Les factorisations – CORRECTION

♦ Savoir factoriser des expressions algébriques dans lesquelles le facteur est apparent

EXERCICE 24 page 189 :

CORRECTION :

$A = 4r + 4t$
$B = 7z + 9z$
$C = 3y^2 + 2y$
$D = 4x(x + 2) + 3(x + 2)$
$E = -3y(y + 6) + 7(y + 6)$
$F = (x - 1)(5x + 4) + (3 + x)(x - 1)$

$A = 4(r + t)$
$B = 16z$
$C = y(3y + 2)$
$D = (x + 2)(4x + 3)$
$E = (y + 6)(-3y + 7)$
$F = (x - 1)(6x + 7)$

EXERCICE 26 page 189 :

1. $D = 5x^2(x - 3) - 6x(x + 7)$
$= x \times 5x(x - 3) - x \times 6(x + 7)$
$E = (x + 3)(6x + 2) - (x + 3)^2$
$= (x + 3)(6x + 2) - (x + 3)(x + 3)$
$F = (3x + 2)(x + 5) + 3x + 2$
$= (3x + 2)(x + 5) + (3x + 2) \times 1$
$G = (x + 1)(4x + 5) - x - 1$
$= (x + 1)(4x + 5) - 1 \times (x + 1)$

2. $D = x(5x(x - 3) - 6(x + 7))$
$= x(5x^2 - 15x - 6x - 42) = x(5x^2 - 21x - 42)$
$E = (x + 3)(6x + 2 - x - 3) = (x + 3)(5x - 1)$
$F = (3x + 2)(x + 5 + 1) = (3x + 2)(x + 6)$
$G = (x + 1)(4x + 5 - 1) = (x + 1)(4x - 4)$

Les identités remarquables – CORRECTION

♦ Savoir développer en utilisant une identité remarquable

FEUILLE D'EXERCICE 1

EXERCICE 1 : On cherche à développer les expressions suivantes avec les identités remarquables.
On utilise ici les 2 premières identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$M = (x + 5)^2$
$\boxed{M = x^2 + 10x + 25}$

$T = (4 - 7x)^2$
$\boxed{T = 16 - 56x + 49x^2}$

$D = (3x - 9)^2$
$\boxed{D = 9x^2 - 48x + 81}$

EXERCICE 2 : On cherche à développer les expressions suivantes avec les identités remarquables.
On utilise ici la troisième identité remarquable : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$J = (3 - x)(3 + x)$
$\boxed{J = 9 - x^2}$

$A = (2x - 5)(2x + 5)$
$\boxed{A = 4x^2 - 25}$

$K = (6 + 8x)(6 - 8x)$
$\boxed{K = 36 - 64x^2}$

♦ Savoir factoriser en utilisant une identité remarquable

FEUILLE D'EXERCICE 2

EXERCICE 1 : On cherche à développer les expressions suivantes avec les identités remarquables.
On utilise ici les 2 premières identités remarquables :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$C = x^2 - 6x + 9$ $\boxed{C = (x-3)^2}$

$O = x^2 + 4x + 4$ $\boxed{O = (x+2)^2}$

$X = 9x^2 - 30x + 25$ $\boxed{X = (3x-5)^2}$

EXERCICE 2 : On cherche à développer les expressions suivantes avec les identités remarquables.
On utilise ici la troisième identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$G = 16x^2 - 9$ $\boxed{G = (4x-3)(4x+3)}$

$E = 25x^2 - 1$ $\boxed{E = (5x-1)(5x+1)}$

$D = 64 - 36x^2$ $\boxed{D = (8-6x)(8+6x)}$

Les équations-produits – CORRECTION

♦ Savoir résoudre une équation-produit

FEUILLE D'EXERCICE 3

EXERCICE 1 : Résoudre les équations-produits

a) $(3x + 1)(x - 5) = 0$

Or, si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Ainsi, $3x + 1 = 0$ ou $x - 5 = 0$
$3x = -1$ ou $x = 5$
$x = -\frac{1}{3}$ ou $x = 5$

Les solutions de l'équation sont $-\frac{1}{3}$ et 5.

b) $(7 - 6x)(4x + 8) = 0$

Or, si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Ainsi, $7 - 6x = 0$ ou $4x + 8 = 0$
$6x = -7$ ou $4x = -8$
$x = -\frac{7}{6}$ ou $x = -2$

Les solutions de l'équation sont $-\frac{7}{6}$ et - 2.

EXERCICE 2 :

a) $(9x-4)(-2+5x)=(9x-4)(3x-5)$

$(9x-4)(-2+5x)-(9x-4)(3x-5)=0$

$(9x-4)[(-2+5x)-(3x-5)]=0$

$(9x-4)(-2+5x-3x+5)=0$

$(9x-4)(2x+3)=0$

Or, si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Ainsi, $9x-4=0$ ou $2x+3=0$

$9x=4$ ou $2x=-3$

$x=\frac{4}{9}$ ou $x=-\frac{3}{2}$

Les solutions de l'équation sont $-\frac{3}{2}$ et $\frac{4}{9}$.

b) $25x^2=16$

$25x^2-16=0$ (On utilise la troisième identité remarquable)

$(5x-4)(5x+4)=0$

Or, si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Ainsi, $5x-4=0$ ou $5x+4=0$

$5x=4$ ou $5x=-4$

$x=\frac{4}{5}$ ou $x=-\frac{4}{5}$

Les solutions de l'équation sont $-\frac{4}{5}$ et $\frac{4}{5}$.

c) $9x^2-12x=-4$

$9x^2-12x+4=0$ (On utilise la deuxième identité remarquable)

$(3x-2)^2=0$

Or, si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Ainsi, $3x-2=0$

$3x=2$

$x=\frac{2}{3}$

La solution de l'équation est $\frac{2}{3}$.

♦ Exercices Type-Brevet

EXERCICE 43 page 193 :

1. $(11 - 6) \times 11 + 9 = 5 \times 11 + 9 = 64$

2. $(-4 - 6) \times (-4) + 9 = (-10) \times (-4) + 9 = 49$

3. Notons x le nombre choisi au départ.
Après lui avoir appliqué le programme de calcul, on obtient $(x - 6) \times x + 9$.
Or $(x - 6) \times x + 9 = x^2 - 6x + 9 = (x + 3)^2$. Et un carré est toujours positif, donc Théo a raison.

EXERCICE 44 page 193 :

1. a. $(4 + 3)^2 - 4^2 = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$
b. $(-5 + 3)^2 - (-5)^2 = (-2)^2 - (-5)^2 = 4 - 25 = -21$

2. Notons x le nombre choisi au départ.
Avec le programme A, on obtient : $(x + 3)^2 - x^2$.
Avec le programme B, on obtient : $6x + 9$.
Or $(x + 3)^2 - x^2 = x^2 + 6x + 9 - x^2 = 6x + 9$.
Donc les deux programmes donnent le même résultat, Clément a raison.

3. Notons a le nombre de départ qui permettra d'obtenir 54 comme résultat des deux programmes.
En utilisant le programme B, on voit que a doit vérifier l'égalité $6a + 9 = 54$.
Il ne reste donc qu'à résoudre l'équation $6a + 9 = 54$ pour déterminer a.
$6a + 9 = 54$
$6a = 45$
$a = 7,5$
Ainsi, pour obtenir 54 avec ces deux programmes de calcul, il suffit de prendre 7,5 comme nombre de départ.