

**pour les valeurs de E1, E2,  $\nu_{12}$ , G12 suivantes :**  
 [116.5, 5.9, 0.35, 2]

**la matrice de rigidité en Gpa ( $10^9$  Pa) dans la base orthotropie =**

```
Matrix([
[117.23, 2.08, 0],
[ 2.08, 5.94, 0],
[ 0, 0, 2]])
```

**la matrice de souplesse en Gpa ( $10^9$  Pa) dans la base orthotropie =**

```
Matrix([
[ 0.008584, -0.003004, 0],
[-0.003004, 0.169492, 0],
[ 0, 0, 0.5]])
```

**Matrice de changement de base pour  $\alpha = \pi/4$** 

```
Matrix([  
[1/4, 1/4, 1/2, 1],  
[1/4, 1/4, 1/2, 1],  
[1/4, 1/4, 1/2, -1],  
[1/4, 1/4, -1/2, 0],  
[1/4, -1/4, 0, 0],  
[1/4, -1/4, 0, 0]])
```

**Matrice de rigidité en Gpa ( $10^9$  Pa) pour  $\alpha = \pi/4$** 

```
Matrix([  
[33.83, 29.83, 27.82],  
[29.83, 33.83, 27.82],  
[27.82, 27.82, 29.75]])
```

**Matrice de changement de base pour  $\alpha = \pi/2$** 

```
Matrix([  
[0, 1, 0, 0],  
[1, 0, 0, 0],  
[0, 0, 1, 0],  
[0, 0, 0, 1],  
[0, 0, 0, 0],  
[0, 0, 0, 0]])
```

**Matrice de rigidité en Gpa ( $10^9$  Pa) pour  $\alpha = \pi/2$** 

```
Matrix([  
[5.94, 2.08, 0],  
[2.08, 117.23, 0],  
[0, 0, 2]])
```

**Matrice de changement de base pour  $\alpha = -\pi/4$** 

```
Matrix([  
[1/4, 1/4, 1/2, 1],  
[1/4, 1/4, 1/2, 1],  
[1/4, 1/4, 1/2, -1],  
[1/4, 1/4, -1/2, 0],  
[-1/4, 1/4, 0, 0],  
[-1/4, 1/4, 0, 0]])
```

**Matrice de rigidité en Gpa ( $10^9$  Pa) pour  $\alpha = -\pi/4$** 

```
Matrix([  
[33.83, 29.83, -27.82],  
[29.83, 33.83, -27.82],  
[-27.82, -27.82, 29.75]])
```

**Matrice de rigidité globale de membrane est A = en N.m-1**

```
Matrix([
[264420799.42, 125553547.87,      0],
[125553547.87, 375711229.97,      0],
[      0,      0, 125008311.22]])
```

soit  $10^6$  \*

```
Matrix([
[264.42079942, 125.55354787,      0],
[125.55354787, 375.71122997,      0],
[      0,      0, 125.00831122]])
```

**Matrice de couplage membrane/flexion est B = en  $10^3$  Newtons**

```
Matrix([
[0, 0, 0],
[0, 0.0, 0],
[0, 0, 0]])
```

**Matrice de rigidité en flexion est D = en N.m**

```
Matrix([
[746.13, 623.69, 445.16],
[623.69, 1645.73, 445.16],
[445.16, 445.16, 621.46]])
```

# Sollicitation en flexion

La matrice des déformation est  $\epsilon = X3 * \text{Matrix}([-0.00335062254566899], [0], [0])$

les contraintes des couches dans leurs propres base sont :

c1\_inf

$\text{Matrix}([0.396730462519936], [0.349821746880570], [0.326250117271789])$

c1\_sup

$\text{Matrix}([0.283378901799954], [0.249872676343265], [0.233035798051278])$

c2\_inf

$\text{Matrix}([0.0497567448031844], [0.0174232372374787], [0])$

c2\_sup

$\text{Matrix}([0.0298540468819107], [0.0104539423424872], [0])$

c3\_inf

$\text{Matrix}([0.170027341079973], [0.149923605805959], [-0.139821478830767])$

c3\_sup

$\text{Matrix}([0.0566757803599909], [0.0499745352686529], [-0.0466071596102556])$

c4\_inf

$\text{Matrix}([0.196396740514388], [0.00348464744749574], [0])$

c4\_sup

$\text{Matrix}([0.196396740514388], [0.00348464744749574], [0])$

c5\_inf

$\text{Matrix}([-0.0566757803599909], [-0.0499745352686529], [0.0466071596102556])$

