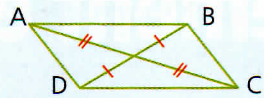
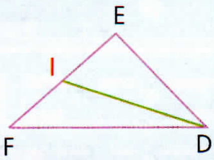
QCM

Dans chaque cas, une seule des trois réponses proposées est exacte. Laquelle ?

		A	B	C
1	 Le quadrilatère ABCD est	un quadrilatère quelconque	un rectangle	un parallélogramme
2	Dans le triangle DEF ci-contre : $I \in [EF]$ et (DI) est la médiane issue de D. On peut alors affirmer que : 	$(DI) \perp (EF)$	I est le milieu de $[EF]$	$\widehat{EDI} = \widehat{IDF}$
3	Si A, B et C sont trois points tels que $AB = AC$, alors	A est le milieu de $[BC]$	ABC est un triangle isocèle en B	A est un point de la médiatrice de $[BC]$
4	Si I, J et K sont trois points tels que $(IJ) /\!/ (IK)$, alors	I est le milieu de $[JK]$	(IJ) et (IK) sont strictement parallèles	I, J et K sont alignés
5	Si $\frac{3}{7} = \frac{x}{2}$, alors :	$x = \frac{3}{7} \times 2$	$x = 2 \times \frac{7}{3}$	$x = \frac{3}{7 \times 2}$
6	Si $\frac{4}{x} = \frac{2}{9}$, alors :	$x = \frac{2}{9} \times 4$	$x = 4 \times \frac{9}{2}$	$x = 4 \times 2 \times 9$

Exercice 1 Indiquer, dans chaque cas, si le point I est le milieu du segment [MN].

1 M est le symétrique de N par rapport à I.

2 I est le point d'intersection des diagonales d'un parallélogramme MPNA.

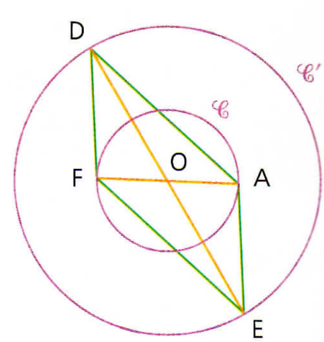
3 I est un point de la médiatrice du segment [MN] et I n'appartient pas à la droite (MN).

4 I est le centre de symétrie d'un losange MSNT.

5 M est le symétrique de N par rapport à une droite (d) et I appartient à la droite (d) mais n'appartient pas à la droite (MN).

6 I est le centre du cercle de diamètre [MN].

Exercice 2 $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont deux cercles de même centre O.
[AF] est un diamètre de $\mathscr{C}$ et [ED] est un diamètre de $\mathscr{C}'$.



1 Quelle est la nature du quadrilatère AEFD ?
Justifier la réponse.

2 En déduire que :

a. les droites (AD) et (EF) d'une part, et (AE) et (DF) d'autre part sont parallèles.

b. $DF = AE$ et $AD = FE$.

Activités

Activité 1 Un triangle, deux milieux et une droite

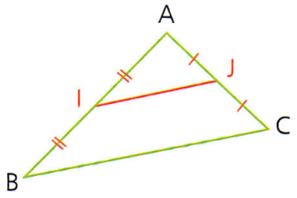
A Observer et conjecturer

1. Tracer un triangle ABC quelconque.
Placer le milieu I du côté [AB] et le milieu J du côté [AC], puis tracer la droite (IJ).

2. a. Comment semblent être les droites (IJ) et (BC) ?
b. Mesurer les longueurs IJ et BC.
Quelle relation semble-t-il y avoir entre ces deux longueurs ?

B Démontrer

On considère un triangle ABC quelconque.
Le point I est le milieu de [AB] et le point J est le milieu de [AC].



1. Reproduire la figure ci-contre et construire le symétrique M de J par rapport à I.

2. a. Quelle est la nature du quadrilatère AMBJ ? Justifier.
b. Qu'en déduit-on pour les droites (AJ) et (MB) ? pour les longueurs AJ et MB ?
c. Justifier alors que : $(JC) /\!/ (MB)$ et $JC = MB$.
d. En déduire la nature du quadrilatère MJCB.
e. Justifier alors que : $(MJ) /\!/ (BC)$ et $MJ = BC$.
f. En déduire que : $(IJ) /\!/ (BC)$ et $IJ = \frac{1}{2}BC$.

