

Plan du cours

I. Produit nul	1
II. Reconnaître une équation produit	1
III. Résoudre une équation produit	2

I. Produit nul

Définition

Une équation produit-nul est une équation qui peut s'écrire sous la forme d'un produit égale à 0.

Exemples :

$(5x + 3)(3x - 2) = 0$ est une équation produit-nul.

Mais $7(3x + 4) + (7x + 1) = 0$ n'est pas une équation produit-nul c'est une somme.

Propriété

Dans un produit, si l'un des facteurs est nul, alors ce produit est nul.

Autrement dit, Si $A = 0$ ou $B = 0$ alors $A \times B = 0$

Propriété

Réciproquement, si un produit est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Autrement dit, si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$.

II. Reconnaître une équation produit

Définition

a, b, c et d désignent des nombres.

Une équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$ est une équation produit.

Exemple :

L'équation $(3x - 5)(9 - x) = 0$ s'appelle une équation produit nul car :

- L'un des membres est un produit de facteurs.
- L'autre membre est 0.

- Si l'on développe le premier membre de cette équation, on s'aperçoit que cette équation est du second degré.
- Pour obtenir une équation produit, il est parfois nécessaire de factoriser l'équation donnée. On dispose pour cela des formules du chapitre factorisation et des identités remarquables.

Exercice d'application 1

Transformer les équations suivantes pour qu'elles deviennent des équations produits.

Il faudra factoriser le membre de gauche après s'être assuré que le membre de droite soit égal à 0.

$$(a) (9x - 4)(11 - 2x) - (5x - 6)(9x - 4) = 0$$

$$(9x - 4)[(11 - 2x) - (5x - 6)] = 0$$

$$(9x - 4)[11 - 2x - 5x + 6] = 0$$

$$(9x - 4)(17 - 7x) = 0$$

$$(b) 9x^2 - 144 = 0$$

$$9x^2 - 144 = 0$$

$$(3x)^2 - 12^2 = 0$$

$$(3x - 12)(3x + 12) = 0$$

$$(c) 12x^3 = 8x^2$$

$$12x^3 - 8x^2 = 0$$

$$4x^2(3x - 2) = 0$$

$$(d) (3 - x)(2x + 7) = (6x - 1)(2x + 7)$$

$$(3 - x)(2x + 7) - (6x - 1)(2x + 7) = 0$$

$$(2x + 7)[(3 - x) - (6x - 1)] = 0$$

$$(2x + 7)[3 - x - 6x + 1] = 0$$

$$(2x + 7)(4 - 7x) = 0$$

$$(e) x^2 = 16$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 - 4^2 = 0$$

$$(x - 4)(x + 4) = 0$$

$$(f) 16x^2 - 8x = -1$$

$$16x^2 - 8x = -1$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$(4x - 1)^2 = 0$$

III. Résoudre une équation produit

Énoncé : Résoudre l'équation : $(x + 2)(2x - 7) = 0$.

Résolution :

$(x + 2)(2x - 7) = 0$ est une équation produit.

Or, si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Ainsi, $x + 2 = 0$ **ou** $2x - 7 = 0$

$x = -2$ **ou** $2x = 7$

$x = -2$ **ou** $x = \frac{7}{2}$

Les solutions de l'équation sont alors -2 et $\frac{7}{2}$.

Équation produit

Exemples : Résoudre les équations suivantes :

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$(-2x - 1)(7 - 3x) = 0$$

$$9x^2 = 36$$

Exercice d'application 2

Énoncés type-brevet

Exercice 1 On donne $R = (7x - 5)(8 - x) - (8 - x)(10 + x)$.

1. Développer et réduire R.
2. Factoriser R.
3. Calculer R pour $x = -1$.
4. Résoudre l'équation $R = 0$.

Exercice 2 On donne $E = 9 - (2x - 1)^2$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = \frac{1}{2}$.
4. Résoudre l'équation $E = 0$.