c5\_sup

$\text{Matrix}([-0.170027341079973], [-0.149923605805959], [0.139821478830767])$

c6\_inf

$\text{Matrix}([-0.0298540468819107], [-0.0104539423424872], [0])$

c6\_sup

$\text{Matrix}([-0.0497567448031844], [-0.0174232372374787], [0])$

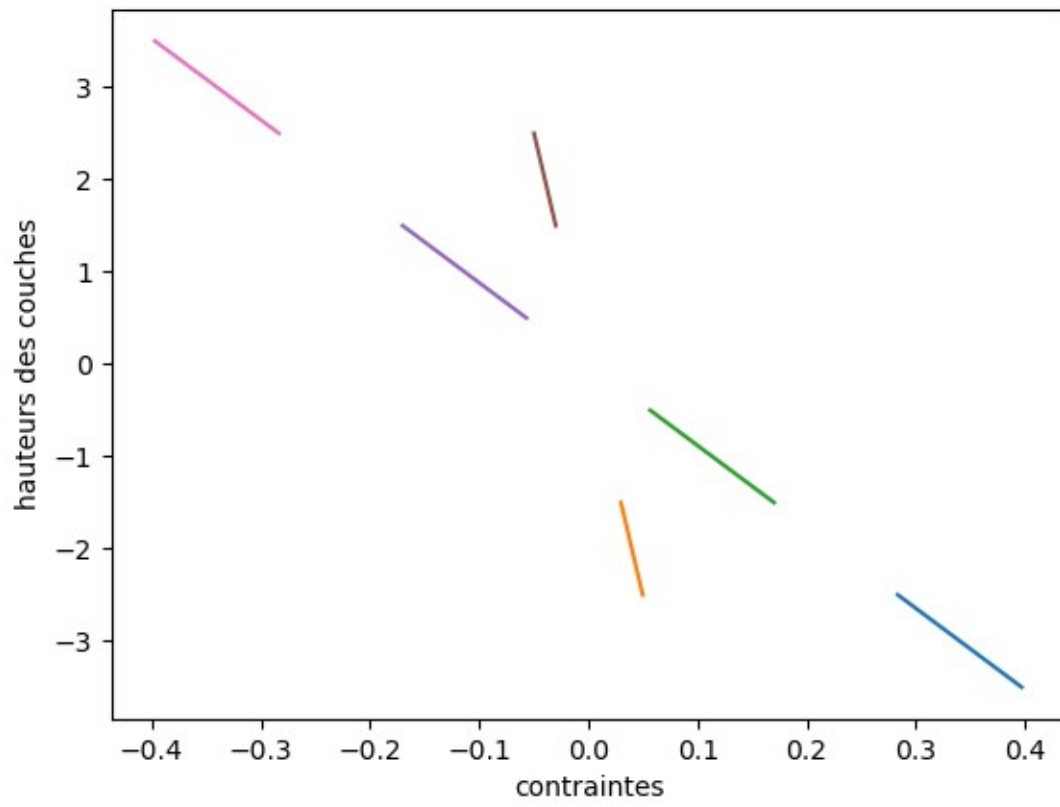
c7\_inf

$\text{Matrix}([-0.283378901799954], [-0.249872676343265], [-0.233035798051278])$

