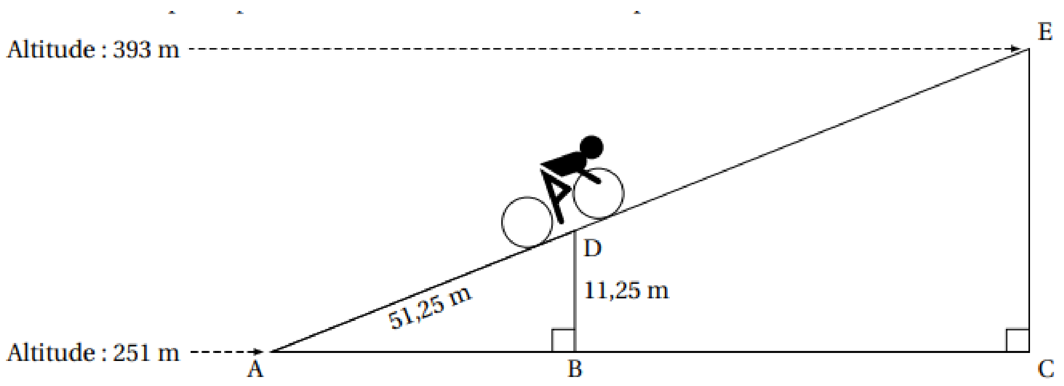
Thalès / Pythagore / Trigonométrie

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott. Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 mètres.

Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires. Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.
AD = 51,25 m et DB = 11,25 m.

1. Justifier que le dénivelé qu'Aurélie aura effectué, c'est-à-dire la hauteur EC, est égal à 142 m.

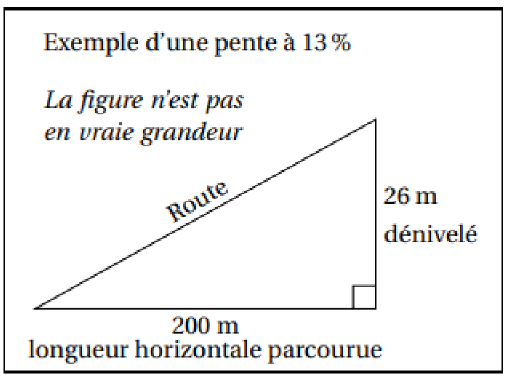
2. a. Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles.
b. Montrer que la distance qu'Aurélie doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m.

3. On utilisera pour la longueur DE la valeur 596 m. Sachant qu'Aurélie roule à une vitesse moyenne de 8 km/h, si elle part à 9 h 55 du point D, à quelle heure arrivera-t-elle au point E ? Arrondir à la minute.

4. La pente d'une route est obtenue par le calcul suivant :

$$\text{pente} = \frac{\text{dénivelé}}{\text{longueur horizontale parcourue}}.$$

La pente s'exprime en pourcentage.
Démontrer que la pente de la route parcourue par Aurélie est de 22,5 %.



Thalès / Pythagore / Trigonométrie (correction)

1. On a CE = 393 − 251 = 142 (m).
2. **a.** Les droites (DB) et (EC) étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC) sont parallèles.

   b. A, D, E sont alignés dans cet ordre,
   A, B et C sont alignés dans cet ordre,
   et les droites (DB) et (EC) sont parallèles : on est donc une situation où l'on peut appliquer le théorème de Thalès, soit :
   $\dfrac{BD}{EC} = \dfrac{AD}{AE}$,
   soit $\dfrac{11,25}{142} = \dfrac{51,25}{AE}$;
   on en déduit $11,25AE = 142 \times 51,25$ puis $AE = \dfrac{142 \times 51,25}{11,25} \approx 646,8$.
   Donc $DE = AE - AD \approx 646,8 - 51,25 \approx 595,6$ soit 596 (m) au mètre près.
3. Aurélie parcourt donc 8 000 m en 60 minutes ou 800 m en 6 min ou 400 m en 3 minutes.
   Elle mettra donc pour parcourir 596 (m) un temps t tel que $\dfrac{3}{400} = \dfrac{t}{596}$, soit en multipliant chaque membre par 596 :
   $t = \dfrac{3 \times 596}{400} = 4,47$ (min), donc $t \approx 4$ (m) : elle arrivera donc à 9 h 59 min à la minute près.
4. On a par définition dans le triangle rectangle ABD : $\sin\widehat{CAE} = \dfrac{BD}{AD} = \dfrac{11,25}{51,25}$. La calculatrice donne $\widehat{CAE} \approx 12,68°$.
   Dabs le triangle ABC on a $\tan\widehat{CAE} = \dfrac{CE}{AC}$ d'où $AC = \dfrac{CE}{\tan\widehat{CAE}} \approx \dfrac{142}{0,225} \approx 631,1$ (m).
   Finalement la pente est $\approx \dfrac{142}{631,1} \approx 0,225$, donc $\dfrac{22,5}{100} = 22,5\,\%$.

