

Chapitre Lycée (1) :

Résolution d'inéquation

I. Inéquations

1) Définitions

→ Une **inégalité** compare deux nombres à l'aide des symboles : $<$, $>$, \leq et \geq .

Ex: $0,5 < 1$ est une inégalité dans laquelle on compare 0,5 et 1.

→ Une **inéquation à une inconnue** est une inégalité dans laquelle un nombre inconnu est désigné par une lettre.

Ex: $3x + 12 < 3$ est une inéquation.

$3x + 12$ est le membre de gauche et 3 est le membre de droite.

→ **Résoudre une inéquation** d'inconnue x , revient à trouver toutes les valeurs possibles du nombre x qui vérifient l'inégalité.

Chacun de ces valeurs est appelés **solution de l'inéquation**.

2) Tester si un nombre est solution d'une inéquation

Une solution d'une inéquation est un nombre pour lequel l'inéquation est vraie.

Ex: - 2 est solution-il de l'inéquation $3x + 5 < -2x - 8$?

On remplace chaque membre de l'inégalité en remplaçant x par -2.

D'une part,

Pour $x = -2$,

$$\begin{aligned} 3x + 5 &= 3 \times (-2) + 5 \\ &= -6 + 5 \\ &= -1 \end{aligned}$$

D'autre part,

Pour $x = -2$,

$$\begin{aligned} -2x - 8 &= -2 \times (-2) - 8 \\ &= 4 - 8 \\ &= -4 \end{aligned}$$

$-1 > -4$ donc - 2 n'est pas solution de l'inéquation $3x + 5 < -2x - 8$.

3) Représenter les solutions sur une droite graduée

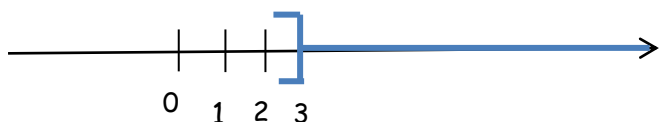
Dans la représentation des solutions sur une droite graduée,

- si un crochet est tourné **vers les solutions** alors le nombre correspondant **fait partie** des solutions
- si le crochet est tourné **vers l'extérieur** alors le nombre correspondant **ne fait pas partie** des solutions.

Exemples :

a) Sur cette droite graduée sont représentés les nombres solutions de l'inéquation $x > 3$.

On prend alors toutes les valeurs plus grandes que 3, 3 exclu.



Le crochet n'est pas tourné vers les solutions car le nombre 3 n'est pas une solution de l'inéquation.

b) Sur cette droite graduée sont représentés les nombres solutions de l'inéquation $x \leq 2$.

A vous de jouer !

Le crochet est tourné vers les solutions car 2 est une solution.

Exercice d'application :

Représenter les solutions des inéquations suivantes sur une droite graduée :

$x > 4$	$x < -1$
$x \leq -5$	$x \geq -1$

II. Résolution d'inéquation du premier degré à une inconnue

- 1) Exemple 1 : Résoudre l'inéquation $-3x - 1 > 5$ et représenter les solutions sur la droite graduée.

$-3x - 1 + 1 > 5 + 1$	On ajoute 1 dans chaque membre
$-3x > 6$	On réduit.
$\frac{-3x}{-3} < \frac{6}{-3}$	On divise par -3 chaque membre (3 étant un nombre négatif, on change le sens de l'inégalité).
$x < -2$	On réduit.
Les solutions sont tous les nombres inférieurs strictement à 2.	On conclut et on représente les solutions sur une droite graduée.

- 2) Exemple 2 : Résoudre l'inéquation $-7x - 3 \geq 2x - 1$ et représenter les solutions sur la droite graduée.

$-7x - 3 - 2x \geq 2x - 1 - 2x$	On soustrait $2x$ à chaque membre.
$-9x - 3 \geq -1$	On réduit.
$-9x - 3 + 3 \geq -1 + 3$	On ajoute 3 dans chaque membre.
$-9x \geq 2$	On réduit.
$\frac{-9x}{-9} \leq \frac{2}{-9}$	On divise par -9 chaque membre. -9 étant un nombre négatif, on change le sens de l'inégalité.
$x \leq \frac{2}{-9}$	On réduit.
Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à $\frac{2}{-9}$.	On conclut et on représente les solutions sur une droite graduée.

→ Exercices 42 à 44 de la feuille

3) A vous de jouer !

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1) $x - 2 \leq 0$

2) $x + 4 > 0$

3) $2x + 7 > 0$

4) $\frac{1 - 3x}{4} \geq 0$

5) $3x - 3 < 1 - 2x$

6) $2(x - 3) \geq 8 - 3x$

7) $2(x + 1) < 3 + 2x$

8) $\frac{x - 2}{3} - \frac{1 - x}{2} \geq 0$

9) $\frac{x}{2} - \frac{4 - x}{4} > 5$

4) Exemple de résolution d'un problème

Énoncé : *Un cinéma propose deux formules d'abonnement différentes :*

- *Tarif A : 15 € d'abonnement puis 4 € par film ;*
- *Tarif B : 35 € d'abonnement puis 2 € par film.*

Déterminer le nombre de films à partir duquel la tarif B est le plus intéressant.

Résolution :

- Choix de l'inconnue :
- Traduction de l'énoncé par une inéquation :
- Résolution de l'inéquation :
- Réponse au problème posé

→ *Énoncés 1 à 3 de la feuille*