Méthodes

Savoir-faire 1 Développer et réduire une expression en utilisant les identités remarquables

Énoncé On considère les expressions $A = (7x+3)^2$ et $B = (2x-5)^2 - (x+3)(x-3)$.

a. Développer l'expression A.

b. Développer et réduire l'expression B.

Solution

a. $A = (7x+3)^2$	A est de la forme $(a+b)^2$ avec $a = 7x$ et $b = 3$.
$A = (7x)^2 + 2 \times 7x \times 3 + 3^2$	On développe A à l'aide de l'identité remarquable : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Attention : $a^2 = (7x)^2$.
$A = 49x^2 + 42x + 9$	On calcule chacun des termes. Attention : $(7x)^2 = 7x \times 7x = 49x^2$.
b. $B = (2x-5)^2 - (x+3)(x-3)$	B est la différence des deux produits $(2x-5)^2$ et $(x+3)(x-3)$.
$B = 4x^2 - 20x + 25 - (x^2 - 3^2)$ $B = 4x^2 - 20x + 25 - (x^2 - 9)$	• On développe directement $(2x-5)^2$ à l'aide de l'identité remarquable : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. • On développe $(x+3)(x-3)$ à l'aide de l'identité remarquable : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$. $(x+3)(x-3)$ étant précédé du signe « – », on place son développement entre parenthèses.
$B = 4x^2 - 20x + 25 - x^2 + 9$	On supprime les parenthèses.
$B = 3x^2 - 20x + 34$	On réduit la somme algébrique.

Savoir-faire 2 Factoriser une expression en utilisant la distributivité

Énoncé Factoriser l'expression $A = (3x-1)^2 - (x+4)(3x-1)$.

Solution

$A = (3x-1)^2 - (x+4)(3x-1)$ $A = (3x-1)(3x-1) - (x+4)(3x-1)$	Comme $(3x-1)^2 = (3x-1)(3x-1)$, l'expression $(3x-1)$ est un facteur commun aux deux termes $(3x-1)^2$ et $(x+4)(3x-1)$.
$A = (3x-1)[(3x-1) - (x+4)]$	On factorise.
$A = (3x-1)[3x - 1 - x - 4]$	On supprime les parenthèses à l'intérieur des crochets.
$A = (3x-1)(2x-5)$	On réduit le deuxième facteur.

Savoir-faire 3 Factoriser une expression en utilisant les identités remarquables

Énoncé **Factoriser les expressions $A = 9x^2 + 30x + 25$ et $B = (x-5)^2 - 16$.**

Solution

- $A = 9x^2 + 30x + 25$ ← On observe que : $9x^2 = (3x)^2$; $25 = 5^2$ et que : $30x = 2 \times 3x \times 5$.

$A = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$ ← A est de la forme $a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 5$, on applique donc l'identité remarquable : $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$.

$A = (3x+5)^2$

- $B = (x-5)^2 - 16$ ← On observe que $(x-5)^2$ est le carré de $(x-5)$ et que 16 est le carré de 4. B est donc une différence de deux carrés.

$B = (x-5)^2 - 4^2$ ← On applique l'identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ avec $a = x-5$ et $b = 4$.

$B = (x-5+4)(x-5-4)$ ← On réduit chaque facteur.

$B = (x-1)(x-9)$

Savoir-faire 4 Ramener une équation à une équation produit nul et la résoudre

Énoncé **Résoudre l'équation $(x-5)(3x+1) - 3(x-5) = 0$.**

Solution

Si on développait le premier membre, on obtiendrait l'équation du second degré $3x^2 - 17x + 10 = 0$ que l'on ne sait pas résoudre facilement.

$(x-5)(3x+1) - 3(x-5) = 0$ ← Le second membre étant zéro, il suffit que le premier membre soit un produit pour obtenir une équation produit nul. Pour cela, il faut pouvoir le factoriser. C'est possible ici car $(x-5)$ est un facteur commun à $(x-5)(3x+1)$ et $3(x-5)$.

$(x-5)(3x+1-3) = 0$

$(x-5)(3x-2) = 0$ ← On obtient une équation produit nul.

Dire qu'un produit est nul équivaut à dire que l'un de ses facteurs est nul. Donc on a : ← On applique la règle du produit nul.

$x - 5 = 0$ ou $3x - 2 = 0$

$x = 5$ | $3x = 2$ ← On résout chaque équation.

$x = \frac{2}{3}$

L'équation $(x-5)(3x+1) - 3(x-5) = 0$ admet deux solutions : 5 et $\frac{2}{3}$. ← On conclut.