Fonctions

Une station de ski propose à ses clients trois formules pour la saison d'hiver :
— Formule A : on paie 36,50 € par journée de ski.
— Formule B : on paie 90 € pour un abonnement « SkiPlus » pour la saison, puis 18,50 € par journée de ski.
— Formule C : on paie 448,50 € pour un abonnement « SkiTotal » qui permet ensuite un accès gratuit à la station pendant toute la saison.

1. Marin se demande quelle formule choisir cet hiver. Il réalise un tableau pour calculer le montant à payer pour chacune des formules en fonction du nombre de journées de ski. Compléter, sans justifier, le tableau.

Exercice 5, question 1.

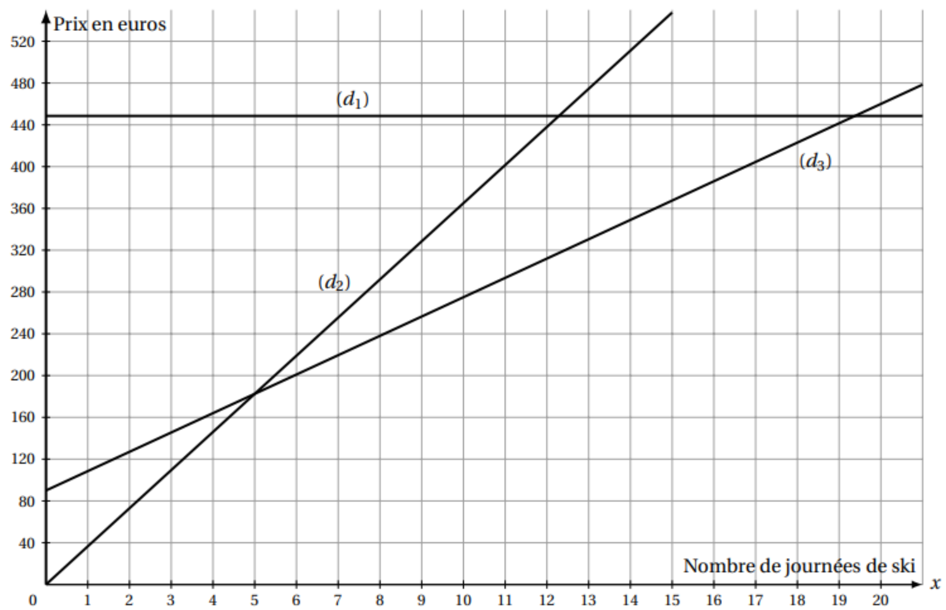
Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €		
Formule B	127 €		
Formule C	448,50 €		

2. Dans cette question, x désigne le nombre de journées de ski. On considère les trois fonctions f , g et h définies par : $f(x) = 90 + 18{,}5x$ $g(x) = 448{,}5$ $h(x) = 36{,}5x$

a. Laquelle de ces trois fonctions représente une situation de proportionnalité ?
b. Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions à la formule A, B ou C correspondante.
c. Calculer le nombre de journées de ski pour lequel le montant à payer avec les formules A et B est identique.

3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci-dessous. Sans justifier et à l'aide du graphique :

a. Associer chaque représentation graphique (d1), (d2) et (d3) à la fonction f , g ou h correspondante.
b. Déterminer le nombre maximum de journées pendant lesquelles Marin peut skier avec un budget de 320 €, en choisissant la formule la plus avantageuse.
c. Déterminer à partir de combien de journées de ski il devient avantageux de choisir la formule C.



Fonctions (correction)

1. Voir à la fin.

2. $f(x) = 90 + 18,5x$ $\qquad g(x) = 448,5$ $\qquad h(x) = 36,5x$

a. Seule la fonction h représente une situation de proportionnalité.

b. Formule A : fonction h;
Formule B : fonction f;
Formule C : fonction g.

c. Il faut donc résoudre l'équation : $h(x) = f(x)$, soit $36,5x = 90+18,5x$ d'où en ajoutant $-18,5x$ à chaque membre : $18x = 90$ ou $2 \times 9x = 9 \times 2 \times 5$ et en simplifiant par 2×9 ; $x = 5$.
On a effectivement : $h(5) = 182,5$ et $f(5) = 90 + 18,5 \times 5 = 90 + 92,5 = 182,5$.
On paiera avec les formules A et B, 182,50 €.

