Correction des exercices de renforcement

Exercice 1

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^4 - 3x^3 + 2x - 11$.
On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé.
1) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse -2.

L'équation réduite de la tangente est donnée par $T : y = f'(a)(x - a) + f(a)$
Au point d'abscisse -2, on a : $T : y = f'(-2)(x + 2) + f(-2)$
On calcule alors la dérivée de la fonction f.
f est dérivable comme une somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = 20x^3 + 9x^2 + 2$

Pour x = -2, $f'(-2) = 20 \times (-2)^3 + 9 \times (-2)^2 + 2$
$f'(-2) = -160 + 36 + 2$
$\boxed{f'(-2) = -122}$

Pour x = -2, $f(-2) = 5 \times (-2)^4 - 3 \times (-2)^3 + 2 \times (-2) - 11$
$f(-2) = 80 + 24 - 4 - 11$
$\boxed{f(-2) = 89}$

L'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point **d'abscisse -2** est donnée par :
$T : y = f'(-2)(x + 2) + f(-2)$
$T : y = -122(x + 2) + 89$
$T : y = -122x - 244 + 89$
$\boxed{T : y = -122x - 155}$

Exercice 2

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^4 + 6x^3 + x^2 + 7$.
On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé.
1) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse -1.

L'équation réduite de la tangente est donnée par $T : y = f'(a)(x - a) + f(a)$
Au point d'abscisse -1, on a : $T : y = f'(-1)(x + 1) + f(-1)$
On calcule alors la dérivée de la fonction f.
f est dérivable comme une somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = -8x^3 + 18x^2 + 2x$

Pour x = -1, $f'(-1) = -8 \times (-1)^3 + 18 \times (-1)^2 + 2 \times (-1)$
$f'(-1) = 8 + 18 - 2$
$\boxed{f'(-1) = 24}$

Pour x = -1, $f(-1) = -2 \times (-1)^4 + 6 \times (-1)^3 + (-1)^2 + 7$
$f(-1) = -2 - 6 + 1 + 7$
$\boxed{f(-1) = 0}$

L'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point **d'abscisse -1** est donnée par :
$T : y = f'(-1)(x + 1) + f(-1)$
$T : y = 24(x + 1) + 0$ $\boxed{T : y = 24x + 24}$

Exercice 3

Déterminer l'expression des dérivées suivantes :

(a) $f(x) = 2x^4$

$f'(x) = 4 \times 2x^{4-1} = 8x^3$

$f'(x) = 8x^3$

(b) $j(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{3}$

$j'(x) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$j'(x) = \dfrac{1}{6\sqrt{x}}$

(c) $g(x) = \dfrac{2}{3}x^5$

$g'(x) = \dfrac{2}{3} \times 5x^4$

$g'(x) = \dfrac{10}{3}x^4$

(d) $n(x) = 3x - 2\sqrt{x}$

$n'(x) = 3 - 2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$n'(x) = 3 - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$n'(x) = \dfrac{3\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$

(e) $h(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2$

$h'(x) = 3 \times 3x^2 - 5 \times 2x$

$h'(x) = 9x^2 - 10x$

(f) $k(x) = -\dfrac{5}{x}$

$k'(x) = -5 \times \dfrac{-1}{x^2}$

$k'(x) = \dfrac{5}{x^2}$

(g) $k(x) = \dfrac{1}{9x}$

$k'(x) = \dfrac{1}{9} \times \dfrac{-1}{x^2}$

$k'(x) = -\dfrac{1}{9x^2}$

(h) $p(x) = -7e^x + 2x$

$p'(x) = -7e^x + 2$

(i) $i(x) = 8\sqrt{x}$

$i'(x) = 8 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$i'(x) = \dfrac{4}{\sqrt{x}}$

(j) $l(x) = \dfrac{1}{2x}$

$l'(x) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{-1}{x^2}$

$l'(x) = -\dfrac{1}{2x^2}$

(k) $m(x) = 2x - \dfrac{1}{x}$

$m'(x) = 2 - \dfrac{-1}{x^2}$

$m'(x) = 2 + \dfrac{1}{x^2}$

(l) $q(x) = x^2 - 1 + 5e^x$

$q'(x) = 2x + 5e^x$