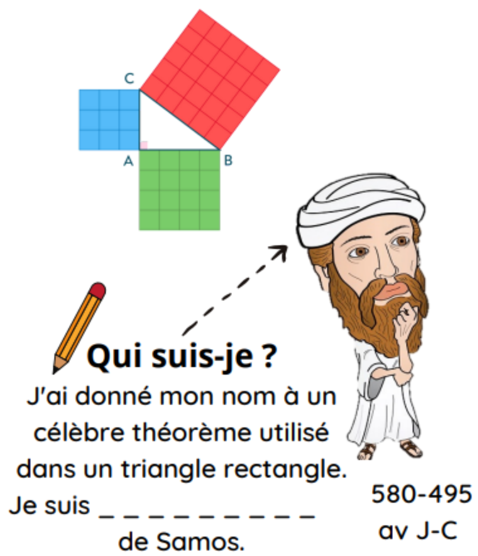
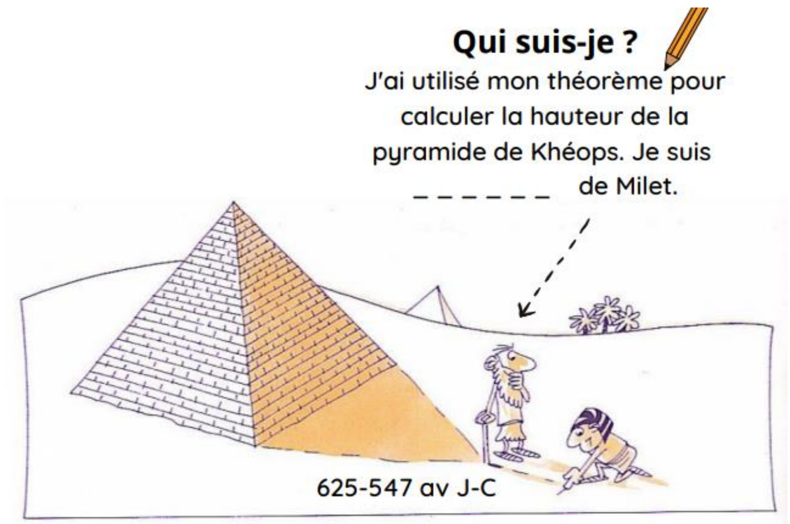
Collège Paul Bert



Pour bien démarrer en 3e !

(Des résumés de cours avec des exemples rédigés, des exercices et leurs corrections pour s'entraîner)



L'essentiel pour bien débuter en 3e

I- Le calcul numérique

Ce que je dois savoir :	Exemples :
Priorités de calculs L'ordre dans lequel les calculs doivent être effectués est : ➢ Les calculs contenus entre parenthèses ; ➢ Les calculs de puissances ; ➢ Les multiplications et les divisions ; ➢ Les additions et les soustractions.	$A = 5^2 - 3 \times 7 + 2 \times (4 - 1)$ $A = 5^2 - 3 \times 7 + 2 \times 3$ $A = 25 - 3 \times 7 + 2 \times 3$ $A = 25 - 21 + 6$ $A = 10$
Simplifier une fraction Il s'agit d'écrire la fraction sous la forme : ➢ D'un nombre entier ; ➢ D'une fraction irréductible (c'est-à-dire une fraction égale à celle de départ dont le numérateur et le dénominateur sont les plus petits nombres entiers possibles). Pour simplifier une fraction, on utilise la décomposition en produits de facteurs communs du numérateur et du dénominateur.	$A = \frac{18}{15} = \frac{6 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{5}$ $B = \frac{24}{120} = \frac{12 \times 2}{12 \times 2 \times 5} = \frac{1}{5}$ Tous les facteurs au numérateur se simplifient, cela signifie qu'il reste 1.
Calculs fractionnaires ➢ Pour additionner (ou soustraire) des fractions, on ajoute (ou on soustrait) leur numérateur, après les avoir mises au **même dénominateur** ; ➢ Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, en **simplifiant au maximum** ; ➢ Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse.	➢ $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$ ➢ $B = 2 - \frac{1}{6} = \frac{12}{6} - \frac{1}{6} = \frac{11}{6}$ ➢ $C = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{3}{10}$ ➢ $D = \frac{4}{3} \div \frac{8}{15} = \frac{4}{3} \times \frac{15}{8} = \frac{4 \times 3 \times 5}{3 \times 2 \times 4} = \frac{5}{2}$
Calculs avec les puissances Soient a et b des nombres réels et n et m deux nombres entiers relatifs. ➢ Produit : $a^n \times a^m = a^{n+m}$; ➢ Inverse : $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$; ➢ Quotient : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; ➢ Puissance de puissance : $(a^n)^m = a^{n \times m}$; ➢ Exposants identiques : $a^n \times b^n = (ab)^n$.	➢ $A = 10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$ ➢ $B = \frac{10^3}{10^{-4}} = 10^{3-(-4)} = 10^{3+4} = 10^7$ ➢ $C = (10^2)^{-3} = 10^{2 \times (-3)} = 10^{-6}$ ➢ $D = 5^2 \times 2^2 = (5 \times 2)^2 = 10^2$
Ecriture scientifique On appelle écriture scientifique d'un nombre positif la notation $a \times 10^n$ avec n un nombre entier relatif et $1 \leq a < 10$. L'écriture décimale de a comporte **un et un seul chiffre non nul avant la virgule**.	$A = 0{,}000\,005 = 5 \times 10^{-6}$ $B = 21 \text{ millions} = 2{,}1 \times 10^7$
Racines carrées La racine carrée d'un nombre réel a est le nombre positif dont le carré est a.	$A = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

II- Expression littérale, développement, factorisation

Ce que je dois savoir :	Exemples :
Expression littérale (ou expression algébrique) ➢ Il s'agit d'une expression comprenant des nombres et une ou plusieurs lettres. Cette ou ces lettres représentent des nombres qui ne sont pas fixés : ce sont des **variables**. Une même lettre désigne toujours un même nombre dans une expression littérale donnée. ➢ **Réduire une expression littérale** consiste à regrouper les termes de même ordre : on regroupe ensemble les termes purement numériques et ceux qui comportent une même variable. ➢ On peut **résumer un programme de calculs** à l'aide d'une expression littérale.	➢ $\mathrm{A} = 4x - 3y + 5$ est une expression littérale. ➢ $\mathrm{B} = 4x^2 + 3x - 2 + 6y + 2x - 7y + 4 - x^2$ $\mathrm{B} = 4x^2 - x^2 + 3x + 2x + 6y - 7y - 2 + 4$ $\mathrm{B} = 3x^2 + 5x - y + 2$ ➢ On considère le programme de calculs suivant : - Choisir un nombre ; - Multiplier par 3 ; - Ajouter 5 ; - Soustraire le double du nombre de départ. On note x le nombre choisi au départ. L'expression littérale correspondant à ce programme est : $3 \times x + 5 - 2 \times x = 3x - 2x + 5 = x + 5$
Développement ➢ **Développer un produit**, c'est l'écrire sous la forme d'une somme (ou d'une différence). Cela signifie que la dernière opération effectuée est une addition (ou une soustraction). ➢ Distributivité : - $k(a + b) = ka + kb$ - $k(a - b) = ka - kb$ - $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$	➢ $\mathrm{A} = 4\left(3x + \frac{1}{2}\right) - (x - 1)(3x + 2) - 2(x - 1)$ $\mathrm{A} = 12x + 2 - (3x^2 + 2x - 3x - 2) - 2x + 2$ $\mathrm{A} = 12x + 2 - (3x^2 - x - 2) - 2x + 2$ $\mathrm{A} = 12x + 2 - 3x^2 + x + 2 - 2x + 2$ $\mathrm{A} = -3x^2 + 12x + x - 2x + 2 + 2 + 2$ $\mathrm{A} = -3x^2 + 11x + 6$
Factorisation ➢ **Factoriser une somme** (ou **une différence**), c'est l'écrire sous la forme d'un produit. Cela signifie que la dernière opération effectuée est une multiplication. ➢ Facteur commun : - $ka + kb = k(a + b)$ - $ka - kb = k(a - b)$	➢ $\mathrm{A} = (x + 3)(x + 2) + 7(x + 2)$ Le facteur commun est $x + 2$ $\mathrm{A} = (x + 2)[(x + 3) + 7]$ $\mathrm{A} = (x + 2)(x + 10)$ ➢ $\mathrm{B} = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3)$ Le facteur commun est $2x + 1$ $\mathrm{B} = (2x + 1)[(2x + 1) - (x + 3)]$ $\mathrm{B} = (2x + 1)(2x + 1 - x - 3)$ $\mathrm{B} = (2x + 1)(x - 2)$

III- Résolutions d'équations

Ce que je dois savoir :	Exemples :
Résolutions d'équations ➢ Une **équation** est une relation contenant une ou plusieurs **variables**. **Résoudre une équation** consiste à déterminer les valeurs que peut prendre la variable pour rendre l'égalité vraie. La variable est aussi appelée **inconnue** et les valeurs pour lesquelles l'égalité est vérifiée sont appelées les **solutions**. ➢ Pour les équations plus complexes, on peut être amené à utiliser la simple distributivité pour se ramener aux équations du même type que l'exemple b).	➢ Résolvons les équations suivantes : a) $4x - 5 = 3$ $4x = 3 + 5 = 8$ $x = \frac{8}{4} = 2$ La solution de l'équation est 2. b) $5 - x = 2x + 14$ $-x - 2x = 14 - 5$ $-3x = 9$ $x = \frac{9}{-3} = -3$ La solution de l'équation est -3.