3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci dessous.
Sans justifier et à l'aide du graphique :

a. – (d_1) correspond à la fonction constante g définie par $g(x) = 448,5$;
– (d_2) correspond à la fonction linéaire h définie par $h(x) = 36,5x$;
– (d_3) correspond à la fonction f définie par $f(x) = 90 + 18,5x$.

b. Marin ne peut bien sûr pas se payer le forfait à 448,50 €.
Avec la formule A l'équation $36,5x = 320$ a pour solution $x = \dfrac{320}{36,5} \approx 8,8$: il peut donc skier 8 jours.
Avec la formule B l'équation $90 + 18,5x = 320$ peut s'écrire $18,5x = 230$ qui a pour solution $x = \dfrac{230}{18,5} \approx 12,4$, soit 12 journées de ski, soit le nombre maximal de journées de ski qu'il peut se payer (il paiera en fait $90 + 18,5 \times 12 = 312$ €).

c. La formule A est la plus onéreuse. Il faut donc comparer les formules B et C. Or :
$448,5 < 90 + 18,5x$ peut s'écrire $358,5 < 18,5x$ ou encore $\dfrac{358,5}{18,5} < x$.
Or $\dfrac{358,5}{18,5} \approx 19,4$, donc le plus petit entier naturel qui vérifie l'inéquation est 20.
Le forfait est intéressant à partir de 20 journées de ski dans l'année.
Remarque : on pouvait aussi résoudre les deux dernières questions graphiquement.

Exercice 5, question 1.

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €	219 €	365 €
Formule B	127 €	201 €	275 €
Formule C	448,50 €	448,50 €	448,50 €

Probabilités

PARTIE 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Donner sans justification les issues possibles.

2. Quelle est la probabilité de l'évènement A : « On obtient 2 » ?

3. Quelle est la probabilité de l'évènement B : « On obtient un nombre impair » ?

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement C : « le score est 13 » ? Comment appelle-t-on un tel évènement ?

2. Dans le tableau à double entrée donné en ANNEXE, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

    a. Compléter, sans justifier, le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie.

    b. Donner la liste des scores possibles.

3. a. Déterminer la probabilité de l'évènement D : « le score est 10 ».

    b. Déterminer la probabilité de l'évènement E : « le score est un multiple de 4 ».

    c. Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

Exercice 2, Partie 2, question 2. a.

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4		6				
5						
6						

Probabilités (correction)

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5, 6.
2. La probabilité d'obtenir le 2 (comme les autres nombres) est $\frac{1}{6}$.
3. Il y a 3 nombres impairs (ou pairs). la probabilité est donc égale à $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des nombres correspondants aux issues de chaque dé.

1. La plus grande somme possible étant 12, l'évènement est impossible de probabilité nulle.
2. **a.** Voir à la fin

   b. Les scores possibles sont : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, soit 11 scores différents possibles
3. **a.** Il y a $6 \times 6 = 36$ issues possibles.

   On a $10 = 4+6 = 5+5 = 6+4$: 3 issues, donc $p(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

   b. On a $p(E) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

   c. Il y a 15 scores premiers et 15 scores supérieurs à 7.

Exercice 2, Partie 2, question 2. a.

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Statistiques

> Pour être en bonne santé, il est recommandé d'avoir régulièrement une pratique physique. Une recommandation serait de faire au moins une heure de pratique physique par jour en moyenne. Sur 1,6 million d'adolescents de 11 à 17 ans interrogés, 81 % d'entre eux ne respectent pas cette recommandation.

D'après un communiqué de presse sur la santé

1. Sur les 1,6 million d'adolescents de 11 à 17 ans interrogés, combien ne respectent pas cette recommandation ?

Après la lecture de ce communiqué, un adolescent se donne un objectif.

Objectif : « Faire au moins une heure de pratique physique par jour en moyenne. »

Pendant 14 jours consécutifs, il note dans le calendrier suivant, la durée quotidienne qu'il consacre à sa pratique physique :

Jour 1	**Jour 2**	**Jour 3**	**Jour 4**	**Jour 5**	**Jour 6**	**Jour 7**
50 min	15 min	1 h	1 h 40 min	30 min	1 h 30 min	40 min
Jour 8	**Jour 9**	**Jour 10**	**Jour 11**	**Jour 12**	**Jour 13**	**Jour 14**
15 min	1 h	1 h 30 min	30 min	1 h	1 h	0 min

2. a. Quelle est l'étendue des 14 durées quotidiennes notées dans le calendrier ?
   b. Donner une médiane de ces 14 durées quotidiennes.

3. a. Montrer que, sur les 14 premiers jours, cet adolescent n'a pas atteint son objectif.
   b. Pendant les 7 jours suivants, cet adolescent décide alors de consacrer plus de temps au sport pour atteindre son objectif sur l'ensemble des 21 jours.

