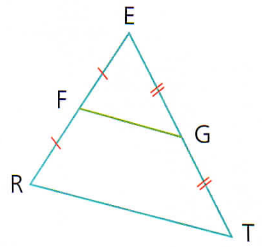
Méthodes

Savoir-faire 1 Comment démontrer que deux droites sont parallèles

Énoncé **Dans la figure ci-contre, les points R et T sont les symétriques du point E par rapport, respectivement, au point F et au point G.**
Démontrer que les droites (FG) et (RT) sont parallèles.

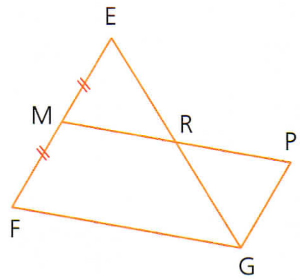


Solution

Dans le triangle ERT :
R est le symétrique de E par rapport à F, donc F est le milieu du côté [ER] ; ← On identifie les milieux de deux côtés du triangle ERT.
T est le symétrique de E par rapport à G, donc G est le milieu du côté [ET].
Ainsi, dans le triangle ERT, la droite (FG) passe par les milieux des côtés [ER] et [ET]. ← On est dans le cas d'application du théorème 1 des milieux.
Or, si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle, alors elle est parallèle au troisième côté de ce triangle. ← On cite le théorème 1.
Donc la droite (FG) est parallèle à la droite (RT). ← On conclut.

Savoir-faire 2 Comment démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

Énoncé **Dans la figure ci-contre :**
– le quadrilatère FMPG est un parallélogramme ;
– le point E est le symétrique du point F par rapport au point M ;
– R est le point d'intersection des segments [EG] et [MP].
Démontrer que le point R est le milieu du segment [EG].



Solution

Dans le triangle EFG : ← On se place dans le triangle EFG.
E est le symétrique de F par rapport à M, donc M est le milieu du côté [EF]. ← On identifie le milieu d'un côté du triangle EFG.

D'autre part, FMPG est un parallélogramme, donc les droites (MP) et (FG) sont parallèles. ← On identifie une droite parallèle à un côté du triangle EFG.
Ainsi, la droite (MP) passe par le milieu du côté [EF] du triangle EFG et elle est parallèle à la droite (FG). ← On est dans le cas d'application du théorème 2 des milieux.
Or, si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu. ← On cite le théorème 2.

Donc la droite (MP) coupe le coté [EG] en son milieu.
Or, la droite (MP) coupe le côté [EG] en R.

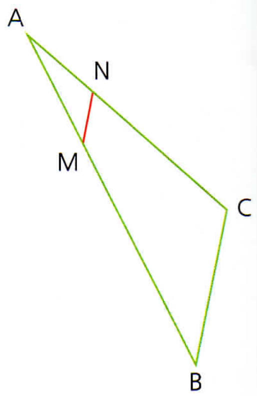
On applique le théorème 2 des milieux dans le triangle EFG.

Donc le point R est le milieu du segment [EG].

On conclut.

Savoir-faire 3 Comment calculer une longueur dans un triangle

Énoncé **Dans la figure ci-contre :**
– ABC est un triangle ;
– le point M appartient au côté [AB] ;
– le point N appartient au côté [AC] ;
– les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
On sait que :
AM = 7 cm ; AB = 21 cm ; BC = 9 cm ; AN = 5 cm.
Calculer les longueurs MN et NC.



Solution

Dans le triangle ABC :
– le point M appartient au côté [AB] ;
– le point N appartient au côté [AC] ;
– les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

On identifie les conditions nécessaires pour appliquer le théorème de Thalès dans un triangle.

On peut donc appliquer le théorème de Thalès dans le triangle ABC :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

On écrit les égalités de quotients obtenues avec le théorème de Thalès dans le triangle ABC.

Or :
AM = 7 cm, AB = 21 cm,
AN = 5 cm et BC = 9 cm.

On utilise les valeurs numériques données dans l'énoncé.

Donc :

$$\frac{7}{21} = \frac{5}{AC} = \frac{MN}{9}.$$

– Calcul de MN

On a : $\frac{7}{21} = \frac{MN}{9}$.

Pour calculer MN, on utilise l'égalité : $\frac{7}{21} = \frac{MN}{9}$.

Donc : $21 \times MN = 7 \times 9$

$MN = \frac{7 \times 9}{21}$

$MN = 3$.

Dire que $\frac{7}{21} = \frac{MN}{9}$ revient à dire que les produits en croix 7×9 et $21 \times MN$ sont égaux.

– Calcul de NC

On commence par calculer AC.

On a : $\frac{7}{21} = \frac{5}{AC}$.

Pour calculer NC, connaissant AN et sachant que N appartient à [AC], il suffit de calculer AC. Pour cela, on utilise l'égalité : $\frac{7}{21} = \frac{5}{AC}$.

Donc : $7 \times AC = 21 \times 5$

$$AC = \frac{21 \times 5}{7}$$

$AC = 15.$

On écrit l'égalité des produits en croix $7 \times AC$ et 21×5.

N appartient au segment [AC], donc :

$AC = AN + NC.$

D'où : $NC = AC - AN$

$NC = 15 - 5$

$NC = 10.$

On peut maintenant calculer NC.

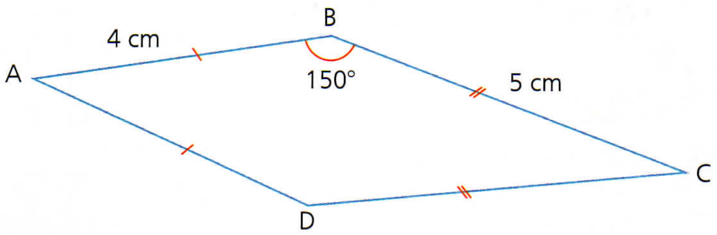
– **Conclusion** :

$MN = 3$ cm et $NC = 10$ cm.

On conclut.

Savoir-faire 4 Comment construire la réduction de facteur donné d'une figure

Énoncé **Construire la réduction A′B′C′D′ de facteur 0,7 du quadrilatère ABCD ci-dessous.**



Solution

Le facteur de réduction est égal à 0,7, donc les longueurs des côtés de la figure réduite sont obtenues en multipliant les longueurs des côtés de la figure initiale par 0,7.

Dimension de la figure initiale (en cm)	4	5
Dimension de la figure réduite (en cm)	2,8	3,5

× 0,7

Pour déterminer les dimensions de la figure réduite, on peut utiliser un tableau de proportionnalité.

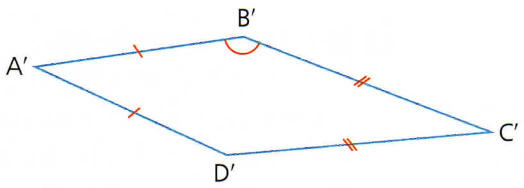
Donc :

A′B′ = A′D′ = 2,8 cm et B′C′ = D′C′ = 3,5 cm.

La figure réduite et la figure initiale ont des angles de même mesure, donc : $\widehat{A'B'C'} = 150°$.

On obtient ainsi le quadrilatère A′B′C′D′ ci-dessous :

On utilise la propriété de conservation des mesures d'angles dans une réduction ou un agrandissement (propriété 1 du cours).



On construit le quadrilatère A′B′C′D′ en utilisant une règle, un compas et un rapporteur.