Plan du cours

Mes objectifs :

↪ Je dois savoir calculer le volume d'un parallélépipède rectangle, d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution, d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide d'une formule.

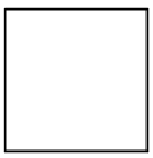
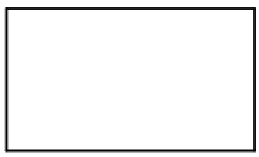
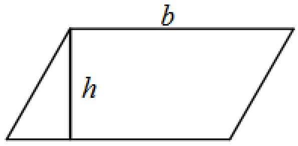
↪ Je dois savoir calculer l'aire d'une sphère de rayon donné.

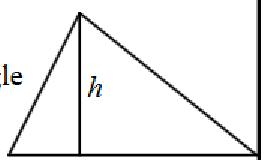
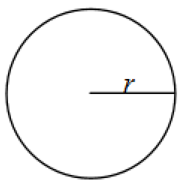
↪ Je dois savoir calculer le volume d'une boule de rayon donné.

I. Aires

Les différentes formules de calculs d'aires :

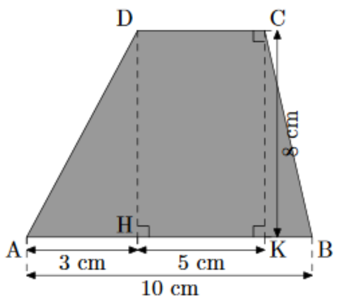
Dans chaque cas, $\mathcal{A}$ désigne l'aire de la figure

Carré	**Rectangle**	**Parallélogramme**
 c : côté du carré $\mathcal{A} = c \times c$	 l : largeur et L : longueur $\mathcal{A} = l \times L$	 b : longueur d'un côté h : hauteur associée $\mathcal{A} = b \times h$

Triangle	**Disque**
b : longueur d'un côté du triangle h : hauteur associée $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$ 	r : rayon du disque $\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi r^2$ π désigne un nombre. $\pi \approx 3{,}141592$ 

Exercice d'application 1

1. Détermine l'aire des deux surfaces grisées (Les figures ne sont pas en vraie grandeur).



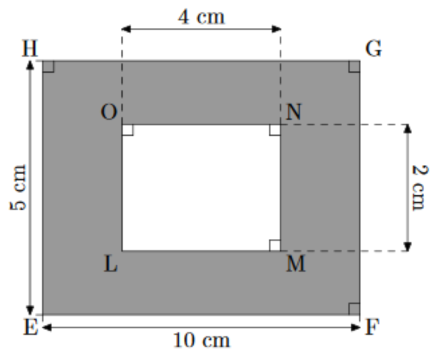


Figure 1 : On va découper cette figure en 3 figures usuelles : 2 triangles et un rectangle.

$A_{DAH} = \frac{b \times h}{2}$

$A_{DAH} = \frac{3 \times 8}{2}$

$A_{DAH} = \frac{24}{2}$

$A_{DAH} = 12cm^2$

$A_{CKB} = \frac{b \times h}{2}$

BK = 10 - 8 = 2 cm

$A_{CKB} = \frac{2 \times 8}{2}$

$A_{CKB} = \frac{16}{2}$

$A_{CKB} = 8cm^2$

$A_{DCKH} = L \times l$

$A_{DCKH} = 5 \times 8$

$A_{DCKH} = 40cm^2$

On va maintenant additionner toutes les aires :

$A_{total} = A_{DAH} + A_{CKB} + A_{DCKH} = 12 + 8 + 40 = 60cm^2$

Figure 2 : On va calculer l'aire du grand rectangle HGFE et soustraire ensuite l'aire du petit rectangle ONML.

