EXERCICE 1 - MARSEILLE 2000.

On considère le nombre :

$$B = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$$

Écrire B sous la forme d'un nombre entier.

EXERCICE 2 - BORDEAUX 2000.

Calculer : $A = \sqrt{1\,053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$

On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{13}$ où a est un nombre entier.

EXERCICE 3 - CAEN 2000.

Écrire le nombre $\sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers.

EXERCICE 4 - CLERMONT-FERRAND 2000.

On donne l'expression algébrique :

$$D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$$

1. Montrer que D peut s'écrire sous la forme développée puis réduite :

$$D = 14x^2 - 9x - 18$$

2. Calculer les valeurs de D pour $x = \dfrac{3}{2}$ puis pour $x = \sqrt{2}$.

Écrire le second résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$ avec a et b entiers.

EXERCICE 5 - GRENOBLE 2000.

Soit le nombre : $C = \sqrt{27} - 3\sqrt{75}$

a. Mettre C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers.

b. Montrer, en indiquant les étapes du calcul, que C^2 est un nombre entier.

EXERCICE 6 - LIMOGES 2000.

Soit le nombre :

$$C = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 2)$$

Écrire le nombre C sous la forme $a + b\sqrt{6}$ où a et b sont des nombres entiers relatifs.

EXERCICE 7 - NANTES 2000.

On considère le nombre A suivant :

$$A = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$$

Démontrer que A = 0

Exercice 8 - Orléans Tours 2000.

I. On donne l'expression suivante :

$$K(x) = (5x - 3)^2 + 6(5x - 3)$$

1. Développer et réduire K(x).

2. Calculer $K(\sqrt{2})$.

II. On pose : $N = \sqrt{20} - \sqrt{45} - 7\sqrt{5}$

Écrire le nombre N sous la forme $p\sqrt{q}$, avec p entier relatif et q entier le plus petit possible.

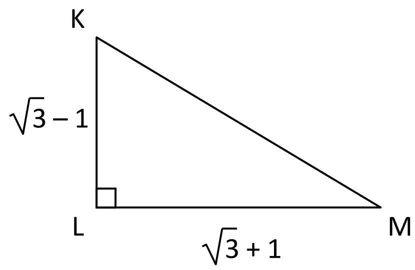
EXERCICE 9 - PARIS 2000.

1. $D = \sqrt{3} - 1$ et $E = \sqrt{3} + 1$

a. Développer D^2 et E^2 et donner les résultats sous la forme $a = \sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers.

b. Démontrer que $D \times E$ est un nombre entier.

2. KLM est un triangle rectangle en L.



a. Calculer la valeur exacte de la longueur KM.

b. Calculer l'aire du triangle KLM.

EXERCICE 10 - AFRIQUE 2000.

Soit le nombre :

$$A = \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{500}$$

Écrire A sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs, b le plus petit possible.

EXERCICE 11 - AFRIQUE 2000.

Soit le nombre :

$$B = \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$$

Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et où b est un entier naturel le plus petit possible.

EXERCICE 12 - ANTILLES 2000.

Soit le nombre :

$$B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b le plus petit possible.

EXERCICE 13 - PONDICHERY 2000.

1. Calculer :

$$B = (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})$$

2. Calculer :

$$C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \sqrt{500}$$

On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$, avec b entier positif le plus petit possible.

CORRIGE – M. QUET

EXERCICE 1 - MARSEILLE 2000.

$B = (5\sqrt{2}-7)(5\sqrt{2}+7)$

$B = (5\sqrt{2})^2 - 7^2$

$B = 25\times 2 - 49$

$B = 1$

EXERCICE 2 - BORDEAUX 2000.

$A = \sqrt{1\,053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$

$A = \sqrt{81\times 13} - 3\sqrt{25\times 13} + 2\sqrt{4\times 13}$

$A = \sqrt{9^2\times 13} - 3\sqrt{5^2\times 13} + 2\sqrt{2^2\times 13}$

$A = 9\sqrt{13} - 3\times 5\sqrt{13} + 2\times 2\sqrt{13}$

$A = (9-15+4)\sqrt{13}$

$A = -2\sqrt{13}$

EXERCICE 3 - CAEN 2000.

$C = \sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}$

$C = \sqrt{36\times 5} + 3\sqrt{16\times 5} - 2\sqrt{25\times 5}$

$C = \sqrt{6^2\times 5} + 3\sqrt{4^2\times 5} - 2\sqrt{5^2\times 5}$

$C = 6\sqrt{5} + 3\times 4\sqrt{5} - 2\times 5\sqrt{5}$

$C = (6+12-10)\sqrt{5}$

$C = 8\sqrt{5}$

EXERCICE 4 - CLERMONT-FERRAND 2000.

