2^{nde} Vecteurs - Généralités Cours

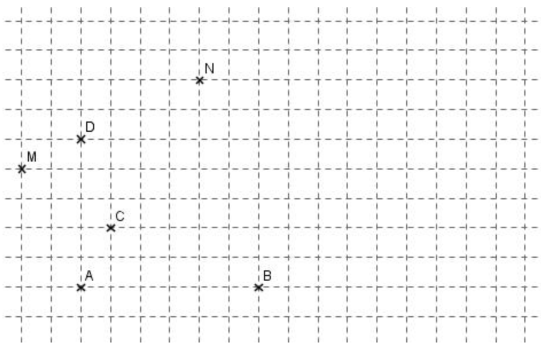
I Translation et vecteur

Définition

On dit que D est l'image de C par la translation qui transforme A en B lorsque le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme (éventuellement aplati)

Exercice 1

Placer les points A', B', C' et D' les images respectives des points A, B, C et D par la translation qui transforme M en N.



Définition :

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :

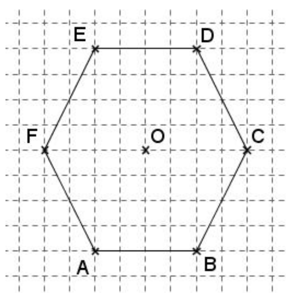
- sa direction : celle de la droite (AB)
- son sens : celui de A vers B
- sa longueur : la longueur AB du segment $[AB]$

Vocabulaire :

- A est **l'origine** du vecteur $\overrightarrow{AB}$
- B est **l'extrémité** du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Exercice 2

1) Tracer les vecteurs $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{DO}$ et $\overrightarrow{BC}$.



2) Compléter :

.... est l'origine du vecteur $\overrightarrow{OC}$ .... est l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{AF}$

O est .... du vecteur $\overrightarrow{AO}$ C est .... du vecteur $\overrightarrow{CB}$

Remarque : La translation qui transforme A en B est appelée la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

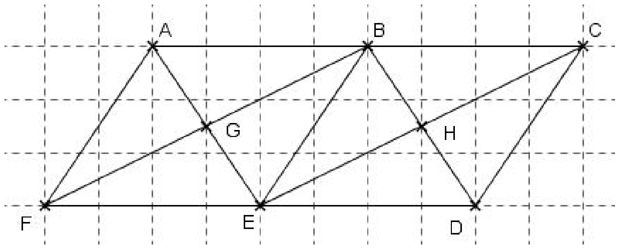
II Egalités de vecteurs

Définition :

On dit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ lorsque les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont
- même direction :(AB) // (CD)
- même sens : on va de A vers B comme on va de C vers D.
- même longueur : $AB = CD$

Exercice 3

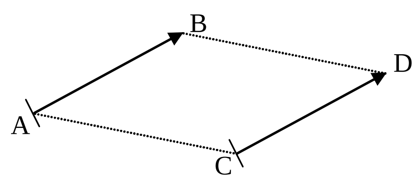
$ABEF$ est un parallélogramme de centre G
$BCDE$ est un parallélogramme de centre H
Avec la figure ci-contre, compléter
le tableau ci-dessous



	Ont même direction	Ont même sens	Ont même longueur	sont égaux
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$				
$\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BH}$				
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{ED}$				
$\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{EC}$				
$\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{HC}$				
$\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{ED}$				

Théorème :

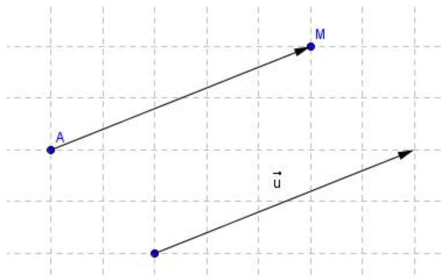
Les quatre propositions suivantes sont équivalentes :
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$
- $ABDC$ est un parallélogramme.
- $[AD]$ et $[BC]$ ont même milieu.



