Méthodes

Savoir-faire 1 Calculer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par une formule

Énoncé **Calculer l'image des nombres $-\frac{3}{4}$ et $\sqrt{3}$ par la fonction $f : x \mapsto 4x^2 + 1$.**

Solution

La fonction f est définie par $f(x) = 4x^2 + 1$.

- L'image du nombre $-\frac{3}{4}$ est $f\left(-\frac{3}{4}\right)$.

a étant un nombre, l'image de a par la fonction f est le nombre f(a).

$f\left(-\frac{3}{4}\right) = 4 \times \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 1$

$f\left(-\frac{3}{4}\right) = 4 \times \frac{9}{16} + 1$

$f\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{4} + 1$

$f\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{13}{4}$

On calcule $f\left(-\frac{3}{4}\right)$ en remplaçant x par $-\frac{3}{4}$ dans l'expression de $f(x)$.

L'image de $-\frac{3}{4}$ par la fonction f est donc $\frac{13}{4}$.

On conclut.

- L'image du nombre $\sqrt{3}$ est $f(\sqrt{3})$.

$f(\sqrt{3}) = 4 \times (\sqrt{3})^2 + 1$

$f(\sqrt{3}) = 4 \times 3 + 1$

$f(\sqrt{3}) = 13$

On remplace x par $\sqrt{3}$ dans l'expression de $f(x)$.

L'image de $\sqrt{3}$ par la fonction f est donc 13.

On conclut.

Savoir-faire 2 Calculer un antécédent d'un nombre par une fonction déterminée par une formule

Énoncé 1 **Calculer l'antécédent du nombre 7 par la fonction $f : x \mapsto -2x + 3$.**

Solution

La fonction f est définie par $f(x) = -2x + 3$.
On résout l'équation $f(x) = 7$,
soit $-2x + 3 = 7$:

$-2x + 3 = 7$

$-2x = 4$

$x = -2$

Chercher l'antécédent de 7 par la fonction f revient à chercher x tel que $f(x) = 7$. On doit donc résoudre l'équation $f(x) = 7$.

L'antécédent du nombre 7 par la fonction f est le nombre -2.

On conclut.

Énoncé 2 **Calculer les antécédents du nombre 14 par la fonction $g : x \mapsto x^2 + 5$.**

Solution

La fonction g est définie par $g(x) = x^2 + 5$.
On résout l'équation $x^2 + 5 = 14$:
$x^2 + 5 = 14$
$x^2 - 9 = 0$
$(x + 3)(x - 3) = 0$

Dire qu'un produit de deux facteurs est nul revient à dire que l'un au moins des facteurs est nul.
Donc on a : $x + 3 = 0$ ou $x - 3 = 0$ et par conséquent $x = -3$ ou $x = 3$.
Les solutions de l'équation $(x + 3)(x - 3) = 0$ sont les nombres -3 et 3.

Chercher les antécédents de 14 par g revient à chercher x tel que $g(x) = 14$. On doit donc résoudre l'équation $g(x) = 14$.

Le nombre 14 a donc 2 antécédents par la fonction g : les nombres 3 et -3.

On conclut.

Savoir-faire 3 Tracer la courbe représentative d'une fonction déterminée par une formule

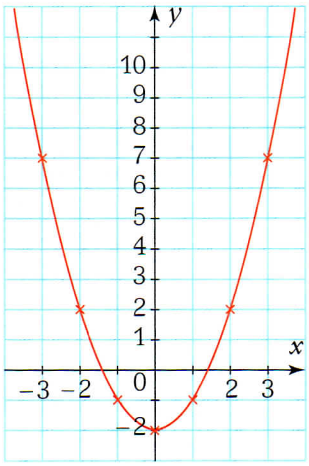
Énoncé **Tracer à main levée la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto x^2 - 2$.**

Solution

Le tableau donne quelques valeurs de $f(x)$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = f(x)$	7	2	-1	-2	-1	2	7

On calcule les images de quelques valeurs de x ; par exemple :
$f(-3) = (-3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$.
On peut reporter les résultats dans un tableau.



On trace un repère, et on place les points de coordonnées $(x ; y)$, avec $y = f(x)$, calculées précédemment.

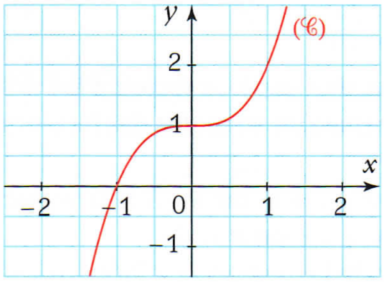
On relie à main levée les points obtenus par une courbe régulière.

On admet que le tracé effectué est la courbe représentative de la fonction f.

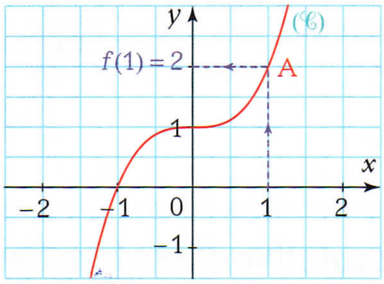
Méthodes

Savoir-faire 4 Déterminer graphiquement l'image ou les antécédents d'un nombre par une fonction

Énoncé 1 **Déterminer graphiquement l'image du nombre 1 par la fonction f dont la courbe représentative ($\mathscr{C}$) est tracée dans le repère ci-dessous.**



Solution



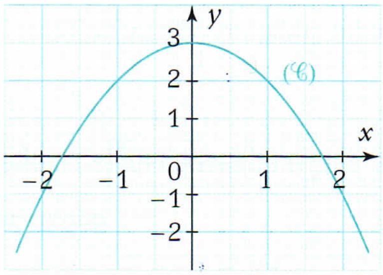
On repère le point sur l'axe des abscisses ayant pour abscisse 1, puis on trace la parallèle à l'axe des ordonnées passant par ce point.

La droite tracée rencontre ($\mathscr{C}$) en un point A. La parallèle à l'axe des abscisses passant par A coupe l'axe des ordonnées en 2.

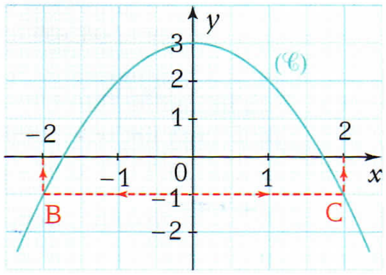
La lecture graphique montre que l'image du nombre 1 par la fonction f est le nombre 2.

On a donc : $f(1) = 2$.

Énoncé 2 **Déterminer graphiquement les antécédents du nombre -1 par la fonction g dont la courbe représentative ($\mathscr{C}$) est tracée dans le repère ci-dessous.**



Solution



On repère le point sur l'axe des ordonnées ayant pour ordonnée -1, puis on trace la parallèle à l'axe des abscisses passant par ce point.

La droite tracée rencontre ($\mathscr{C}$) en deux points B et C.

Les parallèles à l'axe des ordonnées passant par les points B et C coupent l'axe des abscisses en -2 et 2.

La lecture graphique montre que les antécédents par g du nombre -1 sont les nombres -2 et 2.