



## Exercice corrigé

■ Soit la fonction  $f: x \mapsto x^2 - 4$ .  
Détermine l'image de  $-5$  par la fonction  $f$ .

## Correction

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 4 \\ f(-5) &= (-5)^2 - 4 \\ f(-5) &= 25 - 4 \\ f(-5) &= 21 \end{aligned}$$

■ Soit la fonction  $g$  affine telle que  $g(x) = 5x - 1$ . Calcule l'antécédent de 14 par la fonction  $g$ .

## Correction

L'antécédent de 14 par  $g$  est solution de l'équation :  $g(x) = 14$  soit  $5x - 1 = 14$  et  $5x = 15$  donc  $x = 3$ . L'antécédent de 14 par  $g$  est donc 3.

**1** Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot « image ».

a.  $f(4) = 32$  | b.  $h(12) = -4$

a. L'image de 4 par la fonction  $f$  est 32.

b. L'image de 12 par la fonction  $h$  est -4.

**2** Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot « antécédent ».

a.  $g(0) = -2,9$  | b.  $k(-4) = 1$

a. Un antécédent de -2,9 par la fonction  $g$  est 0.

b. Un antécédent de 1 par la fonction  $k$  est -4.

**3** Traduis chaque phrase par une égalité.

- 4 a pour image 5 par la fonction  $f$ .
- 3 a pour image 0 par la fonction  $g$ .
- L'image de 17,2 par la fonction  $h$  est -17.
- L'image de -31,8 par la fonction  $k$  est -3.
- 4 a pour antécédent 5 par la fonction  $f$ .
- 3 a pour antécédent 0 par la fonction  $g$ .
- Un antécédent de 7,2 par la fonction  $h$  est -1.
- Un antécédent de -5 par la fonction  $k$  est -8.

a. $f(4) = 5$	e. $f(5) = 4$
b. $g(-3) = 0$	f. $g(0) = -3$
c. $h(17,2) = -17$	g. $h(-1) = 7,2$
d. $k(-31,8) = -3$	h. $k(-8) = -5$

**4** Soit une fonction  $f$  telle que  $f(-5) = 10,5$ .

Traduis cette égalité par deux phrases :

- l'une contenant le mot « image » ;
- l'autre contenant le mot « antécédent ».

a. L'image de -5 par la fonction  $f$  est 10,5.

b. Un antécédent de 10,5 par la fonction  $f$  est -5.

**5** On considère une fonction  $h$  qui a tout nombre associe la moitié de ce nombre.

a. Quel est l'image de 16 ? 8.

b. Quel est l'image de 9 ? 4,5.

c. Calcule  $h(12)$ .

$h(12) = 6$ .

d. Complète :  $h(8) = 16$ .

e. Exprime  $h(x)$  :  $h(x) = \frac{x}{2}$

**6** Soit la fonction  $k$  qui a tout nombre associe son inverse.

a. Quel est l'image de 3 ?  $\frac{1}{3}$

b. Détermine le nombre qui a pour image -5.  $-\frac{1}{5}$

c. Quel nombre a pour antécédent -8,25 ?

$\frac{-1}{8,25} = \frac{-4}{33}$

d. Complète :  $k(\frac{1}{16}) = 16$  et  $k(\frac{3}{2}) = \frac{3}{2}$ .

e. Exprime  $k(x)$  :  $k(x) = \frac{1}{x}$

**7** On considère la fonction  $f$  qui a tout nombre associe son carré. Calcule.

a.  $f(2) = 2^2 = 4$  | c.  $f(1,2) = 1,2^2 = 1,44$

b.  $f(-3) = (-3)^2 = 9$  | d.  $f(-3,6) = 12,96$

e. Donne un antécédent de 4 par  $f$  : 2

f. Donne un antécédent de 5 par  $f$  :  $\sqrt{5}$

**8** Soit la fonction  $k$  qui, à tout nombre  $x$ , associe le nombre  $6x^2 - 7x - 3$ . Calcule.

a.  $k(0) = 6 \times 0^2 - 7 \times 0 - 3 = -3$

b.  $k(-1) = 6 \times (-1)^2 - 7 \times (-1) - 3 = 10$

c.  $k\left(\frac{3}{2}\right) = 6 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 7 \times \frac{3}{2} - 3$   
 $= \frac{27}{2} - \frac{21}{2} - 3 = \frac{6}{2} - 3$   
 $= 3 - 3 = 0$

