Chapitre 4 : Volumes, Sections, Agrandissement/Réduction

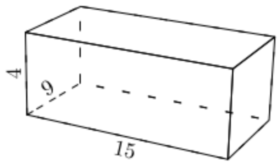
Les volumes de solide usuel – CORRECTION

- Savoir calculer le volume de n'importe quel solide usuel et savoir effectuer des conversions dans l'unité choisie

EXERCICE DE LA FEUILLE 1

Calculer les volumes des solides ci-dessous et donner le résultat en cm^3.

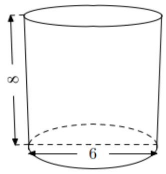
Un pavé droit de dimensions 15 cm, 9 cm et 4 cm :



$V_1 = L \times l \times h$

$V_1 = 15 \times 9 \times 4 = 540\ cm^3$

Un cylindre :



Aire de la base :

$\beta = \pi r^2$

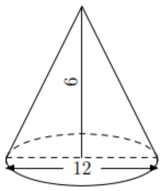
$\beta = \pi \times 3^2$

$\beta = 9\pi$ cm²

Volume du solide :

$V_2 = \beta \times h \qquad V_2 = 9\pi \times 8 \qquad V_2 \approx 226{,}19\ cm^3$

Un cône de révolution de diamètre 12 cm :



Aire de la base :

$\beta = \pi r^2$

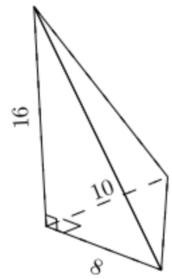
$\beta = \pi \times 6^2$

$\beta = 36\pi$ cm²

Volume du solide :

$V_3 = \frac{1}{3}\beta \times h \qquad V_3 \approx 26{,}19\ cm^3$

Une pyramide à base triangulaire :



Aire de la base :

$\beta = \frac{b \times h}{2}$

$\beta = 40$ cm²

Volume du solide :

$V_4 = \frac{1}{3}\beta \times h \quad V_4 = \frac{1}{3}40 \times 16 \quad V_4 \approx 213{,}3\ cm^3$

EXERCICE DE LA FEUILLE 2

Exercice 1 :

Effectuer les conversions suivantes.

a. 12 dm³ = 12 000 000 mm³

b. 5 dam³ = 0,000 005 km³

c. 205 mm³ = 0,205 cm³

d. 15,42 km³ = 15 420 000 dam³

e. 45,678 cm³ = 45 678 mm³

f. 678 543,6 m³ = 0,000 678 543 6 km³

Exercice 2 :

Effectuer les conversions suivantes.

a. 34 dm³ = 34 L

b. 8 m³ = 8 000 L

c. 1 mL = 1 cm³

d. 232,4 L = 0,232 4 m³

e. 56,78 cm³ = 0,567 8 dL

f. 7 302 L = 0,007 302 dam³

- Comprendre le sens d'un exercice et savoir utiliser la bonne formule et la bonne unité pour le résoudre

EXERCICE 25 PAGE 504

La piscine est un parallélépipède rectangle.
On utilise la formule du volume d'un parallélépipède rectangle.
$\mathcal{V} = longueur \times largeur \times hauteur$
$\mathcal{V} = 25 \times 10 \times 2{,}3 = 575 \text{ m}^3$.
La piscine est remplie aux trois quarts :
$\mathcal{V}_{\text{eau}} = \dfrac{3}{4} \times 575 = 431{,}25 \text{ m}^3 = 431\,250 \text{ L}$.

EXERCICE 28 PAGE 504

Les poubelles

1. On assimile la poubelle à un cylindre de rayon 120 mm ($240 \div 2$) et de hauteur 650 mm.
   On utilise la formule du volume d'un cylindre :
   $\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$
   $\mathcal{V} = \pi \times 120^2 \times 650 \approx 29\,405\,307 \text{ mm}^3$
   $\approx 29{,}4 \text{ dm}^3 \approx 29 \text{ L}$.
   Il faut des sacs poubelle de 30 L.
2. Le conteneur est assimilé à un pavé de longueur 80 cm, de largeur 75 cm et de hauteur 100 cm.
   On utilise la formule du volume d'un pavé :
   $\mathcal{V} = longueur \times largeur \times hauteur$
   $\mathcal{V} = 80 \times 75 \times 100 = 600\,000 \text{ cm}^3$
   $= 600 \text{ dm}^3 = 600 \text{ L}$.
   $600 \div 30 = 20$.
   Il pourra mettre 20 sacs pleins dans le conteneur.

EXERCICE 32 PAGE 505

La coupe est pleine

1. La partie haute du verre est assimilée à un cône de rayon 4 cm et de hauteur 9 cm.
   On utilise la formule du volume d'un cône :
   $\mathcal{V} = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$
   $\mathcal{V}_{\text{verre}} = \dfrac{\pi \times 4^2 \times 9}{3} = 48\pi \text{ cm}^3$.
2.

Coup de pouce : $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$.

