

Lesson07---哈希

[本节目标]

- 1. unordered系列关联式容器
- 2. 底层结构
- 3. 模拟实现
- 4. 哈希的应用
- 5. 海量数据处理面试题

1. unordered系列关联式容器

在C++98中，STL提供了底层为红黑树结构的一系列关联式容器，在查询时效率可达到 $\log_2 N$ ，即最差情况下需要比较红黑树的高度次，当树中的节点非常多时，查询效率也不理想。最好的查询是，进行很少的比较次数就能够将元素找到，因此在C++11中，STL又提供了4个unordered系列的关联式容器，这四个容器与红黑树结构的关联式容器使用方式基本类似，只是其底层结构不同，本文中只对unordered_map和unordered_set进行介绍，unordered_multimap和unordered_multiset学生可查看文档介绍。

1.1 unordered_map

1.1.1 unordered_map的文档介绍

[unordered_map在线文档说明](#)

1. unordered_map是存储<key, value>键值对的关联式容器，其允许通过keys快速的索引到与其对应的value。
2. 在unordered_map中，键值通常用于唯一地标识元素，而映射值是一个对象，其内容与此键关联。键和映射值的类型可能不同。
3. 在内部,unordered_map没有对<key, value>按照任何特定的顺序排序,为了能在常数范围内找到key所对应的value, unordered_map将相同哈希值的键值对放在相同的桶中。
4. unordered_map容器通过key访问单个元素要比map快，但它通常在遍历元素子集的范围迭代方面效率较低。
5. unordered_maps实现了直接访问操作符(operator[])，它允许使用key作为参数直接访问value。
6. 它的迭代器至少是前向迭代器。

1.1.2 unordered_map的接口说明

1. unordered_map的构造

函数声明	功能介绍
unordered_map	构造不同格式的unordered_map对象

2. unordered_map的容量

函数声明	功能介绍
<code>bool empty() const</code>	检测unordered_map是否为空
<code>size_t size() const</code>	获取unordered_map的有效元素个数

3. unordered_map的迭代器

函数声明	功能介绍
<code>begin</code>	返回unordered_map第一个元素的迭代器
<code>end</code>	返回unordered_map最后一个元素下一个位置的迭代器
<code>cbegin</code>	返回unordered_map第一个元素的const迭代器
<code>cend</code>	返回unordered_map最后一个元素下一个位置的const迭代器

4. unordered_map的元素访问

函数声明	功能介绍
<code>operator[]</code>	返回与key对应的value，没有一个默认值

注意：该函数中实际调用哈希桶的插入操作，用参数key与V()构造一个默认值往底层哈希桶中插入，如果key不在哈希桶中，插入成功，返回V()，插入失败，说明key已经在哈希桶中，将key对应的value返回。

5. unordered_map的查询

函数声明	功能介绍
<code>iterator find(const K& key)</code>	返回key在哈希桶中的位置
<code>size_t count(const K& key)</code>	返回哈希桶中关键码为key的键值对的个数

注意：unordered_map中key是不能重复的，因此count函数的返回值最大为1

6. unordered_map的修改操作

函数声明	功能介绍
insert	向容器中插入键值对
erase	删除容器中的键值对
void clear()	清空容器中有效元素个数
void swap(unordered_map&)	交换两个容器中的元素

7. unordered_map的桶操作

函数声明	功能介绍
size_t bucket count()const	返回哈希桶中桶的总个数
size_t bucket size(size_t n)const	返回n号桶中有效元素的总个数
size_t bucket(const K& key)	返回元素key所在的桶号

1.2 unordered_set

参见 [unordered_set在线文档说明](#)

1.3 在线OJ

重复n次的元素

```

1  class Solution {
2  public:
3      int repeatedNTimes(vector<int>& A) {
4          size_t N = A.size()/2;
5          // 用unordered_map统计每个元素出现的次数
6          unordered_map<int, int> m;
7          for(auto e : A)
8              m[e]++;
9
10         // 找出出现次数为N的元素
11         for(auto& e : m)
12             {
13                 if(e.second == N)
14                     return e.first;
15             }
16     }
17 };

```

两个数组的交集I

```

1  class Solution {
2  public:

```

```

3     vector<int> intersection(vector<int>& nums1, vector<int>& nums2) {
4
5         // 用unordered_set对nums1中的元素去重
6         unordered_set<int> s1;
7         for (auto e : nums1)
8             s1.insert(e);
9
10        // 用unordered_set对nums2中的元素去重
11        unordered_set<int> s2;
12        for (auto e : nums2)
13            s2.insert(e);
14
15        // 遍历s1, 如果s1中某个元素在s2中出现过, 即为交集
16        vector<int> vRet;
17        for (auto e : s1)
18        {
19            if (s2.find(e) != s2.end())
20                vRet.push_back(e);
21        }
22
23        return vRet;
24    }
25 };

```

两个数组的交集II

存在重复元素

两句话中不常见的单词

2. 底层结构

unordered系列的关联式容器之所以效率比较高, 是因为其底层使用了哈希结构。

2.1 哈希概念

顺序结构以及平衡树中, 元素关键码与其存储位置之间没有对应的关系, 因此在查找一个元素时, 必须要经过关键码的多次比较。顺序查找时间复杂度为 $O(N)$, 平衡树中为树的高度, 即 $O(\log_2 N)$, 搜索的效率取决于搜索过程中元素的比较次数。

理想的搜索方法: 可以不经过任何比较, 一次直接从表中得到要搜索的元素。如果构造一种存储结构, 通过某种函数(hashFunc)使元素的存储位置与它的关键码之间能够建立一一映射的关系, 那么在查找时通过该函数可以很快找到该元素。

当向该结构中:

- 插入元素

根据待插入元素的关键码, 以此函数计算出该元素的存储位置并按此位置进行存放

- 搜索元素

对元素的关键码进行同样的计算, 把求得的函数值当做元素的存储位置, 在结构中按此位置取元素比较, 若关键码相等, 则搜索成功

该方式即为哈希(散列)方法, 哈希方法中使用的转换函数称为哈希(散列)函数, 构造出来的结构称为哈希表 (Hash Table)(或者称散列表)

例如: 数据集合{1, 7, 6, 4, 5, 9};

哈希函数设置为: $\text{hash}(\text{key}) = \text{key} \% \text{capacity}$; capacity为存储元素底层空间总的大小。

哈希函数: $\text{hash}(\text{key}) = \text{key} \% \text{capacity}$ $\text{capacity} = 10$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1			4	5	6	7		9

$\text{hash}(1) = 1 \% 10 = 1$ $\text{hash}(7) = 7 \% 10 = 7$ $\text{hash}(6) = 6 \% 10 = 6$
 $\text{hash}(4) = 4 \% 10 = 4$ $\text{hash}(5) = 5 \% 10 = 5$ $\text{hash}(9) = 9 \% 10 = 9$

用该方法进行搜索不必进行多次关键码的比较, 因此搜索的速度比较快 问题: 按照上述哈希方式, 向集合中插入元素44, 会出现什么问题?

2.2 哈希冲突

对于两个数据元素的关键字 k_i 和 $k_j (i \neq j)$, 有 $k_i \neq k_j$, 但有: $\text{Hash}(k_i) == \text{Hash}(k_j)$, 即: 不同关键字通过相同哈希函数计算出相同的哈希地址, 该种现象称为哈希冲突或哈希碰撞。

把具有不同关键码而具有相同哈希地址的数据元素称为“同义词”。

发生哈希冲突该如何处理呢?

2.3 哈希函数

引起哈希冲突的一个原因可能是: 哈希函数设计不够合理。 哈希函数设计原则:

- 哈希函数的定义域必须包括需要存储的全部关键码, 而如果散列表允许有m个地址时, 其值域必须在0到m-1之间
- 哈希函数计算出来的地址能均匀分布在空间中
- 哈希函数应该比较简单

常见哈希函数

1. 直接定制法--(常用)

取关键字的某个线性函数为散列地址: $\text{Hash}(\text{Key}) = A * \text{Key} + B$ 优点: 简单、均匀 缺点: 需要事先知道关键字的分布情况 使用场景: 适合查找比较小且连续的情况 面试题: [字符串中第一个只出现一次字符](#)

2. 除留余数法--(常用)

设散列表中允许的地址数为m, 取一个不大于m, 但最接近或者等于m的质数p作为除数, 按照哈希函数: $\text{Hash}(\text{key}) = \text{key} \% p (p \leq m)$, 将关键码转换成哈希地址

3. 平方取中法--(了解)

假设关键字为1234, 对它平方就是1522756, 抽取中间的3位227作为哈希地址; 再比如关键字为4321, 对它平方就是18671041, 抽取中间的3位671(或710)作为哈希地址 平方取中法比较适合: 不知道关键字的分布, 而位数又不是很大的情况

4. 折叠法--(了解)

折叠法是将关键字从左到右分割成位数相等的几部分(最后一部分位数可以短些),然后将这几部分叠加求和,并按散列表表长,取后几位作为散列地址。

折叠法适合事先不需要知道关键字的分布,适合关键字位数比较多的情况

5. 随机数法--(了解)

选择一个随机函数,取关键字的随机函数值为它的哈希地址,即 $H(key) = \text{random}(key)$,其中random为随机数函数。

通常应用于关键字长度不等时采用此法

6. 数学分析法--(了解)

设有 n 个 d 位数,每一位可能有 r 种不同的符号,这 r 种不同的符号在各位上出现的频率不一定相同,可能在某些位上分布比较均匀,每种符号出现的机会均等,在某些位上分布不均匀只有某几种符号经常出现。可根据散列表的大小,选择其中各种符号分布均匀的若干位作为散列地址。例如:

130xxxx1234
130xxxx2345
138xxxx4829
138xxxx2396
138xxxx8354

易重复分布太集中某几个数字 分布均匀,可用作散列地址

假设要存储某家公司员工登记表,如果用手机号作为关键字,那么极有可能前7位都是相同的,那么我们可以选择后面的四位作为散列地址,如果这样的抽取工作还容易出现冲突,还可以对抽取出来的数字进行反转(如1234改成4321)、右环位移(如1234改成4123)、左环移位、前两数与后两数叠加(如1234改成 $12+34=46$)等方法。

数字分析法通常适合处理关键字位数比较大的情况,如果事先知道关键字的分布且关键字的若干位分布较均匀的情况

注意: 哈希函数设计的越精妙,产生哈希冲突的可能性就越低,但是无法避免哈希冲突

2.4 哈希冲突解决

解决哈希冲突两种常见的方法是: 闭散列和开散列

2.4.1 闭散列

闭散列: 也叫开放定址法, 当发生哈希冲突时, 如果哈希表未被装满, 说明在哈希表中必然还有空位置, 那么可以把key存放到冲突位置中的“下一个”空位置中去。那如何寻找下一个空位置呢?