d.  $k\left(-\frac{1}{3}\right) = 6 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 7 \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 3$   
 $= \frac{6}{9} + \frac{7}{3} - 3 = \frac{2}{3} + \frac{7}{3} - 3$   
 $= 3 - 3 = 0$

e. Déduis-en des antécédents de 0.  $\frac{3}{2}$  et  $\frac{2}{3}$

**9** On considère la fonction  $f$  définie par :

$$f: x \mapsto \frac{x+2}{x-1}.$$

a. Pour quelle valeur de  $x$  cette fonction n'est-elle pas définie ? Justifie.

Cette fonction n'est pas définie pour  $x = 1$  car dans ce cas, le dénominateur serait nul.

b. Calcule.

• $f(-2) = 0$	• $f(0) = -2$
• $f(-1) = -0,5$	• $f(2) = 4$
• $f(-0,5) = -1$	• $f(4) = 2$

c. Déduis-en un antécédent par  $f$  du nombre :

• $-2$ :	$0$	• $0$ :	$-2$
• $-1$ :	$-0,5$	• $2$ :	$4$
• $-0,5$ :	$-1$	• $4$ :	$2$

**10** On considère la fonction  $E$  qui à un nombre  $x$  associe sa partie entière  $n$  telle que  $n \leq x < n+1$ .

a. Calcule les images des nombres

• 2,58    • -5,805    • 485,542    • 0    • -23

$E(2,58) = 2$      $E(-5,805) = -6$

$E(485,542) = 485$      $E(-23) = -23$

b. Quels sont les antécédents de 3 ?

Tous les nombres  $x$  tels que  $3 \leq x < 4$ .

**11** On considère la fonction  $g: x \mapsto 9x$ . Calcule.

a.  $g(5)$  et  $g(-5)$

$g(5) = 45$

$g(-5) = -45$

b. L'image de 5,2.

$g(5,2) = 46,8$

c. L'image de  $-\frac{1}{3}$ .

$g\left(-\frac{1}{3}\right) = -3$

d. L'antécédent de 27.

3 car  $g(3) = 27$

e. L'antécédent de -4,5.

$9x = -4,5$

$x = -4,5 \div 9$

$x = -0,5$

**12** Soit la fonction  $h: x \mapsto -\frac{2}{3}x$ . Calcule.

a. L'image de 7.  $-\frac{2}{3} \times 7 = -\frac{14}{3}$

b.  $h\left(-\frac{5}{2}\right)$

$-\frac{2}{3} \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{5}{3}$

c. L'antécédent de 1.

$-\frac{2}{3} \times x = 1$  donc  $x = -\frac{3}{2}$

d. Le nombre qui a pour image  $\frac{3}{4}$ .

$-\frac{2}{3} \times x = \frac{3}{4}$  donc  $x = -\frac{3}{2} \times \frac{3}{4}$   
 donc  $x = -\frac{9}{8}$

**13** On considère la fonction  $f: x \mapsto -3x + 7$ .

a. Calcule  $f(8)$ .

$f(8) = -3 \times 8 + 7 = -17$

b. Calcule l'image de 0.

$f(0) = -3 \times 0 + 7 = 7$

c. Calcule l'antécédent de 2.

$-3x + 7 = 2$  donc  $-3x = 2 - 7 = -5$   
 donc  $x = \frac{5}{3}$ .

d. Calcule le nombre qui a pour image 10.

$-3x + 7 = 10$  donc  $-3x = 10 - 7 = 3$   
 donc  $x = -1$ .

