

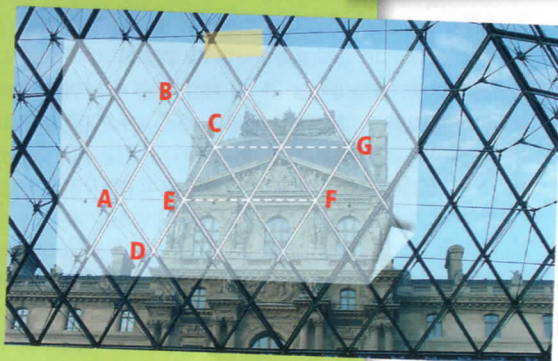


La pyramide du Louvre, située au milieu de la cour Napoléon du Musée du Louvre à Paris.

Inaugurée en 1989 (année du bicentenaire de la Révolution française) par le président de la République François Mitterrand, la pyramide du Louvre a été conçue par l'architecte sino-américain Ieoh Ming Pei. Haute de 20,6 m sur une base carrée de 35 m de côté, la pyramide est entièrement construite en verre et métal. Elle compte 603 losanges et 70 triangles en verre spécial de Saint-Gobain.

■ Quelle semble être la nature des triangles que l'on voit au bas de la photo ? Que peut-on dire des mesures des angles des losanges ?

■ Que peut-on dire des angles et des côtés des quadrilatères ABCD et CGFE ?



Devinette

Articulé,
je m'adapte à
la taille des objets
que l'on pose sur moi.
Je change de forme
mais, même écrasé, mes
côtés opposés restent parallèles.
Qui suis-je ?



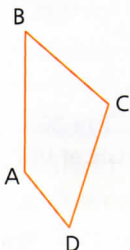
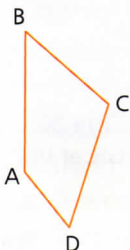
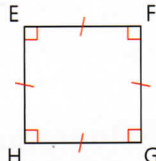
Je vais apprendre à ...

- Utiliser une définition et les propriétés du parallélogramme **SC**.
- Utiliser une définition et les propriétés du carré, du rectangle, du losange **SC**.
- Reconnaître un parallélogramme, un carré, un rectangle, un losange **SC**.
- Construire un parallélogramme, un carré, un rectangle, un losange en utilisant ses propriétés **SC**.

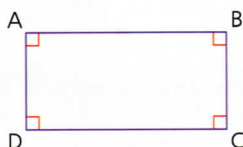
Je prends un bon départ

QCM

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Laquelle ?

		A	B	C
1	 <p>Les segments [AB] et [BC] sont ...</p>	deux côtés opposés du quadrilatère ABCD	deux côtés consécutifs du quadrilatère ABCD	les deux diagonales du quadrilatère ABCD
2	 <p>Les segments [AC] et [BD] sont ...</p>	deux côtés opposés du quadrilatère ABCD	deux côtés consécutifs du quadrilatère ABCD	les deux diagonales du quadrilatère ABCD
3	Si un quadrilatère a ses quatre angles droits, alors c'est un ...	carré	rectangle	losange
4	Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur, alors c'est un ...	carré	rectangle	losange
5	 <p>Le carré EFGH ...</p>	a un centre de symétrie	a exactement deux axes de symétrie	n'a pas de centre de symétrie

- 6 1. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD représenté ci-dessous ? Justifier.



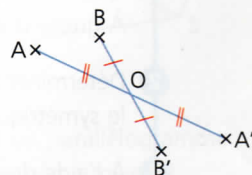
2. Que peut-on dire des droites (AB) et (CD) ? et des droites (AD) et (BC) ? Justifier.

- 7 **SC** Dans la figure ci-dessous, les points A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B dans la symétrie de centre O.