1. 线性探测

比如2.1中的场景, 现在需要插入元素44, 先通过哈希函数计算哈希地址, hashAddr为4, 因此44理论上应该插在该位置, 但是该位置已经放了值为4的元素, 即发生哈希冲突。

线性探测: 从发生冲突的位置开始, 依次向后探测, 直到找到下一个空位置为止。

○ 插入

- 通过哈希函数获取待插入元素在哈希表中的位置

- 如果该位置中没有元素则直接插入新元素，如果该位置中有元素发生哈希冲突，使用线性探测找到下一个空位置，插入新元素

哈希函数: $\text{hash}(\text{key}) = \text{key} \% \text{capacity}$ $\text{capacity} = 10$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1			4	5	6	7	44	9

$\text{hash}(1) = 1 \% 10 = 1$ $\text{hash}(7) = 4 \% 10 = 4$ $\text{hash}(6) = 6 \% 10 = 6$
 $\text{hash}(4) = 4 \% 10 = 4$ $\text{hash}(5) = 5 \% 10 = 5$ $\text{hash}(9) = 9 \% 10 = 9$

○ 删除

采用闭散列处理哈希冲突时，不能随便物理删除哈希表中已有的元素，若直接删除元素会影响其他元素的搜索。比如删除元素4，如果直接删除掉，44查找起来可能会受影响。因此线性探测采用标记的伪删除法来删除一个元素。

```
1 // 哈希表每个空间给个标记
2 // EMPTY此位置空, EXIST此位置已经有元素, DELETE元素已经删除
3 enum State{EMPTY, EXIST, DELETE};
```

线性探测的实现

```
1 // 注意: 假如实现的哈希表中元素唯一, 即key相同的元素不再进行插入
2 // 为了实现简单, 此哈希表中我们将比较直接与元素绑定在一起
3 template<class K, class V>
4 class HashTable
5 {
6     struct Elem
7     {
8         pair<K, V> _val;
9         State _state;
10    };
11
12 public:
13     HashTable(size_t capacity = 3)
14         : _ht(capacity), _size(0)
15     {
16         for(size_t i = 0; i < capacity; ++i)
17             _ht[i]._state = EMPTY;
18     }
19
20     bool Insert(const pair<K, V>& val)
21     {
22         // 检测哈希表底层空间是否充足
23         // _CheckCapacity();
24         size_t hashAddr = HashFunc(key);
25         // size_t startAddr = hashAddr;
26         while(_ht[hashAddr]._state != EMPTY)
27         {
```

```

28         if(_ht[hashAddr]._state == EXIST && _ht[hashAddr]._val.first == key)
29             return false;
30
31         hashAddr++;
32         if(hashAddr == _ht.capacity())
33             hashAddr = 0;
34         /*
35         // 转一圈也没有找到，注意：动态哈希表，该种情况可以不用考虑，哈希表中元素个数
        到达一定的数量，哈希冲突概率会增大，需要扩容来降低哈希冲突，因此哈希表中元素是不会存满的
36         if(hashAddr == startAddr)
37             return false;
38         */
39     }
40
41     // 插入元素
42     _ht[hashAddr]._state = EXIST;
43     _ht[hashAddr]._val = val;
44     _size++;
45     return true;
46 }
47 int Find(const K& key)
48 {
49     size_t hashAddr = HashFunc(key);
50     while(_ht[hashAddr]._state != EMPTY)
51     {
52         if(_ht[hashAddr]._state == EXIST && _ht[hashAddr]._val.first == key)
53             return hashAddr;
54
55         hashAddr++;
56     }
57     return hashAddr;
58 }
59 bool Erase(const K& key)
60 {
61     int index = Find(key);
62     if(-1 != index)
63     {
64         _ht[index]._state = DELETE;
65         _size++;
66         return true;
67     }
68     return false;
69 }
70 size_t Size()const;
71 bool Empty() const;
72 void Swap(HashTable<K, V, HF>& ht);
73 private:
74     size_t HashFunc(const K& key)
75     {
76         return key % _ht.capacity();
77     }
78 private:
79     vector<Elem> _ht;

```



```

80     size_t _size;
81 };

```

思考：哈希表什么情况下进行扩容？如何扩容？

散列表的载荷因子定义为： $\alpha = \text{填入表中的元素个数} / \text{散列表的长度}$

α 是散列表装满程度的标志因子。由于表长是定值， α 与“填入表中的元素个数”成正比，所以， α 越大，表明填入表中的元素越多，产生冲突的可能性就越大；反之， α 越小，表明填入表中的元素越少，产生冲突的可能性就越小。实际上，散列表的平均查找长度是载荷因子 α 的函数，只是不同处理冲突的方法有不同的函数。

对于开放定址法，载荷因子是特别重要因素，应严格限制在0.7-0.8以下。超过0.8，查表时的CPU缓存不命中（cache missing）按照指数曲线上升。因此，一些采用开放定址法的hash库，如Java的系统库限制了载荷因子为0.75，超过此值将resize散列表。

```

1 void CheckCapacity()
2 {
3     if(_size * 10 / _ht.capacity() >= 7)
4     {
5         HashTable<K, V, HF> newHt(GetNextPrime(ht.capacity()));
6         for(size_t i = 0; i < _ht.capacity(); ++i)
7         {
8             if(_ht[i]._state == EXIST)
9                 newHt.Insert(_ht[i]._val);
10        }
11
12        Swap(newHt);
13    }
14 }

```

线性探测优点：实现非常简单，

线性探测缺点：一旦发生哈希冲突，所有的冲突连在一起，容易产生数据“堆积”，即：不同关键词占据了可利用的空位置，使得寻找某关键词的位置需要许多次比较，导致搜索效率降低。如何缓解呢？

2. 二次探测

线性探测的缺陷是产生冲突的数据堆积在一块，这与其找下一个空位置有关系，因为找空位置的方式就是挨着往后逐个去找，因此二次探测为了避免该问题，找下一个空位置的方法为： $H_i = (H_0 + i^2) \% m$ ，或者： $H_i = (H_0 - i^2) \% m$ 。其中： $i = 1, 2, 3, \dots$ ， H_0 是通过散列函数Hash(x)对元素的关键码 key 进行计算得到的位置，m是表的大小。对于2.1中如果要插入44，产生冲突，使用解决后的情况为：

哈希函数： $\text{hash}(\text{key}) = \text{key} \% \text{capacity}$ $\text{capacity} = 10$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1			4	5	6	7	44	9

$\text{hash}(1) = 1 \% 10 = 1$ $\text{hash}(7) = 7 \% 10 = 7$ $\text{hash}(6) = 6 \% 10 = 6$

$\text{hash}(4) = 4 \% 10 = 4$ $\text{hash}(5) = 5 \% 10 = 5$ $\text{hash}(9) = 9 \% 10 = 9$