Sur ces 7 derniers jours, quelle est la durée totale de pratique physique qu'il doit au minimum prévoir pour atteindre son objectif ?

Statistiques (correction)

1. D'après le communiqué de presse, 81 % des 1,6 million d'adolescents de 11 à 17 ans interrogés ne respectent pas cette recommandation.

   Cela représente : $0,81 \times 1,6 \times 10^6 = 1\,296\,000$ personnes, soit 1,296 million d'adolescents.

2. **a.** La valeur maximale de la série est celle du jour 4, pour 1 h 40 min, et la valeur minimale est celle du jour 14 pour 0 min.

   L'étendue des 14 durées quotidiennes notées dans le calendrier est donc la différence entre les deux, soit 1 h 40 min.

   b. Pour donner une médiane de ces 14 durées quotidiennes, il nous faut commencer par ranger les valeurs dans l'ordre croissant :

   0 min; 15 min; 15 min; 30 min; 30 min; 40 min; **50 min**; **1 h**; 1 h; 1 h; 1 h; 1 h 30 min; 1 h 30 min; 1 h 40 min.

   Il y a 14 valeurs en tout, donc la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales, (écrites en gras, ci- dessus). La médiane est donc de 55 min.

3. **a.** Calculons la durée moyenne de pratique physique pour cet adolescent. Pour simplifier les calculs, convertissons toutes les durées en minutes, et établissons un tableau d'effectif :

Durée (min)	0	15	30	40	50	60	90	100
effectif	1	2	2	1	1	4	2	1

   La durée moyenne est donc de :

$$\frac{0 \times 1 + 15 \times 2 + 30 \times 2 + 40 \times 1 + 50 \times 1 + 60 \times 4 + 90 \times 2 + 100 \times 1}{14} = \frac{700}{14} = 50.$$

   En moyenne, l'adolescent a eu une pratique physique de 50 minutes par jour, donc l'objectif n'est pas atteint.

   b. Pour que la moyenne soit exactement d'une heure sur les 21 jours, il faut que pendant ces 21 jours, il ait eu $21 \times 60 = 1\,260$ min de pratique physique.

   Comme il en a déjà effectué 700 pendant les 14 premiers jours, cela lui laisse 560 minutes à effectuer pendant les 7 jours suivants (donc $560 \div 7 = 80$ min par jour, en moyenne.)

Géométrie dans l’espace

Une usine de fabrication de bougies reçoit des cubes de cire d’abeille d’arête 6 cm. Ils sont disposés dans des cartons remplis (sans espace vide).

Informations sur les cartons :
Forme : pavé droit
Dimensions :

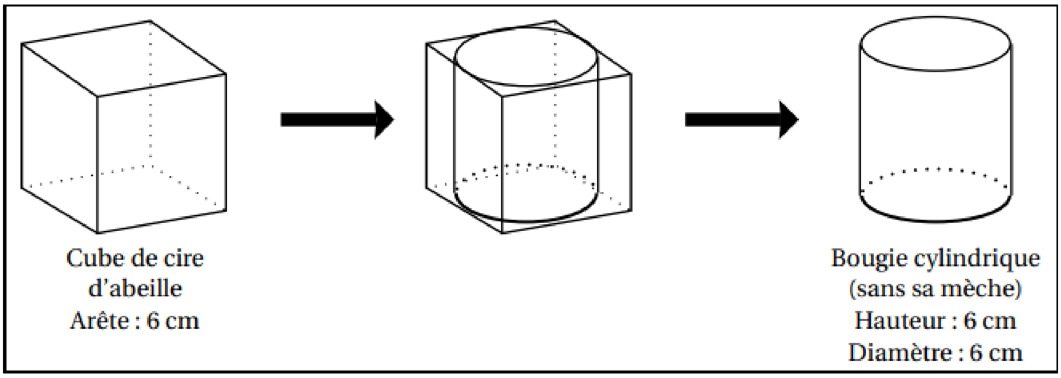
- largeur : 60 cm
- hauteur : 36 cm
- profondeur : 36 cm

(On ne tient pas compte de l’épaisseur des cartons)

Information sur la cire d’abeille :
Masse volumique : 0,95 g/cm^3

1. a. Montrer que chaque carton contient 360 cubes de cire d’abeille.
b. Quelle est la masse de cire d’abeille contenue dans un carton rempli de cubes ? On donnera la réponse en kg, arrondie à l’unité près, en ne tenant pas compte de la masse du carton.