1. Quelles propriétés de la symétrie centrale permettent de justifier les égalités suivantes ?

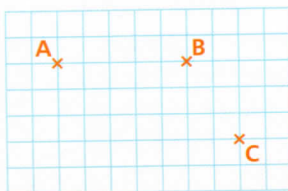
- a. $A'B' = AB$.
b. $\widehat{AOB} = \widehat{A'OB'}$.

2. Que peut-on dire des droites (A'B') et (AB) ? Justifier.



1 Je définis un parallélogramme

- 1 Placer, sur une feuille quadrillée, trois points A, B et C comme sur la figure ci-dessous.



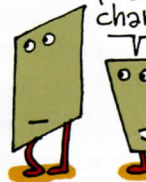
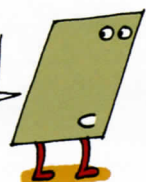
- 2 a. Tracer la droite (d) parallèle à (AB) et passant par C, puis la droite (d') parallèle à (BC) et passant par A. Les droites (d) et (d') se coupent en un point D. Placer le point D et tracer en rouge le quadrilatère ABCD.

Un quadrilatère dont les **côtés opposés sont parallèles** est appelé un **parallélogramme**.

- b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
- c. Sur une feuille quadrillée, tracer deux autres parallélogrammes EFGH et IJKL.
- 3 Expliquer pourquoi un rectangle est un parallélogramme particulier.



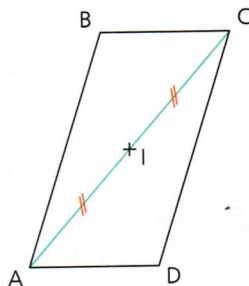
Je trouve qu'il a vraiment quelque chose de particulier.



Quel charme!

2 Je découvre le centre de symétrie d'un parallélogramme

Dans la figure ci-contre, ABCD est un parallélogramme et I est le milieu de la diagonale $[AC]$. On considère la symétrie de centre I.

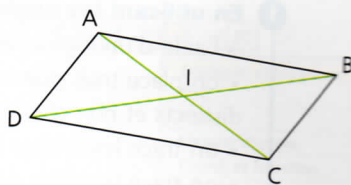


- 1 a. Quel est le symétrique du point A ?
b. On sait que le symétrique de la droite (AB) est la droite parallèle à (AB) et passant par le symétrique de A. Quelle est cette droite ?
À quelle droite appartient alors le symétrique du point B ?
- 2 Déterminer le symétrique de la droite (BC) . À quelle autre droite appartient alors le symétrique du point B ?
- 3 À l'aide des questions précédentes, déterminer le symétrique du point B.
- 4 Quel est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD ?
Le centre de symétrie d'un parallélogramme est appelé le **centre du parallélogramme**.

3 Je découvre des propriétés d'un parallélogramme

1 Longueurs des côtés opposés

Le quadrilatère ABCD représenté ci-contre est un parallélogramme de centre I.



- Justifier que les segments $[AB]$ et $[CD]$ sont symétriques par rapport au point I.
- Quelle propriété de la symétrie centrale permet d'affirmer que les côtés $[AB]$ et $[CD]$ du parallélogramme ABCD ont la même longueur ? Justifier de même que les côtés $[AD]$ et $[CB]$ ont la même longueur.
- Que peut-on dire des longueurs des côtés opposés d'un parallélogramme ?

2 Angles

On considère le parallélogramme de la question 1.

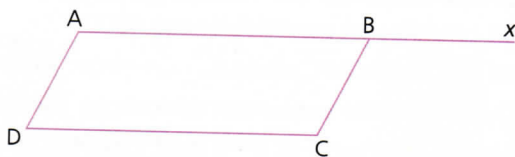
- Déterminer le symétrique de l'angle \widehat{ABC} par rapport au point I.
- Quelle propriété de la symétrie centrale permet d'affirmer que les angles opposés \widehat{ABC} et \widehat{CDA} ont la même mesure ?

Justifier de même que les angles \widehat{DAB} et \widehat{BCD} ont la même mesure.

