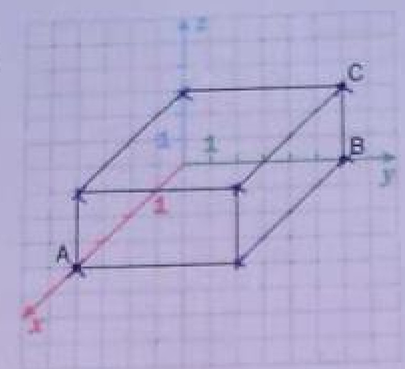
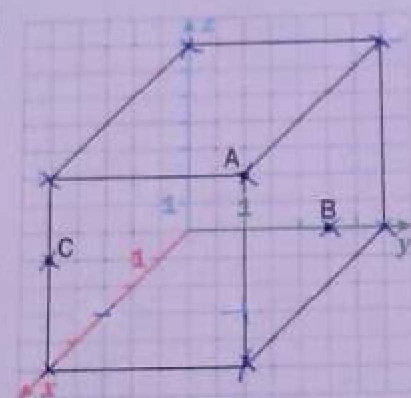
J'APPLIQUE

1 Re1 Dans chacun des cas suivants, compléter les coordonnées des points A, B et C et placer les points D, E et F.

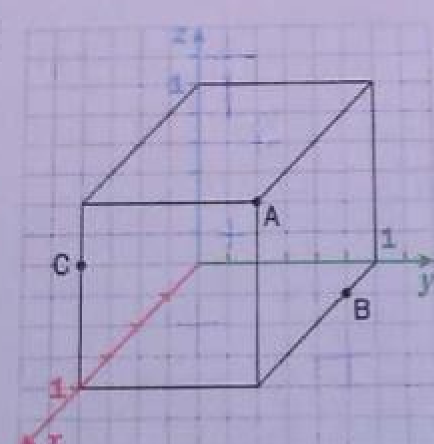
a. A(…… ; …… ; ……)
B(…… ; …… ; ……)
C(…… ; …… ; ……)
D(0 ; 0 ; 3)
E(4 ; 6 ; 0)
F(4 ; 6 ; 3)



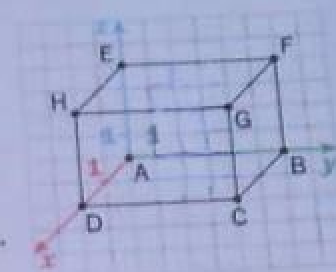
b. A(…… ; …… ; ……)
B(…… ; …… ; ……)
C(…… ; …… ; ……)
D(0 ; 3,5 ; 7)
E(5 ; 3,5 ; 2)
F(3 ; 0 ; 0)



c. A(…… ; …… ; ……)
B(…… ; …… ; ……)
C(…… ; …… ; ……)
D$\left(0 ; \frac{1}{6} ; 1\right)$
E$\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$
F$\left(\frac{1}{2} ; \frac{2}{3} ; 1\right)$



2 Re1 Soit M un point de coordonnées $(a ; b ; c)$. Compléter.



a. M est un point du segment [AB] si :
$a = 0$; …… $\leqslant b \leqslant$ …… et $c =$ …… .

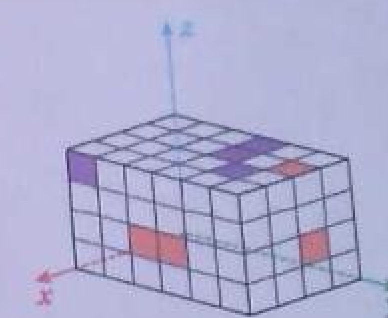
b. M est un point de la face ADHE si : …… $\leqslant a \leqslant$ …… ; $b =$ …… et …… $\leqslant c \leqslant$ …… .

c. Colorier l'ensemble des points M tels que :
$0 \leqslant a \leqslant 2$; $b = 3$ et $0 \leqslant c \leqslant 4$.

3 Re1 **Bataille navale en 3D**

Règle du jeu Chaque joueur place, sur les faces, 1 porte-avion (2 cases) et 2 paquebots (chacun d'une case). Un paquebot est coulé si un de ses sommets est touché, un porte-avion est coulé si deux sommets sont touchés.

Les navires de Mario sont violets et ceux de Neyla sont orange.

