BILAN – Géométrie dans l’espace 1

AUTO-EVALUATION

Ce que je dois savoir pour le contrôle :

- ☐ Je dois savoir calculer un volume d’un solide usuel
  Pour m’ entraîner : faire l’exercice 6 page 526
- ☐ Je dois savoir analyser et étudier les sections de certains solides par un plan.
  Pour m’ entraîner : faire les exercices 18, 19 et 21 page 527
- ☐ *Je dois connaître et savoir utiliser les effets de l'agrandissement et de la réduction sur les aires et les volumes*
  Pour m’ entraîner : faire les exercices 8, 9 et 10 page 526
- ☐ *Je dois savoir résoudre des problèmes complexes en lien avec les volumes*
  Pour m’ entraîner : faire les exercices 22 page 528 et 28 page 529

BILAN – Géométrie dans l’espace 1

AUTO-EVALUATION

Ce que je dois savoir pour le contrôle :

- ☐ Je dois savoir calculer un volume d’un solide usuel
  Pour m’ entraîner : faire l’exercice 6 page 526
- ☐ Je dois savoir analyser et étudier les sections de certains solides par un plan.
  Pour m’ entraîner : faire les exercices 18, 19 et 21 page 527
- ☐ *Je dois connaître et savoir utiliser les effets de l'agrandissement et de la réduction sur les aires et les volumes*
  Pour m’ entraîner : faire les exercices 8, 9 et 10 page 526
- ☐ *Je dois savoir résoudre des problèmes complexes en lien avec les volumes*
  Pour m’ entraîner : faire les exercices 22 page 528 et 28 page 529

CORRECTION – Géométrie dans l'espace 1

☐ Je dois savoir calculer un volume d'un solide usuel

① On utilise la formule du volume d'un pavé droit :

$$\mathcal{V} = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur.}$$

$$\mathcal{V} = 3 \times 4 \times 2 = 24\ \text{cm}^3$$

② On utilise la formule du volume d'une pyramide :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur.}$$

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 5 \times 4 \times 6 = 40\ \text{cm}^3$$

③

$$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

$$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times 8^3 = \frac{2\,048}{3}\ \pi\ \text{cm}^3$$

④

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

$$\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 32^2 \times 7 = 28\ \pi\ \text{cm}^3$$

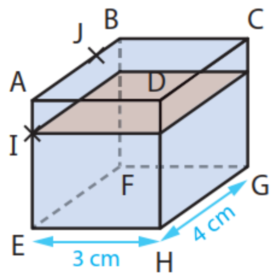
⑤

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

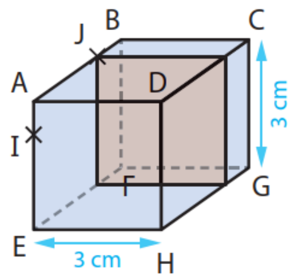
$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 2{,}5^2 \times 9 = 18{,}75\ \pi\ \text{cm}^3$$

☐ Je dois savoir analyser et étudier les sections de certains solides par un plan.

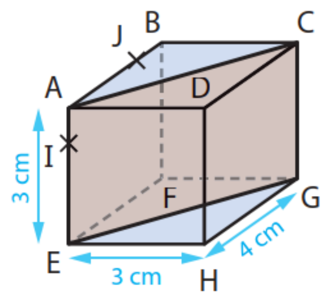
18 **a.** C'est un rectangle de 3 cm sur 4 cm.



b. C'est un carré de côté 3 cm.



c.



On calcule d'abord la longueur AC. Le triangle ADC est rectangle en D. On utilise le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$AC = 5$$

La section est un rectangle de 3 cm sur 5 cm.

19 La section est un cercle de centre L et de rayon 4 cm.

21 La section d'un cône par un plan parallèle à sa base est un cercle de centre O'.
Pour connaitre son rayon, il faut calculer le rapport de réduction permettant de passer du cône initial au deuxième cône.

Le rapport de réduction des hauteurs est de $\frac{SO'}{SO} = \frac{2}{5}$.

La section obtenue est un cercle de centre O' et de rayon $r' = \frac{2}{5} \times 4 = 1{,}6$ cm.

☐ *Je dois connaître et savoir utiliser les effets de l'agrandissement et de la réduction sur les aires et les volumes*

8 Par un agrandissement de rapport 3, le volume va être agrandi par $3^3 = 27$.

9 Le volume d'un pavé droit est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}.$$

Le volume $\mathcal{V}$ du pavé droit initial est :

$$\mathcal{V} = 2{,}3 \times 4{,}2 \times 5 = 48{,}3 \text{ cm}^3.$$

Le volume du pavé droit est multiplié par 4^3 quand ses dimensions sont multipliées par 4.
Le volume du pavé droit agrandi $\mathcal{V}'$ est donc :

$$\mathcal{V}' = 4^3 \times 48{,}3 = 3\,091{,}2 \text{ cm}^3$$

10 Le volume d'une pyramide est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}.$$

Le volume $\mathcal{V}$ de la pyramide initiale SABCD est :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 6 \times 3 \times 5 = 30 \text{ cm}^3.$$

Par une réduction de rapport $\frac{2}{3}$, le volume de la pyramide est multiplié par $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

Le volume $\mathcal{V}'$ de la pyramide réduite S'A'B'C'D' est :

$$\mathcal{V} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 30 \approx 9 \text{ cm}^3.$$

☐ *Je dois savoir résoudre des problèmes complexes en lien avec les volumes*

22 **Boite de chocolats**

Cet exercice permet de travailler l'utilisation d'une formule pour calculer un volume, l'effet d'une réduction, ainsi que la notion de pourcentage.

