

Plan du cours

I.	Le théorème de Pythagore	1
1.	Reconnaître l'hypoténuse dans un triangle rectangle	1
2.	Énoncé du théorème de Pythagore	2
3.	Applications du théorème de Pythagore	3
II.	La réciproque du théorème de Pythagore	4
1.	Qu'est-ce qu'une réciproque ?	4
2.	La réciproque du théorème de Pythagore	4

Chapitre 2 : Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Remarque : Ces théorèmes ne s'appliquent qu'aux triangles rectangles !

Mes objectifs :

- ↔ Je dois savoir écrire le théorème de Pythagore dans une situation donnée,
- ↔ Je dois savoir utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une longueur dans un triangle rectangle,
- ↔ Je dois savoir utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour prouver qu'un triangle est rectangle.

Introduction : Conjecture du théorème de Pythagore

1. Tracer un triangle ABC rectangle en B, veuillez à prendre des mesures simples.
2. Compléter le tableau suivant :

Triangle n°	AB	BC	AC	AB^2	BC^2	AC^2	$AB^2 + BC^2$
1							
2							
3							

I. Le théorème de Pythagore

1. Reconnaître l'hypoténuse dans un triangle rectangle

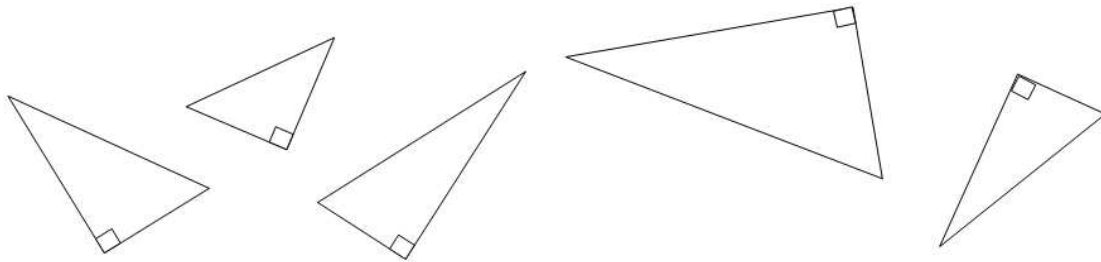
Définition

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé l'hypoténuse.

Remarque : Dans un triangle rectangle l'hypoténuse est le plus grand des 3 côtés.

Exercice d'application 1

Repasser en rouge les hypoténuses des triangles rectangles suivants :

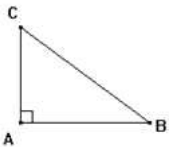


2. Énoncé du théorème de Pythagore

Théorème

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

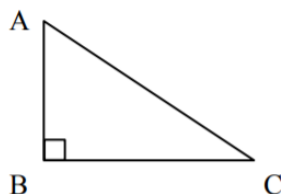
En pratique :



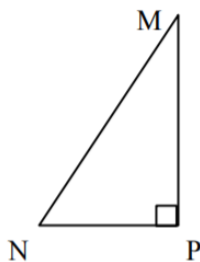
Si ABC est un triangle rectangle en A alors $BC^2 = AC^2 + AB^2$.

Exercice d'application 2

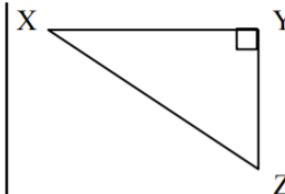
Pour chaque triangle rectangle , repasser l'hypoténuse en rouge et écrire l'égalité du théorème de Pythagore appliqué à ce triangle :



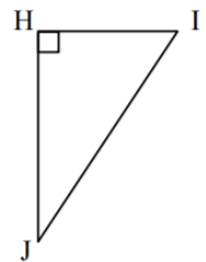
..... =



..... =



..... =



..... =

3. Applications du théorème de Pythagore

- **Objectif 1** : Calculer la longueur de l'hypoténuse dans un triangle rectangle.

Exemple 1 :

Soit ERL un triangle rectangle en R tel que $ER = 9 \text{ cm}$ et $RL = 12 \text{ cm}$.
Calculer la longueur LE .

On sait que **le triangle ERL est rectangle en R** . L'hypoténuse est le côté $[LE]$.

Donc d'après **le théorème de Pythagore**, on a :

Or, **EF est une longueur donc $LE \geq 0$** . On utilise alors la touche racine carré de la calculatrice.

Donc

- **Objectif 2** : Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit dans un triangle rectangle.

Exemple 2 :

Soit DFE un triangle rectangle en E .
Calculer la longueur EF (donner l'arrondi au dixième) sachant que $ED = 5 \text{ cm}$ et $DF = 13 \text{ cm}$.

On sait que **le triangle DFE est rectangle en E** . L'hypoténuse est le côté $[DF]$.

Donc d'après **le théorème de Pythagore**, on a :

Or, **EF est une longueur donc $EF \geq 0$** . On utilise alors la touche racine carré de la calculatrice.

Donc

II. La réciproque du théorème de Pythagore

1. Qu'est-ce qu'une réciproque ?

Considérons la propriété suivante : " Si je suis un Homme, j'ai des yeux ".

La propriété réciproque est « Si j'ai des yeux, je suis un Homme ».

→ La propriété est vraie, par contre, sa réciproque est fausse.

Considérons maintenant le théorème de Pythagore .

Le théorème de Pythagore pour un triangle ABC rectangle en A dit :

" Si je suis un triangle ABC rectangle en A , alors "

Sa réciproque serait donc : " Si je suis un triangle ABC tel que alors je suis "

On démontrera en accompagnement personnalisé que **cette réciproque est vraie**.

2. La réciproque du théorème de Pythagore

Théorème

(RÉCIPROQUE) Dans un triangle, si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et admet ce plus grand côté pour hypoténuse.

Exemple 1 :

On considère le triangle ZEN tel que $NE = 16 \text{ cm}$, $ZE = 12 \text{ cm}$ et $ZN = 20 \text{ cm}$.
Montrons que le triangle ZEN est rectangle.

Dans le triangle ZEN, $[ZN]$ est le plus grand côté.

$$\text{D'une part, } ZN^2 = 20^2 = 400$$

$$\text{D'autre part, } ZE^2 + NE^2 = 12^2 + 16^2$$

$$ZE^2 + NE^2 = 144 + 256$$

$$ZE^2 + NE^2 = 400$$

$$\text{Donc } AB^2 = BC^2 + AC^2.$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on peut affirmer que le triangle ZEN est rectangle en E.

Exemple 2 :

On considère un triangle IJK tel que $IJ = 5,4 \text{ cm}$; $JK = 3,5 \text{ cm}$ et $KI = 4,1 \text{ cm}$. Le triangle IJK est-il rectangle ?

Dans le triangle IJK, $[IJ]$ est le plus grand côté.

Le théorème de Pythagore et sa réciproque

D'une part, $IJ^2 = 5,4^2$
 $IJ^2 = 29,16$

D'autre part, $JK^2 + KI^2 = 3,5^2 + 4,1^2$
 $JK^2 + KI^2 = 12,25 + 16,81$
 $JK^2 + KI^2 = 29,06$

Donc $IJ^2 \neq JK^2 + KI^2$.

Si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore on aurait $IJ^2 = JK^2 + KI^2$. Puisque ce n'est pas le cas, on peut affirmer que le triangle IJK n'est pas un triangle rectangle.