

Démonstration du théorème de Pythagore

- Les aires des surfaces grises dans chaque carré sont égales à l'aire du grand carré moins les aires des quatre triangles identiques. Ces aires sont donc égales.
- Dans la première figure la surface grise est composée de deux carrés, l'un de côté **a** l'autre de côté **b** : l'aire est donc égale à **$a^2 + b^2$** .
- On sait que les angles \widehat{DLI} et \widehat{ILK} d'une part et \widehat{ILK} et \widehat{KLC} d'autre part sont adjacents. Par ailleurs, par construction, D, L et C sont alignés.
On a ainsi : $\widehat{DLI} + \widehat{ILK} + \widehat{KLC} = \widehat{DLC} = 180^\circ$
Or, comme les 4 triangles sont identiques, on déduit que \widehat{KLC} et \widehat{DLI} sont complémentaires.
On en déduit que : $\widehat{ILK} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.
- On vient de montrer que le triangle IJKL a un angle droit.
Par ailleurs, par construction, les quatre côtés ont la même longueur (c).
Or, si un losange a un angle droit alors il en a 4 et c'est un carré.
On en déduit ainsi que IJKL est un carré.
- On déduit de ce qui précède que dans la deuxième figure la surface grise est un carré de côté **c** : l'aire est donc égale à **c^2** .
- Comme les aires grises des deux figures sont égales, les deux expressions trouvées dans les questions précédentes sont égales.
- On a donc **$a^2 + b^2 = c^2$** . Ce qui prouve le théorème de Pythagore.