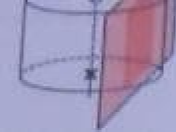


1. Compléter le dialogue par *raté*, *touché* ou *coulé*.

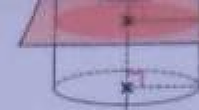
a. « Neyla : – Je vise le point (2 ; 0 ; 1).
Mario : – …… À mon tour, je vise le point (4 ; 2 ; 1).
Neyla : – …… »

b. « Neyla : – Je vise le point (3 ; 4 ; 4).
Mario : – …… À mon tour, je vise le point (4 ; 1 ; 1).
Neyla : – …… »

2. Compléter avec des coordonnées adéquates.
« Neyla : – Je vise le point (……).
Mario : – Touché ! À mon tour, je vise le point (……).
Neyla : – Raté, tu n'es pas sur une face. »



La section d'un cylindre par un plan parallèle à la hauteur est un rectangle.

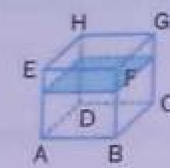


La section d'un cylindre par un plan perpendiculaire à la hauteur est un cercle.

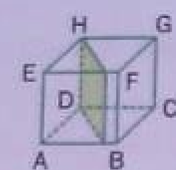
La section d'une sphère par un plan est un cercle.

J'APPLIQUE

6 Re4 **1.** **a.** Quelle est la nature de la section bleue du cube bleu par un plan parallèle à la face ABCD ?

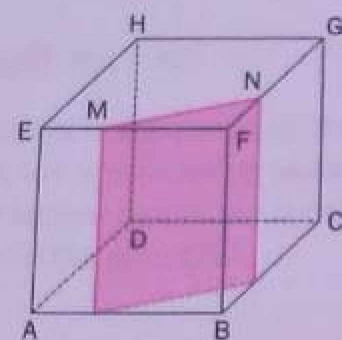


b. Quelle est la nature de la section verte du cube vert par un plan parallèle à l'arête [HD] ?



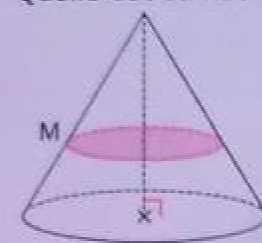
2. **a.** Tracer en rouge la section du cube noir par un plan parallèle à [BF] passant par M et N.

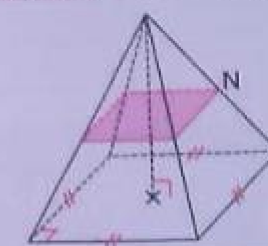
b. On donne AB = 6 cm, MF = 4 cm et NF = 3 cm. Déterminer les dimensions de cette section.



7 Re4 **1.** **a.** Tracer en rouge la section du cône par un plan parallèle à sa base passant par M. Quelle est sa nature ? C'est un cercle.

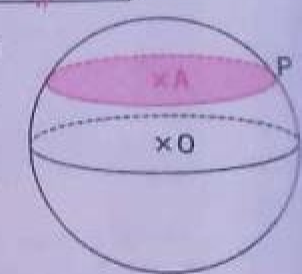
b. Tracer en rouge la section de la pyramide par un plan parallèle à sa base passant par N. Quelle est sa nature ? C'est un carré.





2. **a.** Tracer en rouge la section de la boule par un plan passant par P. Quelle est sa nature ?

C'est un disque.



b. On donne OP = 15 cm et OA = 9 cm où A est le centre de la section. Calculer le rayon de la section.

OPA est un triangle rectangle en A.

Donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$OP^2 = OA^2 + AP^2$ d'où $AP^2 = 15^2 - 9^2 = 144$.

Le rayon est donc égal à 12 cm.

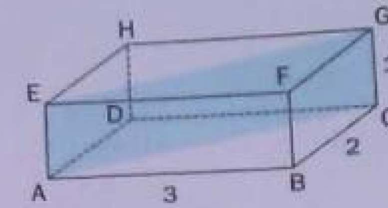
JE M'ÉVALUE

Nombre de ■ : ..... /2 Nombre de ■ : ..... /2 Nombre de ■ : ..... /2

→ Je me réfère à la page 2 pour déterminer mon niveau et le problème que je peux travailler en page 110

Je résous des problèmes À MON RYTHME

11 Section du pavé Re4 • Ra3



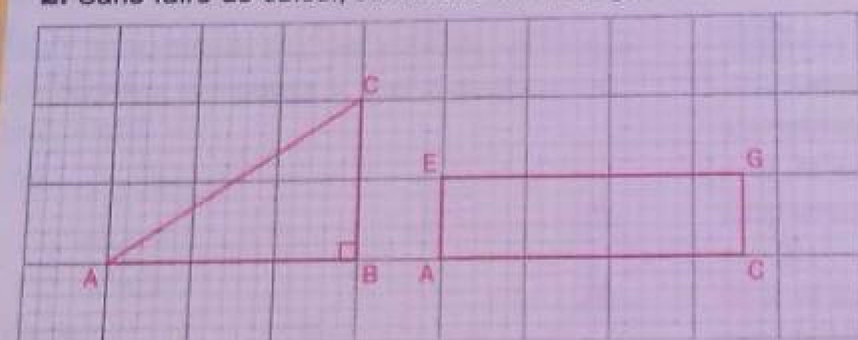
D'après Brevet.