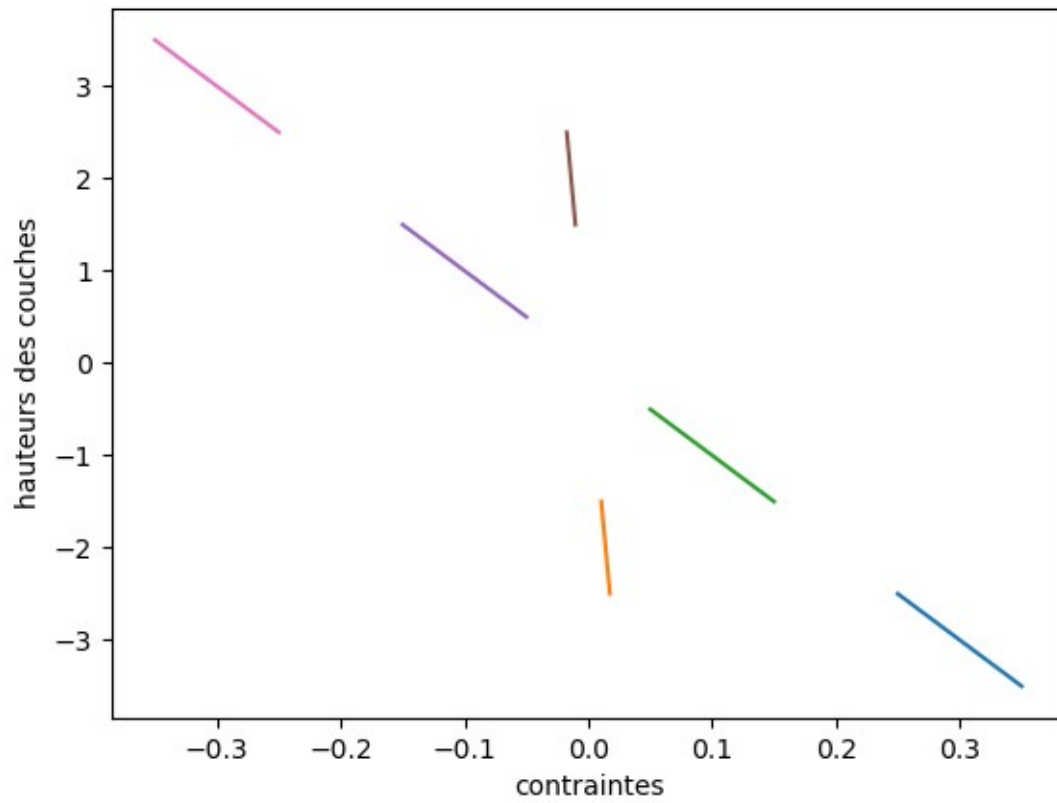
c7\_sup

$\text{Matrix}([-0.396730462519936], [-0.349821746880570], [-0.326250117271789])$

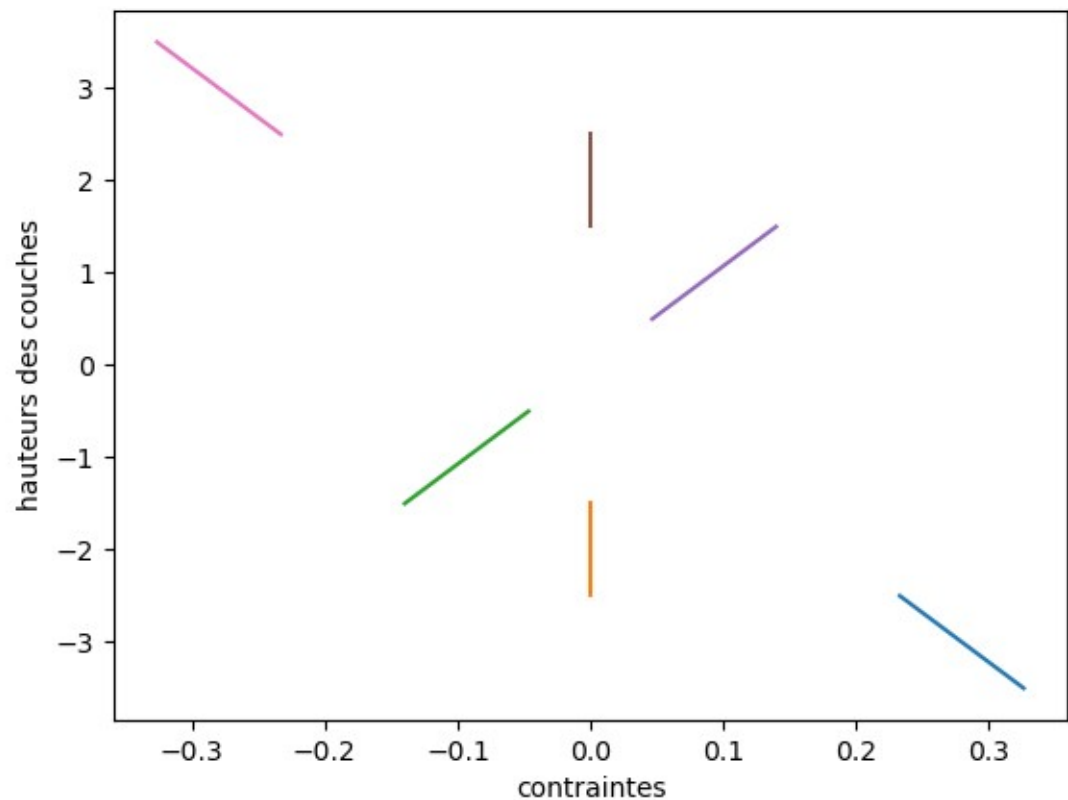
contraintes sigma 1



contraintes sigma 2



contraintes sigma 6



**on ramene les contraintes dans la base d orthotropie avec un changement de base**

Matrice de changement de base pour  $\alpha = \pi/4$

```
Matrix([  
[ 1/2, 1/2, 1],  
[ 1/2, 1/2, -1],  
[-1/2, 1/2, 0]])
```