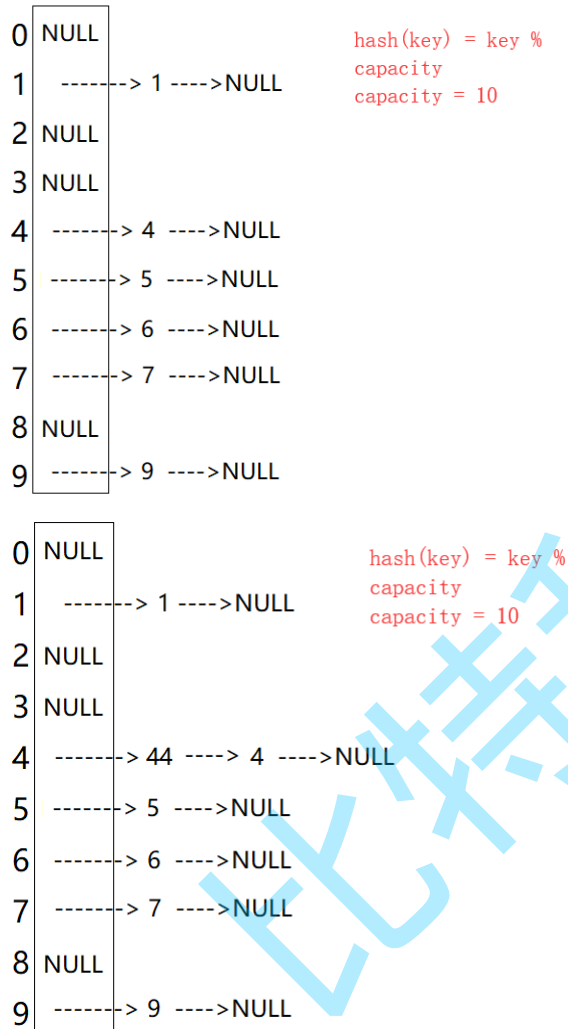
研究表明：当表的长度为质数且表装载因子a不超过0.5时，新的表项一定能够插入，而且任何一个位置都不会被探查两次。因此只要表中有一半的空位置，就不会存在表满的问题。在搜索时可以不考虑表装满的情况，但在插入时必须确保表的装载因子a不超过0.5，如果超出必须考虑扩容。

因此：比散列最大的缺陷就是空间利用率比较低，这也是哈希的缺陷。

2.4.2 开散列

1. 开散列概念

开散列法又叫链地址法(开链法)，首先对关键码集合用散列函数计算散列地址，具有相同地址的关键码归于同一子集合，每一个子集合称为一个桶，各个桶中的元素通过一个单链表链接起来，各链表的头结点存储在哈希表中。



从上图可以看出，开散列中每个桶中放的都是发生哈希冲突的元素。

2. 开散列实现

```
1  template<class V>
2  struct HashBucketNode
3  {
4      HashBucketNode(const V& data)
5          : _pNext(nullptr), _data(data)
6      {}
7      HashBucketNode<V>* _pNext;
8      V _data;
9  };
10
11 // 本文所实现的哈希桶中key是唯一的
```

```

12 template<class V>
13 class HashBucket
14 {
15     typedef HashBucketNode<V> Node;
16     typedef Node* PNode;
17 public:
18     HashBucket(size_t capacity = 3): _size(0)
19     { _ht.resize(GetNextPrime(capacity), nullptr);}
20
21     // 哈希桶中的元素不能重复
22     PNode* Insert(const V& data)
23     {
24         // 确认是否需要扩容。。。
25         // _CheckCapacity();
26
27         // 1. 计算元素所在的桶号
28         size_t bucketNo = HashFunc(data);
29
30         // 2. 检测该元素是否在桶中
31         PNode pCur = _ht[bucketNo];
32         while(pCur)
33         {
34             if(pCur->_data == data)
35                 return pCur;
36
37             pCur = pCur->_pNext;
38         }
39
40         // 3. 插入新元素
41         pCur = new Node(data);
42         pCur->_pNext = _ht[bucketNo];
43         _ht[bucketNo] = pCur;
44         _size++;
45         return pCur;
46     }
47
48     // 删除哈希桶中为data的元素(data不会重复), 返回删除元素的下一个节点
49     PNode* Erase(const V& data)
50     {
51         size_t bucketNo = HashFunc(data);
52         PNode pCur = _ht[bucketNo];
53         PNode pPrev = nullptr, pRet = nullptr;
54
55         while(pCur)
56         {
57             if(pCur->_data == data)
58             {
59                 if(pCur == _ht[bucketNo])
60                     _ht[bucketNo] = pCur->_pNext;
61                 else
62                     pPrev->_pNext = pCur->_pNext;
63
64                 pRet = pCur->_pNext;

```

```

65         delete pCur;
66         _size--;
67         return pRet;
68     }
69 }
70
71     return nullptr;
72 }
73
74 PNode* Find(const V& data);
75 size_t Size()const;
76 bool Empty()const;
77 void Clear();
78 bool BucketCount()const;
79 void Swap(HashBucket<V, HF>& ht;
80 ~HashBucket();
81 private:
82     size_t HashFunc(const V& data)
83     {
84         return data%_ht.capacity();
85     }
86 private:
87     vector<PNode*> _ht;
88     size_t _size;      // 哈希表中有效元素的个数
89 };

