Théorie des bases de connaissances (HMIN312)
Contrôle n°1 (14/10/2020)

Durée : 1h15. Sans documents.
Toutes vos réponses doivent être justifiées.

Exercice 1

Soient deux ensembles d'atomes, où a est la seule constante :
$Q_1 = \{p(x_1, y_1), q(y_1, a)\}$
$Q_2 = \{p(x_2, y_2), q(y_2, z_2), p(x_2, u_2), q(u_2, z_2)\}$

Question 1. Existe-t-il un homomorphisme de Q_1 dans Q_2 ? De Q_2 dans Q_1 ?

Question 2. Si Q_1 et Q_2 representent des requêtes conjonctives booléennes : a-t-on $Q_1 \sqsubseteq Q_2$? $Q_2 \sqsubseteq Q_1$?

Rappel : Etant données deux BCQs Q et Q', on note $Q \sqsubseteq Q'$ si toute base de faits qui répond oui à Q répond aussi oui à Q'.

Exercice 2

Soit la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R})$ où F est une base de faits sans variables et $\mathcal{R} = \{R_1, R_2\}$ est un ensemble de règles positives :

$F = \{p(a, b), p(b, c)\}$
$R_1 : p(x, y) \rightarrow q(y)$
$R_2 : q(x) \wedge p(x, y) \rightarrow r(y)$

Question 1. Pour chacune des trois interprétations $\mathcal{I}_1$, $\mathcal{I}_2$ et $\mathcal{I}_3$ ci-dessous, dire quelle affirmation est vraie (et justifier votre réponse bien sûr) :

1. Ce n'est pas un modèle de $\mathcal{K}$
2. C'est un modèle de $\mathcal{K}$ mais pas un modèle universel de $\mathcal{K}$
3. C'est un modèle universel de $\mathcal{K}$.

$\mathcal{I}_1 = (D, .^{I_1})$ avec $D = \{a, b, c\}$, $p^{I_1} = \{(a, b), (b, c)\}$, $q^{I_1} = \{b, c\}$, $r^{I_1} = \{b, c\}$
$\mathcal{I}_2 = (D, .^{I_2})$ avec $D = \{a, b, c\}$, $p^{I_2} = \{(a, b), (b, c)\}$, $q^{I_2} = \{b, c\}$, $r^{I_2} = \{c\}$
$\mathcal{I}_3 = (D, .^{I_3})$ avec $D = \{a, b, c\}$, $p^{I_3} = \{(a, b), (b, c)\}$, $q^{I_3} = \{b\}$, $r^{I_3} = \{c\}$

Question 2. On rappelle qu'un modèle universel M de $\mathcal{K}$ assure la propriété suivante (P) : pour toute requête conjonctive booléenne Q, si M est un modèle de Q alors $\mathcal{K} \models Q$. Montrez que cette propriété n'est pas vraie si on considère un modèle de $\mathcal{K}$ qui n'est pas universel. Pour cela, vous prendrez la base de connaissances $\mathcal{K}$ de cet exercice, vous choisirez un modèle M de $\mathcal{K}$ non universel (éventuellement pris dans la question précédente si cela convient) et vous construirez un contre-exemple à (P) pour $\mathcal{K}$ et M.

Exercice 3 (Règles positives)

Question 1. Soit une base de faits F sans variables. Soit $\mathcal{R}$ un ensemble de règles positives Datalog. La saturation de F par $\mathcal{R}$ est-elle nécessairement un *core* ?

Question 2. Même question avec une base de faits F qui peut comporter des variables mais qui est un *core*.

Rappel : un ensemble d'atomes est un core s'il n'admet aucun homomorphisme dans l'un de ses sous-ensembles stricts.

Exercice 4 (Négation en OWA)

On considère des bases de faits et requêtes conjonctives munies de la négation. On se place en monde ouvert, autrement dit dans le cadre de la logique classique.
Soit $F = \{q(a), q(b), p(a, a), \neg p(b, b)\}$ où a et b sont des constantes.

Question 1. Soit $Q_1() = \exists x \exists y \exists z\ (p(x, y) \wedge q(z) \wedge \neg p(y, z))$. Déterminer $Q_1(F)$, l'ensemble des réponses à Q_1 sur F.

Question 2. Même question avec $Q_2(x) = \exists y \exists z\ (p(x, y) \wedge q(z) \wedge \neg p(y, z))$.

Question 3. Même question avec $Q_3(y) = \exists x \exists z\ (p(x, y) \wedge q(z) \wedge \neg p(y, z))$.

Exercice 5 (Datalog avec négation)

On considère l'ensemble Π de règles Datalog avec négation ci-dessous, où `not` représente la négation du monde clos.

R_1 :	`C(X) :- A(X), not B(X).`
R_2 :	`D(X) :- A(X), not C(X).`
R_3 :	`B(X) :- A(X), D(X), not E(X).`

Question 1. Soit $D = \{A(a)\}$ où a est une constante. Montrer qu'il existe plusieurs dérivations satisfaisantes complètes à partir de D avec Π et donner les ensembles d'atomes obtenus.

Question 2. Pouvez-vous en déduire que Π n'est pas stratifiable (et pourquoi) ?

Question 3. Déterminer la stratifiabilité de Π en utilisant le graphe de dépendance des prédicats intensionnels.

Rappels : Une dérivation à partir de D avec Π est une suite $D_0 \ldots D_n$ telle que $D_0 = D$ et pour $1 \leq i \leq n$, D_i est obtenue à partir de D_{i-1} en appliquant une règle de Π. Une telle dérivation est *complète* s'il n'y a aucune nouvelle application de règle possible sur D_n (si une règle de Π s'applique à D_n par un homomorphisme h, cette application a déjà été effectuée). Une telle dérivation est *satisfaisante* si toute règle appllquée par un homomorphisme h à une certaine étape reste applicable par le même homomorphisme h dans la suite de la dérivation (autrement dit, sur D_n).