- Que peut-on dire des mesures des angles opposés d'un parallélogramme ?

- Dans la figure ci-contre, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Justifier chacune des affirmations suivantes :



- Les angles \widehat{ABC} et \widehat{CBx} sont supplémentaires.
- Les angles \widehat{DAB} et \widehat{CBx} ont la même mesure.
- Les angles consécutifs \widehat{DAB} et \widehat{ABC} sont supplémentaires.

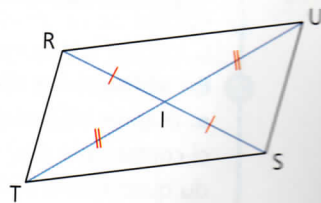
Le point B appartient à la demi-droite $[Ax)$.



- Que peut-on dire de deux angles consécutifs d'un parallélogramme ?

4 Je reconnais un parallélogramme

Dans le quadrilatère RTSU ci-contre, les diagonales $[RS]$ et $[TU]$ se coupent en leur milieu I.



- Quel est le symétrique de la droite (RT) par rapport au point I ?
Quelle propriété de la symétrie centrale permet de justifier que les droites (US) et (RT) sont parallèles ?
- Justifier de même que les droites (RU) et (TS) sont parallèles.
- Déduire des questions précédentes que le quadrilatère RTSU est un parallélogramme.
- Quelle est la nature d'un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu ?
Quelle est la nature d'un quadrilatère non croisé ayant un centre de symétrie ?

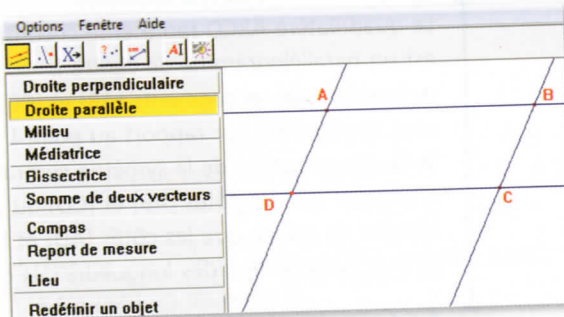
- Expliquer pourquoi un losange est un parallélogramme particulier.

5 Je reconnais un rectangle

1 En utilisant les angles

À l'aide d'un logiciel de géométrie :

- on place trois points A, B et C distincts et non alignés ;
- on trace les droites (AB) et (BC) ;
- on trace la droite parallèle à (AB) et passant par C, et la droite parallèle à (BC) et passant par A ;
- on nomme D le point d'intersection de ces deux droites.



a. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.

On capture et on déplace le point B avec la souris pour obtenir un angle \widehat{ABC} qui semble droit. On obtient la figure ci-contre.

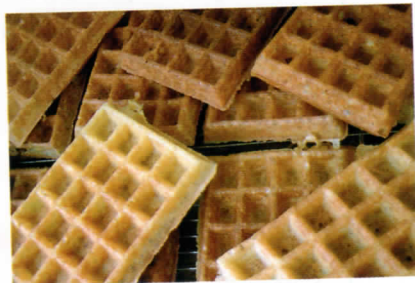
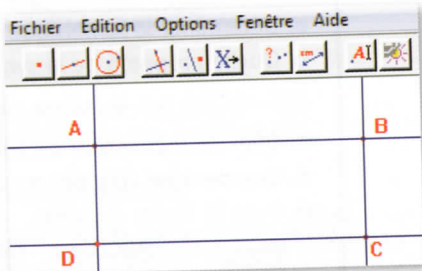
b. Quelle semble être la nature précise du quadrilatère ABCD ?

c. Pour démontrer la conjecture précédente, on considère un parallélogramme ABCD tel que l'angle \widehat{ABC} est droit.

Quelle propriété concernant deux angles consécutifs d'un parallélogramme permet de justifier que l'angle \widehat{BCD} est droit ? Justifier que l'angle \widehat{CDA} est droit.

