I- ***Notion de fonction***

I est un intervalle de $\mathbb{R}$ ou une réunion d'intervalles de$\mathbb{R}$.

1- Définitions

On définit une fonction f sur I en **associant à chaque réel *x* de I un réel et un seul réel** noté $f(x)$

On note : $x \to f(x)$ pour $x \in I$.

Exemples :

Les fonctions : $f: x \to x$, $g: x \to x^2$, $h: x \to \sqrt{x}$

2- Ensemble de définition

On appelle ensemble de définition de la fonction f, l'ensemble formé par les réels qui ont une et une seule image par f.
Cet ensemble est généralement noté : D_f .

Avec les exemples ci-dessus, on a $D_f = \mathbb{R}$, $D_g = \mathbb{R}$, $D_h = \mathbb{R}^+$

On écrit alors :

$$\begin{aligned} f: D_f &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned}$$

La flèche en rouge signifie qu'à chaque réel x de D_f on associe un **<u>unique</u>** réel $f(x)$

3- Génération de fonctions.

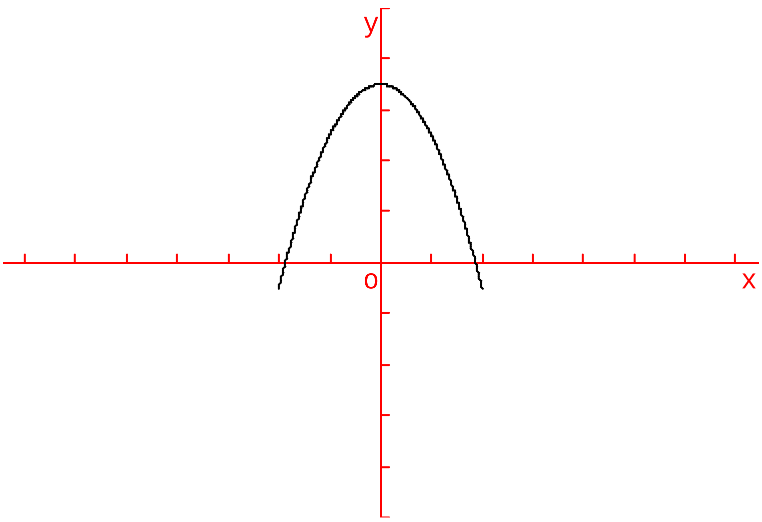
- Une fonction *g* peut être définie par un tableau de valeurs :

Exemple :

x	-4	-1	0	2	3
g(x)	5	4	1	2	4

- Une fonction *f* peut être définie par un graphique :

exemple



- Une fonction *h* peut être définie par une formule

Exemple la fonction *h* associe à tout nombre réel *x* le nombre $h(x) = 2x^2 - 3$

- Une fonction peut être définie par un algorithme

Variable : x est du type nombre Traitement Affecter à x la valeur $x + 3$ Affecter à x la valeur x^2 Affecter à x la valeur $2x + 1$ Sortie : afficher x

Faire fonctionner cet algorithme pour les valeurs suivantes de x. Pour chacune de ces valeurs on présentera les différentes étapes de l'algorithme dans un tableau d'étapes.

II- ***Image et antécédent par une fonction***.

1- définition

Soit *f* une fonction définie sur son ensemble de définition D_f si *a* $\in D_f$ et si $f(a) = b$ alors on dit que : • le réel *b* est **l'image de** *a* par la fonction *f* • le réel *a* est **un antécédent** de *b* par la fonction *f*.

Remarque : les deux propositions de la définition précédente sont équivalentes

2- Dans la pratique, recherche algébrique

Pour déterminer l'image d'un réel *a* par une fonction *f* , on remplace la variable *x* par la valeur de *a* dans l'expression de *f(x)* et on effectue le calcul.

Exemple :
L'image de 3 par la fonction $f : x \mapsto 2x^2 - 1$ est :

$$f(3) = 2 \times 3^2 - 1 \ \Rightarrow f(3) = 17$$

Pour déterminer le(s) antécédent(s) du réel b par f on résout l'équation $f(x) = b$.
Exemple :
Déterminer les éventuels antécédents de 7 par $f : x \mapsto 2x^2 - 1$
On doit alors résoudre l'équation

$$f(x) = 7 \ \Leftrightarrow 2x^2 - 1 = 7 \Leftrightarrow 2x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 4) = 0 \ \Leftrightarrow 2(x-2)(x+2) = 0$$

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul
$f(x) = 7 \ \Leftrightarrow x - 2 = 0$ ou $x + 2 = 0 \ \ \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$
Conclusion : 7 admet deux antécédents par f, les réels 2 et -2.

III- ***Courbe représentative et résolutions graphiques***

Le plan est muni d'un repère (O, I, J), on rappelle qu'un point du plan est alors défini par un couple de nombres réels appelé : couple de coordonnées de ce point.

