Corrections des exercices sur les fonctions affines

Exercice 1 :

a) Une fonction est affine si elle est de la forme $x \mapsto ax + b$, où a et b sont deux nombres relatifs.
Les fonctions f, g, h, i et k sont donc affines.

b) Une fonction est linéaire si elle est de la forme $x \mapsto ax$, où a est un nombre relatif.
Les fonctions i et k sont donc linéaires.

c) Une fonction est constante si elle est de la forme $x \mapsto k$, où k est un nombre relatif.
La fonction g est donc constante.

d) Une fonction n'est pas affine si elle n'est pas de la forme $x \mapsto ax + b$.
La fonction j n'est donc pas affine.

En fait :

La fonction $f : x \mapsto -4x + 7$ est de la forme $x \mapsto ax + b$ avec $a = -4$ et $b = 7$: elle est donc affine, de coefficient de linéarité -4 et d'ordonnée à l'origine 7.

La fonction $g : x \mapsto -4$ est de la forme $x \mapsto k$ avec $k = -4$: elle est donc constante.

La fonction $h : x \mapsto 4 - x$ est de la forme $x \mapsto ax + b$ avec $a = -1$ et $b = 4$: elle est donc affine, de coefficient de linéarité -1 et d'ordonnée à l'origine 4.

La fonction $i : x \mapsto 4x$ est de la forme $x \mapsto ax$ avec $a = 4$: elle est donc linéaire, de coefficient de linéarité 4.

La fonction $k : x \mapsto \frac{x}{4}$ est de la forme $x \mapsto ax$ avec $a = \frac{1}{4}$: elle est donc linéaire, de coefficient de linéarité $\frac{1}{4}$.

Exercice 2 :

1) a) Image de 0 :

$f(0) = -2 \times 0 + 5$

$\boxed{f(0) = 5}$.

b) Image de 1 :

$f(1) = -2 \times 1 + 5$

$f(1) = -2 + 5$

$\boxed{f(1) = 3}$.

c) Image de -7 :

$f(-7) = -2 \times (-7) + 5$

$f(-7) = 14 + 5$

$\boxed{f(-7) = 19}$.

d) Image de 3,5 :

$f(3{,}5) = -2 \times 3{,}5 + 5$

$f(3{,}5) = -7 + 5$

$\boxed{f(3{,}5) = -2}$.

Les images de 0 ; 1 ; -7 et 3,5 par la fonction f sont respectivement 5 ; 3 ; 19 et -2.

2) a) Antécédents de 5 :

$f(x) = 5$

$-2x + 5 = 5$

$2x = 5 - 5$

$2x = 0$

$\boxed{x = 0}$.

b) Antécédents de 3 :

$f(x) = 3$

$-2x + 5 = 3$

$2x = 5 - 3$

$x = \frac{2}{2}$

$\boxed{x = 1}$.

c) Antécédents de 1 :

$f(x) = 1$

$-2x + 5 = 1$

$2x = 5 - 1$

$x = \frac{4}{2}$

$\boxed{x = 2}$.

d) Antécédents de 0 :

$f(x) = 0$

$-2x + 5 = 0$

$2x = 5$

$\boxed{x = \frac{5}{2}}$.

Chacun des nombres 5 ; 3 ; 1 et 0 admet un unique antécédent par la fonction f : c'est respectivement 0 ; 1 ; 2 et $\frac{5}{2}$.

Exercice 3 :

1) Le prix à payer en € en fonction de x avec l'option tarif plein est modélisé par la fonction $p : x \mapsto 0,9x$.
La fonction p est de la forme $x \mapsto ax$ avec $a = 0,9$: elle est donc linéaire, de coefficient de linéarité 0,9.

2) Le prix à payer en € en fonction de x avec l'option abonné est modélisé par la fonction $a : x \mapsto 10 + 0,5x$.
La fonction a est de la forme $x \mapsto ax + b$ avec $a = 0,5$ et $b = 10$: elle est donc affine, de coefficient de linéarité 0,5 et d'ordonnée à l'origine 10.

3) Tableau :

Nombre de livres empruntés	50	20	10
Prix payé au tarif plein	45	18	9
Prix payé au tarif abonné	35	20	15

4) a)

$$0,9x = 0,5x + 10$$
$$0,9x - 0,5x = 10$$
$$0,4x = 10$$
$$x = \frac{10}{0,4}$$
$$\boxed{x = 25}.$$

L'équation admet une unique solution : c'est 25.

b) La solution trouvée (25) représente le nombre de livres pour lequel les prix en tarif plein et en tarif abonné sont identiques.