Cours

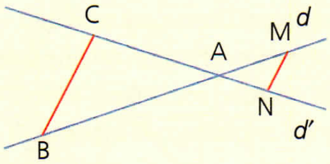
A Le théorème de Thalès

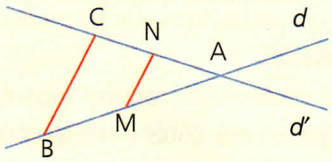
Théorème Soient d et d' deux droites sécantes en A.
Soient B et M deux points de d distincts de A.
Soient C et N deux points de d' distincts de A.
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors on a : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.

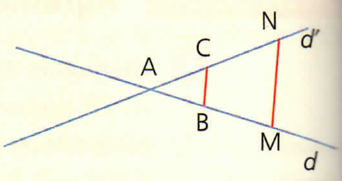
Exemples

Sur les trois figures ci-dessous, les points B et M appartiennent à la droite d, les points C et N appartiennent à la droite d' et les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on en déduit que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.







Remarque

Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

Longueur du côté [AM]	Longueur du côté [AN]	Longueur du côté [MN]
Longueur du côté [AB]	Longueur du côté [AC]	Longueur du côté [BC]

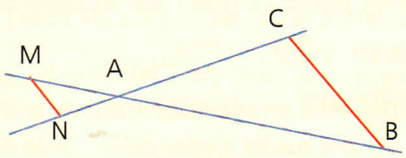
B Réciproque du théorème de Thalès

Théorème Soient d et d' deux droites sécantes en A.
Soient B et M deux points de d distincts de A.
Soient C et N deux points de d' distincts de A.
Si les points A, B et M et les points A, C et N sont alignés dans le même ordre et si $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

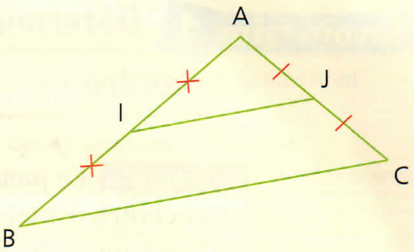
IL faut utiliser l'égalité des quotients qui font intervenir le point d'intersection entre les deux droites sécantes.

Exemples

▶ Sur la figure ci-dessous, on a : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.
Les points M, A et B sont alignés dans cet ordre ainsi que les points N, A et C.
D'après la réciproque du théorème de Thalès, on en déduit que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



Remarque : La propriété admise en 4[e] :
« Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle, alors elle est parallèle au troisième côté de ce triangle. »
est un cas particulier de la réciproque du théorème de Thalès.



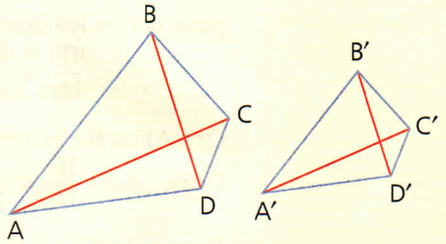
C Agrandissement et réduction

Définition Lorsque l'on multiplie par un nombre k **toutes** les longueurs d'une figure $\mathcal{F}$, on obtient une figure $\mathcal{F}'$ qui est :
– un agrandissement de la figure $\mathcal{F}$ si k est strictement supérieur à 1 ;
– une réduction de la figure $\mathcal{F}$ si k est strictement compris entre 0 et 1.
Le nombre k est appelé le facteur d'agrandissement ou de réduction.

Exemple

Le quadrilatère A'B'C'D' ci-contre est une réduction du quadrilatère ABCD de facteur $\frac{2}{3}$. En effet, on a :

- $A'B' = \frac{2}{3}AB$;
- $B'C' = \frac{2}{3}BC$;
- $C'D' = \frac{2}{3}CD$;
- $D'A' = \frac{2}{3}DA$;
- $A'C' = \frac{2}{3}AC$
- $D'B' = \frac{2}{3}DB$.



Propriété Lors d'un agrandissement ou d'une réduction, les mesures d'angle sont conservées.

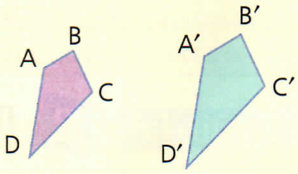
Remarque : Cette propriété implique que le parallélisme et la perpendicularité sont conservés lors d'un agrandissement ou d'une réduction.

Propriété Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de facteur k d'une figure $\mathcal{F}$:
– le périmètre de la figure $\mathcal{F}'$ obtenue est égal au produit du périmètre de $\mathcal{F}$ par k ;
– l'aire de la figure $\mathcal{F}'$ obtenue est égale au produit de l'aire de $\mathcal{F}$ par k^2.

Exemple

A'B'C'D' est un agrandissement de facteur $\frac{5}{4}$ de ABCD.

Alors $\text{aire}(A'B'C'D') = \left(\frac{5}{4}\right)^2 \text{aire}(ABCD)$.



Remarque : Soit un triangle AMN obtenu en coupant le triangle ABC par une droite (MN) parallèle à la droite (BC). Ce triangle est une réduction du triangle ABC de facteur k.
Alors : $\text{aire}(AMN) = k^2\text{aire}(ABC)$.