Plan du cours

I. Introduction **1**

II. Fonction affine **1**

1. Définition 1
2. Réprésentation graphique d'une fonction affine 2
   a) Propriétés 2
   b) Comment représenter graphiquement une fonction affine 4

III. Variations et signe d'une fonction affine **7**

1. Variations d'une fonction affine 7
2. Signe d'une fonction affine 9

I. Introduction

(Voir cahier d'exercices)

II. Fonction affine

1. Définition

Définition

Une fonction f, définie sur $\mathbb{R}$, est **affine** s'il existe deux réels m et p tel que, pour tout x, $f(x) = mx + p$.

Où m est **le coefficient directeur** et p est **l'ordonnée à l'origine**.

Exemples :

(a) $f : x \mapsto -2x + 7$ est une fonction affine

(b) $f : x \mapsto \dfrac{8x - 5}{9}$ est une fonction affine

(c) $f : x \mapsto 11x$ est une fonction affine

(d) $f : x \mapsto 450$ est une fonction affine

(e) $f : x \mapsto 11 - \sqrt{2}x$ est une fonction affine

(f) $f : x \mapsto 12x^2 + 30$

(g) $f : x \mapsto \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{2}$

Définition

Soit f une fonction **affine** définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$.

- Si $p = 0$ alors $f(x) = \ldots$ La fonction f est alors . . . .
- Si $m = 0$ alors $f(x) = \ldots$ La fonction f est alors . . . .

2. Réprésentation graphique d'une fonction affine

a) Propriétés

Propriété

Soit $f : x \mapsto mx + p$ une fonction affine.
La représentation graphique d'une fonction affine est . . . .

On appelle m . . . . et p . . . .
Autrement dit, p est l'ordonnée du point d'intersection de la droite représentative de f avec l'axe des ordonnées, soit l'image de 0 par la fonction f.

Remarques :

- Lorsque la fonction est linéaire, elle est représentée par . . . .
- Lorsque la fonction est constante, elle est représentée par . . . .

Propriété

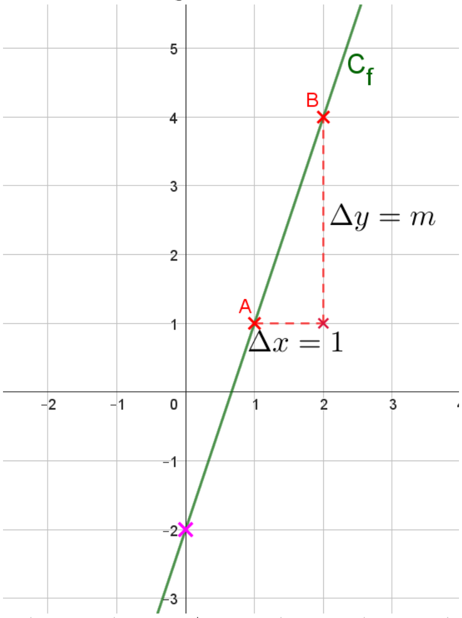
Soient f une fonction affine définie par $f(x) = mx + p$ et (d) la droite qui la représente dans un repère.
Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points **quelconques** de (d).

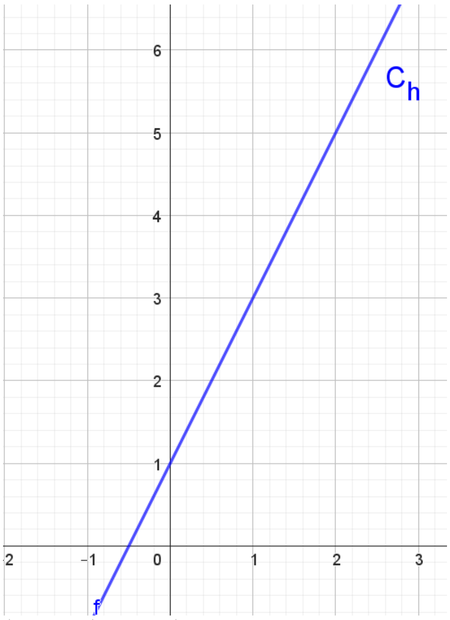
- $m = \dfrac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

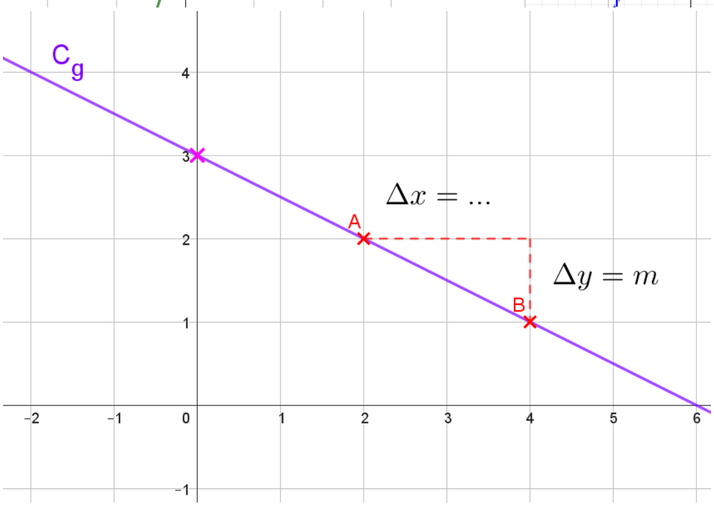
  Lorsque $\Delta x = x_B - x_A = 1$, alors $\Delta y = y_B - y_A = m$

- p est l'image de 0 par la fonction f, c'est donc l'ordonnée du point d'intersection de la droite représentative de f avec l'axe des ordonnées.