IV- Les pourcentages

Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité. Lorsque l'on parle de pourcentage, on fait comme si le total était 100.

<table>
<tr><th>Ce que je dois savoir :</th><th>Exemples :</th></tr>
<tr><td>

Appliquer un pourcentage

Il s'agit d'exprimer un nombre en utilisant un pourcentage.

On peut dresser un tableau de proportionnalité pour trouver le résultat.

</td><td>

Dans un lycée de 460 élèves, il y a 55 % de filles (c'est à dire pour 100 élèves du lycée, il y a 55 filles).

Calculons le nombre de filles dans ce lycée.

On construit un tableau de proportionnalité.

<table>
<tr><td>Nombre de filles</td><td>x</td><td>55</td></tr>
<tr><td>Nombre total d'élèves</td><td>460</td><td>100</td></tr>
</table>

On a : $x = \frac{55 \times 460}{100} = 253$

Il y a donc 253 filles dans ce lycée.

</td></tr>
<tr><td>

Calculer un pourcentage

Il s'agit d'exprimer une proportion sous forme de pourcentage.

On peut dresser un tableau de proportionnalité pour trouver le résultat.

</td><td>

Dans une classe de 24 élèves, il y en a 9 qui ont les yeux verts. Calculons le pourcentage d'élèves qui ont les yeux verts dans cette classe.

On construit un tableau de proportionnalité.

<table>
<tr><td>Nombre d'élèves qui ont les yeux verts</td><td>9</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Nombre total d'élèves</td><td>24</td><td>100</td></tr>
</table>

On a : $x = \frac{9 \times 100}{24} = 0{,}375 = \frac{37{,}5}{100} = 37{,}5\ \%$

Il y a donc 37,5 % d'élèves qui ont les yeux verts dans cette classe.

</td></tr>
<tr><td>

Calculer la quantité de référence

Il s'agit d'exprimer un nombre en utilisant un pourcentage.

On peut dresser un tableau de proportionnalité pour trouver le résultat.

</td><td>

Dans une forêt il y a 14 % d'arbres malades, cela représente 476 arbres.

Calculons le nombre total d'arbres dans cette forêt.

On construit un tableau de proportionnalité.

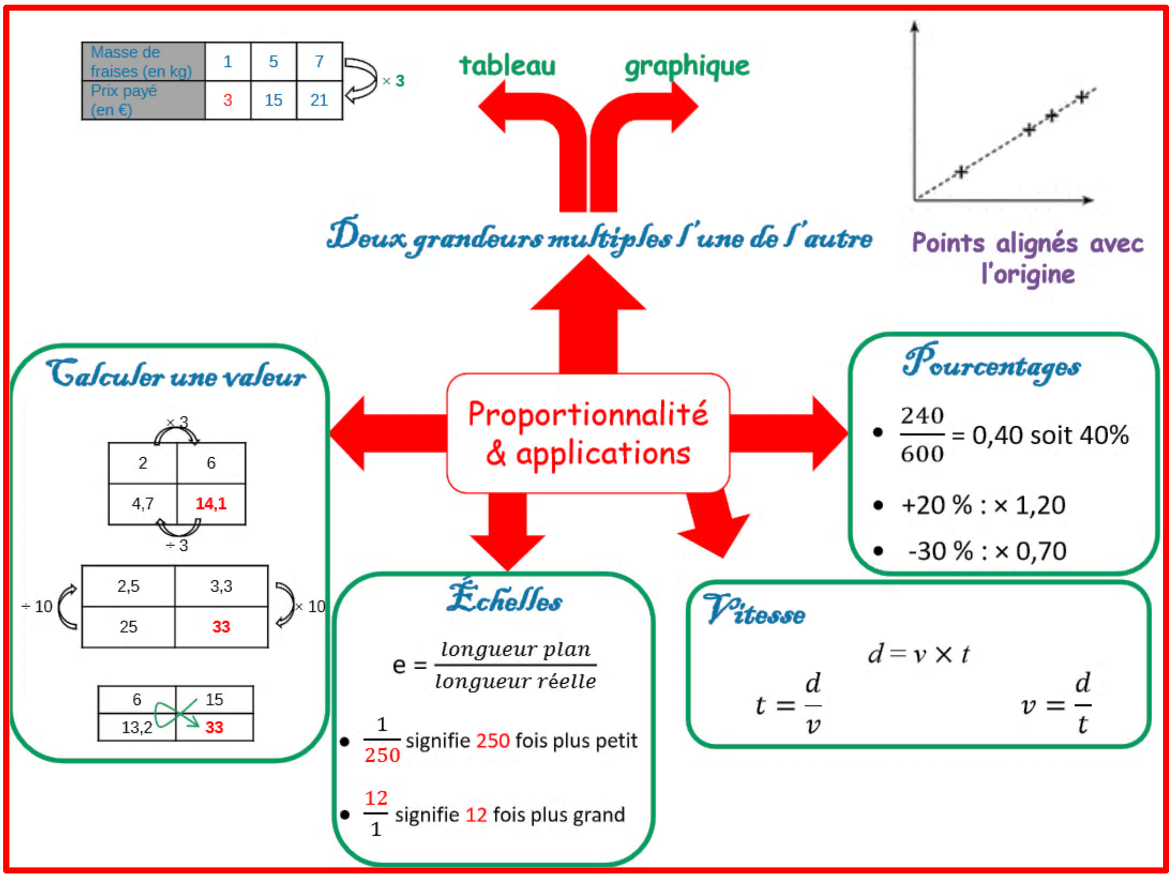
<table>
<tr><td>Nombre d'arbres malades</td><td>476</td><td>14</td></tr>
<tr><td>Nombre total d'arbres</td><td>x</td><td>100</td></tr>
</table>

On a : $x = \frac{476 \times 100}{14} = 3400$

Il y a donc 3400 arbres dans cette forêt.

</td></tr>
</table>

A retenir :



V- Statistiques :

Pour analyser une série de valeurs brutes, on peut utiliser les outils suivants :

- **L'effectif d'une valeur** est le nombre de fois où cette valeur apparaît dans la série.
- **Les effectifs cumulés** sont les effectifs additionnés au fur et à mesure. On les range souvent par ordre croissant.
  - **La fréquence d'une valeur** est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total : $\frac{Effectif}{Effectif\ total}$

    (La fréquence peut s'exprimer en nombre décimal, en fraction ou en pourcentage)

  La **fréquence en pourcentages** s'obtient en multipliant la fréquence par 100.
- **La moyenne** d'une série de valeurs est la somme de toutes les valeurs de la série, divisée par l'effectif total. (Ce nombre correspond à la valeur que l'on peut donner à chaque individu pour équilibrer la population)
- **La moyenne pondérée** d'une série de valeurs est la somme de tous les effectifs multipliés par le caractère, divisée par l'effectif total.
- Pour calculer la moyenne d'une série de valeurs regroupées par classes, on utilise **le centre de chaque classe** comme valeur associée à l'effectif.