2. À l’usine, on découpe les cubes de cire d’abeille afin d’obtenir des cylindres de hauteur 6 cm et de diamètre 6 cm avec lesquels on fera des bougies en installant une mèche.



On ne tiendra pas compte de la masse, du volume et du prix de Ja mèche dans la suite de l’exercice.

a. Montrer que le volume d’une bougie est d’environ 170 cm3.
b. En découpant les cubes de cire d’abeille d’arête 6 cm pour former des bougies cylindriques, la cire perdue est réutilisée pour former à nouveau d’autres cubes de cire d’abeille d’arête 6 cm.
Combien de cubes au départ doit-on découper pour pouvoir reconstituer un cube de cire d’abeille d’arête 6 cm, avec la cire perdue ?

3. Un commerçant vend les bougies de cette usine au prix de 9,60 € l’unité. Il les vend 20 % plus chères qu’il ne les achète à l’usine.
Combien paie-t-il à l’usine pour l’achat d’une bougie ?

Géométrie dans l'espace (correction)

1. **a.** La largeur du carton est de 60 cm, et chaque cube de cire a une arête de 6 cm ; on met donc $\dfrac{60}{6} = 10$ cubes dans la largeur.
La profondeur du carton est de 36 cm, et chaque cube de cire a une arête de 6 cm ; on met donc $\dfrac{36}{6} = 6$ cubes dans la profondeur.
La hauteur du carton est de 36 cm, et chaque cube de cire a une arête de 6 cm ; on met donc $\dfrac{36}{6} = 6$ cubes dans la hauteur.
On met donc $10 \times 6 \times 6 = 360$ cubes de cire dans un carton.
b. Le volume de cire contenu dans un carton est en cm^3 : $60 \times 36 \times 36 = 77\,760$.
La masse volumique de la cire est de 0,95 g/cm^3 donc la masse de 77 760 cm^3 est en gramme de $77\,760 \times 0,95 = 73\,872$, c'est-à-dire en arrondissant à l'unité, 74 kg.
2. À l'usine, on découpe les cubes de cire d'abeille afin d'obtenir des cylindres de hauteur 6 cm et de diamètre 6 cm avec lesquels on fera des bougies en installant une mèche.

a. Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par la formule : $V = \pi \times r^2 \times h$, donc le volume de la bougie est en cm^3 : $V = \pi \times 3^3 \times 6 \approx 169,65$, soit environ 170 cm^3.

b. En découpant les cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm pour former des bougies cylindriques, la cire perdue est réutilisée pour former à nouveau d'autres cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm.
Le cube de cire a pour volume, en cm^3, $6 \times 6 \times 6 = 216$, et la bougie a pour volume 170 cm^3 ; à chaque découpe de cube, on récupère $216 - 170 = 46$ cm^3 de cire.
$\dfrac{216}{46} \approx 4,7$ donc il faut découper 5 cubes pour pouvoir reconstituer un cube de cire d'abeille d'arête 6 cm, avec la cire perdue.

3. Un commerçant vend les bougies de cette usine au prix de 9,60 € l'unité. Il les vend 20 % plus chères qu'il ne les achète à l'usine.
Ajouter 20 %, c'est multiplier par $1 + \dfrac{20}{100} = 1,20$.
On cherche le prix auquel il faut rajouter 20 % pour obtenir 9,60 : c'est $\dfrac{9,60}{1,20} = 8$.
Le commerçant paie à l'usine 8 € pour l'achat d'une bougie.

Scratch

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

Programme A

Programme B

Programme C

- Choisir un nombre
- Multiplier par 7
- Ajouter 3
- Soustraire le nombre de départ

1. a. Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ alors le programme A affiche pendant 2 secondes « On obtient 3 ».
b. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ alors le programme B affiche pendant 2 secondes « On obtient −15 ».

2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C ?

3. Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison ?

4. a. Résoudre l'équation $(x+3)(x-5)=0$.
b. Pour quelles valeurs de départ le programme B affiche-t-il « On obtient 0 » .

5. Pour quelle(s) valeur(s) de départ le programme C affiche-t-il le même résultat que le programme A ?

Scratch (correction)

1. **a.** On obtient successivement : $1 \to 1+1=2 \to 3\times 2=6 \to 6-3=3$.

   b. On obtient successivement : $2 \to 2+3=5 \to 2-5=-3 \to 5\times -3=-15$.

2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C? On obtient successivement : $x \to x\times 7 \to 7x+3 \to 7x+3-x=6x+3$.

3. On vient de voir que le programme C donne $6x+3 \neq 3x$;

   Le programme A donne à partir de x : $x \to 1+x \to 3(1+x)=3+3x \to 3+3x-3=3x$: on obtient bien le triple.

