Méthodes

Savoir-faire 1 Comment calculer avec des puissances d'un même nombre

Énoncé On pose : $A = 5^2 \times 5^4$; $B = \dfrac{3^4}{3^6}$; $C = (-2)^3 \times 5^3$.

Écrire chacun de ces nombres sous la forme a^n, où n est un entier.

Solution

- $A = 5^2 \times 5^4$
  $A = (5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$ ← On écrit chaque puissance sous la forme d'un produit en utilisant la définition de a^n.
  $A = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$
  $\mathbf{A = 5^6}$. ← On écrit le produit obtenu sous la forme d'une puissance en utilisant la définition de a^n.
- $B = \dfrac{3^4}{3^6} = \dfrac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$ ← On écrit chaque puissance sous la forme d'un produit en utilisant la définition de a^n.
  $B = \dfrac{1}{3 \times 3}$ ← On simplifie le quotient.
  $B = \dfrac{1}{3^2}$ ← On écrit le dénominateur sous la forme d'une puissance.
  $\mathbf{B = 3^{-2}}$. ← On écrit le quotient obtenu sous la forme d'une puissance en utilisant la définition de a^{-n}.
- $C = (-2)^3 \times 5^3$
  $C = (-2) \times (-2) \times (-2) \times 5 \times 5 \times 5$ ← On écrit chaque puissance sous la forme d'un produit en utilisant la définition de a^n.
  $C = (-2 \times 5) \times (-2 \times 5) \times (-2 \times 5)$
  $C = (-10) \times (-10) \times (-10)$ ← On change l'ordre des facteurs et on les regroupe de façon à obtenir un produit de trois facteurs identiques.
  $\mathbf{C = (-10)^3}$. ← On écrit le produit obtenu sous la forme d'une puissance en utilisant la définition de a^n.

Savoir-faire 2 Comment calculer une expression contenant des puissances

Énoncé Calculer : $A = \dfrac{-3(3 + 2^4)}{2^2 \times 5}$.

Solution

$A = \dfrac{-3(3 + 2^4)}{2^2 \times 5}$

$A = \dfrac{-3(3 + 16)}{2^2 \times 5}$ ← On commence par le calcul entre parenthèses et dans les parenthèses, on calcule d'abord le produit 2^4.

$A = \dfrac{-3 \times 19}{2^2 \times 5}$ ← On achève les calculs entre parenthèses.

$A = \dfrac{-3 \times 19}{4 \times 5} = -\dfrac{57}{20}$ ← On calcule le produit $2^2 \times 5$ en commençant par 2^2.

$\mathbf{A = -2{,}85}$. ← On achève les calculs.

Savoir-faire 3 Comment calculer avec des puissances de 10

Énoncé Écrire le nombre $B = \dfrac{10^3 \times 10^{-4}}{10^2}$ sous la forme d'une puissance de 10.

Solution

$B = \dfrac{10^3 \times 10^{-4}}{10^2}$

$B = \dfrac{10^{3+(-4)}}{10^2}$ ← On exprime le numérateur sous la forme d'une puissance de 10 en utilisant la propriété du produit de deux puissances de 10.

$B = \dfrac{10^{-1}}{10^2}$

$B = 10^{-1-2}$ ← On exprime le quotient obtenu sous la forme d'une puissance de 10 en utilisant la propriété du quotient de deux puissances de 10.

$\mathbf{B = 10^{-3}}$.

Savoir-faire 4 Comment calculer avec des nombres de la forme $a \times 10^n$

Énoncé Calculer : $A = \dfrac{12 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-7}}{3 \times 10^{-6}}$ et $B = 145{,}6 \times 10^4 + 3{,}6 \times 10^6$.

Solution

Méthodes • Pour calculer un quotient ou un produit de nombres de la forme $a \times 10^n$, on regroupe les puissances de 10 d'une part, les autres nombres d'autre part.

• Pour calculer une somme algébrique de nombres de la forme $a \times 10^n$, on écrit chaque terme avec une même puissance de 10 et on factorise la somme algébrique par cette puissance de 10.