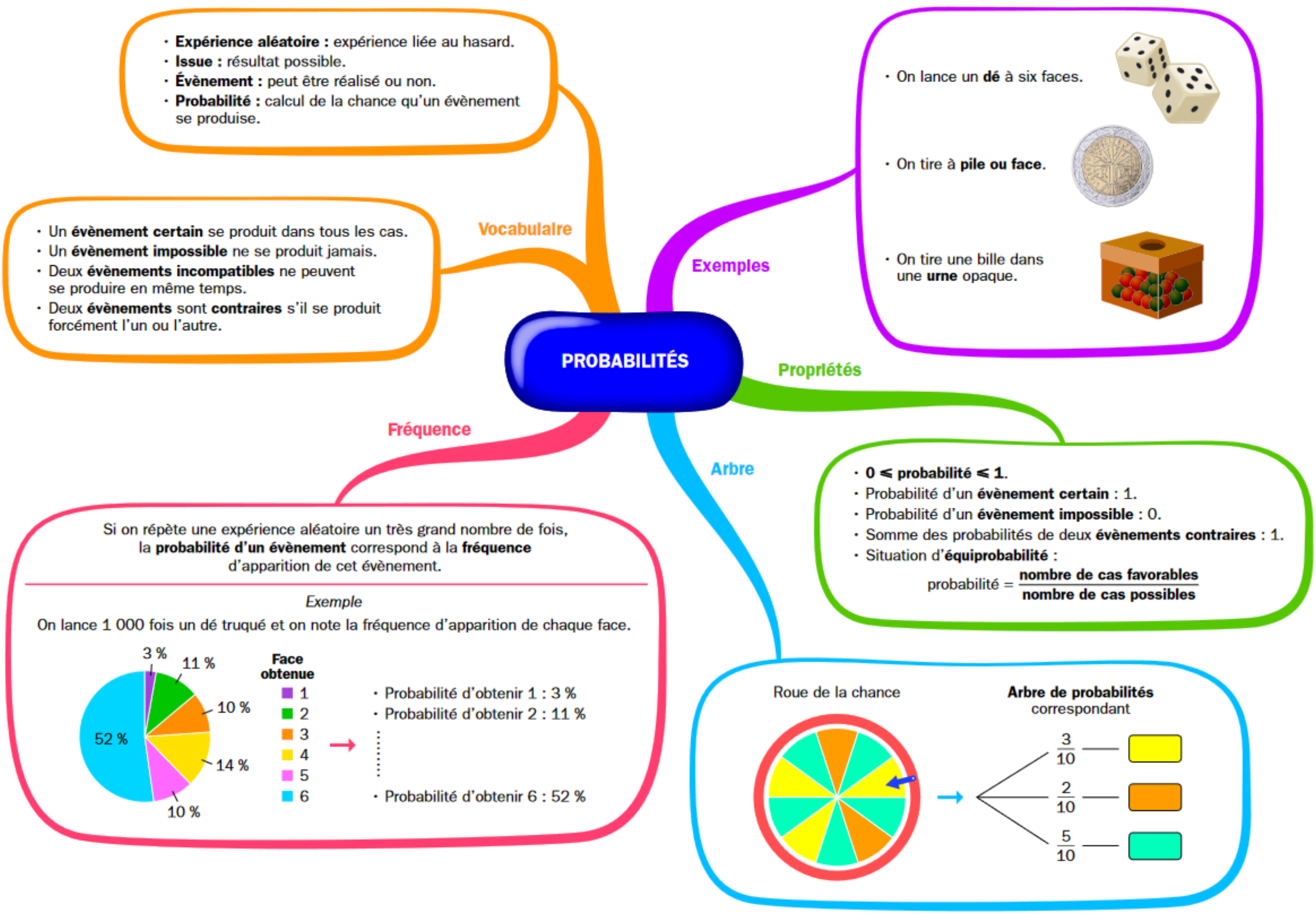
Exemple : Le tableau des notes d'un contrôle sur 10 points :

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	TOTAL
Effectifs	0	0	2	4	3	4	3	5	2	2	3	28
Effectifs cumulés croissants	0	0	2	6	9	13	16	21	23	25	28	
Fréquences	0	0	$\frac{2}{28}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{28}{28}=1$
Pourcentages	0	0	7	14	10	14	10	18	7	7	10	100

- La moyenne de cette série est

$$m = \frac{0\times0+1\times0+2\times2+3\times4+4\times3+5\times4+6\times3+7\times5+8\times2+9\times2+10\times3}{28} = \frac{165}{28} \approx 5{,}9$$

VI- Probabilités



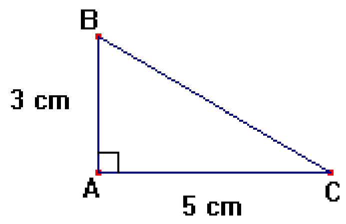
VII- Révisions géométrie :

Théorème de Pythagore

Théorème de Pythagore : Si un triangle est rectangle alors le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Exercice type : Sur la figure ci-dessous, calculer BC :

Le triangle ABC est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :



$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 32 + 52 = 9 + 25 = 34$

BC = $\sqrt{34}$ (valeur exacte)

BC » 5,8 cm (arrondi à 0,1 cm près en utilisant la touche $\sqrt{x}$ de la machine)

Réciproque du théorème de Pythagore : Si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.

La réciproque du théorème de Pythagore sert à démontrer qu'un triangle est rectangle.

Exercice type : ABC est un triangle tel que AB = 12 cm, AC = 5 cm et BC = 13 cm.
Démontrer que ABC est rectangle en A.

On va essayer de montrer que $AB^2 + AC^2 = BC^2$:

D'une part : $AB^2 + AC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

D'autre part : $BC^2 = 13^2 = 169$

PUISQUE $AB^2 + AC^2 = BC^2$,

ALORS d'après la **réciproque de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en A.

Théorème de Thalès

Théorème de Thalès : Dans un triangle ABC : Si M ∈ (AB) ; N ∈ (AC) et (MN) // (BC)
Alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

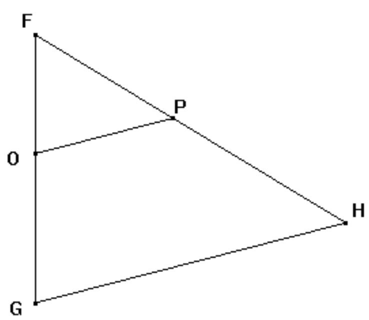
Exercice type :

Soit FGH un triangle. $O \in [FG]$ et $P \in [FH]$.

Les droites (OP) et (GH) sont parallèles.

$FP = 3\ cm$, $FO = 6\ cm$, $FH = 10\ cm$ et $GH = 9\ cm$.

Calculer les longueurs FG et OP.



<u>Résolution :</u>

Dans le triangle FGH, on sait que : $O \in [FG]$, $P \in [FH]$ et $(OP)//(GH)$.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{FO}{FG} = \frac{FP}{FH} = \frac{OP}{GH}$

C'est-à-dire $\frac{6}{FG} = \frac{3}{10} = \frac{OP}{9}$

▪ <u>Calcul de FG</u> :

On a : $\frac{6}{FG} = \frac{3}{10}$ d'où $FG = \frac{6\times 10}{3}$

Donc $\underline{FG = 20 \text{ cm}}$

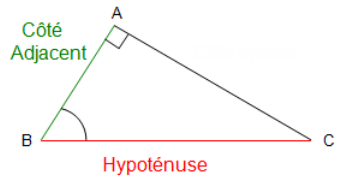
▪ <u>Calcul de OP</u> :

On a : $\frac{3}{10} = \frac{OP}{9}$ d'où $OP = \frac{3\times 9}{10}$

Donc $\underline{OP = 2{,}7 \text{ cm}}$

Cosinus :

Dans le triangle rectangle ABC rectangle en A, l'**hypoténuse** est [BC].



<u>On considère l'angle $\widehat{ABC}$:</u> On appelle **côté adjacent** le côté qui constitue l'angle $\widehat{ABC}$ qui n'est pas l'hypoténuse. Ici, il s'agit de [AB]

On appelle **côté opposé**, le côté « en face de » l'angle $\widehat{ABC}$. Ici, il s'agit de [AC].

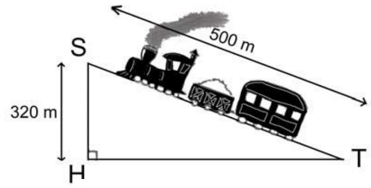
On définit le cosinus de l'angle $\widehat{ACB}$:

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{\text{longueur du côté } \textbf{adjacent}}{\text{longueur de l } \textbf{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

<u>Remarques:</u>

1) Le cosinus permet de calculer des longueurs ou des mesures d'angles dans des **<u>triangles rectangles</u>**.
2) **Le cosinus est un nombre compris entre 0 et 1.**
3) Le cosinus n'a pas d'unité.

Exercice type :



Pour s'élever de 320 m. Un train parcourt une montée de 500 m.

1) Déterminer l'arrondi à l'unité de la mesure de l'angle $\widehat{HST}$.
2) En déduire une valeur approchée à l'unité de TH

<u>Résolution :</u>

1) On sait que SHT est un triangle rectangle en H, donc : $\cos \widehat{HST} = \frac{SH}{ST} = \frac{320}{500} = 0{,}64$

A la calculatrice, on trouve : $\widehat{HST} = \arccos(0{,}64) \approx 50°$

2) On sait que la somme des angles d'un triangle est égale à 180°, donc : $\widehat{HTS} = 180° - \widehat{HST} - 90°$

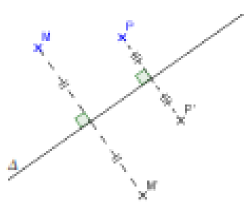
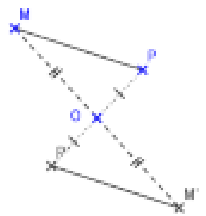
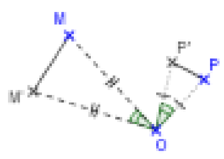
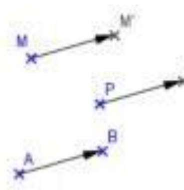
Ainsi, d'après la question précédente, on déduit : $\widehat{HTS} \approx 40°$

On se place dans le triangle SHT rectangle en H : $\cos \widehat{HTS} = \frac{HT}{ST}$ ou $HT = ST \times \cos \widehat{HTS}$

Ainsi : $HT \approx 500 \times \cos 40°$ donc $HT \approx 383\ m$

Transformations

Si une transformation du plan transforme M en M', on dit que M' est l'**image** de M par celle-ci.