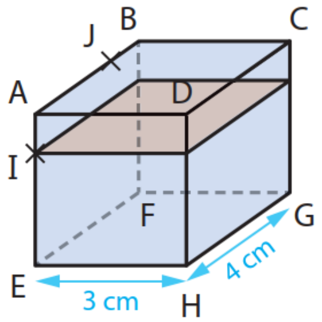
Le volume du cône est donc de : $150{,}8 \text{ cm}^3 \approx 0{,}15 \text{ dm}^3 \approx 0{,}15 \text{ L}$.
$1 \div 0{,}15 \approx 6{,}7$.
On pourra remplir entièrement 6 verres.

Les sections de solide usuel – CORRECTION

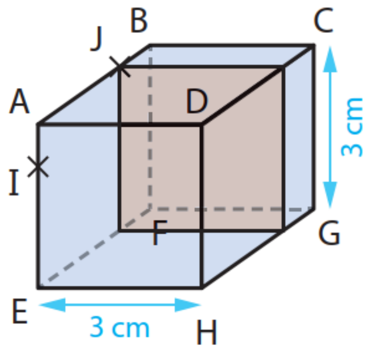
- Savoir analyser et étudier les sections de certains solides par un plan

EXERCICE 18 PAGE 527

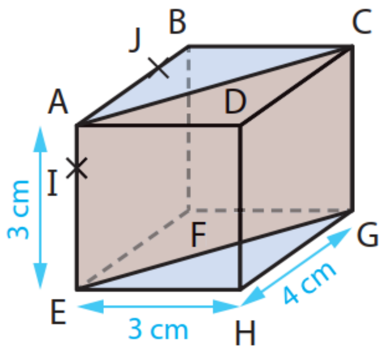
a. C'est un rectangle de 3 cm sur 4 cm.



b. C'est un carré de côté 3 cm.



c.



On calcule d'abord la longueur AC. Le triangle ADC est rectangle en D. On utilise le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$AC = 5$$

La section est un rectangle de 3 cm sur 5 cm.

EXERCICE 19 PAGE 527

La section est un cercle de centre L et de rayon 4 cm.

EXERCICE 21 PAGE 527

La section d'un cône par un plan parallèle à sa base est un cercle de centre O'.
Pour connaitre son rayon, il faut calculer le rapport de réduction permettant de passer du cône initial au deuxième cône.

Le rapport de réduction des hauteurs est de $\dfrac{SO'}{SO} = \dfrac{2}{5}$.

La section obtenue est un cercle de centre O' et de rayon $r' = \dfrac{2}{5} \times 4 = 1{,}6$ cm.

<u>**Agrandissement / Réduction**</u> – CORRECTION

- <u>Connaître et savoir utiliser les effets de l'agrandissement et de la réduction sur les aires et les volumes</u>

EXERCICE 8 PAGE 526

Par un agrandissement de rapport 3, le volume va être agrandi par $3^3 = 27$.

EXERCICE 9 PAGE 526

Le volume d'un pavé droit est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}.$$

Le volume $\mathcal{V}$ du pavé droit initial est :

$$\mathcal{V} = 2{,}3 \times 4{,}2 \times 5 = 48{,}3 \text{ cm}^3.$$

Le volume du pavé droit est multiplié par 4^3 quand ses dimensions sont multipliées par 4.

Le volume du pavé droit agrandi $\mathcal{V}'$ est donc :

$$\mathcal{V}' = 4^3 \times 48{,}3 = 3\,091{,}2 \text{ cm}^3$$

EXERCICE 10 PAGE 526

Le volume d'une pyramide est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}.$$

Le volume $\mathcal{V}$ de la pyramide initiale SABCD est :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 6 \times 3 \times 5 = 30 \text{ cm}^3.$$

Par une réduction de rapport $\frac{2}{3}$, le volume de la pyramide est multiplié par $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

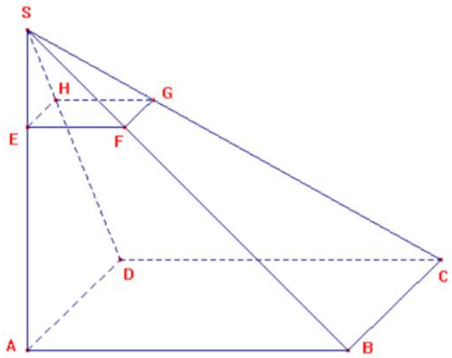
Le volume $\mathcal{V}'$ de la pyramide réduite S'A'B'C'D' est :

$$\mathcal{V} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 30 \approx 9 \text{ cm}^3.$$

♦ <u>Utiliser les théorèmes de Thalès et de Pythagore dans une section de solide</u>

Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide à base carrée de hauteur [SA] telle que AB = 9 cm et SA = 12 cm. Le triangle SAB est rectangle en A.

EFGH est la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base et telle que SE = 3 cm.



1) Calculer EF.

