Séquence 3 : Triangles semblables, Théorème de Thalès

Plan de la séquence :

Test diagnostique proportionnalité

Séance AP (proportionnalité)

Les prérequis (Trace écrite)

I- Rappels proportionnalité
1) Tableau et coefficient de proportionnalité
2) calculer une quatrième proportionnelle

Découvrir les Notions :

II- Triangles semblables
II-1 : Triangles égaux
II-2 : Triangles semblables
II-3 : Lien avec le Théorème de Thalès

Séquence 3 : Triangles semblables, Théorème de Thalès

Les prérequis

I- Rappels proportionnalité

« Le coût de l'achat de baguettes de pain est proportionnel au nombre de baguettes achetées, si j'achète deux fois plus de baguettes je paierai deux fois plus »

1) Tableau et coefficient de proportionnalité

Définition : un tableau de proportionnalité est un tableau pour lequel on peut passer des nombres d'une ligne aux nombres correspondants de l'autre ligne en multipliant par un même nombre : Le coefficient de proportionnalité

Exemple : Tom a reporté dans un tableau la consommation en essence de son scooter :

Distance parcourue (km)	10	30	50	100
Consommation Essence (L)	0,25	0,75	1,25	2,5

$\times 0{,}025$ $\times 40$

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Justifier

On constate que : $\frac{0{,}25}{10} = \frac{0{,}75}{30} = \frac{1{,}25}{50} = \frac{2{,}5}{100} = 0{,}025$

On peut donc passer d'une ligne à l'autre en multipliant par le même nombre, Tom obtient un tableau de proportionnalité et le coefficient de proportionnalité est 0,025

0,025 correspond à la quantité d'essence nécessaire pour parcourir 1km

On peut remarquer également que $\frac{10}{0{,}25} = \frac{30}{0{,}75} = \frac{50}{1{,}25} = \frac{100}{2{,}5} = 40$

40 est aussi un coefficient de proportionnalité, il permet de passer de la deuxième ligne à la première

2) Calculer une quatrième proportionnelle :

Méthode : Utiliser la proportionnalité

Il est conseillé de ne pas trop boire de soda. En effet, ces boissons contiennent beaucoup de sucre.
Sur une étiquette d'une canette de soda, on peut lire :
« Teneur en sucre : 10,8 g pour 100 mL de boisson. »
1) Quelle quantité de sucre contient une canette de 33 cL ?
2) À combien de morceaux de sucre de 6 g chacun cela correspond-il ?

1) On présente les données dans un tableau de proportionnalité :

Masse de sucre (en g)	10,8	x
Quantité de boisson (en mL)	100	330

avec 33cL = 330 mL

On a donc : x = 330 x 10,8 : 100 = 35,64 g.
Il y a donc 35,64 g de sucre dans la canette.

2) On calcule le nombre de morceaux de sucre dans la canette : 35,64 : 6 = 5,94.
Une canette de ce soda contient l'équivalent d'environ 6 morceaux de sucre.

Activité expérimentale pour découvrir les triangles semblables et leur lien avec le théorème de Thalès

Trace écrite

II- Triangles semblables :

II-1 : Définition : Deux triangles sont égaux lorsque leurs côtés sont deux à deux de même longueur.

Propriété : Si deux triangles ont, deux à deux :

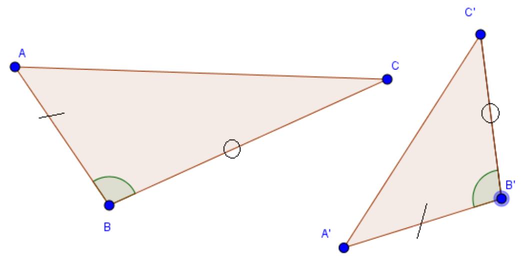
$$\begin{cases} * \ \textit{Un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \textbf{\textit{ou}} \\ * \ \textit{Un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure} \end{cases}$$, alors ils sont égaux

Exemple : AB=A'B'

BC=B'C'