	Symétrie axiale	Symétrie centrale	Rotation	Translation
Définition	D'axe Δ	De centre O	De centre O, d'angle ∝	Qui transforme A en B
Transformation qui à tout point M associe M' tel que :	Δ soit la médiatrice de [MM']	O soit le milieu de [MM']	OM=OM' Et $\widehat{MOM'}$ =∝	AB =MM' et (AB) // (MM')
Figure				
Invariant(s)	Δ est invariante point par point	O	O	Aucun sauf si A et B sont confondus
Conservations	Distances, angles géométriques, alignement, parallélisme, orthogonalité, aires			
Image	• D'une droite est une droite • D'une figure est une figure superposable	• D'une droite est une droite parallèle • D'une figure est une figure superposable	• D'une droite est une droite • D'une figure est une figure superposable	• D'une droite est une droite parallèle • D'une figure est une figure superposable

<u>Conséquence :</u> Deux triangles sont **isométriques** s'ils sont images l'un de l'autre par une symétrie (axiale ou centrale), rotation, translation, ou une combinaison de ces transformations (par exemple, une symétrie axiale suivie d'une translation).

VIII- Boite à outils :

1/ Conversions : Durées : 1h = 60 min = 3 600 s

A combien de minutes correspond 0,15 h :

1 h	**0,15 h**
60 min	$\frac{60\times0,15}{1}=9$ min

A combien d'heures correspond 1h et 12 min ? 1h et 12 min correspond à 72 min

1 h	$\frac{72\times1}{60}=1,2$h
60 min	**72 min**

Cas particuliers: 0,5 h = 30 min ; 0,25 h = 15 min ; 0,75 h = 45 min ; 0,1h = 6 min

Aires

km²		hm² = ha		dam² = a		m²		dm²		cm²		mm²	

Exemples: 51,25m² = 5125 dm² ; 125 dm² = 12 500 cm²; 0,00015km² = 150 m²

ATTENTION : Pour calculer une aire, toutes les dimensions doivent être exprimées dans la **même unité**.

Volumes

m³			dm³			cm³			mm³		
			hL	daL	L	dL	cL	mL			

Exemples: 2140 mm³ = 2,14 cm³ ; 24 m³ = 24 000 L ; 8,5 cm³ = 8500 mm³ ; 5 mL = 0, 005 dm³

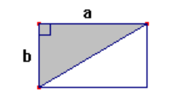
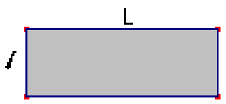
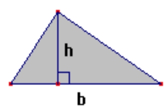
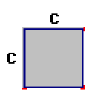
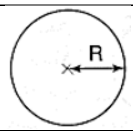
ATTENTION : Pour calculer un volume, toutes les dimensions doivent être exprimées dans la **même unité**.

2/ Périmètre et aires

Le **périmètre** d'un polygone d'une figure est la longueur de son contour. C'est la somme des longueurs de ses côtés.

Périmètre d'un cercle : $2\times\pi\times R$;

Formules sur les aires des figures usuelles :

Figure	**Dessin**	**Aire (A)**	Triangle rectangle		$A=\frac{a\times b}{2}$
Rectangle		$A=L\times l$	Triangle		$A=\frac{b\times h}{2}$
Carré		$A=c\times c$	Disque		$A=\pi\times R^2$

3/ Volumes

Le volume d'un pavé droit, d'un prisme droit, d'un cylindre se calcule à l'aide de la formule :

$$V=\text{"}Aire\ de\ la\ base\text{"}\times\text{"}hauteur\text{"}$$

Le volume d'une pyramide, d'un cône se calcule à l'aide de la formule : $V=\frac{1}{3}\times\text{"}Aire\ de\ la\ base\text{"}\times\text{"}hauteur\text{"}$

4/ Agrandissements – Réductions

Définition : On dit qu'un objet est un **agrandissement** ou une **réduction** d'un autre objet lorsque leurs longueurs sont ***proportionnelles***. Le coefficient de proportionnalité est alors appelé **coefficient d'agrandissement** (ou **de réduction**).

Propriétés :
1) Si le coefficient de proportionnalité est strictement **supérieur à 1**, alors c'est un coefficient d'**agrandissement**.
2) Si le coefficient de proportionnalité est strictement **inférieur à 1**, alors c'est un coefficient de **réduction**.
3) Les agrandissements et les réductions conservent les **angles** (en particulier les **angles droits**)
4) Les agrandissements et les réductions conservent les **parallélismes**
5) Si les longueurs d'une figure sont multipliées par un nombre **k** (positif), alors l'aire est multipliée par $\mathbf{k^2}$
6) Si les longueurs d'une figure sont multipliées par un nombre **k** (positif), alors le volume est multiplié par $\mathbf{k^3}$

5/ Tableur

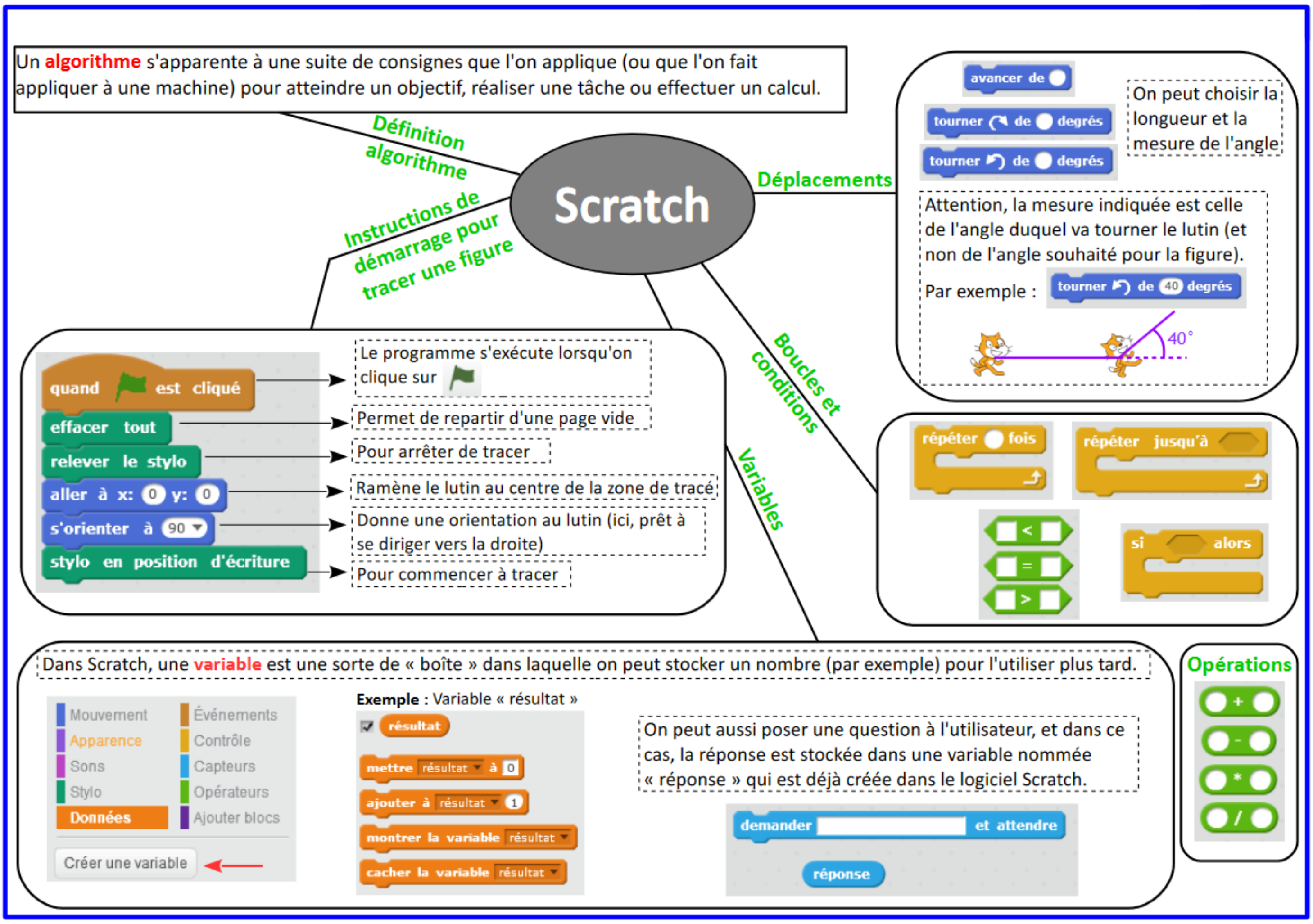
Une formule commence toujours par le signe « = ».
Exemple : la formule « =B2+C5 » additionne le contenu des cellules B2 et C5.
Des opérateurs arithmétiques tels que « + » (addition), «-» (soustraction), « * » (multiplication) ou « / » (division),
Un **groupe de cellules** est un ensemble de cellules, son adresse se définit en donnant les adresses des deux cellules extrêmes. ***Exemple :*** (C8:D10) est l'adresse de la plage de cellules contenant C8, C9, C10, D8, D9, D10
Priorités opératoires : Il est important de respecter les priorités opératoires dans l'écriture des formules. L'utilisation des parenthèses est alors importante.
Carré d'un nombre : On utilise la formule suivante : **= A1*A1** ou **= A1^2**
Quelques formules à retenir :

