

## Les approximations de $\pi$ de l'antiquité à nos jours

### Exercice à rédiger sur une feuille

Un des nombres les plus anciens est  $\pi$ . Les approximations de sa valeur approchée ont évolué au cours du temps.

Époque	Approximation de $\pi$
- 2000 babyloniens	$3 + \frac{7}{60} + \frac{1}{120}$
- 1600 Papyrus de Rhind	$\frac{256}{81}$
Inde - 700 Shatapatha Brahmana	$\frac{25}{8}$
Grèce - 500 Archimède	$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$
Chine 300 Zu Chongzhi	$\frac{355}{116}$
Inde 500 Aryabhata	$\frac{62\,832}{20\,000}$
Perse 1 400 Al Kashi	$\frac{1}{2} \left( 6 + \frac{16}{60} + \frac{59}{60^2} + \frac{26}{60^3} + \dots \right)$
France 1 500 Nicolas de Cuse	$\frac{3}{4} (\sqrt{3} + \sqrt{6})$

On appelle erreur d'approximation d'un nombre  $a$ , le nombre  $|a - b|$  où  $b$  désigne une valeur approchée de  $a$ .

- Pour chaque approximation de  $\pi$ , calculer à l'aide de l'approximation de la calculatrice, l'erreur de chaque mathématicien.
- A la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle, Leibniz donne une approximation de la valeur de  $\pi$ .  
a) Il établit la formule suivante dont on donne le début :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

Donner les deux termes suivants des pointillés.

- En déduire une formule d'approximation de  $\pi$ .
- Euler en 1735 donne lui aussi une nouvelle approximation de la valeur de  $\pi$ .  
**Formule d'Euler :**  $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$   
a) Donner le terme qui suit  $\frac{1}{16}$ .  
b) En déduire une formule d'approximation de  $\pi$ .
  - Un poème célèbre permet de retenir les décimales de  $\pi$ . Son principe est le suivant : la longueur de chaque mot donne une décimale et la ponctuation de code rien.

Que j' aime à faire apprendre ce nombre utile aux sages !  
**3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5**

Voici le poème :

Que j'aime à faire apprendre ce nombre utile aux sages !  
 Immortel Archimède, artiste ingénieur,  
 Qui de ton jugement peut priser la valeur ?  
 Pour moi, ton problème eut de pareils avantages

A l'aide de ce poème, reconstituer les premières décimales de  $\pi$ .