On considère le parallélépipède ABCDEFGH ci-contre.

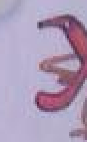
1. Observer et compléter le tableau sans justification.

Objet	Nature de l'objet
Triangle ADC	
Angle $\widehat{EHD}$	
Quadrilatère BCGF	
Angle $\widehat{EGC}$	
Quadrilatère ACGE	

2. Sans faire de calcul, construire en vraie grandeur la section ACGE.



On peut tracer en premier le triangle ABC.



Il faut dessiner le triangle rectangle ABC et reporter au compas la longueur AC.

3. a. Calculer la longueur AC. Vérifier le résultat sur la construction précédente.

ABC est un triangle rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 13$ d'où $AC \approx 3{,}6$ cm

b. Quelle est la nature de chacun des solides ABCEFG et ACDEGH ?

Ce sont deux prismes droits à base triangulaire.

c. Calculer le volume de ces deux solides de deux façons différentes.

▪ $\mathcal{V}_{ABCEFG} = \mathcal{V}_{ACDEGH} = \dfrac{\mathcal{V}_{ABCDEFGH}}{2} = \dfrac{3\times2\times1}{2} = 3$ cm³

▪ $\mathcal{V}_{ABCEFG} = \mathcal{V}_{ACDEGH} = \mathcal{A}_{ABC} \times$ hauteur du prisme $= \dfrac{3\times2}{2}\times1 = 3$ cm³

12 Maquette du Belem Re4 • Ra3

Le Belem est l'un des derniers trois-mâts encore en état de navigation. Il a été construit en 1896 et c'est aujourd'hui un navire école. Pauline a acheté une maquette de ce fameux Belem. Sur la boite de jeu, il est indiqué que la maquette est réalisée au 1:125ᵉ.

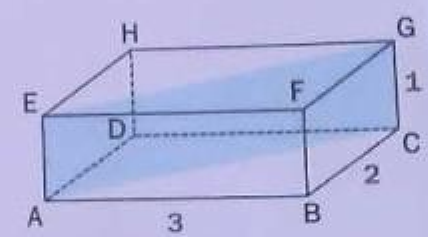
a. Que signifie « 1:125ᵉ » ?

11 Section du pavé Re4 • Ra3

On considère le parallélépipède ABCDEFGH ci-contre.

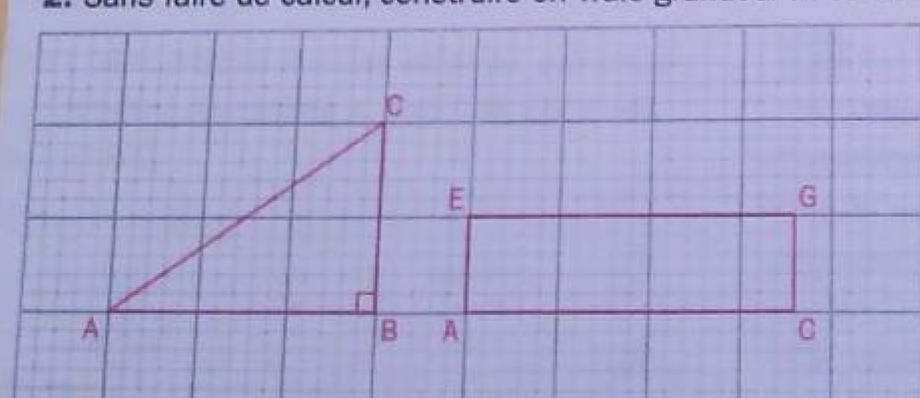
1. Observer et compléter le tableau sans justification.

Objet	Nature de l'objet
Triangle ADC	
Angle $\widehat{EHD}$	
Quadrilatère BCGF	
Angle $\widehat{EGC}$	
Quadrilatère ACGE	



D'après Brevet.

2. Sans faire de calcul, construire en vraie grandeur la section ACGE.



On peut tracer en premier le triangle ABC.

Il faut dessiner le triangle rectangle ABC et reporter au compas la longueur AC.

