

# TD déduction automatique en logique propositionnelle classique

David Delahaye

Faculté des Sciences  
[David.Delahaye@lirmm.fr](mailto:David.Delahaye@lirmm.fr)

Master Informatique M2 2021-2022

## Exercice (mise en forme clausale)

Nier et mettre en forme clausale les propositions suivantes

- ❶  $A \Rightarrow B \Rightarrow A$
- ❷  $(A \Rightarrow B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow A \Rightarrow C$
- ❸  $A \wedge B \Rightarrow B$
- ❹  $B \Rightarrow A \vee B$
- ❺  $(A \vee B) \Rightarrow (A \Rightarrow C) \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Rightarrow C$
- ❻  $A \Rightarrow \perp \Rightarrow \neg A$
- ❼  $\perp \Rightarrow A$

## Exercice (DPLL)

Appliquer DPLL sur les propositions suivantes

- ❶  $A \Rightarrow B \Rightarrow A$
- ❷  $(A \Rightarrow B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow A \Rightarrow C$
- ❸  $A \wedge B \Rightarrow B$
- ❹  $B \Rightarrow A \vee B$
- ❺  $(A \vee B) \Rightarrow (A \Rightarrow C) \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Rightarrow C$
- ❻  $A \Rightarrow \perp \Rightarrow \neg A$
- ❼  $\perp \Rightarrow A$

## Exercice (résolution)

Appliquer la résolution sur les propositions suivantes

- ❶  $A \Rightarrow B \Rightarrow A$
- ❷  $(A \Rightarrow B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow A \Rightarrow C$
- ❸  $A \wedge B \Rightarrow B$
- ❹  $B \Rightarrow A \vee B$
- ❺  $(A \vee B) \Rightarrow (A \Rightarrow C) \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Rightarrow C$
- ❻  $A \Rightarrow \perp \Rightarrow \neg A$
- ❼  $\perp \Rightarrow A$

## Exercice (tableaux)

Appliquer la méthode des tableaux sur les propositions suivantes

- ❶  $A \Rightarrow B \Rightarrow A$
- ❷  $(A \Rightarrow B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow A \Rightarrow C$
- ❸  $A \wedge B \Rightarrow B$
- ❹  $B \Rightarrow A \vee B$
- ❺  $(A \vee B) \Rightarrow (A \Rightarrow C) \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Rightarrow C$
- ❻  $A \Rightarrow \perp \Rightarrow \neg A$
- ❼  $\perp \Rightarrow A$

# TP (à faire chez soi)

## Un club très sélectif

- Un club privé a les règles suivantes :
  - ① Tout membre non écossais porte des chaussettes rouges ;
  - ② Tout membre porte un kilt ou ne porte pas de chaussettes rouges ;
  - ③ Les membres mariés ne sortent pas le dimanche ;
  - ④ Un membre sort le dimanche si et seulement s'il est écossais ;
  - ⑤ Tout membre qui porte un kilt est écossais et marié ;
  - ⑥ Tout membre écossais porte un kilt.
- Démontrer qu'en réalité, personne ne peut être accepté !
- Pour ce faire, on encodera le problème comme un problème de logique propositionnelle et on utilisera MiniSat pour le résoudre.
- MiniSat est utilisable en ligne (voir Moodle).
- MiniSat prend des formules sous forme CNF uniquement.
- Le format d'entrée est le format DIMACS (voir Moodle).

# TP (à faire chez soi)

## Une princesse ou un tigre ? (R. Smullyan)

- Un prisonnier doit choisir entre deux cellules dont l'une cache une princesse et l'autre un tigre.
- S'il choisit la princesse, il doit l'épouser, mais s'il tombe sur le tigre, il est dévoré.
- Toutes les combinaisons sont possibles : il peut y avoir deux tigres, deux princesses, ou un tigre et une princesse.
- La cellule ne peut pas être vide, et il ne peut pas y avoir deux tigres, ou deux princesses, ou un tigre et une princesse dans une même cellule.

# TP (à faire chez soi)

## Une princesse ou un tigre ? (R. Smullyan)

- Il y a plusieurs épreuves, on va s'intéresser à la première épreuve.
- Il y a deux affiches collées sur les portes :
  - ❶ Il y a une princesse dans cette cellule et un tigre dans l'autre.
  - ❷ Il y a une princesse dans une cellule et il y a un tigre dans une cellule.
- Le roi dit (et il dit toujours la vérité) : « Une des affiches dit la vérité, et l'autre ment. ».
- Quelle cellule doit choisir le prisonnier ?



# TP (à faire chez soi)

## Une princesse ou un tigre ? (R. Smullyan)

- Modéliser ce problème et sa solution en utilisant Coq, et démontrer (en faisant une preuve) que la solution proposée est correcte.
- Modéliser ce problème et sa solution, puis le donner à Limboole pour qu'il vérifie que la solution proposée est correcte.
- Limboole doit être téléchargé (voir Moodle).
- Limboole prend des formules quelconques (pas forcément sous forme CNF) en entrée (voir le format dans le README).
- Limboole utilise PicoSAT par défaut comme solveur SAT.

# TP (à faire chez soi)

## Implantation de DPLL

- Implanter DPLL dans le langage de votre choix ;
- Plusieurs étapes dans cette implantation :
  - ▶ Type de données pour les propositions (pas de « parser ») ;
  - ▶ Fonction de clausification ;
  - ▶ Fonction de substitution d'une variable par une valeur ( $\top/\perp$ ) ;
  - ▶ Fonction pour les tautologies ;
  - ▶ Fonction pour la résolution unitaire ;
  - ▶ Fonction pour les clauses pures ;
  - ▶ Algorithme lui-même.