Chapitre . . . : Fonctions affines, linéaires et constantes

I. INTRODUCTION

Classer les fonctions suivantes selon 3 groupes :

$f(x) = 5x$ $g(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$ $h(x) = 2x - 7$ $i(x) = 12 - 6x$

$j(x) = 500$ $k(x) = 2x^2 - 22$ $l(x) = -9$ $m(x) = \frac{1}{x} + 6$ $n(x) = -11x$

. . . .	. . . .	. . . .	. . . .

II. DEFINITION ET PROPRIETE

Définition

On dit qu'une fonction f est affine s'il existe deux nombres a et b tel que f : $f : x \longmapsto ax + b$.
Le nombre **a** est appelé **coefficient directeur** de la fonction f et le nombre **b** est appelé **ordonnée à l'origine**.

Remarque :

- **Une fonction linéaire** est une fonction affine où $b = 0$.
- **Une fonction constante** est une fonction affine où $a = 0$.

Propriété

Soient f une fonction affine, x_1 et x_2 deux nombres.

Si $x1 \neq x2$ alors $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

EXEMPLE RESOLU : ***Déterminer la fonction affine telle que f(1) = 2 et f(3) = -4.***

Etape 1 : Calcul du coefficient a.

Pour trouver le coefficient a, nous allons utiliser la propriété ci-dessus. On a f(1) = 2 et f(3) = -4. Ainsi,
$a = \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{-4-2}{3-1} = -3$

Dès lors, on obtient que, pour tout réel x,
$\boldsymbol{f(x) = -3x + b}$
Etape 2 : Calcul du coefficient b.

Pour cela, il faut utiliser une des 2 égalités de l'énoncé.

Prenons, f(1)=2. Cela signifie de l'image de 1 est 2 par la fonction f. $-3 \times 1 + b = 2$

Il n'y a plus qu'à résoudre l'équation.

b=2+3 **Donc b=5.**

Etape 3 : L'expression de la fonction affine f est donc $\boldsymbol{f(x) = -3x + 5}$.