Plan du cours

Chapitre 3 : Prisme droit et cylindre de révolution

Mes objectifs :

↪ Je dois savoir analyser et étudier les sections de certains solides par un plan,

↪ Je dois savoir construire en vraie grandeur les sections de certains solides par un plan,

↪ Je dois savoir utiliser, produire et mettre en relation des situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, coordonnées dans l'espace, différents théorèmes).

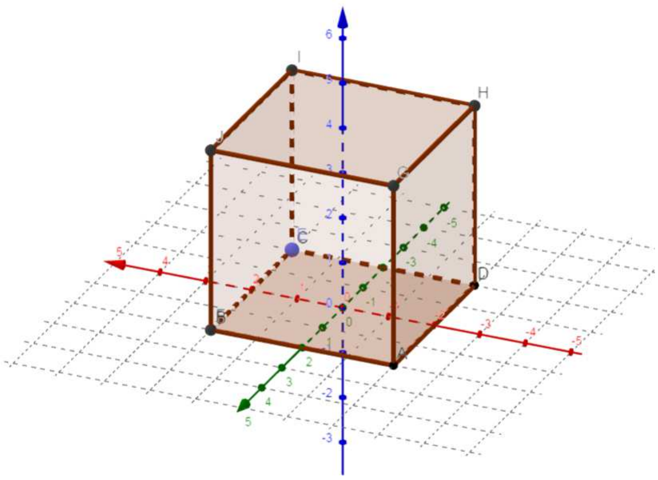
I. Rappel des définitions des différents solides

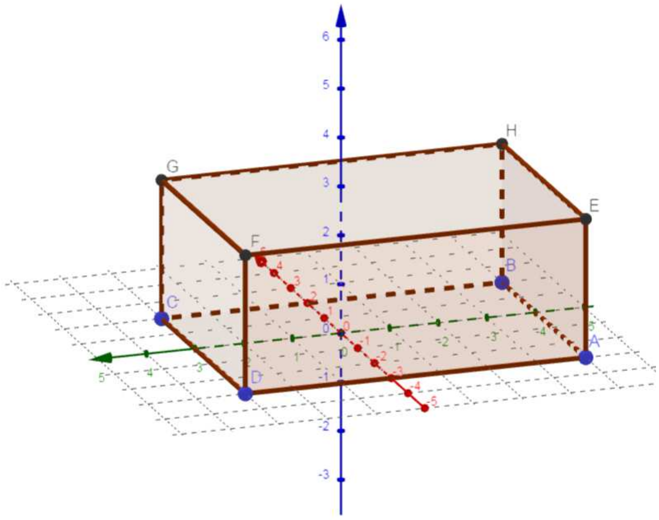
1. Parallélépipède rectangle (ou pavé droit)

Définition

Un pavé droit est un solide composé de six faces rectangulaires.
Cas particulier : le cube.

Perspective cavalière :





Volume : $\mathcal{V} = L \times l \times h$

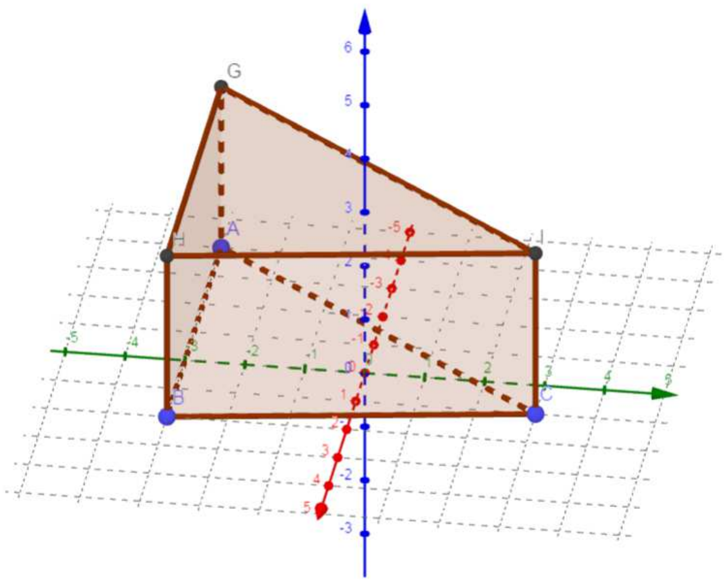
2. Prisme droit

Définition

Un prisme droit est un solide qui possède :

- **deux polygones superposables** pour faces parallèles, **appelées bases** ;
- **des rectangles** pour toutes les autres faces, appelées **faces latérales**.