Matrice de changement de base pour  $\alpha = \pi/2$

```
Matrix([  
[0, 1, 0],  
[1, 0, 0],  
[0, 0, -1]])
```

Matrice de changement de base pour  $\alpha = -\pi/4$

```
Matrix([  
[1/2, 1/2, -1],  
[1/2, 1/2, 1],  
[1/2, -1/2, 0]])
```

c1\_inf

Matrix([[0.699526221972042], [0.0470259874284642], [-0.0234543578196829]])

c1\_sup

Matrix([[0.499661587122887], [0.0335899910203316], [-0.0167531127283449]])

c2\_inf

Matrix([[0.0174232372374787], [0.0497567448031844], [0]])

c2\_sup

Matrix([[0.0104539423424872], [0.0298540468819107], [0]])

c3\_inf

Matrix([[0.299796952273732], [0.0201539946121989], [0.0100518676370070]])

c3\_sup

Matrix([[0.0999323174245775], [0.00671799820406632], [0.00335062254566899]])

c4\_inf

Matrix([[0.196396740514388], [0.00348464744749574], [0]])

c4\_sup

Matrix([[0.0999406939809417], [0.0999406939809417], [0.0964560465334459]])

c5\_inf

Matrix([[-0.0999323174245775], [-0.00671799820406632], [-0.00335062254566899]])

c5\_sup

Matrix([[-0.299796952273732], [-0.0201539946121989], [-0.0100518676370070]])

c6\_inf

Matrix([[-0.0104539423424872], [-0.0298540468819107], [0]])

c6\_sup

Matrix([[-0.0174232372374787], [-0.0497567448031844], [0]])

c7\_inf

Matrix([[-0.499661587122887], [-0.0335899910203316], [0.0167531127283449]])

c7\_sup

Matrix([[-0.699526221972042], [-0.0470259874284642], [0.0234543578196829]])



### Calcul des coefficients de chargements:

pour les critères de ruptures suivants:  $\sigma_{1rt} = 1100$   $\sigma_{1rc} = -250$   $\sigma_{2rt} = 35$   $\sigma_{2rc} = -120$   $\sigma_6 = 50$

pour c1\_inf

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG1 = 1572.4929$

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG2 = 744.2693$

Critère de contrainte maximale  $FSIG6 = -2131.8000$

$F11 = 4.0e-7$

$F22 = 1.81e-6$

$F12 = 3.e-8$

$F66 = 2.2e-7$

'Critère de contrainte Tsai hill 637.9788'

pour c1\_sup

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG1 = 2201.4900$

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG2 = 1041.9771$

Critère de contrainte maximale  $FSIG6 = -2984.5200$

$F11 = 2.1e-7$

$F22 = 9.2e-7$

$F12 = 1.e-8$

$F66 = 1.1e-7$

'Critère de contrainte Tsai hill 893.1703'

pour c2\_inf

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG1 = 63134.0769$

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG2 = 703.4222$

Critère de contrainte maximale  $FSIG6 = \text{zoo}$

$F11 = 0.0$

$F22 = 2.02e-6$

$F12 = 0.0$

$F66 = 0$

'Critère de contrainte Tsai hill 703.2539'

pour c2\_sup

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG1 = 105223.4615$

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG2 = 1172.3704$

Critère de contrainte maximale  $FSIG6 = \text{zoo}$

$F11 = 0.0$

$F22 = 7.3e-7$

$F12 = 0.0$

$F66 = 0$

'Critère de contrainte Tsai hill 1172.0899'

pour c3\_inf

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG1 = 3669.1500

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG2 = 1736.6284

Critère de contrainte maximale FSIG6 = 4974.2000

F11 = 7.e-8

F22 = 3.3e-7

F12 = 0.0

F66 = 4.e-8

'Critère de contrainte Tsai hill 1488.6172'

