Plan du cours

Chapitre . . . : Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Remarque : Ces théorèmes ne s'appliquent qu'aux triangles rectangles !

Mes objectifs :

↪ Je dois savoir écrire le théorème de Pythagore dans une situation donnée,

↪ Je dois savoir utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une longueur dans un triangle rectangle,

↪ Je dois savoir utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour prouver qu'un triangle est rectangle.

Introduction : Conjecture du théorème de Pythagore

1. Tracer un triangle ABC rectangle en B, veillez à prendre des mesures simples.

2. Compléter le tableau suivant :

Triangle n°	AB	BC	AC	AB^2	BC^2	AC^2	$AB^2 + BC^2$
1 (le vôtre)							
2							
3							

I. Le théorème de Pythagore

1. Reconnaître l'hypoténuse dans un triangle rectangle

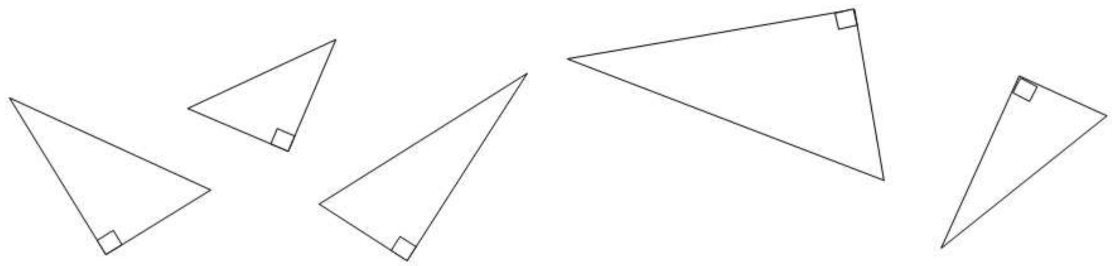
Définition

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé l'hypoténuse.

Remarque : Dans un triangle rectangle l'hypoténuse est le plus grand des 3 côtés.

Exercice d'application 1

Repasser en rouge les hypoténuses des triangles rectangles suivants :

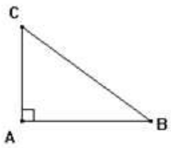


2. Énoncé du théorème de Pythagore

Théorème

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

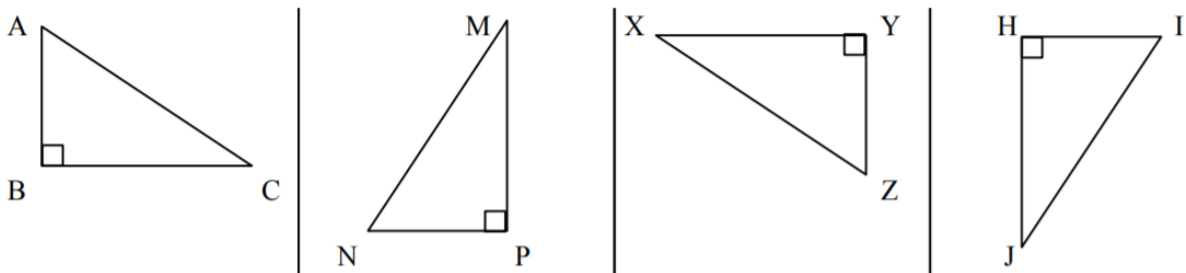
En pratique :



Si ABC est un triangle rectangle en A alors $BC^2 = AC^2 + AB^2$.

Exercice d'application 2

Pour chaque triangle rectangle , repasser l'hypoténuse en rouge et écrire l'égalité du théorème de Pythagore appliqué à ce triangle :



........=....................	........=....................	........=.....................	.......=......................

3. Applications du théorème de Pythagore

- **Objectif 1** : **Calculer la longueur de l'hypoténuse dans un triangle rectangle.**

Exemple 1 :

Soit ERL un triangle rectangle en R tel que ER = 9 cm et RL = 12 cm.
Calculer la longueur LE.

On sait que **le triangle ERL est rectangle en R**. L'hypoténuse est le côté [LE].

Donc d'après **le théorème de Pythagore**, on a :

Or, **EF est une longueur donc LE $\geq$ 0** . On utilise alors la touche racine carré de la calculatrice.

Donc

- **Objectif 2 : Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit dans un triangle rectangle.**

Exemple 2 :

Soit DFE un triangle rectangle en E.
Calculer la longueur EF (donner l'arrondi au dixième) sachant que ED = 5 cm et DF = 13 cm.

On sait que **le triangle DFE est rectangle en E**. L'hypoténuse est le côté [DF].
Donc d'après **le théorème de Pythagore**, on a :

Or, **EF est une longueur donc EF $\geq$ 0** . On utilise alors la touche racine carré de la calculatrice.

Donc

II. La réciproque du théorème de Pythagore

1. Qu'est-ce qu'une réciproque ?

Considérons la propriété suivante : " Si je suis un Homme, j'ai des yeux ".

La propriété réciproque est « Si j'ai des yeux, je suis un Homme ».

→ La propriété est vraie, par contre, sa réciproque est fausse.

Considérons maintenant le théorème de Pythagore .

Le théorème de Pythagore pour un triangle ABC rectangle en A dit :

" Si je suis un triangle ABC rectangle en A , alors . . . . "

Sa réciproque serait donc : " Si je suis un triangle ABC tel que . . . . alors je suis . . . . "

On démontrera en accompagnement personnalisé que **cette réciproque est vraie**.

2. La réciproque du théorème de Pythagore

Théorème

(RÉCIPROQUE) Dans un triangle, si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et admet ce plus grand côté pour hypoténuse.

Exemple 1 :

On considère le triangle ZEN tel que NE = 16 cm, ZE = 12 cm et ZN = 20 cm.
Montrons que le triangle ZEN est rectangle.

Dans le triangle ZEN, [ZN] est le plus grand côté.

D'une part, $ZN^2 = 20^2 = 400$

D'autre part, $ZE^2 + NE^2 = 12^2 + 16^2$

$ZE^2 + NE^2 = 144 + 256$

$ZE^2 + NE^2 = 400$

Donc $AB^2 = BC^2 + AC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on peut affirmer que le triangle ZEN est rectangle en E.

Exemple 2 :

On considère un triangle IJK tel que IJ = 5,4 cm ; JK = 3,5 cm et KI =4,1 cm . Le triangle IJK est-il rectangle ?

Dans le triangle IJK, [IJ] est le plus grand côté.

D'une part, $IJ^2 = 5,4^2$
$IJ^2 = 29,16$

D'autre part, $JK^2 + KI^2 = 3,5^2 + 4,1^2$
$JK^2 + KI^2 = 12,25 + 16,81$
$JK^2 + KI^2 = 29,06$

Donc $IJ^2 \neq JK^2 + KI^2$.

Si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore on aurait $IJ^2 = JK^2 + KI^2$. Puisque ce n'est pas le cas, on peut affirmer que le triangle IJK n'est pas un triangle rectangle.