```

3. 开散列增容

桶的个数是一定的，随着元素的不断插入，每个桶中元素的个数不断增多，极端情况下，可能会导致一个桶中链表节点非常多，会影响的哈希表的性能，因此在一定条件下需要对哈希表进行增容，那该条件怎么确认呢？开散列最好的情况是：每个哈希桶中刚好挂一个节点，再继续插入元素时，每一次都会发生哈希冲突，因此，在元素个数刚好等于桶的个数时，可以给哈希表增容。

```

1 void _CheckCapacity()
2 {
3     size_t bucketCount = BucketCount();
4     if(_size == bucketCount)
5     {
6         HashBucket<V, HF> newHt(bucketCount);
7         for(size_t bucketIdx = 0; bucketIdx < bucketCount; ++bucketIdx)
8         {
9             PNode pCur = _ht[bucketIdx];
10            while(pCur)
11            {
12                // 将该节点从原哈希表中拆出来
13                _ht[bucketIdx] = pCur->_pNext;
14
15                // 将该节点插入到新哈希表中
16                size_t bucketNo = newHt.HashFunc(pCur->_data);
17                pCur->_pNext = newHt._ht[bucketNo];
18                newHt._ht[bucketNo] = pCur;
19                pCur = _ht[bucketIdx];
20            }

```

```

21     }
22
23     newHt._size = _size;
24     this->Swap(newHt);
25 }
26 }

```

4. 开散列的思考

1. 只能存储key为整形的元素，其他类型怎么解决？

```

1  // 哈希函数采用处理余数法，被模的key必须要为整形才可以处理，此处提供将key转化为整形的方法
2  // 整形数据不需要转化
3  template<class T>
4  class DefHashF
5  {
6  public:
7      size_t operator()(const T& val)
8      {
9          return val;
10     }
11 };
12
13 // key为字符串类型，需要将其转化为整形
14 class Str2Int
15 {
16 public:
17     size_t operator()(const string& s)
18     {
19         const char* str = s.c_str();
20         unsigned int seed = 131; // 31 131 1313 13131 131313
21         unsigned int hash = 0;
22         while (*str)
23         {
24             hash = hash * seed + (*str++);
25         }
26
27         return (hash & 0x7FFFFFFF);
28     }
29 };
30
31 // 为了实现简单，此哈希表中我们将比较直接与元素绑定在一起
32 template<class V, class HF>
33 class HashBucket
34 {
35     // .....
36 private:
37     size_t HashFunc(const V& data)
38     {
39         return HF()(data.first)%_ht.capacity();
40     }
41 };

```

2. 除留余数法，最好模一个素数，如何每次快速取一个类似两倍关系的素数？

```
1  const int PRIMECOUNT = 28;
2  const size_t primeList[PRIMECOUNT] =
3  {
4      53ul,          97ul,          193ul,          389ul,          769ul,
5      1543ul,        3079ul,        6151ul,        12289ul,        24593ul,
6      49157ul,       98317ul,       196613ul,       393241ul,       786433ul,
7      1572869ul,    3145739ul,    6291469ul,    12582917ul,    25165843ul,
8      50331653ul,   100663319ul,   201326611ul,  402653189ul,  805306457ul,
9      1610612741ul, 3221225473ul, 4294967291ul
10 };
11
12 size_t GetNextPrime(size_t prime)
13 {
14     size_t i = 0;
15     for(; i < PRIMECOUNT; ++i)
16     {
17         if(primeList[i] > primeList[i])
18             return primeList[i];
19     }
20
21     return primeList[i];
22 }
```

[字符串哈希算法](#)

5. 开散列与闭散列比较

应用链地址法处理溢出，需要增设链接指针，似乎增加了存储开销。事实上：由于开地址法必须保持大量的空闲空间以确保搜索效率，如二次探查法要求装载因子 $a \leq 0.7$ ，而表项所占空间又比指针大的多，所以使用链地址法反而比开地址法节省存储空间。

3. 模拟实现

3.1 哈希表的改造

1. 模板参数列表的改造

```
1  // K: 关键码类型
2  // V: 不同容器V的类型不同，如果是unordered_map, V代表一个键值对，如果是unordered_set, V
   为 K
3  // KeyOfValue: 因为V的类型不同，通过value取key的方式就不同，详细见unordered_map/set的实现
4  // HF: 哈希函数仿函数对象类型，哈希函数使用除留余数法，需要将Key转换为整形数字才能取模
5  template<class K, class V, class KeyOfValue, class HF = DefHashF<T> >
6  class HashBucket;
```

2. 增加迭代器操作

```
1  // 为了实现简单，在哈希桶的迭代器类中需要用到hashBucket本身，
```

```

2  template<class K, class V, class KeyOfValue, class HF>
3  class HashBucket;
4
5  // 注意: 因为哈希桶在底层是单链表结构, 所以哈希桶的迭代器不需要--操作
6  template <class K, class V, class KeyOfValue, class HF>
7  struct HBIterator
8  {
9      typedef HashBucket<K, V, KeyOfValue, HF> HashBucket;
10     typedef HashBucketNode<V>* PNode;
11     typedef HBIterator<K, V, KeyOfValue, HF> Self;
12
13     HBIterator(PNode pNode = nullptr, HashBucket* pHt = nullptr);
14     Self& operator++()
15     {
16         // 当前迭代器所指节点后还有节点时直接取其下一个节点
17         if (_pNode->_pNext)
18             _pNode = _pNode->_pNext;
19         else
20         {
21             // 找下一个不空的桶, 返回该桶中第一个节点
22             size_t bucketNo = _pHt->HashFunc(KeyOfValue())(_pNode->_data))+1;
23             for (; bucketNo < _pHt->BucketCount(); ++bucketNo)
24             {
25                 if (_pNode = _pHt->_ht[bucketNo])
26                     break;
27             }
28         }
29
30         return *this;
31     }
32     Self operator++(int);
33     V& operator*();
34     V* operator->();
35     bool operator==(const Self& it) const;
36     bool operator!=(const Self& it) const;
37     PNode _pNode;           // 当前迭代器关联的节点
38     HashBucket* _pHt;       // 哈希桶--主要是为了找下一个空桶时候方便
39 };

```

3. 增加通过key获取value操作

```

1  template<class K, class V, class KeyOfValue, class HF = DefHashF<T> >
2  class HashBucket
3  {
4      friend HBIterator<K, V, KeyOfValue, HF>;
5      // .....
6  public:
7      typedef HBIterator<K, V, KeyOfValue, HF> Iterator;
8      ///////////////////////////////////////////////////
9      // ...
10     // 迭代器
11
12     Iterator Begin()