1. Le volume d'une pyramide est donnée par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire d'une base} \times \text{hauteur}}{3}.$$

$$\mathcal{V}_{SABCD} = \frac{30 \times 30 \times 18}{3} = 5\,400 \text{ cm}^3.$$

2. EFGH est un carré. C'est une réduction de la base ABCD de rapport $k = \frac{SO'}{SO} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$.

Son côté mesure donc $30 \times \frac{1}{3} = 10$ cm.

3. Par une réduction de rapport $\frac{1}{3}$, les volumes sont multipliés par $\left(\frac{1}{3}\right)^3$.

Donc $\mathcal{V}_{SEFGH} = \mathcal{V}_{SABCD} \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 5\,400 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 200 \text{ cm}^3$.

$\mathcal{V}_{ABCDEFGH} = \mathcal{V}_{SABCD} - \mathcal{V}_{SEFGH}$

$\mathcal{V}_{ABCDEFGH} = 5\,400 - 200 = 5\,200 \text{ cm}^3$

Le volume contenant les chocolats est égal à $5\,200 \text{ cm}^3$.

4. Le volume d'un pavé droit est donné par la formule :

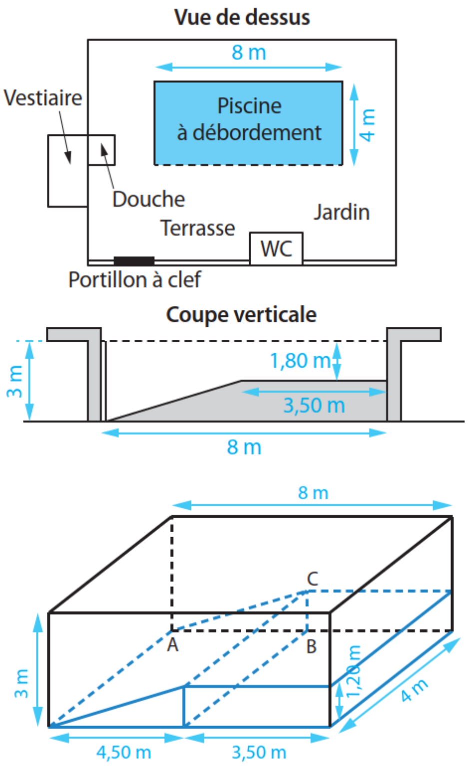
$$\mathcal{V} = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}.$$

$\mathcal{V}_{\text{un chocolat}} = 3 \times 2 \times 1{,}5 = 9 \text{ cm}^3$.

60 % du volume du récipient est occupé par des chocolats soit $5\,200 \times \frac{60}{100} = 3\,120 \text{ cm}^3$.

$3\,120 \div 9 \approx 346$. La boite contient environ 346 chocolats.

28 page 529



Le volume de la piscine est égal au volume du pavé droit C auquel on soustrait le volume d'un prisme droit A à base triangulaire (triangle rectangle ayant pour côtés de l'angle droit $8 - 3{,}5 = 4{,}5$ m et $3 - 1{,}8 = 1{,}2$ m) et de hauteur 4 m et d'un pavé droit B de longueur 3,5 m, de largeur 1,20 m et de hauteur 4 m.

Le volume du pavé droit (piscine totale) est donné par la formule $\mathcal{V} = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$.

Le volume du pavé droit C est égal à $8 \times 4 \times 3 = 96 \text{ m}^3$.

Le volume du prisme droit à base triangulaire A est égal au volume de la moitié d'un pavé droit de longueur 4,5 m, de largeur 1,2 m et de hauteur 4 m soit $\frac{4{,}5 \times 1{,}2 \times 4}{2} = 10{,}8 \text{ m}^3$.

Le volume du pavé droit B de longueur 3,5 m, de largeur 1,20 m et de hauteur 4 m est égal à $3{,}5 \times 1{,}2 \times 4 = 16{,}8 \text{ m}^3$.

Donc le volume d'eau dans la piscine est égal à :

$$96 - (10{,}8 + 16{,}8) = 96 - 27{,}6 = 68{,}4 \text{ m}^3.$$

Il faut donc $7 \times 10 = 70$ pastilles, soit $70 \times 20 = 1\,400$ g $= 1{,}4$ kg de chlore.

Les pots étant des pots de 1 kg, il faut acheter 2 pots de chlore.