Module “théorie des bases de connaissances”
Contrôle n°1

Durée : 1 heure
Aucun document autorisé

Exercice 1

On considère les quatre formules suivantes :
— $f_1 = \exists x_1 y_1 z_1 u_1 v_1\ (r(x_1, y_1) \wedge t(y_1, x_1) \wedge s(y_1, z_1) \wedge s(u_1, z_1) \wedge t(u_1, v_1))$
— $f_2 = \exists x_2 y_2 z_2\ (r(x_2, y_2) \wedge t(y_2, y_2) \wedge s(y_2, z_2))$
— $f_3 = \exists x_3 y_3 z_3\ (r(x_3, y_3) \wedge t(y_3, x_3) \wedge s(y_3, z_3))$
— $f_4 = \exists x_4 y_4\ (r(a, x_4) \wedge t(x_4, a) \wedge s(x_4, y_4))$, où a est une constante.

1. Dessiner les graphes associés à ces formules.
2. Quel lien y a-t-il entre la notion d'homomorphisme et celle de conséquence logique sur ce type de formules ?
3. Déterminer les relations de conséquence logique entre ces formules et donner vos réponses selon le format ci-dessous :

	oui / non	justification
$f_1 \models f_2$		
$f_2 \models f_1$		
$f_1 \models f_3$		
$f_3 \models f_1$		
$f_1 \models f_4$		
$f_4 \models f_1$		
$f_2 \models f_3$		
$f_3 \models f_2$		
$f_2 \models f_4$		
$f_4 \models f_2$		
$f_3 \models f_4$		
$f_4 \models f_3$		

4. On voit ces formules comme des ensembles d'atomes. Lesquelles sont des *cores* ? On rappelle qu'un core est un ensemble d'atomes qui ne s'envoie pas par homomorphisme dans l'un de ses sous-ensembles stricts.

Exercice 2

Rappelons que, pour deux requêtes conjonctives booléennes Q_1 et Q_2, on dit que Q_1 est incluse dans Q_2 (notation $Q_1 \sqsubseteq Q_2$) si toute base de faits F qui répond oui à Q_1 répond également oui à Q_2. Montrer que : si $Q_1 \sqsubseteq Q_2$ alors il existe un homomorphisme de Q_2 dans Q_1.

Exercice 3

Soit la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R}, \mathcal{C})$ où :
— $F = \{p(a, b), p(b, c), p(c, d), p(d, a)\}$

— $\mathcal{R}$ contient deux règles (les quantificateurs universels étant implicites) :
$R_1 = p(x,y) \wedge p(y,z) \rightarrow s(x,z)$
$R_2 = s(x,y) \wedge s(y,z) \rightarrow s(x,z)$

— $\mathcal{C} = \{s(x,x) \rightarrow \bot\}$

1. F satisfait-elle $\mathcal{C}$? Pourquoi ?
2. $(F, \mathcal{R})$ satisfait-elle $\mathcal{C}$? Pourquoi ?
3. $\mathcal{K}$ est-elle consistante ? Pourquoi ?

Exercice 4

Soit la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R})$ où :

— $F = \{p(a,b), p(b,c)\}$

— $\mathcal{R} = \{p(x,y) \rightarrow \exists z\ r(y,z)\}$

1. L'interprétation I avec $D^I = \{a,b,c\}$, $p^I = \{(a,b),(b,c)\}$, $r^I = \{(b,b),(c,c)\}$ est-elle un modèle de $\mathcal{K}$? Justifier votre réponse.
2. Rappeler ce qu'est un modèle universel d'une base de connaissances.
3. I est-elle un modèle universel de $\mathcal{K}$? Pourquoi ?

Exercice 5

On considère la règle existentielle suivante :

$$R = p(x,y) \rightarrow \exists z\ p(x,z) \wedge p(z,y)$$

1. Si on décompose R en deux règles $R_1 = p(x,y) \rightarrow \exists z\ p(x,z)$ et $R_2 = p(x,y) \rightarrow \exists z\ p(z,y)$, a-t-on l'équivalence logique entre $\{R\}$ et $\{R_1, R_2\}$? Pourquoi ?
2. Proposer une façon de transformer une règle existentielle R quelconque en un ensemble de règles existentielles $\mathcal{R}$ ayant chacune une tête composée d'un seul atome, de façon à obtenir la propriété suivante : pour toute requête conjonctive Q et toute base de faits F, toutes deux sur le même vocabulaire que R, les réponses à Q sur $(F, \{R\})$ sont exactement les réponses à Q sur $(F, \mathcal{R})$. Illustrer votre transformation sur la règle R de la question 1.