- La section d'un [prisme droit par un plan] **parallèle à une base est un polygone de** mêmes dimensions que la base.

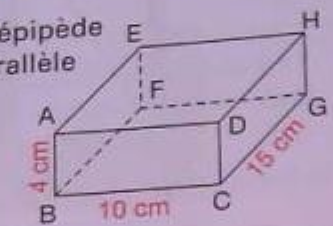
La section d'un **prisme droit** par un plan **parallèle à une arête latérale** est **un rectangle** dont une dimension est la longueur de l'arête.

[...] rayon que la [base.]

La section d'un **cylindre** par un **plan parallèle à son axe** est un **rectangle** dont une dimension est la hauteur du cylindre.

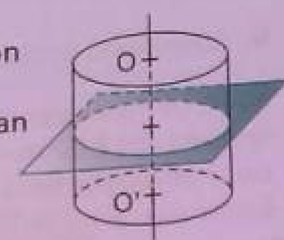
★

1 On coupe ce parallélépipède rectangle par un plan parallèle à la face DCGH.
Quelle est la nature de la section ?
Quelles en sont les dimensions ?



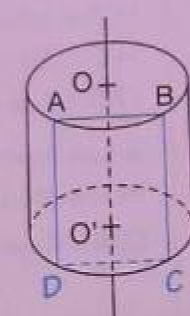
La section est un rectangle de 15 cm sur 4 cm.

2 On a représenté la section d'un cylindre de rayon 2 cm et de hauteur 6 cm par un plan parallèle à sa base.
Quelle est la nature de cette section ?



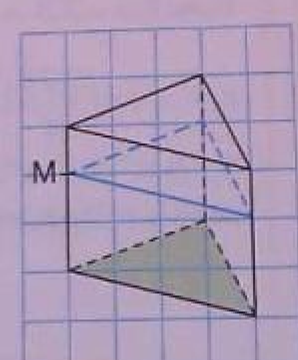
La section est un cercle de rayon 2 cm.

3 Ce cylindre a un rayon de 2,5 cm et une hauteur de 3 cm.
De plus, AB = 2 cm.
Tracer sur ce cylindre sa section ABCD par un plan parallèle à l'axe (OO') et qui passe par les points A et B.
Quelle est la nature de la section ?
Quelles sont ses dimensions ?



La section est un rectangle de 2 cm sur 3 cm.

4 Tracer sur ce prisme droit à base triangulaire, sa section par le plan passant par le point M et parallèle à sa base.
Quelle est la nature de la section ?

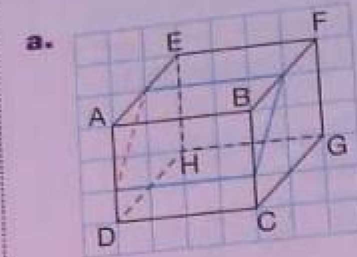


La section est un triangle.

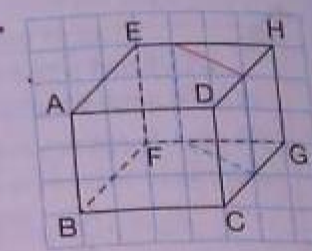
★★

5 Dans chaque cas, terminer le tracé de la section du parallélépipède rectangle par le plan parallèle à l'arête [AB] et qui contient le segment rouge.

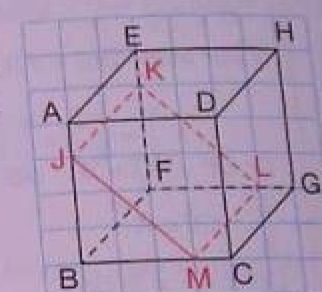
a.



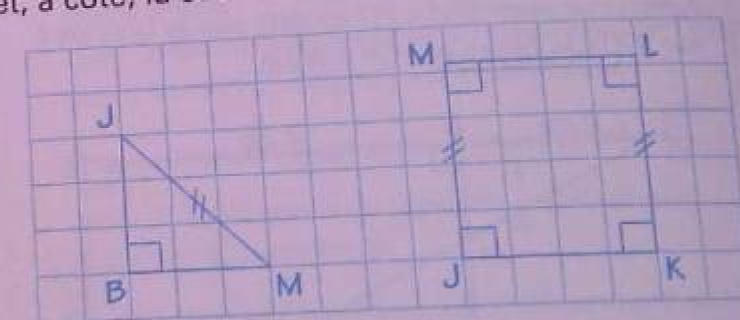
b.