III Représentant d'un vecteur $\vec{u}$

Théorème - **Définition** :

Soit A un point, $\vec{u}$ un vecteur.
Il existe un unique point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$
On dira que $\overrightarrow{AM}$ est un **représentant** de $\vec{u}$ d'origine A

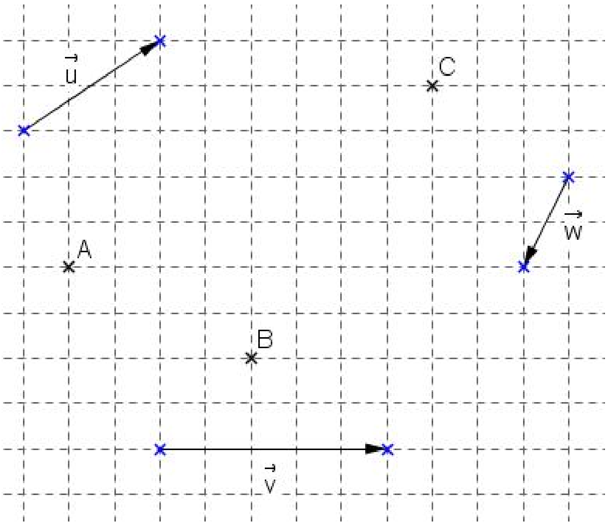


Exercice 4

1)

Sur la figure ci-contre, tracer le représentant :

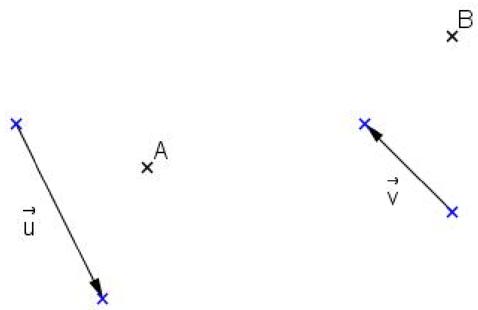
- du vecteur $\vec{u}$ d'origine A
- du vecteur $\vec{v}$ d'origine B
- du vecteur $\vec{w}$ d'origine C



2)

Sur la figure ci-contre, tracer le représentant :

- du vecteur $\vec{u}$ d'origine A
- du vecteur $\vec{v}$ d'origine B



IV Vecteurs particuliers

1) Vecteur nul

$\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB}$

2) Opposé d'un vecteur

Définition :

L'opposé du vecteur $\vec{u}$ est le vecteur qui a :

- la même direction que $\vec{u}$
- le sens opposé à celui de $\vec{u}$
- la même longueur que $\vec{u}$

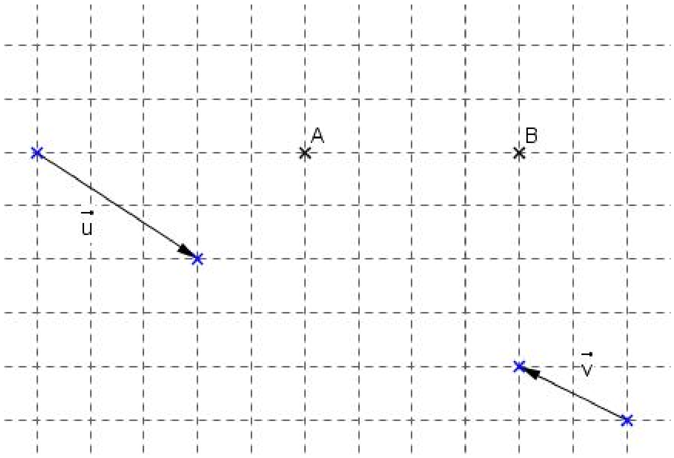
On le note $-\vec{u}$

Remarque : $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

Exercice 5

Sur la figure ci-contre, placer les points

- L tel que $\overrightarrow{AL} = -\vec{u}$
- M tel que $\overrightarrow{BM} = -\vec{v}$