   Le programme B donne à partir de x : $x \to x+3 \to x-5 \to (x+3)(x-5)=x^2-5x+3x-15=x^2-2x-15 \neq 3x$.

   L'élève a raison.

4. **a.** U produit de deux facteurs est nul si l'un des facteurs est nul, donc :

   $(x+3)(x-5)=0$ si $\left\{\begin{array}{lcl} x+3 & = & 0 \\ x-5 & = & 0 \end{array}\right.$ ou encore $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -3 \\ x & = & 5 \end{array}\right.$

   L'ensemble des solutions est $S=\{-3\ ;\ 5\}$.

   b. On a vu que le programme B donne à partir de x le produit $(x+3)(x-5)$ ry on a vu dans la question précédente que -3 et 5 annulaient ce produit.

   Donc le programme B donne à partir de -3 et à partir de 5 le nombre 0.

5. Il faut trouver x tel que $6x+3=3x$ soit en ajoutant à chaque membre $-3x$: $3x+3=0$ ou $3x=-3$, soit $3\times x=3\times(-1)$ et finalement $x=-1$

   Le nombre -1 donne par A ou C le même résultat -3.

Arithmétique

José, un agriculteur vivant dans la commune du Mont-Dore, veut préparer des paniers de légumes bio pour ses clients.
Il a déjà récolté 39 salades, 78 carottes et 51 aubergines.
Il veut que tous les paniers aient la même composition et utiliser tous les légumes.
La décomposition de 39 en produit de facteurs premiers est : 3×13.

1. **a.** Décomposer en facteurs premiers les nombres 78 et 51.

   b. En déduire le nombre de paniers maximum que José peut préparer.Diviseur

   c. Combien de salades, de carottes et d'aubergines y aurait-il dans chaque panier ?

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2. **a.** Combien d'aubergines ne seront pas utilisées ? Justifier votre réponse.

   b. Combien doit-il cueillir au minimum d'aubergines supplémentaires pour pouvoir toutes les utiliser ?

José souhaite que ses 13 paniers contiennent également des tomates.
Il estime qu'il en a entre 110 et 125 prêtes à être récoltées.

3. Combien doit-il en cueillir au maximum pour éviter les pertes et pour que chaque panier ait toujours la même composition ?

   Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Arithmétique (Correction)

1. **a.** • De même que $39 = 3 \times 13$, on a $78 = 60 + 18 = 6 \times 10 + 6 \times 3 = 6 \times (10 + 3) = 6 \times 13 = 2 \times 3 \times 13$;

   • $51 = 30 + 21 = 3 \times 10 + 3 \times 7 = 3 \times (10 + 7) = 3 \times 17$.

   b. On a donc $\begin{cases} 39 &= 3 \times 13 \\ 78 &= 3 \times 26 \\ 51 &= 3 \times 17 \end{cases}$

   On peut donc faire 3 paniers identiques

   c. Il suffit de relever les seconds facteurs de chaque produit pour trouver que chacun des 3 paniers sera composé de 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2. **a.** On a : $\begin{cases} 39 &= 13 \times 3 \\ 78 &= 13 \times 6 \\ 51 &= 13 \times 3 + 12 \end{cases}$

   Chacun des 13 paniers aura 3 salades, 6 carottes et 3 aubergines. Resterons 12 aubergines

   b. Avec 1 aubergine de plus on aura $52 = 13 \times 4$: chacun des 13 paniers aura 4 aubergines.

3. On écrit les multiples de 13 aux environs de 110 et 125 :

   $110 < 117 = 13 \times 9 < 125 < 130 = 13 \times 10$: le seul multiple de 13 entre 110 et 125 est $117 = 13 \times 9$; si l'on récolte 117 tomates on pourra en mettre exactement 9 dans chacun des 13 paniers.

Vrai ou Faux

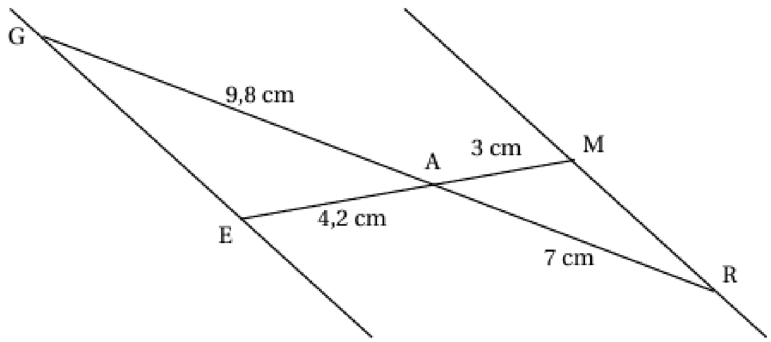
Pour chacune des quatre affirmations suivantes, dire si elle vraie ou fausse en expliquant soigneusement la réponse.