**14** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = -2x^2 + 8$ .

■ Détermine les images de

a. 3   b. -8   c. 2,5   d. -0,1   e.  $\frac{4}{5}$    f.  $\sqrt{5}$

a.  $f(3) = -2 \times 3^2 + 8 = -18 + 8 = -10$

b.  $f(-8) = -2 \times (-8)^2 + 8 = -128 + 8 = -120$

c.  $f(2,5) = -2 \times 2,5^2 + 8 = -12,5 + 8 = -4,5$

d.  $f(-0,1) = -2 \times (-0,1)^2 + 8 = -0,02 + 8$

$f(-0,1) = 7,98$

e.  $f\left(\frac{4}{5}\right) = -2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 + 8 = -\frac{32}{25} + \frac{200}{25}$

$f\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{168}{25}$

f.  $f(\sqrt{5}) = -2 \times \sqrt{5}^2 + 8 = -10 + 8$

$f(\sqrt{5}) = -2$

■ Quelles sont les assertions vraies ? Justifie chaque réponse par un calcul.

g.  $f(-1) = 10$       i.  $f: 9 \mapsto -154$

h.  $f(0) = 6$       j.  $f(5) = -42$

g. faux :  $f(-1) = -2 \times (-1)^2 + 8 = -2 + 8 = 6$

h. faux :  $f(0) = -2 \times (0)^2 + 8 = 0 + 8 = 8$

i. vrai :  $f(9) = -2 \times 9^2 + 8 = -162 + 8 = -154$

j. vrai :  $f(5) = -2 \times 5^2 + 8 = -50 + 8 = -42$

k. Détermine le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 0 par  $f$ .

On résout  $f(x) = 0$  c'est à dire  $-2x^2 + 8 = 0$

donc  $-2x^2 = -8$  donc  $x^2 = -8/-2$  donc  $x^2 = 4$

d'où  $x = -2$  ou  $x = 2$ .

l. Détermine le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 8 par  $f$ .

On résout  $-2x^2 + 8 = 8$  donc  $-2x^2 = 0$

donc  $x^2 = 0$  donc  $x = 0$

m. Détermine le (ou les) nombre(s) éventuel(s) qui ont pour image 16 par  $f$ .

$-2x^2 + 8 = 16$  donc  $x^2 = -4$ . Il n'y a pas de nombre ayant pour image 16 par  $f$ .

**15** Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = (x-1)^2 - 4$ .

■ Détermine les images de

a. 0      b. 1      c. -1      d.  $\frac{2}{5}$       e.  $-\frac{1}{4}$

a.  $g(0) = (0-1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$

b.  $g(1) = (1-1)^2 - 4 = 0 - 4 = -4$

c.  $g(-1) = (-1-1)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

d.  $f\left(\frac{2}{5}\right) = \left(\frac{2}{5}-1\right)^2 - 4 = -\frac{9}{25} - \frac{100}{25} = -\frac{91}{25}$

e.  $f\left(\frac{-1}{4}\right) = \left(\frac{-1}{4}-1\right)^2 - 4 = \frac{25}{16} - \frac{64}{16} = -\frac{39}{16}$

■ Calcul d'antécédents

f. Justifie que 2 a un antécédent par la fonction  $g$ .

$g(x) = (x-1)^2 - 4 = 2$  si  $(x-1)^2 = 6$

Cette équation a au moins une solution donc

2 a un antécédent par la fonction  $g$ .

g. Déterminer les antécédents de 0 par  $g$ .

$g(x) = (x-1)^2 - 4 = 0$  si  $(x-1)^2 = 4$

donc  $x-1 = 0$  donc  $x = 1$  est l'antécédent unique de 0 par  $g$ .

**16** Soit  $h$  la fonction définie par

$h(x) = (3x-2)^2 - 16$ .

a. Détermine les images de 0 ; -1 et 3 par  $h$ .

$h(0) = (3 \times 0 - 2)^2 - 16 = 4 - 16 = -12$

$h(-1) = (3 \times (-1) - 2)^2 - 16 = 25 - 16 = 9$

$h(3) = (3 \times 3 - 2)^2 - 16 = 49 - 16 = 33$

b. Déterminer les antécédents de -16 par  $h$ .

$h(x) = (3x-2)^2 - 16 = -16$  si  $(3x-2)^2 = 0$

donc  $3x-2 = 0$  donc  $3x = 2$

$x = \frac{2}{3}$  est l'antécédent de -16 par  $h$ .

c. -25 a-t-il un ou des antécédents par  $h$ ?

$h(x) = (3x-2)^2 - 16 = -25$  si  $(3x-2)^2 = -9$

C'est impossible donc -25 n'a pas d'antécédent par  $h$ .