• $A = \dfrac{12 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-7}}{3 \times 10^{-6}}$

$A = \dfrac{12 \times 5}{3} \times \dfrac{10^3 \times 10^{-7}}{10^{-6}}$ ← On regroupe les puissances de 10 d'une part, les autres nombres d'autre part.

$A = \dfrac{60}{3} \times \dfrac{10^{3-7}}{10^{-6}}$ ← On calcule chaque quotient. Pour calculer un quotient de puissances de 10, on utilise les propriétés du produit et du quotient de deux puissances de 10.

$A = 20 \times \dfrac{10^{-4}}{10^{-6}}$

$A = 20 \times 10^2$

$\mathbf{A = 2\,000}$. ← On achève les calculs.

• $B = 145{,}6 \times 10^4 + 3{,}6 \times 10^6$

$B = 145{,}6 \times 10^4 + 360 \times 10^4$ ← On écrit chaque terme avec une même puissance de 10.

$B = (145{,}6 + 360) \times 10^4$ ← On factorise par la puissance de 10.

$B = 505{,}6 \times 10^4$ ← On effectue les calculs entre parenthèses.

$\mathbf{B = 5\,056\,000}$.

Méthodes

Savoir-faire 5 Comment écrire un nombre sous la forme $a \times 10^n$

Énoncé **1.** **Écrire le nombre 487,75 sous la forme $a \times 10^4$ où a est un nombre relatif.**

2. **Écrire le nombre $2{,}47 \times 10^9$ sous la forme $a \times 10^5$ où a est un nombre relatif.**

Solution

1. $487{,}75 = 487{,}75 \times 10^{-4} \times 10^4$

On multiplie 487,75 par le produit $10^{-4} \times 10^4$ qui est égal à 1.

$487{,}75 = \mathbf{0{,}048\ 775 \times 10^4}$.

On effectue le produit de 487,75 par 10^{-4}, ce qui revient à déplacer la virgule de quatre rangs vers la gauche.

2. $2{,}47 \times 10^9 = 2{,}47 \times 10^4 \times 10^5$

On écrit 10^9 sous la forme du produit de deux puissances de 10 dont l'une est 10^5.

$2{,}47 \times 10^9 = \mathbf{24\ 700 \times 10^5}$.

On effectue le produit de 2,47 par 10^4, ce qui revient à déplacer la virgule de quatre rangs vers la droite donc, ici, à ajouter deux zéros.

Savoir-faire 6 Comment déterminer un ordre de grandeur d'un nombre

Énoncé **1.** **Déterminer la notation scientifique du nombre $x = 309{,}2 \times 10^{-5}$.**

2. **Donner un ordre de grandeur de x.**

3. **Placer x sur la droite graduée ci-dessous, et en déduire un encadrement de x par deux puissances de 10 dont les exposants sont des entiers consécutifs.**

Solution

1. $x = 309{,}2 \times 10^{-5}$

$x = 3{,}092 \times 10^2 \times 10^{-5}$

$x = 3{,}092 \times 10^{2-5}$

On commence par déterminer la notation scientifique de 309,2. Le nombre décimal compris entre 1 et 10 obtenu en déplaçant la virgule de 309,2 est 3,092 et $309{,}2 = 3{,}092 \times 10^2$.

$x = 3{,}092 \times 10^{-3}$.

On obtient la puissance de 10 associée en utilisant la propriété du produit de deux puissances de 10.

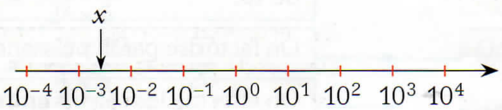
La notation scientifique de x est :

$\mathbf{3{,}092 \times 10^{-3}}$.

2. Un ordre de grandeur de x est $\mathbf{3 \times 10^{-3}}$.

On considère l'arrondi à l'unité de 3,092.

3.



On place x en utilisant l'ordre de grandeur de x déterminé dans la question précédente.

Donc : $\mathbf{10^{-3} < x < 10^{-2}}$.