1. Adriana doit effectuer le calcul suivant :

$$-\frac{7}{5}+\frac{6}{5}\times\frac{4}{7}$$

   Affirmation 1 : Le résultat qu'elle obtient sous forme de fraction irréductible est $-\frac{4}{35}$.

2. Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, les points G, A et R sont alignés et les points E, A et M sont alignés.



   Affirmation 2 : Les droites (GE) et (MR) sont parallèles.

3. **Affirmation 3 :** La décomposition en produit de facteurs premiers de 126 est $2 \times 7 \times 9$.
4. Dans la recette de sauce de salade de Thomas, les volumes de moutarde, de vinaigre et d'huile sont dans le ratio de 1 : 3 : 7.

   Affirmation 4 : Pour obtenir 330 mL de sauce de salade, il faut utiliser 210 mL d'huile

Vrai ou Faux (Correction)

1. On a $-\dfrac{7}{5}+\dfrac{6}{5}\times\dfrac{4}{7}=-\dfrac{7}{5}\times\dfrac{7}{7}+\dfrac{6}{5}\times\dfrac{4}{7}=\dfrac{-49+24}{5\times7}=\dfrac{-25}{5\times7}=\dfrac{-5}{7}=-\dfrac{5}{7}$.

L'affirmation 1 est fausse.

2. Les points G, A et R sont alignés dans cet ordre et les points E, A et M sont alignés dans ce même ordre.

On a d'une part : $\dfrac{AM}{AE}=\dfrac{3}{4,2}=\dfrac{30}{42}=\dfrac{2\times3\times5}{2\times3\times7}=\dfrac{5}{7}$ et d'autre part :

$\dfrac{AR}{AG}=\dfrac{7}{9,8}=\dfrac{70}{98}=\dfrac{7\times2\times5}{2\times7\times7}=\dfrac{5}{7}$.

Par conséquent $\dfrac{AM}{AE}=\dfrac{AR}{AG}$: d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (MR) et (GE) sont parallèles. L'affirmation 2 est donc vraie.

3.

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Donc $126=2\times3^2\times7$.

L'affirmation 3 est fausse car 9 n'est pas un nombre premier.

4. Il y a en tout $1+3+7=11$ portions pour un volume total de 330 mL.

Le volume de la portion est donc : $\dfrac{330}{11}=30$ (mL).

Le volume d'huile utilisé pour 330 mL de sauce salade est donc égal à $7\times30=210$ (mL).

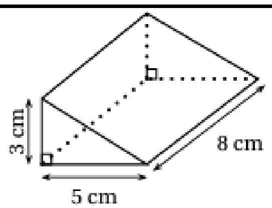
L'affirmation 4 est donc vraie.

QCM

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des quatre réponses est exacte.

Sur la copie, écrire le numéro de la question et la réponse choisie.

		Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**	**Réponse D**
1	On lance un dé équilibré à 20 faces numérotées de 1 à 20. La probabilité pour que le numéro tiré soit inférieur ou égal à 5 est …	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{6}$
2	Une boisson est composée de sirop et d'eau dans la proportion d'un volume de sirop pour sept volumes d'eau (c'est-à-dire dans le ratio 1 : 7). La quantité d'eau nécessaire pour préparer 560 mL de cette boisson est …	70 mL	80 mL	400 mL	490 mL
3	La fonction linéaire f telle que $f\left(\frac{4}{5}\right) = 1$ est …	$f(x) = x + \frac{1}{5}$	$f(x) = \frac{4}{5}x$	$f(x) = \frac{5}{4}x$	$f(x) = x - \frac{1}{5}$
4	La décomposition en produit de facteurs premiers de 195 est …	5×39	$3 \times 5 \times 13$	$1 \times 100 + 9 \times 10 + 5$	3×65
5	 Le volume de ce prisme droit est …	40 cm^3	60 cm^3	64 cm^3	120 cm^3

QCM (Correction)

1. **Réponse B**

   Puisque le dé est équilibré et à 20 faces, on a un univers avec 20 issues possibles, et on est en situation d'équiprobabilité. Il y a 5 issues favorables à l'événement décrit (1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5).

   La probabilité de l'événement est donc : $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

2. **Réponse D**

   La boisson est composée de huit volumes : un volume de sirop et sept volumes d'eau. Pour arriver à 560 mL, un volume doit donc être de $560 \div 8 = 70$ mL.

   Les sept volumes d'eau totalisent donc un volume de $7 \times 70 = 490$ mL.