$A_{HGFE} = L \times l$

$A_{HGFE} = 10 \times 5$

$A_{HGFE} = 50cm^2$

$A_{ONML} = L \times l$

$A_{ONML} = 4 \times 2$

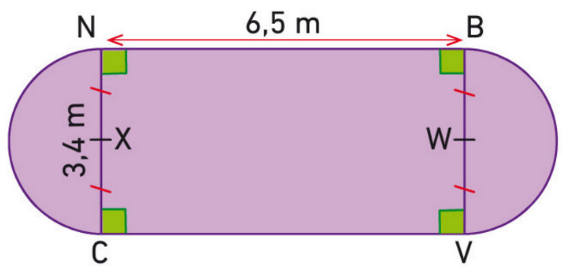
$A_{ONML} = 8cm^2$

$A_{total} = A_{HGFE} - A_{ONML}$

$A_{total} = 50 - 8$

$A_{total} = 42cm^2$

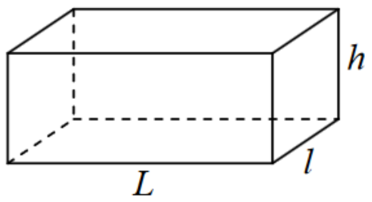
2. Calculer l'aire violette.



II. Volumes de solide

1. Le pavé droit et le cube

Le pavé droit :

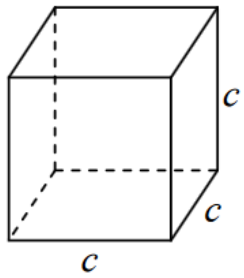


L : Longueur
l : largeur
h : hauteur

$V = L \times l \times h$

Un pavé droit particulier, le cube :

c : côté du cube
$V = c \times c \times c = c^3$



Exercice d'application 2

1. Quel est le volume d'un pavé de droit de longueur 1 dm, de largeur 5 cm et de hauteur 30 mm ?

On commence par convertir les longueurs dans une même unité. 1 dm = 10 cm et 30 mm = 3 cm.

J'applique la formule : $V = L \times l \times h$
$V = 10 \times 5 \times 3$
$V = 150cm^3$

2. Quel est le volume d'un cube de côté 3 m ?

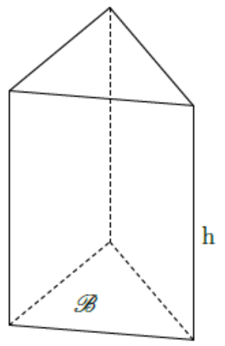
J'applique la formule : $V = c^3$
$V = 3^3$
$V = 27m^3$

2. Le prisme droit

Dfinition

Un prisme droit est un solide dont :
- Deux faces sont des polygones superposables et parallèles ; on les appelle **les bases** ;
- Les autres faces sont des rectangles ; on les appelle **les faces latérales**.

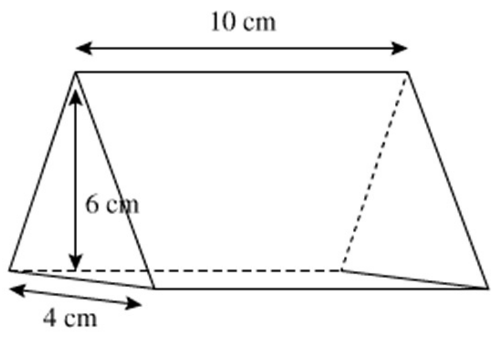
Exemple : Un prisme droit à base triangulaire.



Proprit

Le volume d'un prisme droit est le produit de l'aire de sa base par sa hauteur : $\mathscr{V} = \mathscr{B} \times h$

Exercice d'application 3



Calculer le volume du prisme ci-contre.

On commence par calculer l'aire de la base (ici un triangle).

$A_{triangle} = \dfrac{b \times h}{2}$

$A_{triangle} = \dfrac{4 \times 6}{2}$

$A_{triangle} = 12cm^2$

J'applique la formule : $V = \mathscr{B} \times h$

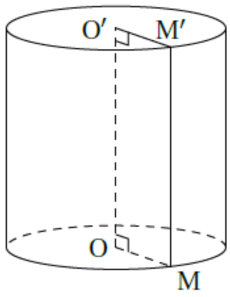
$V = 12 \times 10$

$\boxed{V = 120cm^3}$

3. Le cylindre

Dfinition

Un cylindre de révolution est un solide qui possède :
- **deux bases** sont deux disques superposables et parallèles,
- **une face latérale** qui s'enroule autour des bases et qui est perpendiculaire aux bases.