```

```

12     {
13         size_t bucketNo = 0;
14         for (; bucketNo < _ht.capacity(); ++bucketNo)
15         {
16             if (_ht[bucketNo])
17                 break;
18         }
19
20         if (bucketNo < _ht.capacity())
21             return Iterator(_ht[bucketNo], this);
22         else
23             return Iterator(nullptr, this);
24     }
25
26     Iterator End(){ return Iterator(nullptr, this);}
27     Iterator Find(const K& key);
28     Iterator Insert(const V& data);
29     Iterator Erase(const K& key);
30
31     // 为key的元素在桶中的个数
32     size_t Count(const K& key)
33     {
34         if(Find(key) != End())
35             return 1;
36
37         return 0;
38     }
39
40     size_t BucketCount()const{ return _ht.capacity();}
41     size_t BucketSize(size_t bucketNo)
42     {
43         size_t count = 0;
44         PNode pCur = _ht[bucketNo];
45         while(pCur)
46         {
47             count++;
48             pCur = pCur->_pNext;
49         }
50
51         return count;
52     }
53
54     // .....
55 };

```

3.2 unordered_map

```

1 // unordered_map中存储的是pair<K, V>的键值对, K为key的类型, V为value的类型, HF哈希函数类型
2 // unordered_map在实现时, 只需将hashbucket中的接口重新封装即可
3 template<class K, class V, class HF = DefHashF<K>>
4 class unordered_map
5 {
6     typedef pair<K, V> ValueType;

```



```

7     typedef HashBucket<K, ValueType, KeyOfValue, HF> HT;
8     // 通过key获取value的操作
9     struct KeyOfValue
10    {
11        const K& operator()(const ValueType& data)
12        { return data.first;}
13    };
14    public:
15        typename typedef HT::Iterator iterator;
16    public:
17        unordered_map(): _ht()
18        {}
19        //////////////////////////////////////////////////
20        iterator begin(){ return _ht.Begin();}
21        iterator end(){ return _ht.End();}
22        //////////////////////////////////////////////////
23        // capacity
24        size_t size()const{ return _ht.Size();}
25        bool empty()const{return _ht.Empty();}
26        //////////////////////////////////////////////////
27        // Access
28        V& operator[](const K& key)
29        {
30            return (*(_ht.InsertUnique(ValueType(key, V()), first)).second);
31        }
32        const V& operator[](const K& key)const;
33        //////////////////////////////////////////////////
34        // lookup
35        iterator find(const K& key){ return _ht.Find(key);}
36        size_t count(const K& key){ return _ht.Count(key);}
37        //////////////////////////////////////////////////
38        // modify
39        pair<iterator, bool> insert(const ValueType& valye)
40        { return _ht.Insert(valye);}
41
42        iterator erase(iterator position)
43        { return _ht.Erase(position);}
44        //////////////////////////////////////////////////
45        // bucket
46        size_t bucket_count(){ return _ht.BucketCount();}
47        size_t bucket_size(const K& key){ return _ht.BucketSize(key);}
48    private:
49        HT _ht;
50    };

```

4. 哈希的应用

4.1 位图

4.1.1 位图概念

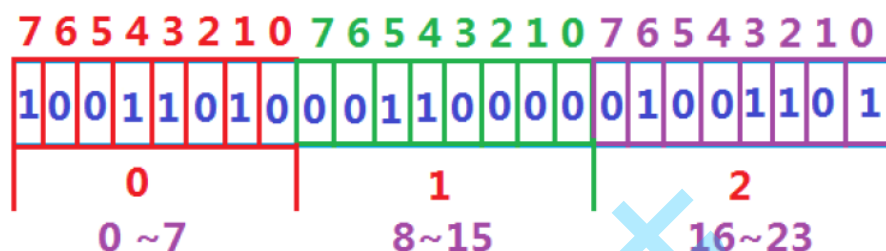
1. 面试题

给40亿个不重复的无符号整数，没排过序。给一个无符号整数，如何快速判断一个数是否在这40亿个数中。【腾讯】

1. 遍历，时间复杂度 $O(N)$
2. 排序($O(N\log N)$)，利用二分查找: $\log N$
3. 位图解决

数据是否在给定的整形数据中，结果是在或者不在，刚好是两种状态，那么可以使用一个二进制比特位来代表数据是否存在的信息，如果二进制比特位为1，代表存在，为0代表不存在。比如：

```
int array[] = {1,3,7,4,12,16,19,13,22,18};
```



