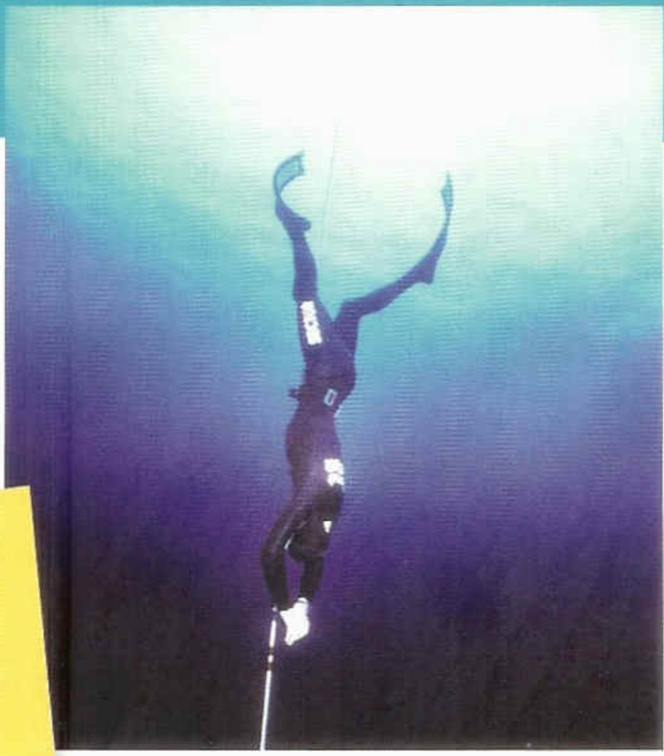
1 Opérations sur les nombres relatifs



Pour mesurer la profondeur atteinte par ce plongeur en apnée, on utilise des nombres négatifs.

C'est dans les écrits du mathématicien perse **Abu'l-Wafa** (940-998) que l'on voit apparaître des **produits** de nombres **négatifs** par des nombres **positifs**.

Dans la vie, être **négatif** n'est pas une qualité ! Cette méfiance envers le négatif correspond à une longue difficulté mathématique : ainsi, les **anciens Grecs** n'utilisaient pas les nombres négatifs.

Les **Chinois** étaient les plus avancés : en 200 avant notre ère (on note – 200), ils utilisaient des **bâtons rouges** pour les quantités positives et des **bâtons noirs** pour les quantités négatives, un bâton noir « annulant », dans les sommes, un bâton rouge. Le bâton noir était l'« **opposé** » du bâton rouge, la somme des deux étant égale à zéro.

On attribue au mathématicien **indien Brahmagupta** (v. 598-v. 660) la découverte des « nombres » négatifs. Il a donné des règles de calcul permettant d'expliciter des débits dans les comptes : « Une **dette** retranchée du néant devient un **bien**, un bien retranché du néant devient une dette. »

Pour bien commencer

QCM

Dans chaque cas, une seule des trois réponses proposées est exacte. Laquelle ?

		A	B	C
1	La somme dont les termes sont 7 et 4 est égale à	28	74	11
2	Le produit dont les facteurs sont 10 et 5 est égal à	50	15	2
3	L'expression $3 \times 6 + 7$	est une somme	est un produit	n'est ni une somme, ni un produit
4	L'expression $3 \times (6 + 7)$	est une somme	est un produit	n'est ni une somme, ni un produit
5	L'opposé de $+49$ est	$+94$	-49	4,9
6	$(-7)+(+3) =$	4	-10	-4
7	$(-9)+(-5) =$	-14	$+14$	$+45$
8	$(-6)-(+3) =$	-3	3	-9
9	$(+12)-(-5) =$	17	7	-7
10	$-5+7 =$	2	-12	-2

Exercice 1 ❶ Indiquer, pour chacune des expressions suivantes, s'il s'agit d'une somme ou d'un produit, et préciser alors les termes ou les facteurs correspondants.

$A = (12+4)\times 5$. $B = 12+4\times 5$. $C = 12\times 4+5$. $D = 12\times(4+5)$.

❷ Calculer chaque expression.

Exercice 2 ❶ **a.** Recopier la liste de nombres relatifs ci-dessous, puis entourer en vert les nombres positifs et en bleu les nombres négatifs.

-7 ; $+6$; 10 ; 0 ; -3 ; 8 ; -20 ; -35.

b. Que remarque-t-on pour le nombre 0 ?

❷ **a.** Écrire un nombre relatif dont la distance à zéro est égale à 2,5.
Combien y a-t-il de possibilités ?

b. Quel est l'opposé de $+7,5$? de -18 ? de 0 ?

Exercice 3 Calculer chaque expression en détaillant les étapes.

$A = 12-3-7+1-4$. $B = 14-(5-11)$. $C = (-8+2)+(5-9)$.
$D = (3-10)-(7+1)$. $E = 6\times 4-3\times 5$. $F = 5-18:6+1$.

Exercice 4 ❶ Recopier et compléter la phrase suivante.

Un nombre pair est un nombre entier divisible par ..., c'est-à-dire un nombre dont le chiffre des unités est ... ou ... ou ... ou ... ou ...

❷ Recopier la liste de nombres ci-dessous, puis entourer en vert les nombres pairs et en bleu les nombres impairs.