$\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$

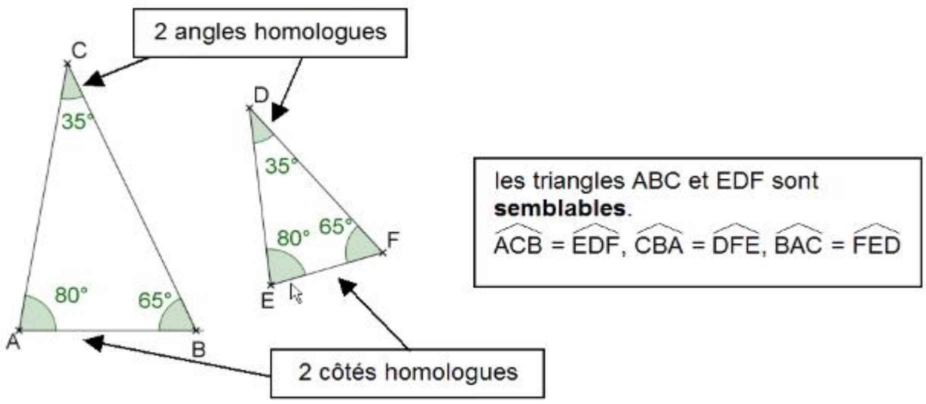
Les triangles ABC et A'B'C' ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, donc ce sont des angles égaux



Exercice 26 page 217 indigo

II-2 : Définition : Des triangles semblables sont des triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure. Un angle d'un triangle et l'angle de même mesure de l'autre triangle sont dits **homologues**. *Les côtés opposés à deux angles homologues sont aussi dits homologues*.

Ex :



Remarque : Si deux triangles sont égaux alors ils sont semblables. Par contre, deux triangles semblables ne sont pas forcément égaux.

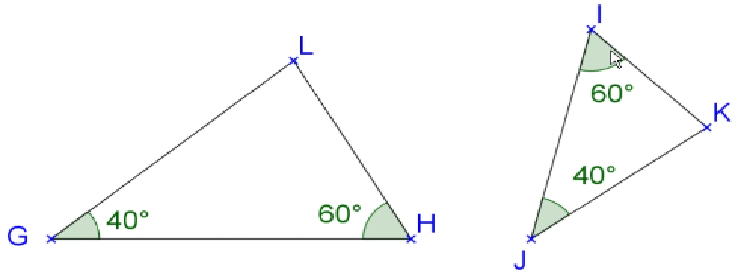
<u>propriété :</u> Si deux triangles ont **deux angles deux à deux de même mesure** alors les triangles sont **semblables**.

<u>Ex :</u>

$\widehat{LHG} = \widehat{JIK}$ et $\widehat{LGH} = \widehat{KJI}$

donc les triangles GLH et IKJ ont deux angles deux à deux égaux.

D'après la propriété précédente, LHG et JIK sont deux triangles semblables.



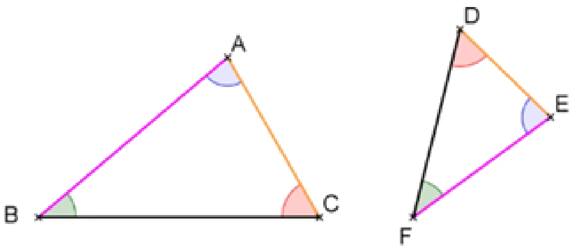
On sait que la somme des angles d'un triangle est égale à 180°.
Dans le triangle LHG, $\widehat{GLH} = 180 - (60 + 40) = 80°$
Dans le triangle IJK, $\widehat{IKJ} = 180 - (60 + 40) = 80°$
Donc, $\widehat{GLH} = \widehat{IKJ}$, $\widehat{LGH} = \widehat{KJI}$, $\widehat{LHG} = \widehat{IJK}$
Les deux triangles sont semblables !

