Université de Montpellier - Master informatique	Octobre 2019
Théorie des bases de connaissances (HMIN 312)	

Contrôle n°1

Durée : 1h 10
Sans documents

Exercice 1 (Fragment existentiel conjonctif)

On considère les trois formules fermées suivantes :

— $F_1 = \exists x_1 \exists y_1 \exists z_1 \ (p(x_1, y_1) \wedge q(y_1, z_1) \wedge r(z_1))$
— $F_2 = \exists x_2 \exists y_2 \exists z_2 \exists v_2 \ (r(x_2) \wedge p(x_2, y_2) \wedge q(y_2, x_2) \wedge q(y_2, z_2) \wedge p(z_2, v_2) \wedge q(v_2, z_2))$
— $F_3 = \exists x_3 \ (p(a, x_3) \wedge q(x_3, a))$

Question 1. Déterminez les relations de conséquence logique entre ces formules, en donnant un homomorphisme qui prouve la conséquence logique lorsque c'est le cas.

Question 2. Mettre chaque formule redondante sous une forme non-redondante (autrement dit, en voyant une formule comme un ensemble d'atomes, donner un *core* de cet ensemble d'atomes).

Exercice 2 (Bases de connaissances et modèles)

Soit la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R})$ suivante :

$F = \{p(a, a), p(a, b)\}$
$\mathcal{R} = \{p(x, y) \rightarrow \exists z \ q(y, z)\}$

Question 1. Soit un vocabulaire logique composé de deux constantes a et b et de deux prédicats binaires p et q et soit l'interprétation I de ce vocabulaire définie ci-dessous :

$D_I = \{a, b, e\}$, où a et b sont les éléments du domaine qui interprètent respectivement a et b
$p^I = \{(a, a), (a, b)\}$
$q^I = \{(a, e), (b, e)\}$

Laquelle de ces trois affirmations est vraie :

1. I n'est pas un modèle de $\mathcal{K}$
2. I est un modèle de $\mathcal{K}$ mais pas un modèle universel de $\mathcal{K}$
3. I est un modèle universel de $\mathcal{K}$

Justifiez précisément votre réponse.

Question 2. On construit $\mathcal{K}' = (F, \mathcal{R}, \mathcal{C})$ où $C = \{q(x, z) \wedge q(y, z) \rightarrow \perp\}$. On rappelle que $\perp$ ('absurde') est un atome particulier qui est faux dans toute interprétation. I est-elle un modèle de $\mathcal{K}'$? Justifiez votre réponse.

Question 3. $\mathcal{K}'$ est-elle consistante ? Justifiez votre réponse.

Exercice 3 (Chase)

On considère la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R} = \{R_1, R_2\})$ ci-dessous :

$\mathcal{F} = \{p(a, b)\}$
$R_1 : p(x, y) \rightarrow \exists z \; p(x, z) \wedge q(z, y)$
$R_2 : q(x, y) \rightarrow q(y, x)$

On suppose que les algorithmes de chase procèdent en largeur (à chaque étape, tous les homomorphismes des corps de règles dans la base de fait courante sont considérées, puis les applications de règles correspondant à ces homomorphismes sont effectuées séquentiellement si elles sont acceptables selon le critère du chase considéré).

Rappels. On rappelle qu'étant donnés une règle $R : B \rightarrow H$ et un homomorphisme h de B dans F, l'application correspondante est effectuée si : R n'a pas déjà été appliquée avec h (*oblivious chase*) ; R n'a pas déjà été appliquée avec un homomorphisme qui envoie la frontière de R de la même façon que h (*semi-oblivious chase*) ; h ne peut pas être étendu à un homomorphisme de $B \cup H$ dans F (*restricted chase*). Quant au *core chase*, il applique la règle comme le ferait le restricted chase, puis calcule le core de la base de faits obtenue.

Question 1. L'oblivious chase s'arrête-t-il ? Quelle base de faits (éventuellement infinie) est (ou serait) construite par ce chase ?

Question 2. Mêmes questions pour le semi-oblivious chase.

Question 3. On suppose qu'à chaque étape de largeur, le restricted chase considère R_1 avant R_2. S'arrête-t-il ? Quelle base de faits (éventuellement infinie) est (ou serait) construite par ce chase ?

Question 4. On suppose qu'à chaque étape de largeur, le restricted chase considère R_2 avant R_1. S'arrête-t-il ? Quelle base de faits (éventuellement infinie) est (ou serait) construite par ce chase ?

Question 5. Que produit le core chase ?

Question 6. On suppose que l'on décompose R_1 en 3 règles à tête atomique grace à l'introduction d'un nouveau prédicat p_{R_1}. De façon générale, quel effet ce type de transformation peut-il avoir sur la terminaison du processus de chase ? Et dans le cas particulier de la base $\mathcal{K}$?