1. $D = (3x+1)(6x-9) - (2x-3)^2$

$D = 18x^2 - 27x + 6x - 9 - (4x^2 - 12x + 9)$

$D = 18x^2 - 21x - 9 - 4x^2 + 12x - 9$

$D = 14x^2 - 9x - 18$

2. Pour $x = \frac{3}{2}$: $D = 14\times\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 9\times\frac{3}{2} - 18$

$D = 14\times\frac{9}{4} - \frac{27}{2} - 18$

$D = \frac{63}{2} - \frac{27}{2} - \frac{36}{2}$

$D = 0$

Pour $x = \sqrt{2}$: $D = 14\times(\sqrt{2})^2 - 9\times\sqrt{2} - 18$

$D = 14\times 2 - 9\sqrt{2} - 18$

$D = 10 - 9\sqrt{2}$

EXERCICE 5 - GRENOBLE 2000.

a. $C = \sqrt{27} - 3\sqrt{75}$

$C = \sqrt{9\times 3} - 3\sqrt{25\times 3}$

$C = \sqrt{3^2\times 3} - 3\sqrt{5^2\times 3}$

$C = 3\sqrt{3} - 3\times 5\sqrt{3}$

$C = (3-15)\sqrt{3}$

$C = -12\sqrt{3}$

b. $C^2 = (-12\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}\times 12\sqrt{3} = 144\times 3 = 432$

EXERCICE 6 - LIMOGES 2000.

$C = 3\sqrt{2}(\sqrt{3}+1) + (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-2)$

$C = 3\sqrt{2}\times\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2$

$C = 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} + 2 - 3\sqrt{2} + 2$

$C = 4 + 3\sqrt{6}$

EXERCICE 7 - NANTES 2000.

$A = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$

$A = \sqrt{4\times 5} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{25\times 5}$

$A = \sqrt{2^2\times 5} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{5^2\times 5}$

$A = 2\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 2\times 5\sqrt{5}$

$A = (2-12+10)\sqrt{5}$

$A = 0$

Exercice 8 - Orléans Tours 2000.

I.

1. $K(x) = (5x-3)^2 + 6(5x-3)$

$K(x) = 25x^2 - 30x + 9 + 30x - 18$

$K(x) = 25x^2 - 9$

2. $K(\sqrt{2}) = 25\times(\sqrt{2})^2 - 9 = 25\times 2 - 9 = 41$

II. $N = \sqrt{20} - \sqrt{45} - 7\sqrt{5}$

$N = \sqrt{4\times 5} - \sqrt{9\times 5} - 7\sqrt{5}$

$N = \sqrt{2^2\times 5} - \sqrt{3^2\times 5} - 7\sqrt{5}$

$N = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 7\sqrt{5}$

$N = (2-3-7)\sqrt{5}$

$N = -8\sqrt{5}$

EXERCICE 9 - PARIS 2000.

1. $D = \sqrt{3} - 1$ et $E = \sqrt{3} + 1$

a. $D^2 = \left(\sqrt{3}-1\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 2\sqrt{3} + 1^2$

$= 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 4 - 2\sqrt{3}$

$E^2 = \left(\sqrt{3}+1\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 2\sqrt{3} + 1^2$

$= 3 + 2\sqrt{3} + 1 = 4 + 2\sqrt{3}$

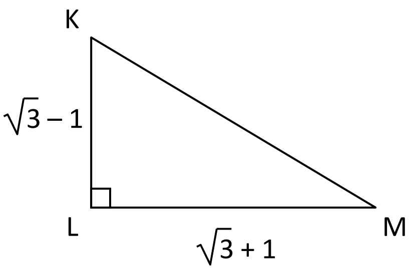
b. $D \times E = \left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right)$

$D \times E = 4^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2$

$D \times E = 16 - 4 \times 3$

$D \times E = 4$

2. KLM est un triangle rectangle en L.



a. Le triangle KLM est rectangle en L.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$KM^2 = KL^2 + LM^2$

$KM^2 = \left(\sqrt{3}-1\right)^2 + \left(\sqrt{3}+1\right)^2$

$KM^2 = 4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3}$

$KM^2 = 8$

$KM = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$

b. Aire du triangle KLM :

$$\frac{KL \times LM}{2} = \frac{\left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right)}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

EXERCICE 10 - AFRIQUE 2000.

$A = \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{500}$

$A = \sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{100 \times 5}$

$A = \sqrt{3^2 \times 5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{10^2 \times 5}$

$A = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$

$A = (3 - 2 + 10)\sqrt{5}$

$A = 11\sqrt{5}$

EXERCICE 11 - AFRIQUE 2000.

$B = \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$

$B = \sqrt{4 \times 3} + 2\sqrt{16 \times 3} - \sqrt{25 \times 3}$

$B = \sqrt{2^2 \times 3} + 2\sqrt{4^2 \times 3} - \sqrt{5^2 \times 3}$

$B = 2\sqrt{3} + 2 \times 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

$B = (2 + 8 - 5)\sqrt{3}$

$B = 5\sqrt{3}$

EXERCICE 12 - ANTILLES 2000.

$B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}$

$B = 5\sqrt{9 \times 3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{4 \times 3}$

$B = 5\sqrt{3^2 \times 3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{2^2 \times 3}$

$B = 5 \times 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$B = (15 - 3 + 2)\sqrt{3}$

$B = 14\sqrt{3}$

EXERCICE 13 - PONDICHERY 2000.

1. $B = \left(5 - \sqrt{3}\right)\left(5 + \sqrt{3}\right)$

$B = 5^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2$

$B = 25 - 3$

$B = 22$

2. $C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \sqrt{500}$

$C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{9 \times 5} + \sqrt{100 \times 5}$

$C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3^2 \times 5} + \sqrt{10^2 \times 5}$

$C = 4\sqrt{5} - 3 \times 3\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$

$C = (4 - 9 + 10)\sqrt{5}$

$C = 5\sqrt{5}$