Déduire des questions précédentes la nature précise du parallélogramme ABCD.

d. Quelle est la nature précise d'un **parallélogramme** qui possède un **angle droit** ?



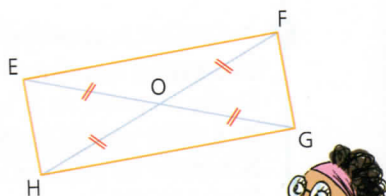
Quelques parallélogrammes gourmands...

2 En utilisant les diagonales

a. D'après les codages portés sur la figure ci-contre, que peut-on dire des diagonales du quadrilatère EFGH ?

b. Justifier que EFGH est un parallélogramme. Quelle semble être la nature précise de ce parallélogramme ?

c. Quelle conjecture peut-on émettre sur un **parallélogramme** dont les **diagonales ont la même longueur** ?



Cette conjecture sera étudiée dans l'exercice 86.



6 Je reconnais un losange

1 En utilisant les côtés

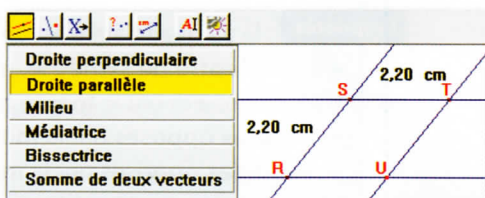
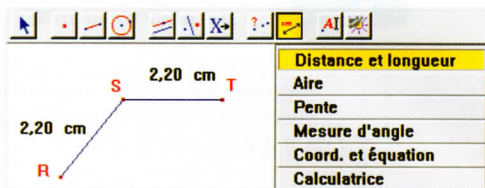
À l'aide d'un logiciel de géométrie :

- on place trois points R, S, et T distincts et non alignés ;
- on choisit **Distance et longueur** dans le menu déroulant, puis on capture et on déplace T afin d'obtenir : $ST = RS$.
- on trace la parallèle à (ST) passant R et la parallèle à (SR) passant T. Ces deux droites se coupent en U.

a. Justifier que RSTU est un parallélogramme. Quelle semble être la nature précise du parallélogramme RSTU ?

b. Quelle propriété concernant les côtés opposés d'un parallélogramme permet de prouver que les quatre côtés du parallélogramme RSTU ont la même longueur ?

c. Quelle est la nature précise d'un **parallélogramme** ayant **deux côtés consécutifs de même longueur** ?



2 En utilisant les diagonales

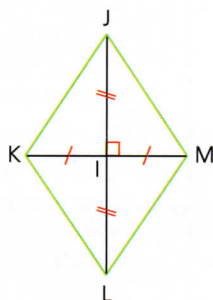
a. Justifier que le quadrilatère JKLM représenté ci-contre est un parallélogramme.

b. Que représente la droite (JL) pour le segment [KM] ? Justifier les égalités suivantes : $JK = JM$ et $LK = LM$.

c. Justifier de même les égalités : $KJ = KL$ et $MJ = ML$.

d. En déduire la nature précise du quadrilatère JKLM.

e. Quelle est la nature précise d'un **parallélogramme** dont les **diagonales sont perpendiculaires** ?



7 Je reconnais un carré

Un carré est un quadrilatère dont les quatre angles sont droits et dont les quatre côtés sont de même longueur : **un carré est donc à la fois un rectangle et un losange.**

1 Justifier que si un **losange** a un **angle droit**, alors c'est un carré.

2 Quelle est la nature précise d'un **rectangle** qui a **deux côtés consécutifs de même longueur** ?

3 a. D'après les codages portés sur la figure ci-contre, que peut-on dire des diagonales du quadrilatère ABCD ?

b. En utilisant les conclusions des activités 5 et 6, justifier que le quadrilatère ABCD est un carré.

c. Quelle est la nature précise d'un **quadrilatère** dont les **diagonales** ont le **même milieu**, sont **perpendiculaires** et ont la **même longueur** ?

