Théorie des bases de connaissances (HMIN 312)

Exercices : Récriture de requêtes

Exercice 1

Soit la requête booléenne $Q = p(u, v) \wedge r(v)$. Soit l'ensemble de règles $\{R_1, R_2\}$ où :

$R_1 = p(x, y) \rightarrow p(y, x)$
$R_2 = p(x, y) \rightarrow \exists z\ p(y, z)$

Quelles sont toutes les réécritures *non isomorphes* de Q avec $\{R_1, R_2\}$? On rappelle que deux requêtes Q_1 et Q_2 sont isomorphes s'il existe une *bijection* f des variables de Q_1 dans les *variables* de Q_2 telle que $f(Q_1) = Q_2$. Autrement dit, Q_1 et Q_2 sont "les mêmes requêtes" à un renommage bijectif des variables près.

Indiquez les règles et unificateurs d'où proviennent ces réécritures.

Exercice 2

On considère la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R})$, telle que $F = \{r(a), t(a)\}$ et $\mathcal{R}$ contient les règles suivantes :

$R_1 : t(x_1) \rightarrow \exists z_1 p(x_1, z_1)$
$R_2 : p(x_2, y_2) \rightarrow s(y_2)$
$R_3 : p(x_3, y_3) \rightarrow q(x_3, y_3)$

Soit Q la requête booléenne suivante : $\exists u, v, w(p(u, v) \wedge q(w, v) \wedge s(v) \wedge r(u))$.

Question 1 Déterminez si $\mathcal{K} \models Q$ en utilisant un mécanisme de chaînage avant (chase).

Question 2 Déterminez si $\mathcal{K} \models Q$ en utilisant un mécanisme de chaînage arrière (réécriture de requête). Détaillez bien toutes les étapes.

Exercice 3

Question 1 Soit la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R})$, avec $F = \{p(a, b)\}$ et $\mathcal{R} = \{p(x, y) \rightarrow \exists z\ r(x, y, z)\ ;\ r(x, y, z) \rightarrow p(y, z)\}$. Et soit l'interprétation $\mathcal{I} = (D, .^I)$ où $D = \{a, b\}$ (on suppose que chaque constante est interprétée par elle-même), $p^I = \{(a, b), (b, a)\}$ et $r^I = \{(a, b, a), (b, a, b)\}$. $\mathcal{I}$ est-elle un modèle de $\mathcal{K}$? Si oui, est-ce un modèle *universel* de $\mathcal{K}$? Sinon, que faudrait-il ajouter à $\mathcal{I}$ pour que ce soit un modèle de $\mathcal{K}$? Prouvez vos réponses.

Question 2 On considère la requête booléenne $q = q(a, u)$ (où a est une constante et u une variable) et l'ensemble $\mathcal{R} = \{q(x, y) \wedge p(y, z) \rightarrow q(x, z)\ ;\ s(x) \rightarrow \exists y\ p(x, y)\}$.

1. Quel est l'ensemble $\mathcal{Q}$ de toutes les réécritures de la requête q avec $\mathcal{R}$ (à un renommage bijectif des variables près) que l'on peut obtenir au moyen de l'opérateur d'unification par pièce (piece-unifier) ? Donnez les unificateurs par pièces concernés pour toutes les réécritures obtenues en 1 ou 2 étapes de récriture. Cet ensemble $\mathcal{Q}$ est *adéquat* et *complet* (par rapport à q et $\mathcal{R}$). Qu'est-ce que cela signifie ?
2. Existe-t-il un sous-ensemble strict de $\mathcal{Q}$ qui reste adéquat et complet ? Si oui, donnez le plus petit sous-ensemble que vous puissiez trouver. Dans tous les cas, justifiez vos affirmations.

Question additionnelle Soit $\mathcal{R}$ un ensemble de règles existentielles et q une requête conjonctive booléenne. Supposons qu'il existe un ensemble de réécritures adéquat et complet (par rapport à q et $\mathcal{R}$) qui soit *fini*. Montrer que tous les ensembles de récritures adéquats et complets (par rapport à q et $\mathcal{R}$) *minimaux au sens de l'inclusion* (autrement dit tels qu'on ne puisse pas supprimer une requête de l'ensemble sans perdre la complétude) ont le même nombre d'éléments.