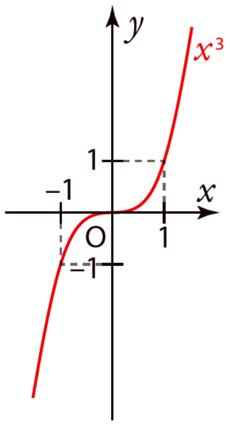
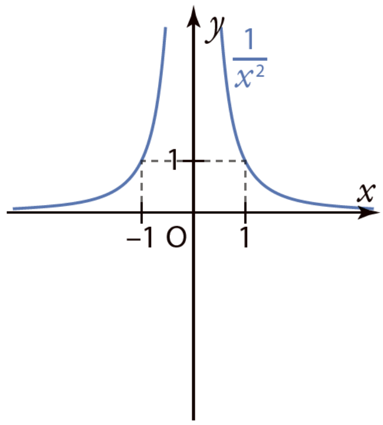
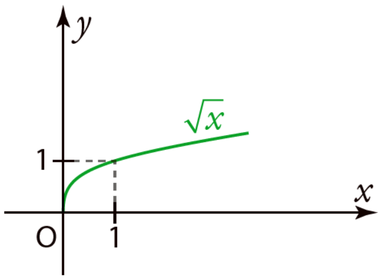
Activité d'introduction 1 : Notion de limites, notion d'asymptote

On donne les représentations des fonctions cube $x \mapsto x^3$, inverse au carré $x \mapsto \dfrac{1}{x^2}$ et racine carrée $x \mapsto \sqrt{x}$.







1) En lisant les courbes, donner les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to +\infty} x^3$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} x^3$

2) **(a)** Donner les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x^2}$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x^2}$.

(b) Comment se comporte la courbe en $+\infty$ et en $-\infty$ de $\dfrac{1}{x^2}$ par rapport à l'axe des abscisses ?
On dit alors que l'axe des abscisses est asymptote à la courbe en $+\infty$.

3) **(a)** Donner la limite suivante : $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x^2}$

(b) Comment se comporte la courbe en 0 de $\dfrac{1}{x^2}$ par rapport à l'axe des ordonnées ?
On dit alors que l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe en 0.

4) Donner la limite suivante : $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x}$.

Activité d'introduction 2 : Faire des opérations sur les limites

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

1) Donner les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} 2x - 3$. Pourquoi peut-on affirmer que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

2) Donner les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x - 3$. Peut-on en déduire la limite de f en $-\infty$? Pourquoi ?

3) Vérifier que pour $x \neq 0$, on a : $f(x) = x^2 \left(1 + \dfrac{2}{x} - \dfrac{3}{x^2}\right)$. Donner la limite $\lim\limits_{x \to -\infty} 1 + \dfrac{2}{x} - \dfrac{3}{x^2}$.
Peut-on en déduire la limite de f en $-\infty$? Pourquoi ?