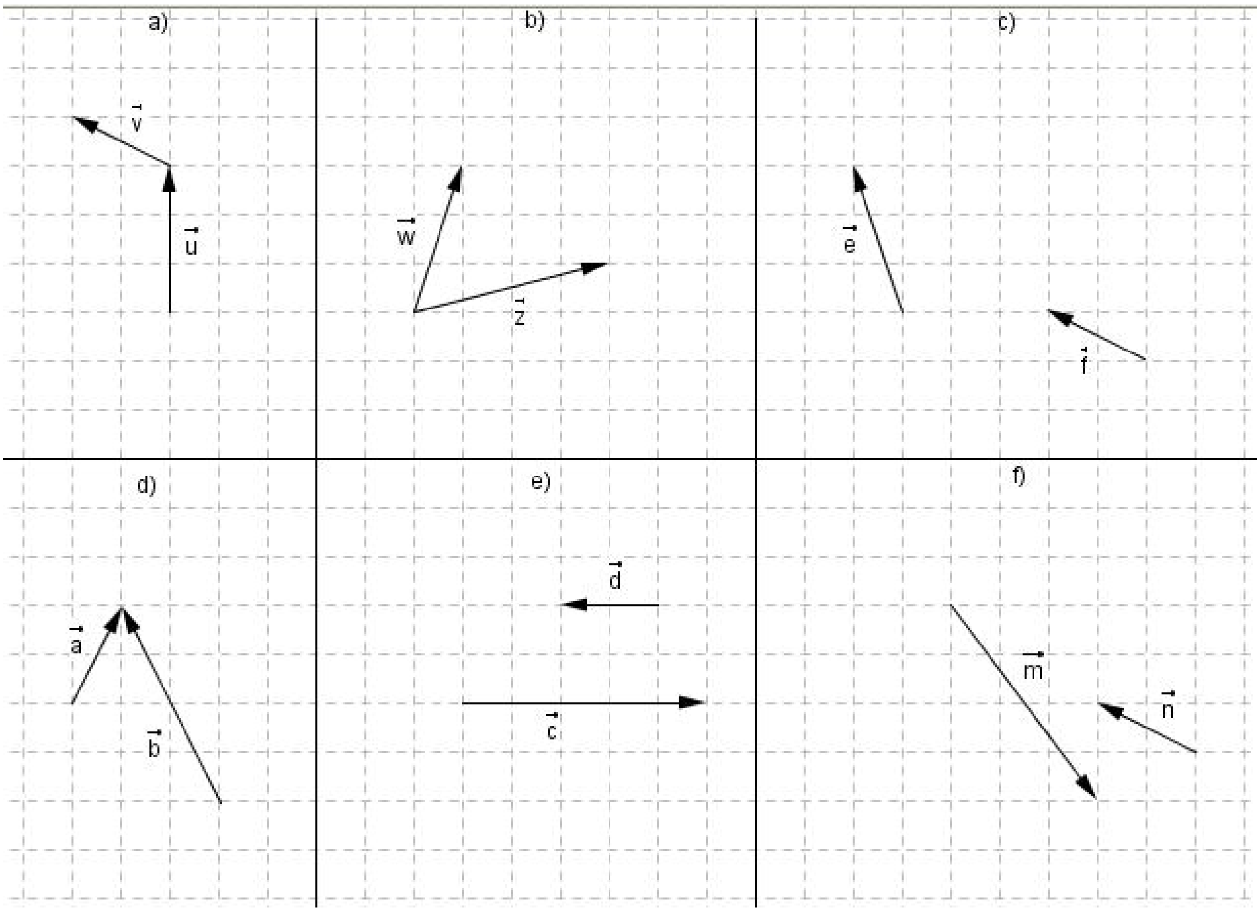
V Somme de vecteurs

Définition :

> La somme de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteur $\vec{u}$ et de vecteur $\vec{v}$. On note ce vecteur $\vec{u} + \vec{v}$

Exercice 6

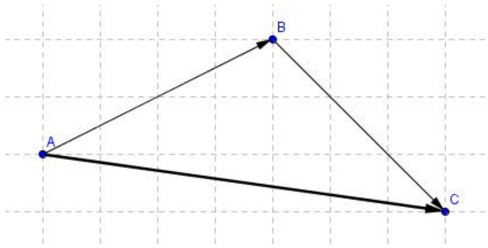
Dessiner à chaque fois, en rouge la somme des deux vecteurs :



Remarque : Effectuer la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ revient à effectuer la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