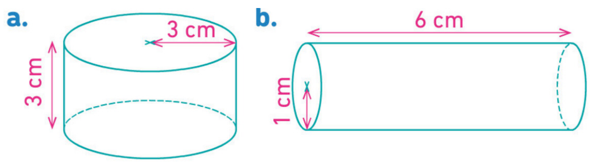
$$R = OM$$

$$h = OO'$$

Proprit

Le volume du cylindre est le produit de l'aire de sa base par sa hauteur :$\mathscr{V} = \mathscr{B} \times h = \pi r^2 \times h$

Exercice d'application 4



(a) Calculer le volume du cylindre ci-contre.

On commence par calculer l'aire de la base (ici un disque de rayon 3cm).

$A_{disque} = \pi \times r^2$

$A_{disque} \approx 3,14 \times 3^2$

$A_{disque} \approx 3,14 \times 9$

$A_{disque} \approx 28,26 cm^2$

J'applique la formule : $V = \mathscr{B} \times h$

$V = 28,26 \times 3$

$\boxed{V = 84,78 cm^3}$

(b) Calculer le volume du cylindre ci-dessus.

On commence par calculer l'aire de la base (ici un disque de rayon 1cm).

$A_{disque} = \pi \times r^2$

$A_{disque} \approx 3,14 \times 1^2$

$A_{disque} \approx 3,14 \times 1$

$A_{disque} \approx 3,14 cm^2$

J'applique la formule : $V = \mathscr{B} \times h$

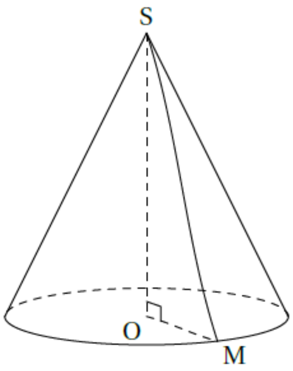
$V = 3,14 \times 6$

$\boxed{V = 18,84 cm^3}$

4. Le cône de révolution

Dfinition

Un cône de révolution est un solide formé :
- d'un disque appelé **base** ;
- d'une surface courbe appelé **face latérale** ;
- d'un point appelé **sommet du cône**.

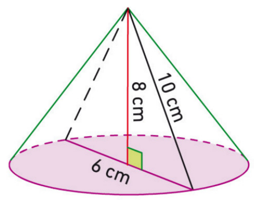


Proprit

Le volume d'un cône de révolution est le tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur :

$$\mathscr{V} = \frac{\mathscr{B} \times h}{3} = \frac{\pi r^2 \times h}{3}$$

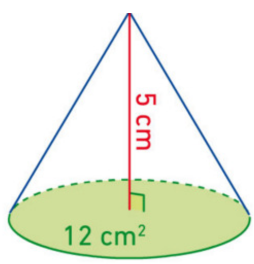
Exercice d'application 5



(a) Calculer le volume du cône de révolution ci-contre.
On commence par calculer l'aire de la base (ici un disque de diamètre 6cm, donc de rayon 3cm).
$A_{disque} = \pi \times r^2$
$A_{disque} \approx 3,14 \times 3^2$
$A_{disque} \approx 3,14 \times 9$

$A_{disque} \approx 28,26 cm^2$

J'applique la formule : $V = \frac{\mathscr{B} \times h}{3}$
$V = \frac{28,26 \times 8}{3}$
$\boxed{V = 75,36 cm^3}$



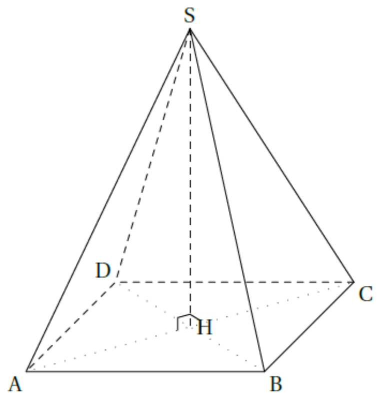
(b) Calculer le volume du cône de révolution ci-contre.
On connait déjà l'aire la base, ici $12 cm^2$.