15 ; 891 ; 26 ; 0 ; 17 ; 165 ; 98 ; 1 ; 1 567 ; 54 ; 2 ; 780.

Activités

Activité 1 Multiplication de deux nombres relatifs de signes contraires

1 Calculer les produits suivants en utilisant une calculatrice.

$(-7) \times 2$; $(-4) \times 5$; $(-3) \times 10$; $6 \times (-2)$; $1 \times (-9)$; $8 \times (-10)$.

2 Recopier et compléter cet extrait de la table de multiplication de 3.

$3 \times 2 = \square$

-3

$3 \times 1 = \square$

-3

$3 \times 0 = \square$

-3

$3 \times (-1) = \square$

-3

$3 \times (-2) = \square$

-3

$3 \times (-3) = \square$

3 Recopier et compléter les égalités suivantes.

$(-3) \times 2 = (-3) + (-3) = \square$; $(-2) \times 3 = (-2) + (-2) + (-2) = \square$.

Pour conclure Quel semble être le signe du produit de deux nombres relatifs de signes contraires ? Quelle semble être l'opération qui permet d'obtenir la distance à zéro du produit de deux nombres relatifs de signes contraires ?

Activité 2 Multiplication de deux nombres relatifs négatifs

1 Calculer les produits suivants en utilisant une calculatrice.

$(-7) \times (-2)$; $(-4) \times (-5)$; $(-3) \times (-10)$; $(-6) \times (-2)$; $(-1) \times (-9)$; $(-8) \times (-10)$.

2 Recopier et compléter cet extrait de la table de multiplication de -3.

$(-3) \times 2 = \square$

$-(-3)$

$(-3) \times 1 = \square$

$-(-3)$

$(-3) \times 0 = \square$

$-(-3)$

$(-3) \times (-1) = \square$

$-(-3)$

$(-3) \times (-2) = \square$

$-(-3)$

$(-3) \times (-3) = \square$

Soustraire -3 revient
à ajouter +3.

Pour conclure Quelle semble être le signe du produit de deux nombres négatifs ? Quelle semble être l'opération qui permet d'obtenir la distance à zéro du produit de deux nombres négatifs ?

3 Obtient-on les mêmes conclusions pour le produit de deux nombres positifs ?

Activité 3 Multiplication d'un nombre relatif par -1

Calculer les produits suivants en utilisant une calculatrice.

$(+17) \times (-1)$; $(-12) \times (-1)$; $(-1) \times (+9)$; $(-1) \times (-20)$.

Pour conclure Quel semble être le résultat du produit d'un nombre relatif par -1 ?

Activité 4 Multiplication de plusieurs nombres relatifs

1 Indiquer le signe de chacun des produits suivants sans les calculer.

$A = (-2) \times (+5)$. $B = (-2) \times (+5) \times (-4)$. $C = (-2) \times (+5) \times (-4) \times (+3)$.

$D = (-2) \times (+5) \times (-4) \times (+3) \times (+10)$. $E = (-2) \times (+5) \times (-4) \times (+3) \times (+10) \times (-7)$.

2 Quel est le signe d'un produit de :

a. 18 facteurs négatifs ?
b. 9 facteurs négatifs ?
c. 8 facteurs négatifs et 10 facteurs positifs ?
d. 8 facteurs négatifs et 15 facteurs positifs ?
e. 7 facteurs négatifs et 4 facteurs positifs ?
f. 7 facteurs négatifs et 5 facteurs positifs ?

Pour conclure

- Pour connaître le signe d'un produit, que doit-on compter ?
- Dans quels cas un produit est-il positif ? Dans quels cas est-il négatif ?

Activité 5 Division de deux nombres relatifs

1 Recopier et compléter chacune des égalités suivantes en utilisant la règle de la multiplication de deux nombres relatifs.

a. $(+5) \times \square = +15$; donc : $\frac{+15}{+5} = \square$.

b. $(+5) \times \square = -15$; donc : $\frac{-15}{+5} = \square$.

c. $(-5) \times \square = +15$; donc : $\frac{+15}{-5} = \square$.

d. $(-5) \times \square = -15$; donc : $\frac{-15}{-5} = \square$.

Rappel : Le nombre par lequel il faut multiplier un nombre b différent de 0 pour obtenir un nombre a est égal au quotient $\frac{a}{b}$.

Pour conclure

On admet que :

- le quotient de deux nombres relatifs de même signe est un nombre positif.
- le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre négatif.
- la distance à zéro du quotient de deux nombres relatifs est égale au quotient des distances à zéro des deux nombres.

2 **Applications**

a. Calculer les quotients suivants.

$A = \frac{-12}{-3}$. $B = \frac{-7}{+2}$. $C = \frac{+36}{-9}$. $D = \frac{+48}{+5}$.

b. Quel est le signe du quotient de -11 par $+9$?
Quelle est la valeur exacte de la distance à zéro de ce quotient ?

c. Procéder comme dans la question 2b. pour déterminer la valeur exacte de chacun des quotients suivants.

$A = \frac{+16}{-9}$. $B = \frac{-5}{-7}$. $C = \frac{+13}{-6}$. $D = \frac{-15}{+18}$.