pour c3\_sup

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG1 = 11007.4501

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG2 = 5209.8853

Critère de contrainte maximale FSIG6 = 14922.6000

F11 = 1.e-8

F22 = 4.e-8

F12 = 0.0

F66 = 0.0

'Critère de contrainte Tsai hill 4465.8516'

pour c4\_inf

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG1 = 5600.9076

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG2 = 10044.0577

Critère de contrainte maximale FSIG6 = zoo

F11 = 3.e-8

F22 = 1.e-8

F12 = 0.0

F66 = 0

'Critère de contrainte Tsai hill 4858.9808'

pour c4\_sup

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG1 = 11006.5275

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG2 = 350.2077

Critère de contrainte maximale FSIG6 = 518.3708

F11 = 1.e-8

F22 = 8.15e-6

F12 = 1.e-8

F66 = 3.72e-6

'Critère de contrainte Tsai hill 289.9879'

pour c5\_inf

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG1 = 2501.6932

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG2 = 17862.4638

Critère de contrainte maximale FSIG6 = -14922.6000

F11 = 1.6e-7

F22 = 0.0

F12 = 1.e-8

F66 = 0.0

'Critère de contrainte Tsai hill 2369.2305'

pour c5\_sup

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG1 = 833.8977

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG2 = 5954.1546

Critère de contrainte maximale FSIG6 = -4974.2000

F11 = 1.44e-6

F22 = 3.e-8

F12 = 1.e-7

F66 = 4.e-8

'Critère de contrainte Tsai hill 789.7435'

pour c6\_inf

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG1 = 23914.4231

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG2 = 4019.5556

Critère de contrainte maximale FSIG6 = zoo

F11 = 0.0

F22 = 6.e-8

F12 = 0.0

F66 = 0

'Critère de contrainte Tsai hill 3817.0336'

pour c6\_sup

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG1 = 14348.6538

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG2 = 2411.7333

Critère de contrainte maximale FSIG6 = zoo

F11 = 0.0

F22 = 1.7e-7

F12 = 1.e-8

F66 = 0

'Critère de contrainte Tsai hill 2290.2201'

pour c7\_inf

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG1 = 500.3386

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG2 = 3572.4928

Critère de contrainte maximale FSIG6 = 2984.5200

F11 = 3.99e-6

F22 = 8.e-8

F12 = 2.7e-7

F66 = 1.1e-7

'Critère de contrainte Tsai hill 473.8461'

pour c7\_sup

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG1 = 357.3847

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG2 = 2551.7805

Critère de contrainte maximale FSIG6 = 2131.8000

F11 = 7.83e-6

F22 = 1.5e-7

F12 = 5.3e-7

F66 = 2.2e-7

'Critère de contrainte Tsai hill 338.4615'

# Sollicitation en membrane

L'inverse de la matrice A est :

```
Matrix([
[ 4.49511215353066e-9, -1.50215706619787e-9, 0],
[-1.50215706619787e-9, 3.16360293306655e-9, 0],
[ 0, 0, 7.99946811728475e-9]])
```

On en déduit grâce à la relation  $N = A \cdot \epsilon$  donc  $\epsilon = N \cdot A^{-1}$  la matrice des déformation epsilon \*

```
Matrix([
[ 0.000449511215353065],
[-0.000150215706619787],
[ 0]])
```

**les contraintes des couches dans leurs propres base sont  $C \cdot \epsilon$  en Mpa:**

c1

```
Matrix([[10.7260298869259], [8.32712219903454], [8.32640105295980]])
```

c2

```
Matrix([[2.35764794942805], [-16.6748039591033], [0]])
```

c3

```
Matrix([[10.7260298869259], [8.32712219903454], [-8.32640105295980]])
```

c4

```
Matrix([[52.3837511060707], [0.0427020306128392], [0]])
```

c5

```
Matrix([[10.7260298869259], [8.32712219903454], [-8.32640105295980]])
```

c6

```
Matrix([[2.35764794942805], [-16.6748039591033], [0]])
```

c7

```
Matrix([[10.7260298869259], [8.32712219903454], [8.32640105295980]])
```

## **on ramene les contraintes dans la base d orthotropie avec un changement de base**

Matrice de changement de base pour  $\alpha = \pi/4$

```
Matrix([  
[ 1/2, 1/2, 1],  
[ 1/2, 1/2, -1],  
[-1/2, 1/2, 0]])
```

