I' identique à I sauf pour l'interprétation de p : $p^{I'} = \{(a,a),(a,b),(b,b)\}$.

Exercice 3

1. Il n'y a pas d'unificateur par pièce de Q_1 avec la tête de R : puisque z est une variable existentielle, dès qu'on prend un atome de Q_1 il faut aussi prendre l'autre, ce qui nécessiterait d'unifier u,v,y,z et t ensemble ; c'est impossible car une variable existentielle ne peut pas être unifiée avec une autre variable de la règle. Il y a un seul unificateur par pièce de Q_2 avec la tête de R, qui unifie $r(u,v)$ avec $r(y,z)$; v est unifiée avec la variable existentielle z, mais comme v n'apparaît dans aucun autre atome de Q_2 on peut s'arrêter là. La réécriture correspondante est $r(x,y), s(x,y), s(y,w), p(w)$.
2. On vérifie que R ne dépend pas d'elle même (voir définitions 19 et 20 du poly) : on argumente sur le fait qu'une application de R ne peut jamais déclencher une nouvelle application de R. On peut aussi montrer qu'il n'existe pas d'unificateur par pièce du corps de R (vu comme une requête) avec la tête de R : il ne faut pas oublier de renommer les variables partagées entre la tête et le corps ; on remarque que le corps de R est isomorphe à Q_1, ce qui nous donne la réponse.
3. $\{R\}$ n'est pas weakly-acyclic (voir définitions 17 et 18 du poly). En effet, le graphe de positions associé contient au moins un circuit passant par un arc spécial (par exemple la boucle sur $(r,2)$ ou sur $(s,2)$).
4. La réponse à la question 2 nous dit que $\{R\}$ est un *finite expansion set.*