3. **Réponse C**

   Si f est linéaire, alors il existe un nombre a tel que l'expression de f est $f(x) = ax$, cela élimine les propositions **A** et **D**.

   Pour avoir $f\left(\frac{4}{5}\right) = 1$, il faut donc : $a \times \frac{4}{5} = 1 \iff a = 1 \times \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$.

   Remarque : on peut aussi calculer l'image de $\frac{4}{5}$ par la proposition **B**, trouver $\frac{16}{25}$ et donc éliminer aussi cette proposition.

4. **Réponse B**

   On peut vérifier que la proposition **B** est correcte : $3 \times 5 \times 13 = 195$, et les trois facteurs : 3, 5 et 13 sont bien des nombres premiers.

   On peut aussi procéder par élimination : $5 \times 39 = 195$, mais 39 est un nombre composé : $39 = 3 \times 13$.

   $1 \times 100 + 9 \times 10 + 5$ est bien une décomposition de 195, mais pas sous la forme d'un produit, c'est une somme (dont les termes ne sont pas tous premiers, qui plus est).

   Enfin pour $3 \times 65 = 195$, le problème est encore que 65 est un nombre composé : $65 = 5 \times 13$.

5. **Réponse B**

   Le volume d'un prisme est le produit de l'aire de la base par la hauteur. Ici, il s'agit d'un prisme à base triangulaire.

   L'aire de la base est donc : $\mathscr{A}_{\text{base}} = \frac{5 \times 3}{2} = 7,5\,\text{cm}^2$

   La hauteur du prisme est $h = 8$ cm, donc le volume du prisme est :

   $\mathscr{V}_{\text{prisme}} = \mathscr{A}_{\text{base}} \times h = 7,5 \times 8 = 60\,\text{cm}^3$.

Géométrie dans l'espace

Dans une habitation, la consommation d'eau peut être anormalement élevée lorsqu'il y a une fuite d'eau.
On considère la situation suivante :

— Une salle de bain est équipée d'une vasque de forme cylindrique, comme l'illustre l'image ci-dessous.

— Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde.

— En moyenne, 20 gouttes d'eau correspondent à un millilitre (1 ml).

Caractéristiques de la vasque :
Diamètre intérieur : 40 cm
Hauteur intérieure : 15 cm
Masse : 25 kg

Rappels :

Volume du cylindre = $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$
$1\,\text{dm}^3 = 1$ litre

1. En raison de la fuite, montrer qu'il tombe 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.
2. Calculer, en litres, le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite.
3. Montrer que la vasque a un volume de 18,85 litres, arrondi au centilitre près.
4. L'évacuation de la vasque est fermée et le logement inoccupé pendant une semaine. L'eau va-t-elle déborder de la vasque? Justifier la réponse.
5. À la fin du XIX^{e} siècle, la consommation domestique d'eau par habitant en France était d'environ 17 litres par jour. Elle a fortement augmenté avec la généralisation de la distribution d'eau par le robinet dans les domiciles : elle est passée à 165 litres par jour et par habitant en 2004.

   En 2018, la consommation des Français baisse légèrement pour atteindre 148 litres d'eau par jour et par habitant.

   Calculer le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018. On arrondira ce pourcentage à l'unité.

Géométrie dans l'espace (Correction)

1. Étant donné qu'il tombe une goutte par seconde, il suffit de calculer le nombre de secondes qu'il y a dans une journée.
Sachant qu'il y a 3 600 secondes dans une heure et 24 heures dans une journée, 1 j = $3600 \times 24 = 86400$ s.
Il tombe donc 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.

2. Sachant qu'il y a 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète et que chaque millilitre correspond à 20 gouttes, le nombre de millilitres qui tombent en une journée est de $86400 \div 20 = 4320$ ml.
Or 4320 ml $= 4,32$ l.
Le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite est donc de $7 \times 4,32 = 30,24$ l.

3. Exprimons les dimensions de la vasque en dm.
Rayon = Diamètre $\div 2 = 4 \div 2 = 2\ dm$
Hauteur intérieure $= 1,5\ dm$
Le volume de la vasque cylindrique est donc
$\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur} = \pi \times 2^2 \times 1,5 = 6\pi \approx 18,85\ dm^3$ soit 18,85 litres, arrondi au centilitre près.

4. Il s'écoule pendant 7 jours 4,32 l par jour ce qui donne $7 \times 4,32 = 30,24$ l par semaine ce qui dépasse le volume de la vasque. L'évacuation étant fermée, l'eau va déborder.

5. La réduction de volume entre 2004 et 2018 est $165 - 148 = 17$ (l).
Le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018 est donc de $\dfrac{17}{165} \times 100 \approx 10,30\,\%$ soit 10 % une fois arrondi à |'unité.