Perspective cavalière :



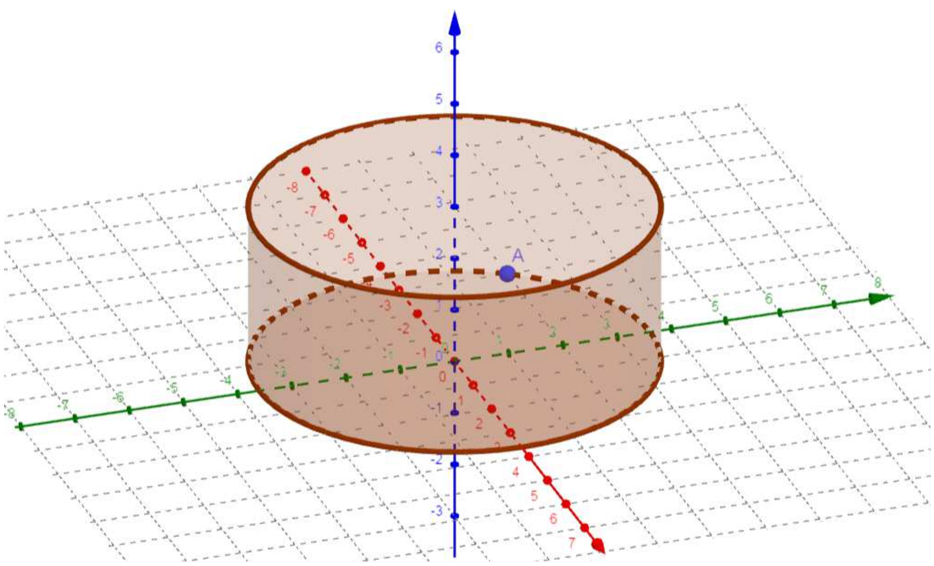
Volume : $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$

3. Cylindre de révolution

Définition

Un cylindre de révolution est un solide qui possède :
- **deux bases** qui sont deux disques superposables et parallèles,
- **une face latérale** qui s'enroule autour des bases et qui est perpendiculaire aux bases.

Perspective cavalière :



Volume : $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h = \pi r^2 \times h$

II. Se repérer dans l'espace

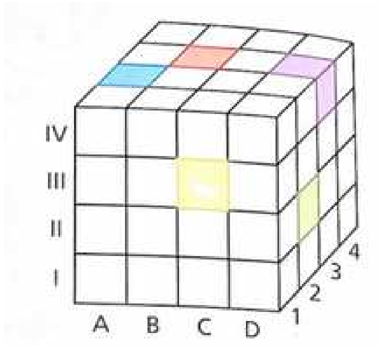
<u>Introduction :</u> Découverte du repérage dans un pavé droit

PARTIE A

A l'aide de 64 petits cubes, on a formé un grand cube qui a été représenté en perspective.
Pour se repérer sur ce grand cube, on a besoin de trois informations données dans cet ordre :

- quelle rangée : A, B, C ou D
- quelle ligne : 1, 2, 3 ou 4 ?
- quel étage : I, II, III ou IV ?

Ainsi le petit cube rouge est repéré par R(B ; 3 ; IV)



1. Donner le repérage correspondant au cube bleu et vert.

....

2. Repérer le cube repéré par (D ; 1 ; IV) et (A ; 4 ; IV)

PARTIE B

Le principe est le même que celui utilisé dans la partie A, mais chaque coordonnées est repérée par un chiffre entre 1 et 4.

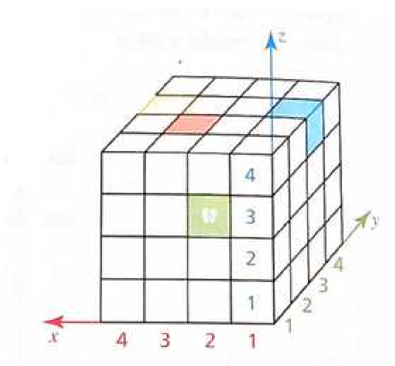
Ainsi le cube rouge est repéré par R(3 ; 2 ; 4)

1. Indiquer les coordonnées des autres cubes colorés.

....

....

2. Repérer le cube repéré par les coordonnées (2 ; 4 ; 4)



Définition

Dans un parallélépipède rectangle, un repère est formé par un sommet (appelé origine du repère) et trois demi-droites (appelées axes du repère) portées par les arêtes issues de l'origine.