On sait que (EF) // (AB) et que les droites (SA) et (SB) sont sécantes en S.
D'après le théorème de Thalès, on a l'égalité suivante :

$$\frac{SE}{SA} = \frac{EF}{AB} = \frac{SF}{SB}$$

On remplace avec les données de l'exercice :

$$\frac{3}{12} = \frac{EF}{9} = \frac{SF}{SB}$$

Calcul de EF :
$\frac{3}{12} = \frac{EF}{9}$ *donc EF = 3 x 9 : 12 = 2,25 cm.*

2) Calculer SB

Dans le triangle SAB rectangle en A, l'hypoténuse est [SB].
D'après le théorème de Pythagore, on a : $SB^2 = SA^2 + AB^2$
On remplace par les valeurs : $SB^2 = 12^2 + 9^2$

$SB^2 = 144 + 81$

$SB^2 = 225$

$Donc\ SB = \sqrt{225} = 15\ cm$

3) a) Calculer le volume de la pyramide SABCD.

La pyramide est une pyramide à base carrée.

$A_{base} = c^2 = 9^2 = 81\ cm^2$ $\qquad V_{SABCD} = \frac{1}{3}A_{base} \times h = \frac{1}{3} \times 81 \times 12 = 324\ cm^3$

b) Donner le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SEFGH.

Calculons le rapport de réduction pour passer de SABCD à SEFGH :

$k = \frac{EF}{AB} = \frac{2{,}25}{9} = 0{,}25$ *Le rapport de réduction est donc k = 0,25 soit 4 fois plus petite.*

c) En déduire le volume de SEFGH.

$$V_{SEFGH} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 V_{SABCD} \quad ou \quad V_{SEFGH} = (0{,}25)^3 V_{SABCD}$$

$$V_{SEFGH} = \frac{1}{64} \times 324 = 5{,}0625\ cm^3$$

- <u>Savoir résoudre un exercice Type – Brevet</u>

EXERCICE 34 PAGE 531

Moule à muffins

1. Le volume d'un cône de révolution est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}.$$

$$\mathcal{V}_{\text{grand cône}} = \frac{3{,}75^2 \times \pi \times 12}{3} \approx 176{,}7 \text{ cm}^3.$$

Le petit cône qu'on enlève au grand est une réduction de rapport $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ du grand cône.

Par une réduction de rapport $\frac{2}{3}$, les volumes sont multipliés par $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

Donc $\mathcal{V}_{\text{petit cône}} = \mathcal{V}_{\text{grand cône}} \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$.

Donc $\mathcal{V}_{\text{petit cône}} \approx 176{,}7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 \approx 52{,}4 \text{ cm}^3$.

Donc le volume d'une cavité est :

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_{\text{grand cône}} - \mathcal{V}_{\text{petit cône}} = 176{,}7 - 52{,}4 \approx 125 \text{ cm}^3.$$

2. Léa a préparé 1 L = 1 000 cm^3 de pâte.

Chaque cavité contient $125 \times \frac{3}{4} = 93{,}75$ cm^3 de pâte.

$93{,}75 \times 9 = 843{,}75$ cm^3 = 0,843 L de pâte sont nécessaires : Léa a donc assez de pâte.

EXERCICE 35 PAGE 531

Piscine à rénover

1. Le volume d'un pavé droit est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}.$$

Le volume de la piscine est de $10 \times 4 \times 1{,}2 = 48$ m^3.

En 4 h, $4 \times 14 = 56$ m^3 s'écoulent : la piscine sera donc vide en moins de 4 h.

Ou : $48 \div 14 = 3{,}4$ h = 3 h 24 min ; il faut donc moins de 4 h pour vider la piscine.

2. La surface intérieure de la piscine (les 4 faces latérales et le sol) est de $10 \times 1{,}2 \times 2 + 4 \times 1{,}2 \times 2 + 4 \times 10 = 73{,}6$ m^2.

Il faut donc $73{,}6 \div 6 \approx 12{,}3$ litres de peinture pour repeindre la surface intérieure.

Il faut deux couches donc $12{,}3 \times 2 = 24{,}6$ litres.

Il faudra donc 9 seaux soit un montant à payer de $9 \times 69{,}99 = 629{,}91$ €.

EXERCICE 36 PAGE 531

Les gélules

1. La longueur L de la gélule est de $16{,}6 + 9{,}5 = 26{,}1$ mm.
C'est donc un calibre 000.

2. Le volume d'un cône de révolution est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}.$$

Le volume d'une boule est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{4 \times \pi \times \text{rayon}^3}{3}.$$

$\mathcal{V}_{\text{gélule}} = \mathcal{V}_{\text{cylindre}} + \mathcal{V}_{\text{boule}}$

$\mathcal{V}_{\text{gélule}} = \pi \times 4{,}75^2 \times 16{,}6 + \dfrac{4}{3}\pi \times 4{,}75^3 \approx 1\,626 \text{ mm}^3.$

3. Robert a donc pris $3 \times 6 \times 1\,626 = 29\,268 \text{ mm}^3$ d'antibiotique,
soit $29\,268 \times 6{,}15 \times 10^{-4} \approx 18$ g d'antibiotique.