Plan du cours

Chapitre 0 : Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Remarque : Ces théorèmes ne s'appliquent qu'aux triangles rectangles !

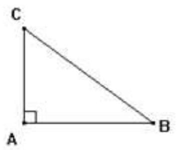
I. Le théorème de Pythagore

1. L'énoncé

Théorème

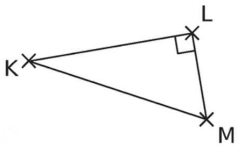
Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

En pratique :



Si ABC est un triangle rectangle en A alors $BC^2 = AC^2 + AB^2$.

Exemple : pour le triangle rectangle suivant, écrire la relation du théorème de Pythagore :



L'hypoténuse est le côté [MK], donc : $KM^2 = KL^2 + LM^2$

2. Application de ce théorème

Soit DFE un triangle rectangle en E.
Calculer la longueur EF (donner l'arrondi au dixième) sachant que ED = 5 cm et DF = 13 cm.

Dans le triangle DFE rectangle en E, l'hypoténuse est le côté [DF].

D'après le théorème de Pythagore, on a : $DF^2 = FE^2 + ED^2$

On remplace par les valeurs : $13^2 = FE^2 + 5^2$
Donc $169 = FE^2 + 25$
$FE^2 = 169 - 25$
$FE^2 = 144$
Or FE est une longueur donc FE > 0.
Ainsi $FE = \sqrt{144} = 12cm$

II. Réciproque du théorème de Pythagore

1. La réciproque du théorème de Pythagore

Théorème

(RÉCIPROQUE) Dans un triangle, si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et admet ce plus grand côté pour hypoténuse.

2. Applications de la réciproque

Exemple 1 : *On considère le triangle ZEN tel que NE = 16 cm, ZE = 12 cm et ZN = 20 cm. Montrons que le triangle ZEN est rectangle.*

Dans le triangle ZEN, [ZN] est le plus grand côté.

D'une part, $ZN^2 = 20^2 = 400$

D'autre part, $ZE^2 + NE^2 = 12^2 + 16^2$

$ZE^2 + NE^2 = 144 + 256$

$ZE^2 + NE^2 = 400$

On constate que $AB^2 = BC^2 + AC^2$.

Ainsi d'après la réciproque du théorème de Pythagore, on peut affirmer que le triangle ZEN est rectangle en E.

Exemple 2 : *IJK est un triangle tel que IJ = 5,4 cm ; JK = 3,5 cm et KI = 4,1 cm . Le triangle IJK est-il rectangle ?*

Dans le triangle IJK, [IJ] est le plus grand côté.

D'une part, $IJ^2 = 5,4^2$
$IJ^2 = 29,16$

D'autre part, $JK^2 + KI^2 = 3,5^2 + 4,1^2$
$JK^2 + KI^2 = 12,25 + 16,81$
$JK^2 + KI^2 = 29,06$

On constate que $IJ^2 \neq JK^2 + KI^2$.

Ainsi d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle IJK n'est pas un triangle rectangle.