Définition

Pour repérer un point dans l'espace, il faut trois coordonnées :

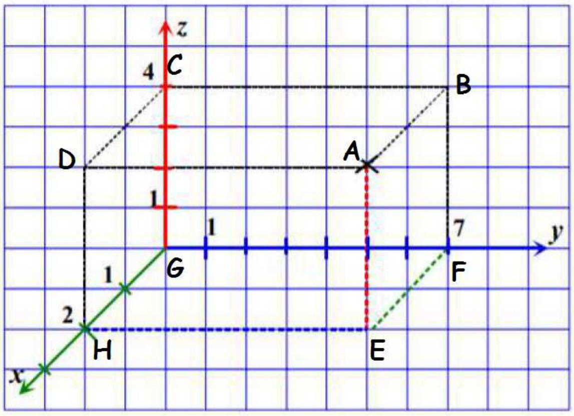
- Son abscisse x
- Son ordonnée y
- Son altitude z (ou cote z)

Soit M un point d'abscisse x_M , d'ordonnée y_M et d'altitude z_M .
Les coordonnées de M se notent $(x_M ; y_M ; z_M)$

Remarque : L'ordre des coordonnées est très important, (abscisse ; ordonnée ; altitude (ou cote)).

Exemple :

Dans l'exemple ci-contre, on considère le repère (G ; H ; F ; C).
L'origine du repère est le sommet G.
L'axe des abscisses est porté par la demi-droite [GH).
L'axe des ordonnées est porté par la demi-droite [GF).
L'axe des altitudes est porté par la demi-droite [GC).



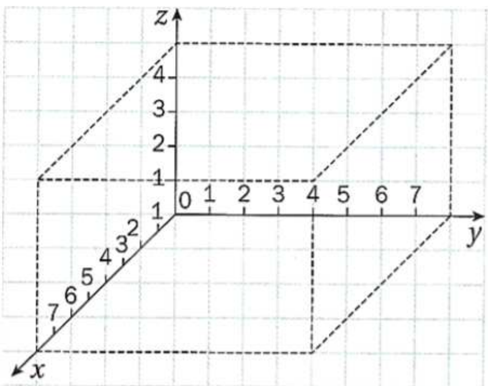
Le point A a pour :

- abscisse 2,
- ordonnée 7,
- altitude (cote) 4

Donc les coordonnées de A sont A(2 ; 7 ; 4).

Exercice d'application 1

Reproduire la figure ci-contre, puis placer les points A(3 ; 0 ; 0) ; B(0 ; 2 ; 4) ; C(1 ; 3 ; 2) et D(5 ; 7 ; 4)



Exercice d'application 2

1. Donner les coordonnées des points B ; C ; D ; E ; F et H.

. . . .

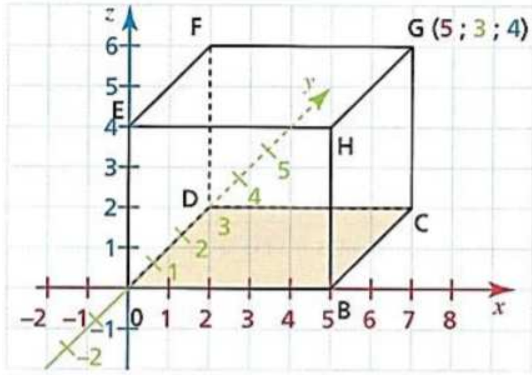
. . . .

. . . .

2. Donner les coordonnées de M milieu de [GH] ; de N milieu de [FG] et de P centre du cube .

. . . .

. . . .



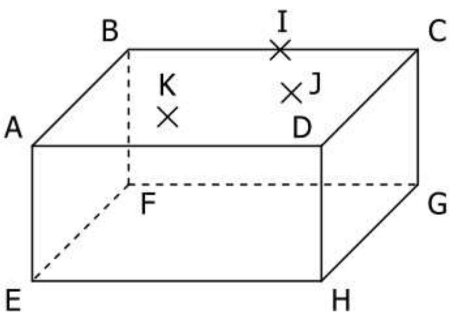
III. Modéliser une situation spatiale : section plane de solides

1. Section d'un prisme droit par un plan

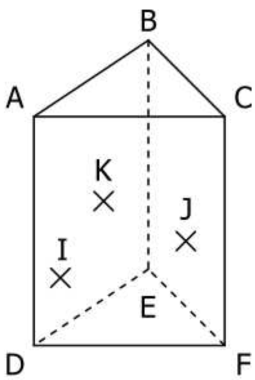
Définition

On appelle **section plane** d'un solide l'intersection entre les faces d'un solide et un plan "de coupe". L'intersection de chaque face avec le plan de coupe est un segment. Donc la section du solide avec le plan est un polygone (qui a au maximum autant de côtés que ce que le solide a de faces).