Matrice de changement de base pour  $\alpha = \pi/2$

```
Matrix([  
[0, 1, 0],  
[1, 0, 0],  
[0, 0, -1]])
```

Matrice de changement de base pour  $\alpha = -\pi/4$

```
Matrix([  
[1/2, 1/2, -1],  
[1/2, 1/2, 1],  
[1/2, -1/2, 0]])
```

Matrice de changement de base pour  $\alpha = 0$

```
Matrix([  
[1, 0, 0],  
[0, 1, 0],  
[0, 0, 1]])
```

Matrice de changement de base pour  $\alpha = -\pi/4$

```
Matrix([  
[1/2, 1/2, -1],  
[1/2, 1/2, 1],  
[1/2, -1/2, 0]])
```

Matrice de changement de base pour  $\alpha = \pi/2$

```
Matrix([  
[0, 1, 0],  
[1, 0, 0],  
[0, 0, -1]])
```

Matrice de changement de base pour  $\alpha = \pi/4$

```
Matrix([  
[ 1/2, 1/2, 1],  
[ 1/2, 1/2, -1],  
[-1/2, 1/2, 0]])
```

c1

Matrix([[17.8529770959400], [1.20017499002044], [-1.19945384394570]])

c2

Matrix([[-16.6748039591033], [2.35764794942805], [0]])

c3

Matrix([[17.8529770959400], [1.20017499002044], [1.19945384394570]])

c4

Matrix([[52.3837511060707], [0.0427020306128392], [0]])

c5

Matrix([[17.8529770959400], [1.20017499002044], [1.19945384394570]])

c6

Matrix([[-16.6748039591033], [2.35764794942805], [0]])

c7

Matrix([[17.8529770959400], [1.20017499002044], [-1.19945384394570]])

## Calcul des coefficients de chargements:

pour les critères de ruptures suivants:  $\sigma_{1rt} = 1100$   $\sigma_{1rc} = -250$   $\sigma_{2rt} = 35$   $\sigma_{2rc} = -120$   $\sigma_6 = 50$

pour c1

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG1 = 61.6144$

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG2 = 29.1624$

Critère de contrainte maximale  $FSIG6 = -41.6856$

$F11 = 0.00026341$

$F22 = 0.00117585$

$F12 = 1.771e-5$

$F66 = 0.00057548$

'Critère de contrainte Tsai hill 22.1815'

pour c2

Critère de contrainte maximale en compression :  $FSIG1 = 14.9927$

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG2 = 14.8453$

Critère de contrainte maximale  $FSIG6 = \text{zoo}$

$F11 = 0.00444879$

$F22 = 0.00453755$

$F12 = -0.00062901$

$F66 = 0$

'Critère de contrainte Tsai hill 10.9387'

pour c3

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG1 = 61.6144$

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG2 = 29.1624$

Critère de contrainte maximale  $FSIG6 = 41.6856$

$F11 = 0.00026341$

$F22 = 0.00117585$

$F12 = 1.771e-5$

$F66 = 0.00057548$

'Critère de contrainte Tsai hill 22.1815'

pour c4

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG1 = 20.9989$

Critère de contrainte maximale en traction :  $FSIG2 = 819.6332$

Critère de contrainte maximale  $FSIG6 = \text{zoo}$

$F11 = 0.00226782$

$F22 = 1.49e-6$

$F12 = 1.85e-6$

$F66 = 0$

'Critère de contrainte Tsai hill 20.9834'



pour c5

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG1 = 61.6144

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG2 = 29.1624

Critère de contrainte maximale FSIG6 = 41.6856

F11 = 0.00026341

F22 = 0.00117585

F12 = 1.771e-5

F66 = 0.00057548

'Critère de contrainte Tsai hill 22.1815'

pour c6

Critère de contrainte maximale en compression : FSIG1 = 14.9927

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG2 = 14.8453

Critère de contrainte maximale FSIG6 = zoo

F11 = 0.00444879

F22 = 0.00453755

F12 = -0.00062901

F66 = 0

'Critère de contrainte Tsai hill 10.9387'

pour c7

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG1 = 61.6144

Critère de contrainte maximale en traction : FSIG2 = 29.1624

Critère de contrainte maximale FSIG6 = -41.6856

F11 = 0.00026341

F22 = 0.00117585

F12 = 1.771e-5

F66 = 0.00057548

'Critère de contrainte Tsai hill 22.1815'