= SOMME (A1 : A3) pour calculer la somme de tous les nombres situés des cellules A1, jusqu'à A3.
= A1 + A2 + A3 permet d'obtenir le même résultat que ci-dessus.

= SOMME (A1 ; A3) pour calculer la somme des nombres situés dans les cellules A1 et A3.
= A1 + A3 permet d'obtenir le même résultat que ci-dessus.

=B1*B4 permet de calculer le produit des nombres situés dans les cellules B1 et B4
= B1*B1 permet de calculer le carré du nombre situé dans la cellule B1

6/ Scratch



IX- Démontrer en mathématiques

En mathématiques, on écrit souvent les propriétés sous la forme « Si…alors… ». Dans ces propriétés :

- L'expression qui est entre « Si » et « alors » est appelée **l'hypothèse ou la condition.**
- L'expression qui suit le mot « alors » est appelée la **conclusion**.

Comment chercher une démonstration ?

On se sert du schéma suivant :

Que faut-il démontrer ?

Quelles propriétés permettent de le démontrer ?
Quelle propriété choisir ?
A-t-on les hypothèses de la propriété choisie ?

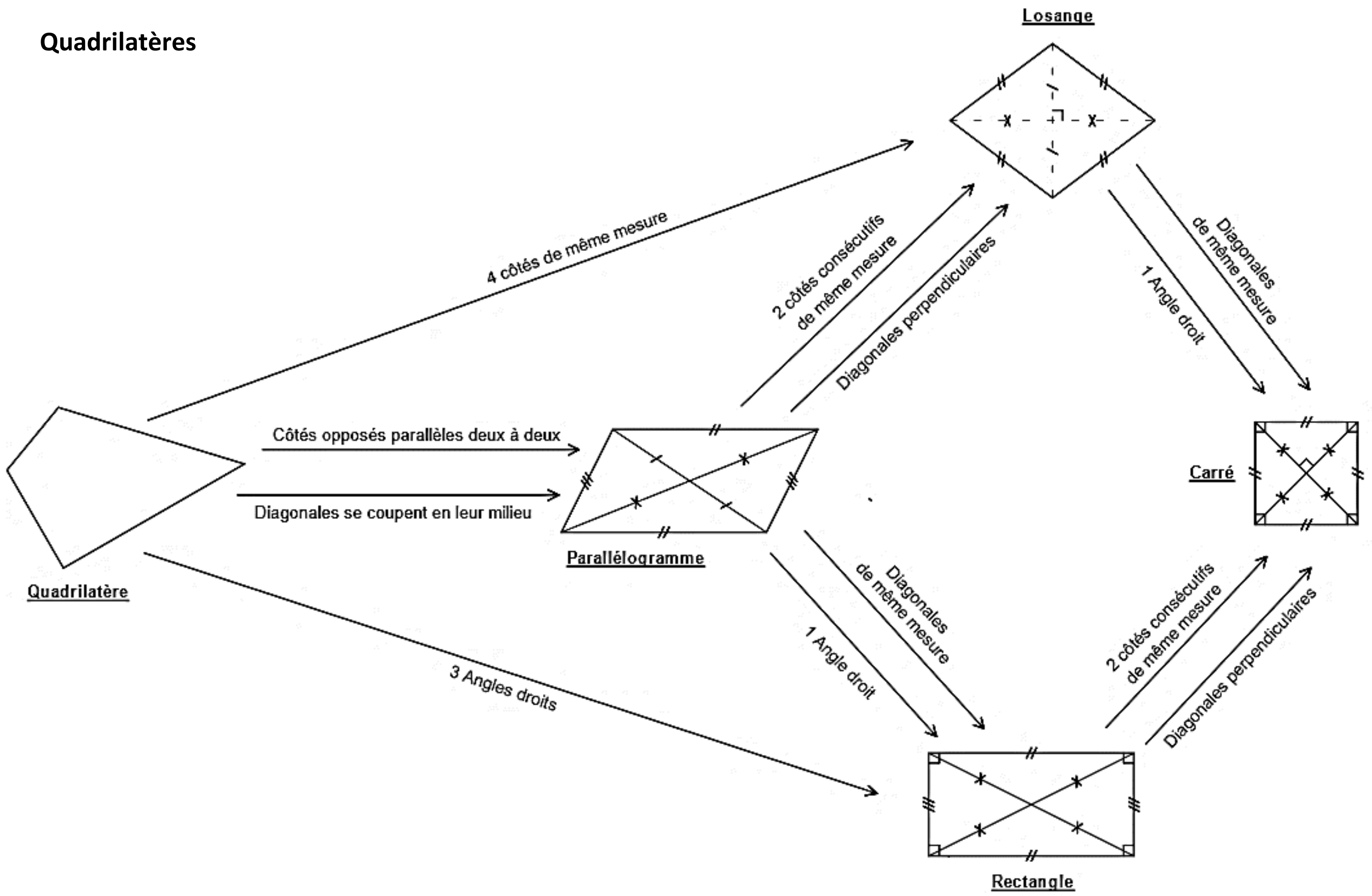
OUI → On passe à la rédaction de la démonstration.

NON → On démontre les hypothèses de la propriété.

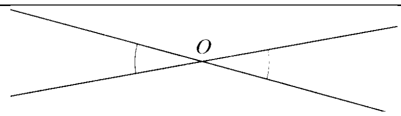
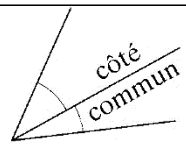
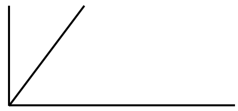
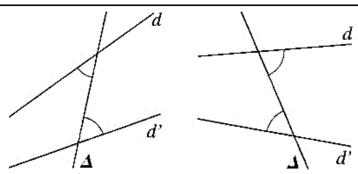
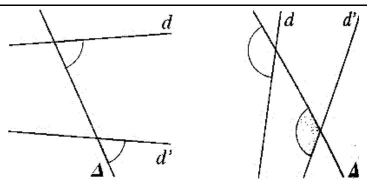
Triangles

- La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.
- Si un triangle est **rectangle**, alors la somme des mesures des deux angles **aigus** est égale à 90°.
- Si un triangle est **isocèle**, alors les angles à la base sont de même mesure.
- Si un triangle est **équilatéral**, alors chacun de ses angles a pour mesure 60°.
- Une **bissectrice** est une droite qui **partage un angle en deux parties égales.**
- La **médiatrice** est une droite qui coupe **perpendiculairement** un segment en **deux parties égales.**
- Les **hauteurs** d'un triangle sont des droites qui passent par un sommet et qui **coupent perpendiculairement** le côté opposé.
- Les **médianes** du triangle sont des droites qui passent par un sommet et qui **coupent le côté opposé en son milieu.**

Quadrilatères



Angles

DEFINITION	Illustrations
Deux angles **<u>opposés par le sommet</u>** sont deux angles : • qui ont le même sommet ; • dont les côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.	
Deux angles sont **<u>adjacents</u>** lorsque : • ils ont le même sommet ; • ils ont un côté commun ; • ils sont de part et d'autre de ce côté.	
Deux angles sont **<u>complémentaires</u>** lorsque leur somme est égale à 90°.	
Deux angles sont **<u>supplémentaires</u>** lorsque leur somme est égale à 180°.	
Deux droites (d) et (d') coupées par une sécante (Δ) forment deux paires **<u>d'angles alternes internes</u>** : - ils sont de part et d'autre de la sécante (Δ) - ils sont situés entre les droites (d) et (d') - ils ne sont pas adjacents : ils sont situés de part et d'autre de la sécante (Δ)	
Deux droites (d) et (d') coupées par une sécante (Δ) forment quatre paires **<u>d'angles correspondants</u>** : - ils n'ont pas le même sommet - ils sont du même côté de la sécante (Δ) - un seul est situé entre les droites (d) et (d') (l'autre est en dehors)	

Exercices « Cahier de vacances »

<u>Exercice 1 :</u> On donne $a = \frac{2}{3}$; $b = -3$; $c = -\frac{3}{4}$

Exprimer sous forme fractionnaire :

$a + b + c$; $a + b - c$; $-a - b + c$; $a + bc$; abc ; $\frac{c}{a}$; $\frac{a-b}{c}$.