1- Courbe représentative

- Définition

> f est une fonction définie sur un ensemble D_f
> Dans un repère du plan, la courbe représentative de la fonction f est l'ensemble des points $M(x\,;y)$ vérifiant :
> - l'abscisse x décrit l'ensemble de définition D_f
> - l'ordonnée y est l'image par f de x.

Cet ensemble est noté C_f (courbe représentative de f)

- Théorème :

$$(\,M(x\,;y) \in C_f) \Leftrightarrow (\,x \in D_f \ et\ y = f(x))$$

Autrement dit

On dit que la courbe de la fonction f a pour équation $y = f(x)$ dans le repère choisi.

Un peu de logique :
Le symbole "$\Leftrightarrow$" signifie *Si et seulement si* :
$(Aest\ vraie) \Leftrightarrow (B\ est\ vraie)$ signifie que :
Si la proposition A est vraie **alors** la proposition B est vraie
Et **Si** la proposition B est vraie **alors** la proposition A est vraie

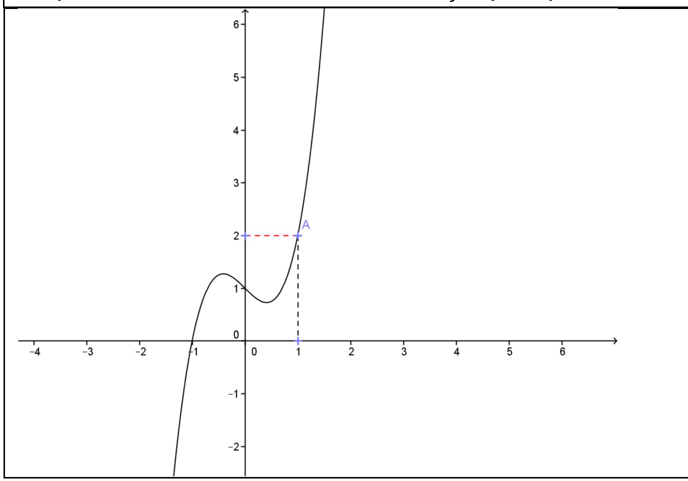
Si le point $M\ (x\,,y)$ appartient à la courbe de f **alors** l'abscisse x de M appartient à D_f et son ordonnée y est l'image de x par f.
Si pour tout réel *x* de D_f , on note $y = f(x)$ son image par f alors le point de coordonnées $M(x\,,y\,)$ appartient à la courbe représentative de *f*.

2- Lecture graphique d'image par une fonction f

Prérequis : on utilise ce paragraphe uniquement si l'on connait la courbe de la fonction !!

Soit C_f la courbe représentative d'une fonction dans un repère donné.

> L'image d'un réel x appartenant à l'ensemble de définition de la fonction est l'ordonnée du point de la courbe de la fonction f ayant pour abscisse le réel x.



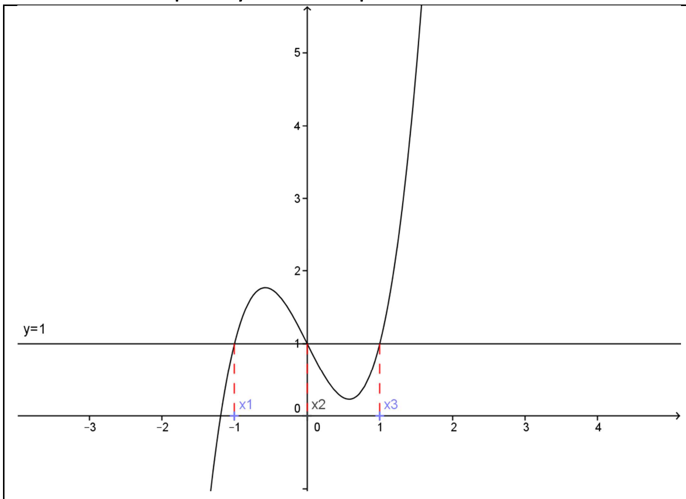
Recherche de l'image de 1 par la fonction dont la courbe est donnée ci-contre.
-Placer 1 sur l'axe des abscisses
-Trouver le point A de la courbe correspondant.
- Tracer le trait rouge en pointillés et lire l'ordonnée
- conclure : $f(1) = 2$

3- Lecture graphique d'antécédent par une fonction f

Prérequis : on utilise ce paragraphe uniquement si l'on connait la courbe de la fonction !!

> Le ou les antécédents d'un réel y donné par une fonction lorsqu'ils existent, sont les abscisses des points de la courbe ayant ce réel y pour ordonnée.

Attention : il peut y en avoir plusieurs



Recherche du ou des antécédents de 1 par f.
-tracer la droite $y = 1$
-repérer les points où elle coupe la courbe de la fonction.
-tracer les pointillés rouges jusqu'à l'axe des abscisses
-trouver si possible les valeurs de ces abscisses.
-conclure : 1 a trois antécédents par f, les réels -1,0 et 1

Remarque : le nombre de points où la droite coupe la courbe donne le nombre d'antécédent !! vérifiez bien que vous n'en oubliez pas !!

4- Résolution graphique d'équation