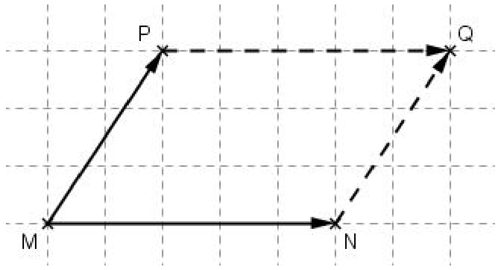
Propriété (Relation de Chasles)

> A, B et C sont des points.
> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

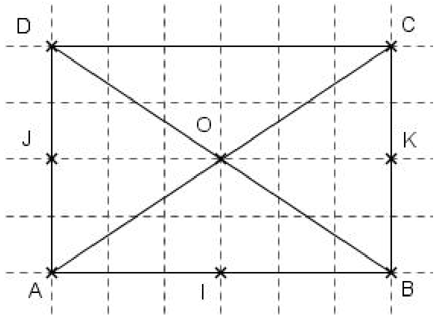


Propriété (Règle du parallélogramme)

> M, N, P et Q sont des points.
> $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MQ}$ équivaut à $MNQP$ est un parallélogramme.



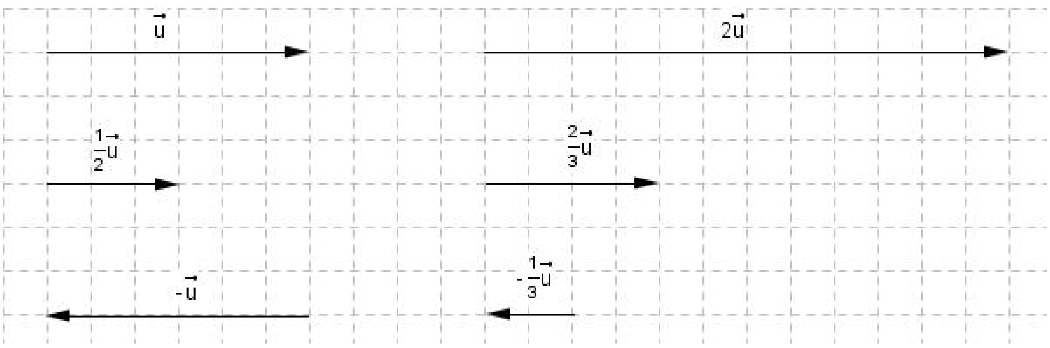
Exercice 7
$ABCD$ est un rectangle de centre O. Les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[AD]$ et $[BC]$.



Compléter les égalités suivantes :
1) En utilisant la relation de Chasles
a) $\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{J\bullet} + \overrightarrow{O\bullet}$ **b**) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{\bullet I} + \overrightarrow{I\bullet}$ **c**) $\overrightarrow{D\bullet} = \overrightarrow{\bullet K} + \overrightarrow{\bullet C}$ **d**) $\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{KC} = \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{\bullet\bullet} = \overrightarrow{\bullet\bullet}$
2) En utilisant la règle du parallélogramme.
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\bullet} = \overrightarrow{AC}$ **b**) $\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{\bullet\bullet}$ **c**) $\overrightarrow{BK} + \overrightarrow{\bullet\bullet} = \overrightarrow{BO}$

VI Multiplication d'un vecteur par un réel

1) Exemples



2) Définition

$\vec{u}$ désigne un vecteur non nul et k un réel non nul.
Le produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k est le vecteur noté $k\vec{u}$ tel que :
• $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont même direction

