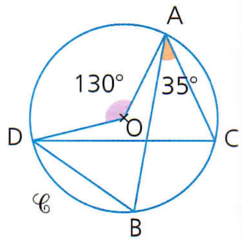
Savoir-faire 1 Appliquer les propriétés des angles inscrits

Énoncé **Sur le cercle $\mathscr{C}$ de centre O, les points A, B, C et D sont tels que : $\widehat{BAC} = 35°$ et $\widehat{AOD} = 130°$.**

a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$.

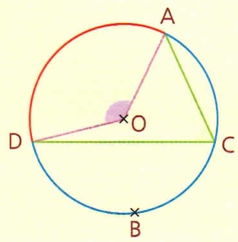
b. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$.



Solution

a. Dans le cercle $\mathscr{C}$, l'angle inscrit $\widehat{ACD}$ et l'angle au centre $\widehat{AOD}$ de mesure 130° interceptent le même arc $\overset{\frown}{AD}$.

On repère un angle au centre qui intercepte le même arc de cercle que l'angle inscrit $\widehat{ACD}$.
Ici on a :



Or, si, dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre.

On cite la propriété utilisée.

Donc : $\widehat{ACD} = \frac{1}{2}\widehat{AOD}$

$\widehat{ACD} = \frac{1}{2} \times 130° = 65°$.

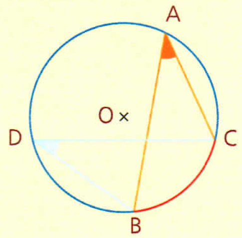
On effectue le calcul.

L'angle $\widehat{ACD}$ mesure 65°.

On conclut.

b. Dans le cercle $\mathscr{C}$, les angles $\widehat{BDC}$ et $\widehat{BAC}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{BC}$.

On repère un angle inscrit qui intercepte le même arc de cercle que l'angle inscrit $\widehat{BDC}$.
Ici on a :



Or, si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

On cite la propriété utilisée.

Donc : $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 35°$.

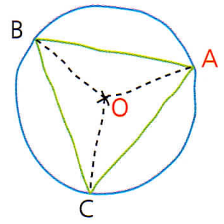
L'angle $\widehat{BDC}$ mesure 35°.

On conclut.

Savoir-faire 2 Construire un polygone régulier connaissant son centre et un de ses sommets

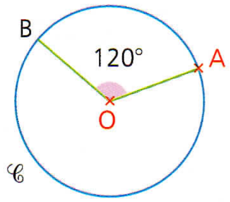
Énoncé 1 Placer deux points O et A, puis construire le triangle équilatéral de centre O.

Solution

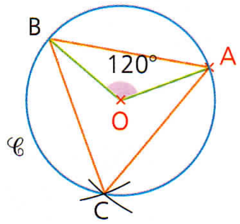


Au brouillon, on effectue une figure à main levée.

On sait que tous les angles au centre, tels $\widehat{AOB}$, d'un polygone régulier ont la même mesure ;
on calcule donc la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$:
$\widehat{AOB} = \dfrac{360°}{3} = 120°$.



Au propre, on trace le cercle $\mathscr{C}$ de centre O passant par le point A. Puis on place un point B sur $\mathscr{C}$ tel que :
$\widehat{AOB} = 120°$.

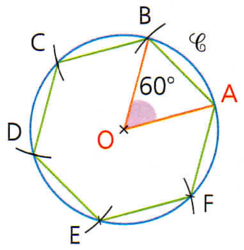


On place le point C (distinct de A) sur le cercle $\mathscr{C}$ tel que :
AB = BC.

On trace les cordes [AB], [BC] et [CA] ;
on obtient ainsi le triangle équilatéral ABC.

Énoncé 2 Placer deux points O et A, puis construire l'hexagone régulier ABCDEF de centre O.

Solution 1

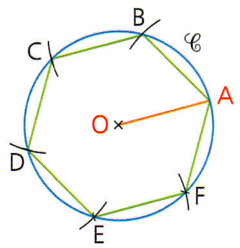


On procède comme pour la construction du triangle équilatéral de l'énoncé 1 :
- on trace le cercle $\mathscr{C}$ de centre O passant par le point A.
- on calcule la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$:

$\widehat{AOB} = \dfrac{360°}{6} = 60°$

et on place un point B sur $\mathscr{C}$ tel que : $\widehat{AOB} = 60°$.
- On place les points C, D, E et F du cercle $\mathscr{C}$ tels que : AB = BC = CD = DE = EF, puis on trace les cordes [AB], [BC], …, [FA] et on obtient ainsi l'hexagone régulier ABCDEF.

Solution 2



On trace le cercle $\mathscr{C}$ de centre O passant par le point A.

On sait que l'hexagone peut se décomposer en 6 triangles équilatéraux OAB, OBC, OCD, ODE, OEF et OFA. Donc :
- on place les points B, C, D, E et F du cercle $\mathscr{C}$ tels que : AB = BC = CD = DE = EF = OA (rayon du cercle) ;
- on trace les cordes [AB], [BC], …, [FA] et on obtient l'hexagone régulier ABCDEF.