Pour conclure
- Que peut-on dire d'une droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle ?
- Que peut-on dire de la longueur d'un segment dont les extrémités sont les milieux de deux côtés d'un triangle ?

Activité 2 Un triangle, un milieu et une parallèle

1. a. Tracer un triangle ABC et placer le point I, milieu du côté [AB].
b. Combien existe-t-il de droites passant par le point I et parallèle à la droite (BC) ?
Tracer la droite (*d*) passant par I et parallèle à (BC) ; elle coupe le côté [AC] en un point que l'on note M.

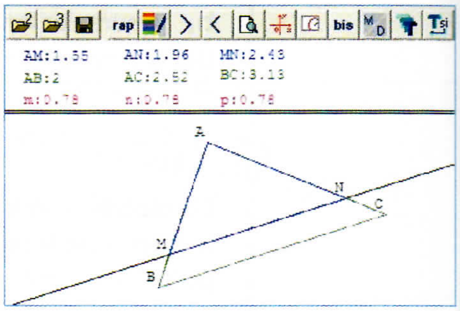
2. On appelle J le milieu du côté [AC].
a. Que peut-on dire de la droite (IJ) ?
b. Que peut-on dire des droites (*d*) et (IJ) ?
c. Que peut-on en déduire pour les points M et J ?

Pour conclure
Que peut-on dire d'une droite qui passe par le milieu d'un côté d'un triangle et qui est parallèle à un deuxième côté ?

Activité 3 Deux triangles : deux parallèles et deux sécantes

A Conjecturer avec un logiciel de géométrie

1 **a.** Créer un **triangle** ABC.
b. Créer un **point** M libre sur le segment [AB].
c. Créer la **droite parallèle** à la droite (BC) passant par M, puis créer le **point d'intersection** N de cette droite et du segment [AC].
d. Créer le **segment** [MN].

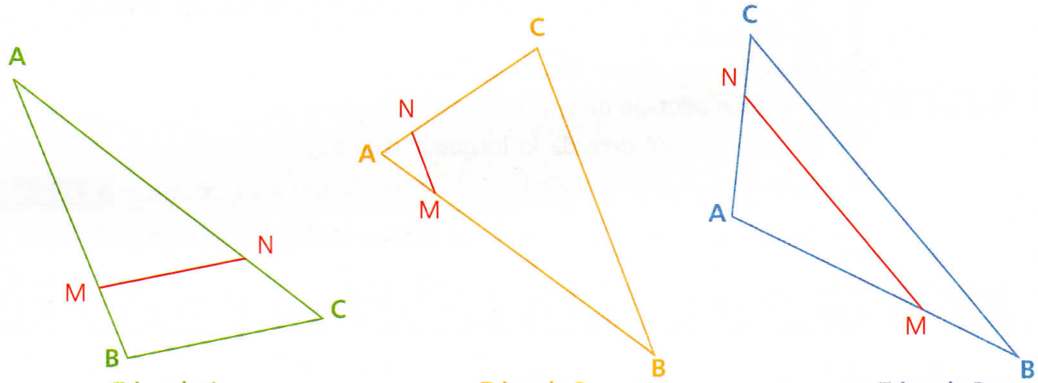


2 **a.** Afficher les **longueurs** des segments [AM], [AN], [MN], [AB], [AC] et [BC], arrondies au centième.
b. À l'aide de la **fonction calculatrice** du logiciel, afficher la valeur des quotients $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$, nommés respectivement m, n et p.

3 **a.** **Déplacer** le point M sur le segment [AB]. Que remarque-t-on ?
b. **Déplacer** le point A, puis **déplacer** de nouveau le point M sur [AB]. Que remarque-t-on ?
c. Observe-t-on le même résultat lorsque l'on déplace le point B ou le point C ?

B Conjecturer avec une règle graduée

Dans chacun des trois cas suivants, ABC est un triangle, M et N sont deux points appartenant respectivement aux côtés [AB] et [AC] tels que : (MN) // (BC).