<u>Exercice 2 :</u> Pour son rayon de café de luxe, monsieur Robusta achète 168 kilogrammes de café vert. Après transformation, monsieur Robusta constate avec horreur que ce café perd $\frac{6}{35}$ de sa masse.

1. Vérifier que la masse perdue pendant la transformation est égale à 28, 8 kg.
2. Monsieur Robusta vend ce café transformé 9,30€ le kilogramme. Quelle somme d'argent Monsieur Robusta récupère-t-il si tout son café transformé est vendu ?
3. Le prix d'achat des 168 kilogrammes de café vert représente 55% de la somme obtenue par la vente. Combien ont coûté les 168 kg de café vert à Monsieur Robusta ?

<u>Exercice 3 :</u> Deux questions indépendantes

1) Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes en détaillant les étapes :

$D = 5\,370$ $S = 0{,}00092$ $L = 52{,}1 \times 10^3$ $B = \frac{24 \times 10^{-3} \times 5{,}5 \times (10^5)^{-2}}{8 \times 10^{-5} \times 10^{-19}}$

2) Calculer en détaillant les étapes puis donner le résultat en notation scientifique de A et C.

A = $15 \times 10^{-9} \times 10^{-15} \times 6$; $C = 2{,}4 \times 10^3 + 5 \times 10^{-2}$

3) Calculer en détaillant les étapes D = $(2 + 7)^2 \times (3^2 + 1^2)$; E = $6 - 9 \times (3 - 4)^8$

Exercice 4 :

1) Développer et réduire :
   $A = 2x(7x+8)$; $B = -7(5x-8) - (4x^2+7x-11)$;
   $C = (5x+2)(2x-3)$; $D = (3x-6)^2$
2) Résoudre les équations : $8x - 7 = 19$ et $14x + 28 = 3x + 7$
3) On considère l'expression $A = 4x^2 - 7x - 3$:
   Calculer A pour $x = 3$ puis pour $x = -2$

Exercice 5 : Les questions suivantes sont indépendantes.

1) La distance entre la terre et le soleil est de 150 millions de kilomètres. La vitesse de la lumière est de 300 000 km/s. Un rayon part du soleil à 10h56min51s.
   A quelle heure ce rayon arrivera-t-il sur terre ?
2) Votre salaire est de 1650 euros. Vous obtenez une augmentation de 8%.
   Calculer votre nouveau salaire.
3) Un livre qui coûtait 33 € ne coûte plus que 23,10 €.
   Calculer le pourcentage de réduction.
4) Un téléviseur est vendu 464 € avec une réduction de 20 %. Quel était le prix initial ?
5) L'entreprise Caniland emploie 1200 personnes dont 60 % de femmes. L'entreprise Zooplus emploie 800 personnes dont 70 % d'hommes.
   Calculer le pourcentage de femmes lorsque les deux entreprises sont réunies.
6) En roulant à une vitesse moyenne de 108 km/h, calculer la distance parcourue en 49 minutes.
7) Trouver quatre nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 3 810. Justifier.

Exercice 6 : Pour préparer son voyage à Marseille, Julien utilise un site Internet pour choisir le meilleur itinéraire.
Voici le résultat de sa recherche :

1) Quelle vitesse moyenne, arrondie au km/h, cet itinéraire prévoit-il pour la portion de trajet sur l'autoroute ?

Calculez votre itinéraire		**59 000 Lille–13000 Marseille**	
Départ		Coût estimé	Péage 73,90 €
59 000 Lille France			Carburant 89,44 €
		Temps	8 h 47 dont
			8 h 31 sur autoroute
Arrivée			
13 000 Marseille France		Distance	1 004 km dont
			993 km sur autoroute

2) Sachant que la sécurité routière préconise au moins une pause de 10 à 20 minutes toutes les deux heures de conduite, quelle doit être la durée minimale que Julien doit prévoir pour son voyage ?
3) Sachant que le réservoir de sa voiture a une capacité de 60 L et qu'un litre d'essence coûte 1,42 € peut-il faire le trajet avec un seul plein d'essence en se fiant aux données du site internet ?

Exercice 7 : Mathilde et Paul saisissent sur leur calculatrice un même nombre. Voici leurs programmes de calcul :

1) On considère la feuille de calcul suivante :

Programme de calcul de Mathilde
• Saisir un nombre
• Multiplier ce nombre par 9
• Soustraire 8 au résultat obtenu

Programme de calcul de Paul
• Saisir un nombre
• Multiplier ce nombre par −3
• Ajouter 31 au résultat obtenu

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde											
3	Paul											

a) Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 puis étirer jusqu'à la cellule L2 pour obtenir les résultats obtenus par Mathilde ?

b) Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3 puis étirer jusqu'à la cellule L3 pour obtenir les résultats obtenus par Paul ?

2) Voici ce que la feuille de calcul fait apparaître après avoir correctement programmé les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde	−8	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82
3	Paul	31	28	25	22	19	16	13	10	7	4	1

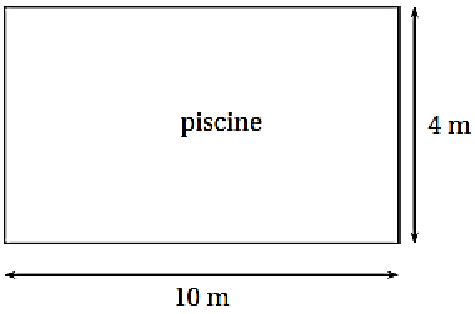
Mathilde et Paul cherchent à obtenir le même résultat.
Au vu du tableau, quelle conjecture pourrait-on faire sur l'encadrement à l'unité du nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat ?

3) Déterminer par le calcul le nombre de départ à saisir par Mathilde et Paul pour obtenir le même résultat et vérifier la conjecture sur l'encadrement.

Exercice 8 : Voici les caractéristiques d'une piscine qui doit être rénovée :

Document 1 : informations sur la piscine

Vue aérienne de la piscine



Forme : pavé droit

Profondeur : 1,2 m

Document 2 : information relative à la pompe de vidange

Débit : 14 m^3/h

Document 3 : informations sur la peinture résine utilisée pour la rénovation

– seau de 3 litres
– un litre recouvre une surface de 6 m^2
– 2 couches nécessaires
– prix du seau : 69,99 €

1) Le propriétaire commence par vider la piscine avec la pompe de vidange.
Cette piscine est remplie à ras bord. Sera-t-elle vide en moins de 4 heures ?

2) Il repeint ensuite toute la surface intérieure de cette piscine avec de la peinture résine.
Quel est le coût de la rénovation ?

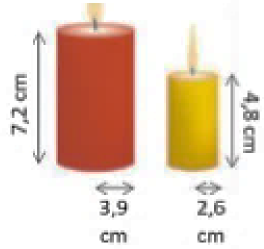
Exercice 9 : Voici les effectifs et les salaires des employés d'une Petite et Moyenne Entreprise (PME) :

catégorie	Ouvrier simple	Ouvrier qualifié	Cadre moyen	Cadre supérieur	Dirigeant
Effectif	50	25	15	10	2
Salaire en euros	950	1300	1700	3500	8000

1) Quel est l'effectif de cette PME ?
2) Calculer le salaire moyen arrondi à l'unité.
3) Les dirigeants décident une augmentation de 8% du montant du salaire d'un ouvrier simple.
Calculer le nouveau salaire de cet ouvrier. Quelle est la nouvelle moyenne ?

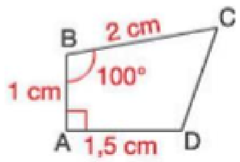
Exercice 10 :

1) ABCD et EFGH sont deux rectangles tels que : AB = 4 cm ; BC = 3 cm ; EF = 6 cm et FG = 5 cm.
EFGH est-il un agrandissement du rectangle ABCD ?