Faire les exercices 6, 18 pages 192/193 du manuel

<u>propriété :</u> Si **deux triangles** sont **semblables**, alors **les longueurs de leurs côtés sont deux à deux proportionnelles.**

<u>Ex :</u>
ABC et DEF sont deux triangles semblables.
Donc, les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles deux à deux.

$$\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{DF}$$

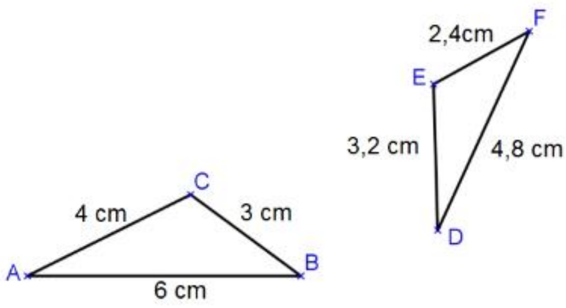


<u>propriété :</u> Si **les longueurs des côtés de deux triangles sont deux à deux proportionnelles**, alors **ces triangles sont semblables**.

<u>Ex :</u>

$\frac{6}{4{,}8} = \frac{4}{3{,}2} = \frac{3}{2{,}4} = 1{,}25$

Les longueurs des côtés sont deux à deux proportionnelles donc les triangles ABC et DEF sont semblables.



Le triangle **DEF est une réduction du triangle ABC**.
Le <u>rapport de réduction</u> est 0,8
$\frac{4{,}8}{6} = \frac{3{,}2}{4} = \frac{2{,}4}{3} = 0{,}8$

Le triangle **ABC est un agrandissement du triangle DEF**.
Le <u>rapport d'agrandissement</u> est 1,25
$\frac{6}{4{,}8} = \frac{4}{3{,}2} = \frac{3}{2{,}4} = 1{,}25$

Faire les exercices 16, 31 pages 193/194/195 du manuel puis (32 ,33 pages 194, 195 pour entrainement)

Faire les exercices 39 page 195du manuel

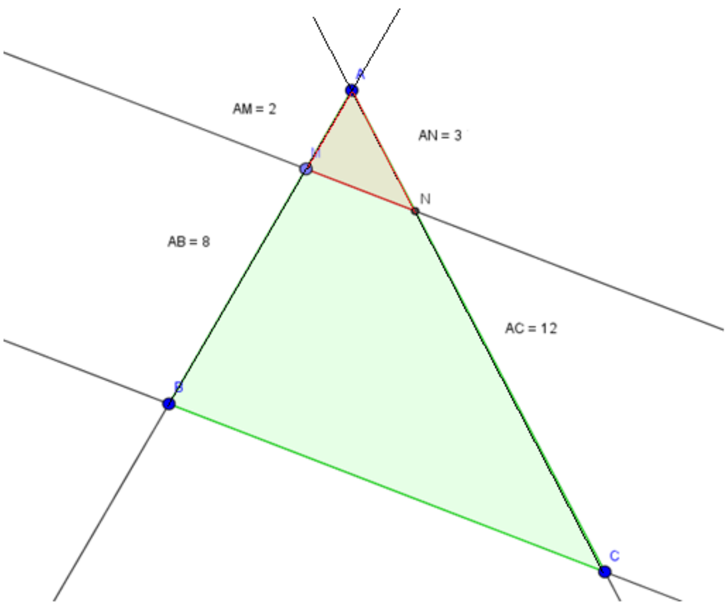
II-3 : <u>Lien avec le Théorème de Thalès</u>

Rappel du **Cas général** du théorème de Thalès :

A, B, C sont trois points non alignés : (AB) et (AC) sont sécantes en A

Si $\begin{cases} \text{M} \in [\text{AB}] \\ \text{N} \in [\text{AC}] \\ (MN)//(BC) \end{cases}$,

alors $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$



Cas particulier **(Théorème de Thalès dans les triangles en lien avec les triangles semblables)**:

Dans un triangle ABC

- Si $\begin{cases} E \in [AB] \\ F \in [AC] \end{cases}$, et
- Si les **deux triangles ABC et AEF sont semblables autrement dit (EF) // (BC)**, alors :

1) $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$ = k > 1 puisque AB > AE : ce coefficient permet de calculer les grandes longueurs à partir des petites.
C'est un **coefficient d'agrandissement**.

Ou

2) $\boldsymbol{\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}}$ = **k' < 1** puisque AB > AE : ce coefficient permet de calculer les petites longueurs à partir des grandes.
C'est un **coefficient de réduction**.

Remarque : $k = \frac{1}{k'}$

Faire les exercices 21, 20 page 161 du manuel. 28 page 162

34 page 195 du manuel