Triangle 1 Triangle 2 Triangle 3

1 Pour chacun de ces trois triangles, mesurer avec une règle graduée les longueurs AM, AN, MN, AB, AC, BC, et consigner les résultats dans un tableau identique au tableau ci-contre. On donnera les longueurs en centimètre au millimètre près.

AM = ... cm	AN = ... cm	MN = ... cm
AB = ... cm	AC = ... cm	BC = ... cm
$\frac{AM}{AB}$ = ...	$\frac{AN}{AC}$ = ...	$\frac{MN}{BC}$ = ...

2 Compléter la dernière ligne des trois tableaux. On donnera les arrondis au dixième.

Pour conclure

Voir l'exercice 22, page 208

Lorsque M et N sont deux points appartenant respectivement aux côtés [AB] et [AC] d'un triangle ABC tels que la droite (MN) est parallèle à la droite (BC), que peut-on conjecturer pour les quotients $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$?

Activité 4 Agrandissement et réduction

A Agrandissement, réduction et angles

1 **a.** Construire un triangle ABC tel que : $AB = 2$ cm ; $AC = 4$ cm ; $BC = 5$ cm.

b. Construire un triangle A′B′C′ tel que : $A'B' = 2\,AB$; $A'C' = 2\,AC$; $B'C' = 2\,BC$.

On dit que **le triangle A′B′C′ est un agrandissement de facteur 2 du triangle ABC**.

c. Mesurer les angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{ACB}$, $\widehat{CBA}$, $\widehat{B'A'C'}$, $\widehat{A'C'B'}$ et $\widehat{C'B'A'}$. Que remarque-t-on ?

2 **a.** Construire un triangle DEF tel que : $DE = 7{,}5$ cm ; $DF = 6$ cm ; $EF = 5{,}4$ cm.

b. Construire un triangle D′E′F′ tel que : $D'E' = \frac{1}{3}ED$; $D'F' = \frac{1}{3}DF$; $E'F' = \frac{1}{3}EF$.

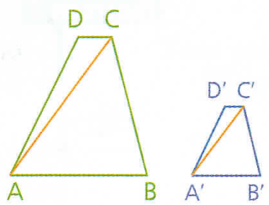
On dit que **le triangle D′E′F′ est une réduction de facteur $\frac{1}{3}$ du triangle DEF**.

c. Mesurer les angles $\widehat{DEF}$, $\widehat{EFD}$, $\widehat{FDE}$, $\widehat{D'E'F'}$, $\widehat{E'F'D'}$ et $\widehat{F'D'E'}$. Que remarque-t-on ?

Pour conclure ***On admet*** *que les mesures des angles sont conservées dans un agrandissement et dans une réduction.*

B Agrandissement, réduction et parallélisme

Dans la figure ci-contre, ABCD est un quadrilatère tel que : $(AB) \,/\!/\, (DC)$.
Le quadrilatère A′B′C′D′ est une réduction du quadrilatère ABCD.



1 Comparer les angles $\widehat{DCA}$ et $\widehat{CAB}$. Justifier.

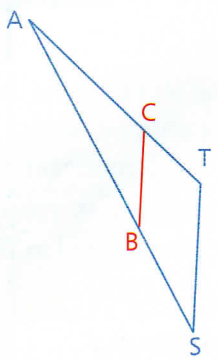
2 Que peut-on dire, d'après la propriété admise dans la partie A, des mesures des angles $\widehat{DCA}$ et $\widehat{D'C'A'}$ d'une part, $\widehat{CAB}$ et $\widehat{C'A'B'}$ d'autre part ?

3 Que peut-on en déduire pour les droites (A′B′) et (D′C′) ?

Pour conclure ***On admet*** *que le parallélisme est conservé dans un agrandissement et dans une réduction.*

C Cas particulier

Dans la figure ci-contre, AST est un triangle, B est un point appartenant au côté [AS] et C un point appartenant au côté [AT] tels que : $(BC) \,/\!/\, (ST)$.



1 Quelles égalités de quotients peut-on écrire ? Justifier.

2 On pose : $\frac{AB}{AS} = k$.

Recopier et compléter les égalités suivantes :

$AB = \_\_\_\ AS$, $AC = \_\_\_\ AT$, $BC = \_\_\_\ ST$.

3 Justifier que : $k < 1$.

Pour conclure *Que peut-on dire du triangle ABC par rapport au triangle AST ?*