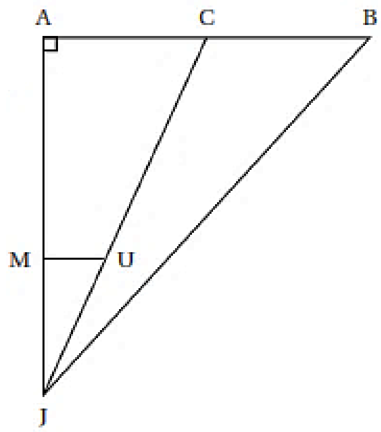
2) a) La bougie de droite est-elle une réduction de la bougie de gauche ?
b) Par combien doit-on multiplier le volume de la petite bougie pour obtenir celui de la grande bougie ?

3) Construire un agrandissement de ABCD de rapport 1,8 :



Exercice 11 :

On considère la figure ci-contre qui n'est pas à l'échelle.

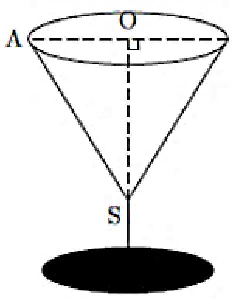


- Le triangle JAB est rectangle en A.
- Les droites (MU) et (AB) sont parallèles.
- Les points A, M et J sont alignés.
- Les points C, U et J sont alignés.
- Les points A, C et B sont alignés.
- AB = 7,5 m.
- MU = 3 m.
- JM = 10 m.
- JA = 18 m

1) Calculer la longueur JB.
2) Montrer que la longueur AC est égale à 5,4 m.
3) Calculer l'aire du triangle JCB.

Exercice 12 :

Un verre a une partie supérieure en forme de cône de révolution de sommet S, de hauteur [OS] telle que OS = 9 cm et de rayon [OA] tel que OA = 4 cm.



1) Montrer que le volume de ce verre, en cm^3, est égal à 48π.
2) Avec un litre d'eau, combien de fois peut-on remplir entièrement ce verre ?

Rappel: 1 litre = 1 dm^3= 1 000 cm^3

Le volume d'un cône de hauteur h et de rayon R est $V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$

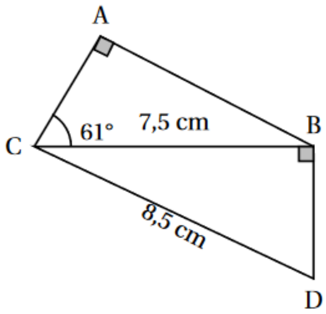
Exercice 13 : Djamel et Sarah ont un jeu de société : pour y jouer, il faut tirer au hasard des jetons dans un sac. Tous les jetons ont la même probabilité d'être tirés. Sur chaque jeton un nombre entier est inscrit.
Djamel et Sarah ont commencé une partie. Il reste dans le sac les huit jetons suivants :

$\boxed{5}$ $\boxed{14}$ $\boxed{26}$ $\boxed{18}$ $\boxed{5}$ $\boxed{9}$ $\boxed{18}$ $\boxed{20}$

1) C'est à Sarah de jouer.
   a) Quelle est la probabilité qu'elle tire un jeton « 18 » ?
   b) Quelle est la probabilité qu'elle tire un jeton multiple de 5 ?
2) Finalement, Sarah a tiré le jeton « 26 » qu'elle garde. C'est au tour de Djamel de jouer.

La probabilité qu'il tire un jeton multiple de 5 est-elle la même que celle trouvée à la question 1. b. ?

Exercice 14 :



1) Calculer AC
2) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCD}$

Eléments de correction : « Cahier de vacances – Entrée en 3e »

Exercice 1 :

$a+b+c=-\frac{37}{12}$; $a+b-c=-\frac{19}{12}$; $-a-b+c=\frac{19}{12}$; $a+bc=\frac{35}{12}$; $abc=\frac{3}{2}$; $\frac{c}{a}=-\frac{9}{8}$; $\frac{a-b}{c}=-\frac{44}{9}$

Exercice 2 :

1. $\frac{6}{35}\times 168=$28, 8 kg.

2. $(168-28.8)\times 9{,}30=1294{,}56$€.

3. $\frac{55}{100}\times 1294{,}56=712{,}0008$. Ainsi, 168 kg de café vert ont coûté environ 712 €

Exercice 3 :

1) Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes en détaillant les étapes :

$D=5\,370$ $\quad S=0{,}00092$ $\quad L=52{,}1\times 10^3$

$D=5{,}37\times 10^3$ $\quad S=9{,}2\times 10^{-4}$ $\quad L=5{,}21\times 10^4$

$$B=\frac{24\times10^{-3}\times5{,}5\times(10^5)^{-2}}{8\times10^{-5}\times10^{-19}}=\frac{24\times5{,}5\times10^{-3}\times10^{-10}}{8\times10^{-24}}=16{,}5\times\frac{10^{-13}}{10^{-24}}=16{,}5\times10^{-13-(-24)}=16{,}5\times10^{11}=1{,}65\times10^{1}\times10^{11}=1{,}65\times10^{12}$$

2) Calculer en détaillant les étapes puis donner le résultat en notation scientifique de A, B et C.

A = $15\times 10^8\times 10^{-15}\times 6=15\times 6\times 10^8\times 10^{-15}=90\times 10^{8+(-15)}=90\times 10^{-7}=9\times 10^{-6}$

$C=2{,}4\times 10^3+5\times 10^{-2}=2400+0{,}05=2400{,}05=2{,}40005\times 10^3$

3) Calculer en détaillant les étapes :

$D=9^2\times(9+1)=81\times 10=810$ $\qquad E=6-9\times(-1)^8=6-9\times 1=6-9=-3$

Exercice 4 :

1) $A=2x(7x+8)=14x^2+16x$;

$B=-7(5x-8)-(4x^2+7x-11)=-35x+56-4x^2-7x+11=-4x^2-42x+67$;

$C=(5x+2)(2x-3)=10x^2-15x+4x-6=10x^2-11x-6$;

$D=(3x-6)^2=(3x-6)(3x-6)=9x^2-18x-18x+36=9x^2-36x+36$

2) $8x-7=19$ a pour solution $x=3.25$; $14x+28=3x+7$ a pour solution $x=-\frac{21}{11}$

3) Pour $x=3$: $A=12$; Pour $x=-2$: $A=27$.

Exercice 5 : Questions indépendantes

1)

$t = \frac{d}{v} = \frac{150\,000\,000}{300\,000} = 500$ Le rayon met 500 secondes pour arriver sur Terre. 500s = 8min20s

10h56min51s + 8min20s = 11h05min11s Le rayon arrivera sur Terre à 11h05min11s.

2)

$1650 \times \frac{8}{100} = 132$ et $1650 + 132 = 1782$ Votre nouveau salaire sera de 1 782 euros.

3)

$33 - 23{,}10 = 9{,}9$ et $\frac{9{,}9}{33} = 0{,}3 = \frac{30}{100} = 30\%$ La réduction est de 30%.

4)

464 euros	80%
x	100%

$x = \frac{464 \times 100}{80} = 580$ Le prix initial était 580 euros.

Attention : si vous augmentez 464 euros de 20%, vous ne trouverez pas le prix de départ !

5)

$1200 \times \frac{60}{100} = 720$ Caniland emploie 720 femmes. $800 \times \frac{30}{100} = 240$ Zooplus emploie 240 femmes.

$720 + 240 = 960$ $\frac{960}{1200+800} = \frac{960}{2000} = 0{,}48 = 48\%$ Lorsque les deux entreprises sont réunies, on compte 48% de femmes.

6)

108 km	60 min
d	49 min

$d = \frac{108 \times 49}{60} = 88{,}2$ La distance parcourue en 49 minutes est de 88,2 kilomètres.

7)

Soit x le premier des quatre nombres entiers consécutifs.

Mise en équation : $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 3\,810$

$4x + 6 = 3\,810$ $4x = 3\,810 - 6$ $4x = 3\,804$ $x = \frac{3804}{4}$ $x = 951$

Les 4 nombres sont 951 ; 952 ; 953 et 954. Vérification : $951 + 952 + 953 + 954 = 3\,810$

Exercice 6 :

1)

Cet itinéraire prévoit de faire 993 km sur autoroute en 8 h 31 min soit en $8 \times 60 + 31 = 511$ minutes, donc pour calculer la vitesse moyenne, on calcule la distance parcourue en 1 h = 60 min :

Distance (km)	993 km	d ?
temps (minutes)	511 minutes	60 minutes

$$d = \frac{993 \times 60}{511} \approx 116{,}59 \text{ km}$$

La vitesse moyenne, arrondie au km/h, pour la portion de trajet sur autoroute est de

$$\boxed{v = 117 \text{ km.h}^{-1}}$$

2)

Il doit effectuer 4 pauses d'une durée minimale de 10 minutes. Son trajet sera donc de **8h 47min + 40min soit 9h 27min.**

3)

Le trajet prévoit un coût de 89,44 € pour le carburant. Or un litre d'essence coûte 1,42 € donc :

Volume essence (L)	v ?	1 litre
prix (€)	89,44 €	1,42 €

$$v = \frac{89{,}44 \times 1}{1{,}42} \approx 63 \text{ litres}$$

Sachant que le réservoir de sa voiture a une capacité de 60 L, **il ne pourra donc pas faire le trajet avec un seul plein d'essence.**

Exercice 7 :

1. Dans la cellule B2, il faut saisir la formule : $\boxed{=9*B1-8}$.
2. Dans la cellule B3, il faut saisir la formule : $\boxed{=-3*B1+31}$.