Lorsque $k > 0$

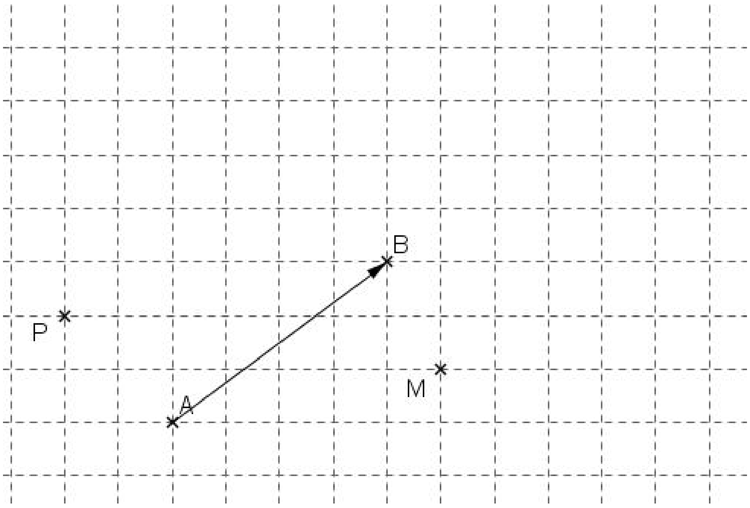
• $k\vec{u}$ a même sens que $\vec{u}$
• la longueur de $k\vec{u}$ est le produit de k par la longueur de $\vec{u}$

Lorsque $k < 0$

• $k\vec{u}$ est de sens opposé à celui $\vec{u}$
• la longueur de $k\vec{u}$ est le produit $-k$ par la longueur de $\vec{u}$

Remarque : Si $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$ alors $k\vec{u} = \vec{0}$

Exercice 8
Soient A et B deux points distincts. Tracer les points N et Q tels que $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{PQ} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$



3) Colinéarité de deux vecteurs

Définition :

On dit que deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires lorsqu'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$
Autrement dit, deux vecteurs non nuls sont colinéaires lorsqu'ils ont la même direction.

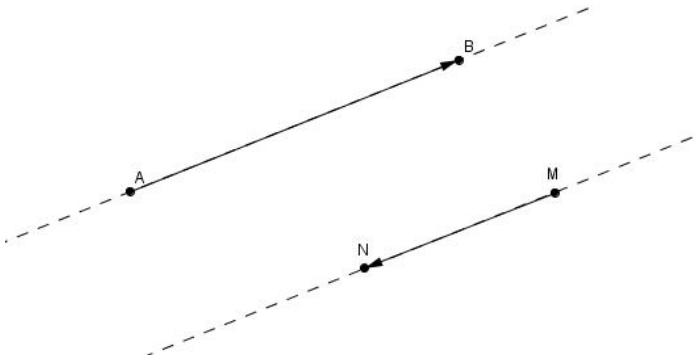
Remarque : Par convention, on dit que le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Exercice 9
Démontrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ suivants sont colinéaires :
a) $2\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$ **b**) $4\vec{u} = 5\vec{v}$ **c**) $-3\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} = \vec{0}$
a) ....
....
b) ....
....
c) ....
....

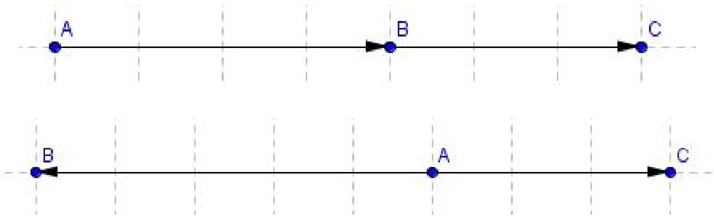
4) Parallélisme et alignement

Théorème :

▸ Deux droites (AB) et (MN) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires.



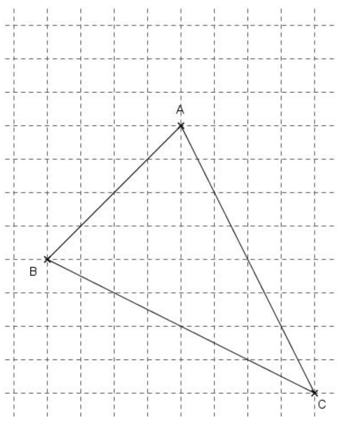
▸ Trois points distincts A, B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.



Exercice 10

ABC est un triangle.D et E sont deux points définis par $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE} = \frac{5}{4}\overrightarrow{CA}$.

1) Placer les points D et E sur la figure ci-dessous.



2) Exprimer le vecteurs $\overrightarrow{BC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

....

....

....

....

3) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{DE}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

....

....

....

....

4) En déduire que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

....

....

....

....