Exemples : A partir des représentations graphiques ci-dessous, retrouver l'expression algébrique de chaque fonction.







b) Comment représenter graphiquement une fonction affine

- **En utilisant 2 points et leur image :**

On veut représenter graphiquement la fonction affine $f : x \mapsto \dfrac{1}{3}x + 2$.
On sait que la représentation graphique de f est une droite.
Pour tracer une droite, il suffit de connaître **deux points** de celle-ci. Pour cela, nous allons choisir deux abscisses quelconques et calculer ensuite l'image de chacune d'elles par la fonction f.

x	....	....
$f(x)$	....	....

On place ensuite les deux points dont les coordonnées se lisent en colonnes dans le tableau et on trace la droite.

- **En utilisant le coefficient directeur (m) :**

On veut représenter graphiquement la fonction affine $g : x \mapsto 2x + 3$.

La fonction g est une fonction affine, donc sa représentation graphique est une droite d.
Son ordonnée à l'origine est égale à $p = 3$, donc le point $A(0; 3)$ appartient à d.
Le coefficient directeur est $m = 2$, donc $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 2$ cest-à-dire $\Delta y = 2 \times \Delta x$.
On choisit par exemple $\Delta x = 1$; on obtient alors $\Delta y = 2$.
En partant de A, on se déplace de 1 en abscisses, et alors de 2 en ordonnées.

Exemples : A partir des expressions algébriques de chaque fonction, tracer les représentations graphiques de celle-ci dans un repère orthonormé.
On définit deux fonctions affines telles que $f(x) = -5x + 1$ et $g(x) = \frac{1}{4}x - 3$

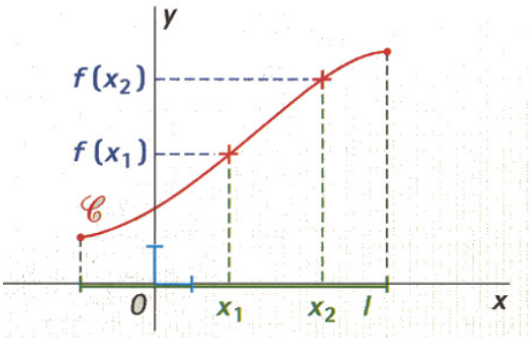
III. Variations et signe d'une fonction affine

1. Variations d'une fonction affine

Définition

Une fonction f **est croissante** sur un intervalle I signifie que sur l'intervalle I , si les valeurs de la variable x augmentent, alors les images $f(x)$ augmentent aussi.
Traduction mathématique : Pour tous x_1 et x_2 de I tels que $x_1 \leq x_2$, alors $f(x_1) \leq f(x_2)$.
(On dit qu'une fonction croissante conserve l'ordre.)

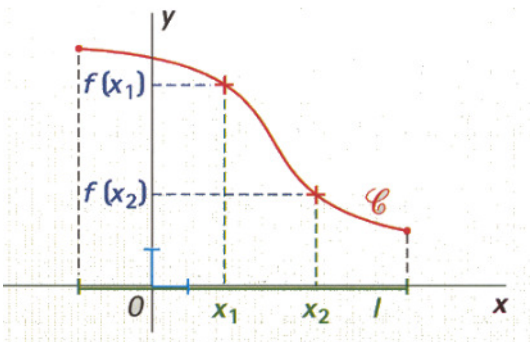
Illustration graphique :



Définition

Une fonction f **est décroissante** sur un intervalle I signifie que sur l'intervalle I , si les valeurs de la variable x augmentent, alors les images $f(x)$ diminuent aussi.
Traduction mathématique : Pour tous x_1 et x_2 de I tels que $x_1 \leq x_2$, alors $f(x_1) \geq f(x_2)$.
(On dit qu'une fonction décroissante inverse l'ordre.)

Illustration graphique :



Théorème

Soit f une fonction affine définie par : $f(x) = mx + p$.

- f est croissante si, et seulement si, ...
- f est constante si, et seulement si, ...
- f est décroissante si, et seulement si, ...

DEMONSTRATION :

Construction des tableaux de variations.

On en déduit les tableaux de variations possibles de f, selon le signe de m.

- Pour $m > 0$:
- Pour $m < 0$:

2. Signe d'une fonction affine

Soit $f(x) = mx + p$ une fonction affine, avec $m \neq 0$.

On cherche ici pour quelle valeur de x, la fonction f s'annule.

On résout $f(x) = 0$ . . . .

La fonction affine $f(x) = mx + p$ **s'annule pour . . . .**

On en déduit les tableaux de signes possibles de f, selon le signe de m.

- Pour $m > 0$:

- Pour $m < 0$:

Exemples : Dresser le tableau de signes des fonctions affines définies par $f(x) = 2x + 5$ et $g(x) = -3x + 6$.