J'applique la formule : $V = \frac{\mathscr{B} \times h}{3}$
$V = \frac{12 \times 5}{3}$
$\boxed{V = 20 cm^3}$

5. La pyramide

Dfinition

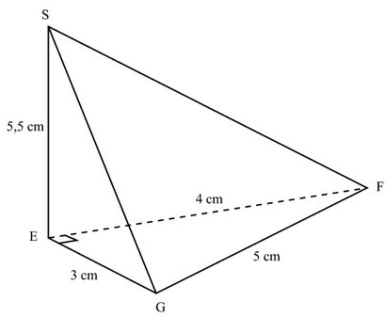
Une pyramide est un solide dont :
- toutes les faces latérales sont des triangles ayant un sommet commun appelé **sommet de la pyramide** ,
- l'autre face est un polygone quelconque appelé **base de la pyramide**.



Proprit

Le volume d'une pyramide est le tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur : $\mathscr{V} = \dfrac{\mathscr{B} \times h}{3}$

Exercice d'application 6



(a) Calculer le volume de la pyramide ci-contre.
On commence par calculer l'aire de la base (ici le triangle EFG).

$A_{triangle} = \dfrac{b \times h}{2}$

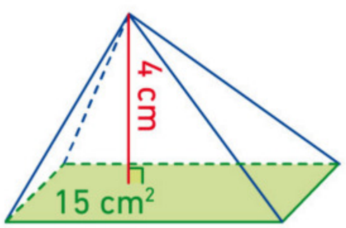
$A_{triangle} = \dfrac{3 \times 4}{2}$

$A_{triangle} = 6cm^2$

J'applique la formule : $V = \dfrac{\mathscr{B} \times h}{3}$

$V = \dfrac{6 \times 5,5}{3}$

$\boxed{V = 11cm^3}$



(b) Calculer le volume de la pyramide ci-contre.
On connait déjà l'aire de la base (ici 15 cm^2).

J'applique la formule : $V = \dfrac{\mathscr{B} \times h}{3}$

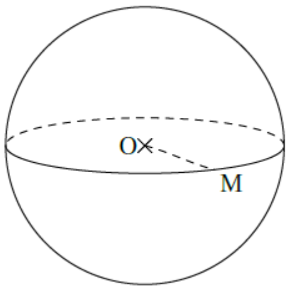
$V = \dfrac{15 \times 4}{3}$

$\boxed{V = 20cm^3}$

6. Une boule

Dfinition

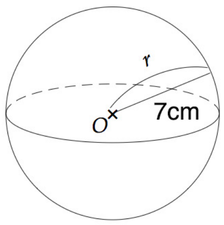
La boule de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace dont la distance à O est inférieure ou égale à R.



Proprit

Le volume d'une boule de rayon R est : $\mathscr{V} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

Exercice d'application 7



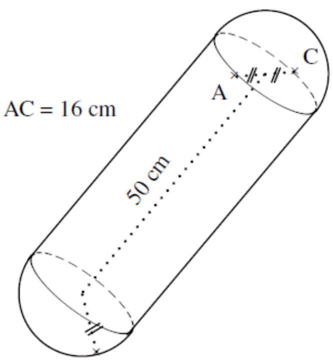
(a) Calculer le volume de la boule ci-contre.

On connait le rayon de la boule qui est 7 cm.

J'applique la formule : $\mathscr{V} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

$\mathscr{V} = \dfrac{4}{3}\pi \times 7^3$

$\boxed{\mathscr{V} = 1436,76 cm^3}$



(b) Calculer le volume de la figure ci-contre.

Nous allons calculer le volume d'une boule de rayon 8 cm et le volume d'un cylindre.

Volume de la boule :

J'applique la formule : $\mathscr{V} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

$\mathscr{V} = \dfrac{4}{3}\pi \times 8^3$

$\boxed{\mathscr{V} = 2144,7 cm^3}$

Volume du cylindre :$A_{disque} = \pi \times r^2$

$A_{disque} \approx 3,14 \times 8^2$

$A_{disque} \approx 3,14 \times 64$

$A_{disque} \approx 201 cm^2$

J'applique la formule : $Vc = \mathscr{B} \times h$

$Vc = 201 \times 50$

$\boxed{Vc = 10050 cm^3}$

Volume total :$Vc + Vb = 2144,7 + 10050 = 12194,7 cm^3$