

Contrôle n°1

Durée : 45 mn

Sans document

Exercice 1

On considère deux formules existentielles conjonctives fermées, que l'on donne ci-dessous sous la forme d'ensembles d'atomes. La seule constante est a .

$$F_1 = \{p(x_1, y_1), p(y_1, a), p(x_1, z_1), p(z_1, a)\}$$

$$F_2 = \{p(x_2, y_2), p(y_2, a), p(y_2, z_2)\}$$

1. A-t-on $F_1 \models F_2$? $F_2 \models F_1$? Justifiez vos réponses en utilisant la notion d'homomorphisme.
2. Donnez un *core* de F_1 (rappel core : un plus petit sous-ensemble de F_1 équivalent à F_1).
Même question pour F_2 . Quelle est la relation entre les deux cores ?

Exercice 2

Soit la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R})$ où F est une base de faits sans variables et $\mathcal{R} = \{R_1, R_2\}$ est un ensemble de règles positives :

$$F = \{p(a, b), p(b, c)\}$$

$$R_1 : p(x, y) \rightarrow q(y)$$

$$R_2 : q(x) \wedge p(x, y) \rightarrow r(y)$$

1. Montrez que l'interprétation suivante $\mathcal{I} = (D, \cdot^{\mathcal{I}})$ est un modèle de \mathcal{K} :
 $D = \{a, b, c\}$
 $p^{\mathcal{I}} = \{(a, b), (b, c)\}$, $q^{\mathcal{I}} = D$, $r^{\mathcal{I}} = \{b, c\}$.
2. Rappelez ce qu'est un modèle *universel* d'un ensemble de formules (base de faits, base de connaissances, ...). \mathcal{I} est-elle un modèle universel de \mathcal{K} ? Justifiez.

Exercice 3

Rappelons que, pour deux requêtes conjonctives booléennes (positives) Q_1 et Q_2 , on dit que Q_1 est incluse dans Q_2 (notation $Q_1 \sqsubseteq Q_2$) si toute base de faits F qui répond oui à Q_1 répond également oui à Q_2 . Montrer que : si $Q_1 \sqsubseteq Q_2$ alors il existe un homomorphisme de Q_2 dans Q_1 .

Exercice 4

On considère la requête conjonctive (avec négation) suivante :

$$Q = \exists x \exists y \exists z (p(x, y) \wedge \neg p(y, z) \wedge s(x, z))$$

1. La base de faits $F_1 = \{p(a, a), s(a, b)\}$ répond-elle positivement à Q avec l'hypothèse du monde clos ? Même question avec l'hypothèse du monde ouvert. Justifiez.
2. On se place en monde ouvert. La base de faits $F_1 = \{p(a, a), s(a, b), \neg p(b, b)\}$ répond-elle positivement à Q ? Justifiez.
3. Pour les requêtes conjonctives avec négation, a-t-on une propriété similaire à celle de l'exercice 3 ? Cela dépend-il de l'hypothèse monde ouvert/monde clos faite sur les bases de faits ? Justifiez.