2. 位图概念

所谓位图，就是用每一位来存放某种状态，适用于海量数据，数据无重复的场景。通常是用来判断某个数据存不存在的。

4.1.2 位图的实现

```
1 class bitset
2 {
3 public:
4     bitset(size_t bitCount)
5         : _bit((bitCount>>5)+1), _bitCount(bitCount)
6     {}
7     // 将which比特位置1
8     void set(size_t which)
9     {
10         if(which > _bitCount)
11             return;
12         size_t index = (which >> 5);
13         size_t pos = which % 32;
14         _bit[index] |= (1 << pos);
15     }
16     // 将which比特位置0
17     void reset(size_t which)
18     {
19         if(which > _bitCount)
20             return;
21         size_t index = (which >> 5);
22         size_t pos = which % 32;
23         _bit[index] &= ~(1<<pos);
24     }
25     // 检测位图中which是否为1
26     bool test(size_t which)
```

```

27     {
28         if(which > _bitCount)
29             return false;
30         size_t index = (which >> 5);
31         size_t pos = which % 32;
32         return _bit[index] & (1<<pos);
33     }
34     // 获取位图中比特位的总个数
35     size_t size()const{ return _bitCount;}
36     // 位图中比特为1的个数
37     size_t Count()const
38     {
39         int bitCnttable[256] = {
40             0, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 3, 2, 3, 3, 4, 1, 2, 2, 3, 2, 3, 3, 4, 2,
41             3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 1, 2, 2, 3, 2, 3, 3, 4, 2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 3,
42             3, 4, 3, 4, 4, 5, 3, 4, 4, 5, 4, 5, 5, 6, 1, 2, 2, 3, 2, 3, 3, 4, 2, 3, 3,
43             4, 3, 4, 4, 5, 2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 3, 4, 4, 5, 4, 5, 5, 6, 2, 3, 3, 4,
44             3, 4, 4, 5, 3, 4, 4, 5, 4, 5, 5, 6, 3, 4, 4, 5, 4, 5, 5, 6, 4, 5, 5, 6, 5,
45             6, 6, 7, 1, 2, 2, 3, 2, 3, 3, 4, 2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 3, 3, 4, 3, 4,
46             4, 5, 3, 4, 4, 5, 4, 5, 5, 6, 2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 3, 4, 4, 5, 4, 5, 5,
47             6, 3, 4, 4, 5, 4, 5, 5, 6, 4, 5, 5, 6, 5, 6, 6, 7, 2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5,
48             3, 4, 4, 5, 4, 5, 5, 6, 3, 4, 4, 5, 4, 5, 5, 6, 4, 5, 5, 6, 5, 6, 6, 7, 3,
49             4, 4, 5, 4, 5, 5, 6, 4, 5, 5, 6, 5, 6, 6, 7, 4, 5, 5, 6, 5, 6, 6, 7, 5, 6,
50             6, 7, 6, 7, 7, 8};
51
52         size_t size = _bit.size();
53         size_t count = 0;
54         for(size_t i = 0; i < size; ++i)
55         {
56             int value = _bit[i];
57             int j = 0;
58             while(j < sizeof(_bit[0]))
59             {
60                 unsigned char c = value;
61                 count += bitCntTable[c];
62                 ++j;
63                 value >>= 8;
64             }
65         }
66         return count;
67     }
68
69 private:
70     vector<int> _bit;
71     size_t _bitCount;
72 };

```

4.1.3 位图的应用

1. 快速查找某个数据是否在一个集合中
2. 排序
3. 求两个集合的交集、并集等
4. 操作系统中磁盘块标记

4.2 布隆过滤器

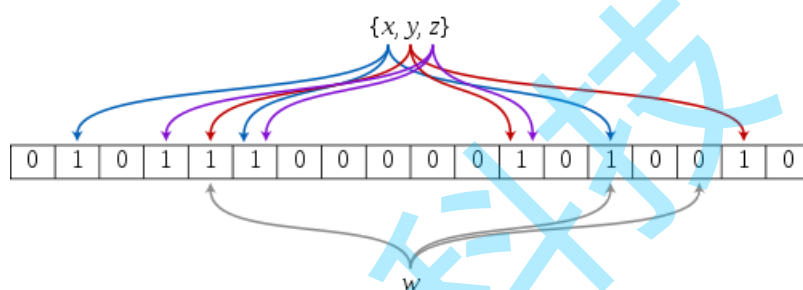
4.2.1 布隆过滤器提出

我们在使用新闻客户端看新闻时，它会给我们不停地推荐新的内容，它每次推荐时要去重，去掉那些已经看过的内容。问题来了，新闻客户端推荐系统如何实现推送去重的？用服务器记录了用户看过的所有历史记录，当推荐系统推荐新闻时会从每个用户的历史记录里进行筛选，过滤掉那些已经存在的记录。如何快速查找呢？

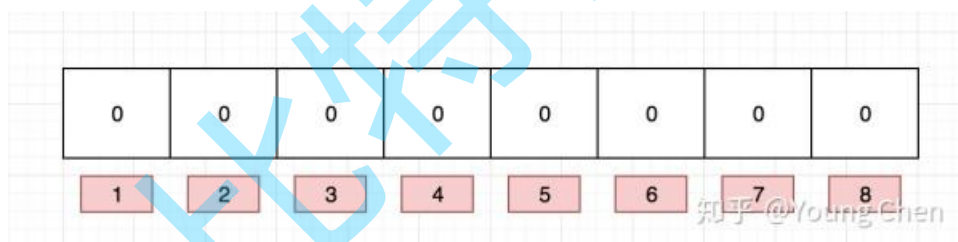
1. 用哈希表存储用户记录，缺点：浪费空间
2. 用位图存储用户记录，缺点：不能处理哈希冲突
3. 将哈希与位图结合，即布隆过滤器

4.2.2 布隆过滤器概念

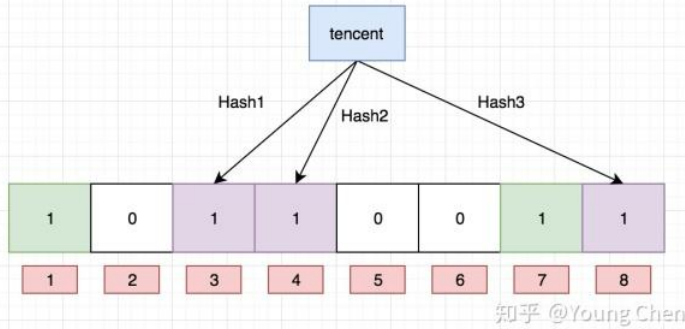
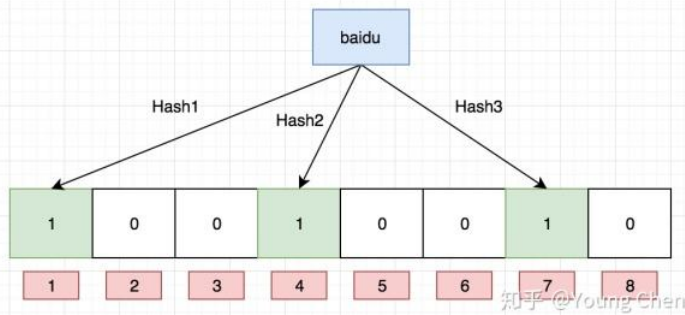
布隆过滤器是由布隆（Burton Howard Bloom）在1970年提出的一种紧凑型的、比较巧妙的**概率型数据结构**，特点是**高效地插入和查询**，可以用来告诉你“某样东西一定不存在或者可能存在”，它是用多个哈希函数，将一个数据映射到位图结构中。此种方式**不仅可以提升查询效率，也可以节省大量的内存空间**。