Au vu du tableau, on peut conjecturer que le nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat est compris entre 3 et 4.

Soit x le nombre saisi et tel que : $P_{\text{Mathilde}} = P_{\text{Paul}}$

3. Résolvons l'équation :

$$9x - 8 = -3x + 31$$

Celle-ci équivaut à : $9x + 3x = 31 + 8$

$12x = 39$ et enfin $x = \frac{39}{12} = \frac{13}{4} = 3,25$.

Programme de Mathilde : $9 \times 3,25 - 8 = 29,25 - 8 = 21,25$;

Programme de Paul : $-3 \times 3,25 + 31 = -9,75 + 31 = 21,25$.

Mathilde et Paul doivent choisir le nombre 3,25, la conjecture émise était correcte.

Exercice 8 :

1. $V_{\text{piscine}} = 10 \times 4 \times 1,2 = 48\ \text{m}^3$. Le volume de la piscine est de $48\ \text{m}^3$.

   On calcule alors : $\frac{48}{14} \approx 3,4$ h soit 3 h 24 min.

   La piscine sera donc vide en moins de 4 heures.

2. On calcule la surface de la piscine :

   $A_{\text{piscine}} = 10 \times 4 + 2 \times (10 \times 1,2) + 2 \times (4 \times 1,2)$

   $A_{\text{piscine}} = 40 + 24 + 9,6$

   $A_{\text{piscine}} = 73,6\ \text{m}^2$.

   La surface de la piscine est de $73,6\ \text{m}^2$.

   2 couches sont nécessaires pour peindre la piscine, il faut donc prévoir de la peinture pour une surface de : $2 \times 73,6 = 147,2\ \text{m}^2$.

   On calcule la quantité de peinture nécessaire : $\frac{147,2}{6} \approx 24,53\ \ell$.

   Il faudra environ 24,53 litres de peinture.

   Or $\frac{24,53}{3} \approx 8,2$.

   Les seaux contiennent 3 litres de peinture, il faudra donc 9 seaux de peinture.

   $9 \times 69,99 = 629,91$.

   Le coût sera donc de 629,91 €.

Exercice 9 :

1) Effectif total : $50 + 25 + 15 + 10 + 2 = 102$
2) Salaire moyen : $\bar{m} = \frac{50\times950+25\times1300+15\times1700+10\times3500+2\times8000}{102} = \frac{156500}{102} \approx 1534$ €
3) $\frac{75}{102} \times 100 \approx 76\ \%$. 44% des employés gagnent moins de 1500€.
4) $950 + \frac{8}{100} \times 950 = 1026$ €. Le nouveau salaire moyen d'un ouvrier simple est de 1026 €.

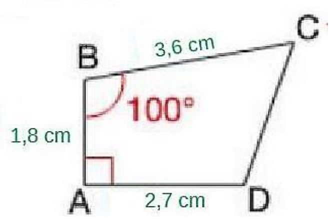
Exercice 10 :

1) On a : $\frac{EF}{AB} = \frac{6}{4} = 1,5$ et $\frac{FG}{BC} = \frac{5}{3} \approx 1,67$. EFGH n'est pas un agrandissement de ABCD.

2)a) On a : $\frac{2,6}{3,9} = \frac{1}{3}$ et $\frac{4,8}{7,2} = \frac{1}{3}$. Donc la petite bougie est une réduction de la grande bougie.

b) On obtient le volume de la grande bougie en multipliant celui de la petite bougie par : $3^3 = 27$

c) Figure exacte laissée au lecteur :



Exercice 11 :

1) Calcul de la longueur JB : On sait que le triangle AJB est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $JB^2 = JA^2 + AB^2 = 18^2 + 7{,}5^2 = 380{,}25$ Donc, $JB = \sqrt{380{,}25} = 19{,}5\ m$
2) Montrons que la longueur AC est égale à 5,4 m : On sait que les points A, M, J d'une pat et C, U, J d'autre part sont alignés. On sait de plus que les droites (MU) et (AB) sont parallèles. Donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{JM}{JA} = \frac{JU}{JC} = \frac{MU}{AC}$ ou $\frac{10}{18} = \frac{JU}{JC} = \frac{3}{AC}$
   On en déduit : $AC = \frac{18\times3}{10} = 5{,}4\ m$
3) Calcul de l'aire des triangle JAC et JAB :
   $A_{JAC} = \frac{JA\times AC}{2} = \frac{18\times5{,}4}{2} = 48{,}6\ m^2$ et $A_{JAC} = \frac{JA\times AC}{2} = \frac{18\times5{,}4}{2} = 48{,}6\ m^2$
   Calcul de l'aire du triangle JCB : $A_{JCB} = A_{JAB} - A_{JAC} = 67{,}5 - 48{,}6 = 18{,}9\ m^2$

Exercice 12 :

1) $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 9 = 48\pi\ cm^3$. Le volume d'un verre est bien égal à $48\pi\ cm^3$.

2)$1L = 1000\ cm^3$ et $\frac{1000}{48\pi} \approx 6.63$ donc on peut remplir entièrement 6 verres.

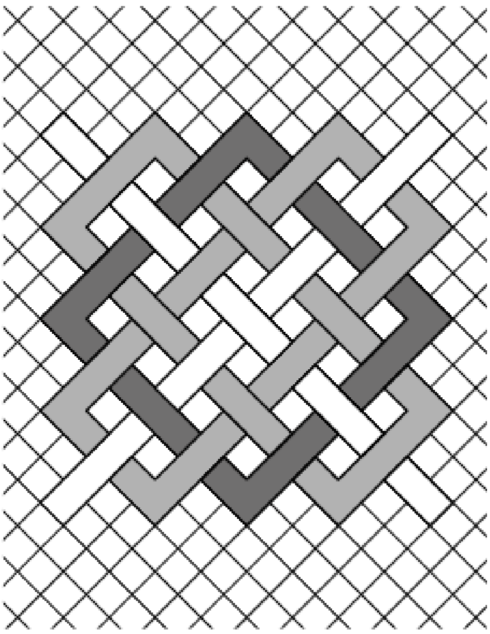
Exercice 13 :

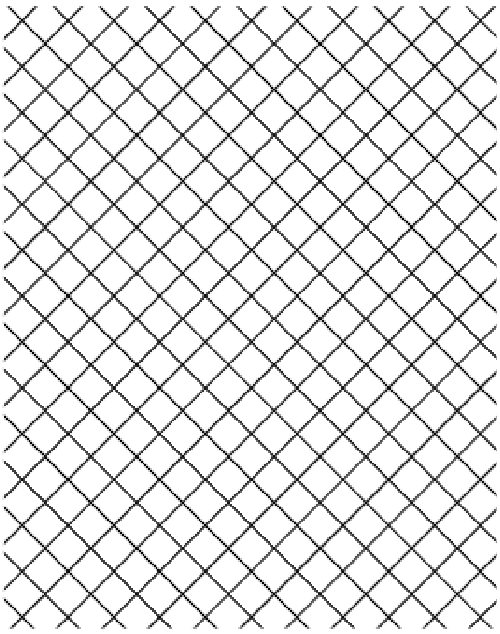
1. a. La probabilité que Sarah tire un jeton « 18 » est de $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25$
   b. Il y a 3 jetons multiples de 5, la probabilité que Sarah tire un jeton multiple de 5 est donc de $\frac{3}{8} = 0{,}375$
2. Si Sarah garde le jeton tiré, il n'y a plus que 7 jetons dans le sac dont 3 multiples de 5, la probabilité que Djamel tire un jeton multiple de 5 est de $\frac{3}{7} \neq \frac{3}{8}$.

Exercice 14 :

1) On sait que ABC est rectangle en A, donc : $\cos\widehat{ACB} = \frac{AC}{BC}$ ou $\cos 61° = \frac{AC}{7{,}5}$ ou $AC = 7{,}5 \times \cos 61°$
   On trouve : $AC \approx 3{,}6\ cm$
2) On sait que BCD est rectangle en B, donc : $\cos\widehat{BCD} = \frac{BC}{CD} = \frac{7{,}5}{8{,}5} = \frac{15}{17}$
   A la calculatrice, on trouve : $\widehat{BCD} = \arccos\left(\frac{15}{17}\right) \approx 28°$

Pour finir, une figure à reproduire pour le plaisir !





Bonnes vacances !