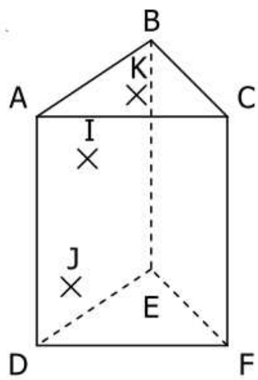
Dans chaque cas, tracer la section du solide par le plan (IJK) :



I ∈ [BC]
J ∈ (BCG)
K ∈ (ABC)



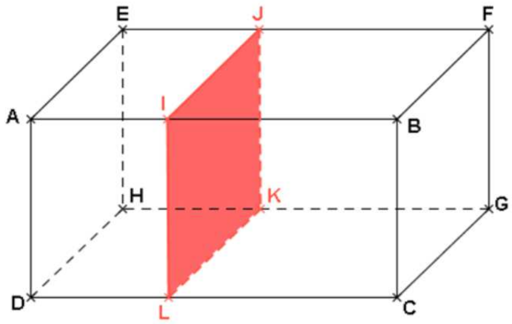
I ∈ (ACD)
J ∈ (ACD)
K ∈ (ABD)



I ∈ (ABD)
J ∈ (ABD)
K ∈ (ABC)

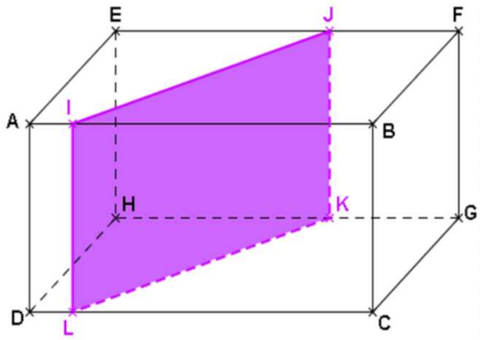
Propriété

La section plane d'un pavé droit ou un prisme droit par un plan parallèle à une face est un polygone de mêmes dimensions que cette face.



Propriété

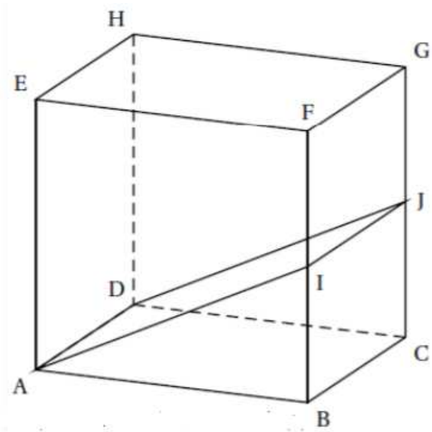
La section plane d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une arête est un rectangle.



Exercice d'application 3

Dans cet exercice, la figure ci-conter n'est pas en vraie grandeur et ne reflète pas la réalité.
Soit un cube ABCDEFGH de 6 cm de côté et I le milieu du segment [BF].
On considère la section AIJD du cube par un plan parallèle à l'arête [BC] et passant par les points A et I.

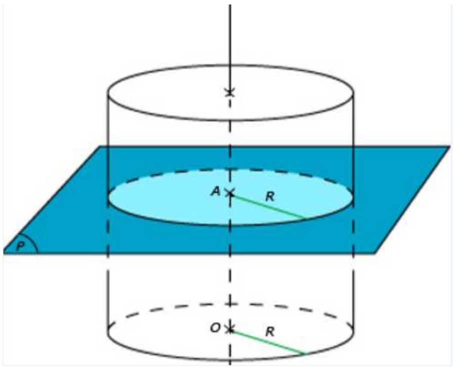
1. Quelle est la nature de la section AIJD ?
2. Dessiner en vraie grandeur le triangle AIB et la section AIJD.
3. Montrer que l'aire du triangle AIB est de 9 cm^2.
4. Quelle est la nature du solide ABIDCJ ?
5. Calculer le volume du prisme droit ABIDCJ en cm^3



2. Section d'un cylindre de révolution par un plan

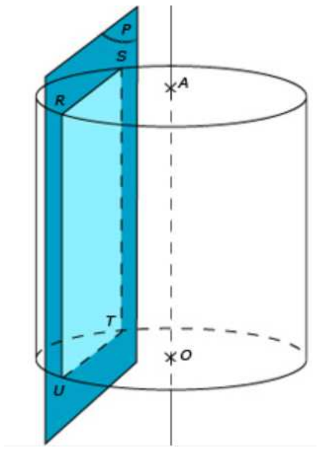
Propriété

La section plane d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à son axe est un disque de même rayon que sa base.



Propriété

La section plane d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe est un rectangle.



Exercice d'application 4

On considère ce cylindre de hauteur 7cm et de diamètre [MN] de longueur 5cm.
On donne également MP = 3cm.
1. Démontrer que le triangle MNP est rectangle.
2. Calculer la longueur PN.
3. On réalise la section de ce cylindre par un plan parallèle à l'axe de ce cylindre et passant par les points N et P.
(a) Préciser la nature de cette section.
(b) Représenter cette section en vert sur la perspective ci-contre.
(c) Tracer cette section en vraie grandeur.