4.2.3 布隆过滤器的插入



向布隆过滤器中插入: "baidu"



```

1 // 假设布隆过滤器中元素类型为K, 每个元素对应5个哈希函数
2 template<class K, class KToInt1 = KeyToInt1, class KToInt2 = KeyToInt2,
3           class KToInt3 = KeyToInt3, class KToInt4 = KeyToInt4,
4           class KToInt5 = KeyToInt5>
5 class BloomFilter
6 {
7 public:
8     BloomFilter(size_t size) // 布隆过滤器中元素个数
9         : _bmp(5*size), _size(0)
10    {}
11    bool Insert(const K& key)
12    {
13        size_t bitCount = _bmp.Size();
14        size_t index1 = KToInt1()(key)%bitCount;
15        size_t index2 = KToInt2()(key)%bitCount;
16        size_t index3 = KToInt3()(key)%bitCount;
17        size_t index4 = KToInt4()(key)%bitCount;
18        size_t index5 = KToInt5()(key)%bitCount;
19        _bmp.Set(index1); _bmp.Set(index2); _bmp.Set(index3);
20        _bmp.Set(index4); _bmp.Set(index5);
21        _size++;
22    }
23 private:
24     bitset _bmp;
25     size_t _size; // 实际元素的个数
26 }
27
28

```

4.2.4 布隆过滤器的查找

布隆过滤器的思想是将一个元素用多个哈希函数映射到一个位图中，因此被映射到的位置的比特位一定为1。所以可以按照以下方式进行查找：分别计算每个哈希值对应的比特位置存储的是否为零，只要有一个为零，代表该元素一定不在哈希表中，否则可能在哈希表中。

```
1 bool IsInBloomFilter(const K& key)
2 {
3     size_t bitCount = _bmp.Size();
4     size_t index1 = KToInt1()(key)%bitCount;
5     if(!_bmp.Test(index1))
6         return false;
7     size_t index2 = KToInt2()(key)%bitCount;
8     if(!_bmp.Test(index2))
9         return false;
10    size_t index3 = KToInt3()(key)%bitCount;
11    if(!_bmp.Test(index3))
12        return false;
13    size_t index4 = KToInt4()(key)%bitCount;
14    if(!_bmp.Test(index4))
15        return false;
16    size_t index5 = KToInt5()(key)%bitCount;
17    if(!_bmp.Test(index5))
18        return false;
19    return true; // 有可能在
20 }
```

注意：布隆过滤器如果说某个元素不存在时，该元素一定不存在，如果该元素存在时，该元素可能存在，因为有些哈希函数存在一定的误判。

比如：在布隆过滤器中查找"alibaba"时，假设3个哈希函数计算的哈希值为：1、3、7，刚好和其他元素的比特位重叠，此时布隆过滤器告诉该元素存在，但实该元素是不存在的。

4.2.5 布隆过滤器删除

布隆过滤器不能直接支持删除工作，因为在删除一个元素时，可能会影响其他元素。

比如：删除上图中"tencent"元素，如果直接将该元素所对应的二进制比特位置0，“baidu”元素也被删除了，因为这两个元素在多个哈希函数计算出的比特位上刚好有重叠。

一种支持删除的方法：将布隆过滤器中的每个比特位扩展成一个小的计数器，插入元素时给k个计数器(k个哈希函数计算出的哈希地址)加一，删除元素时，给k个计数器减一，通过多占用几倍存储空间的代价来增加删除操作。

缺陷：

1. 无法确认元素是否真正在布隆过滤器中
2. 存在计数回绕

4.2.6 布隆过滤器优点

1. 增加和查询元素的时间复杂度为： $O(K)$ ，(K为哈希函数的个数，一般比较小)，与数据量大小无关
2. 哈希函数相互之间没有关系，方便硬件并行运算
3. 布隆过滤器不需要存储元素本身，在某些对保密要求比较严格的场合有很大优势
4. 在能够承受一定的误判时，布隆过滤器比其他数据结构有这很大的空间优势

5. 数据量很大时，布隆过滤器可以表示全集，其他数据结构不能
6. 使用同一组散列函数的布隆过滤器可以进行交、并、差运算

4.2.7 布隆过滤器缺陷

1. 有误判率，即存在假阳性(False Position)，即不能准确判断元素是否在集合中(补救方法：再建立一个白名单，存储可能会误判的数据)
2. 不能获取元素本身
3. 一般情况下不能从布隆过滤器中删除元素
4. 如果采用计数方式删除，可能会存在计数回绕问题

5. 海量数据面试题

5.1 哈希切割

给一个超过100G大小的log file, log中存着IP地址, 设计算法找到出现次数最多的IP地址? 与上题条件相同, 如何找到top K的IP? 如何直接用Linux系统命令实现?

5.2 位图应用

1. 给定100亿个整数，设计算法找到只出现一次的整数?
2. 给两个文件，分别有100亿个整数，我们只有1G内存，如何找到两个文件交集?
3. 位图应用变形：1个文件有100亿个int，1G内存，设计算法找到出现次数不超过2次的所有整数

5.3 布隆过滤器

1. 给两个文件，分别有100亿个query，我们只有1G内存，如何找到两个文件交集? 分别给出精确算法和近似算法
2. 如何扩展BloomFilter使得它支持删除元素的操作

扩展阅读：

[一致性哈希](#)

[哈希与加密](#)