6 On a représenté la section du cube ABCDEFGH d'arête 2 cm par un plan qui est parallèle à l'arête [CG].



a. Construire en vraie grandeur le triangle BJM et, à côté, la section JKLM.



b. Calculer la longueur JM, en cm. En donner une valeur approchée au dixième près.

Le triangle BJM est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore,
$BJ^2 + BM^2 = JM^2$ soit $1{,}5^2 + 1{,}5^2 = JM^2$
$2{,}25 + 2{,}25 = JM^2$ soit $JM^2 = 4{,}5$ et $JM = \sqrt{4{,}5}$.
Avec la calculatrice, on obtient $JM \approx 2{,}1$ cm.

Volume de la pyramide SABCD est 0,216 L

un carré

un triangle rectangle isocèle

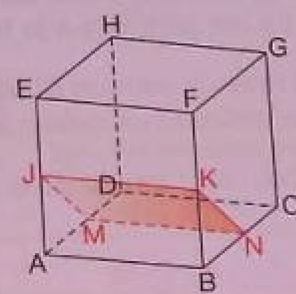
Objet	Nature de l'objet
Triangle ABC	Rectangle [illegible]
Angle $\widehat{ABF}$	Angle droit
Quadrilatère ABFE	Rectangle
Angle $\widehat{ACG}$	Angle droit
Quadrilatère ACGE	Rectangle

s DNB

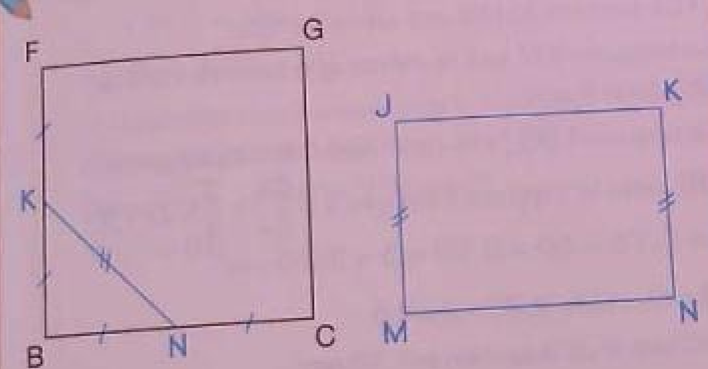
L'autre dimension est la longueur [illegible]
Le triangle ADC est rectangle en D.
D'après le théorème de Pythagore :
$DA^2 + DC^2 = AC^2$ soit $10^2 + 24^2 = AC^2$
$100 + 576 = AC^2$ soit $AC^2 = 676$.
Alors $AC = \sqrt{676}$. Avec la calculatrice, on obtient $AC = 26$ cm.
AEGC est un rectangle de 14 cm sur 26 cm.

3 Représenter en vraie grandeur

ABCDEFGH est un cube.
Les points J, K, M et N sont les milieux respectifs des segments [AE], [BF], [AD] et [BC].
JKNM est une section du cube par un plan parallèle à l'arête [AB].



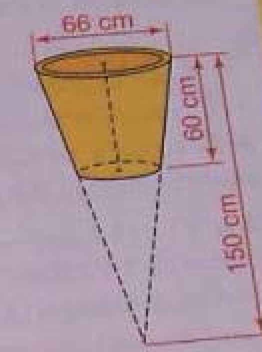
Sur le schéma ci-dessous, on a dessiné la face FGCB en vraie grandeur.
Placer les points K et N sur cette face puis, à côté, tracer la section JKNM en vraie grandeur.



Donc l'aire de la section est [illegible]

5 Prendre des initiatives

Une jardinière a la forme d'un tronc de cône (coupé par un plan parallèle à sa base) représenté ci-contre.
Montrer que la contenance de cette jardinière est environ 134 L.



• La contenance de la jardinière est la différence entre le volume du grand cône et celui du cône réduit.

• Volume $\mathcal{V}$ du grand cône
Diamètre : 66 cm donc rayon : 33 cm.
Hauteur : 150 cm
$\mathcal{V} = (\pi \times 33^2 \times 150) : 3 = 54\,450\pi$
$\mathcal{V} \approx 171\,060$ cm^3

• Rapport de réduction
150 cm $- 60$ cm $= 90$ cm
$k = \frac{90}{150} = 0{,}6$

• Volume $\mathcal{V}'$ du cône réduit
$\mathcal{V}' = k^3 \times \mathcal{V}$ soit $\mathcal{V}' = 0{,}6^3 \times 54\,450\pi$
$\mathcal{V}' = 11\,761{,}2\pi$ soit $\mathcal{V}' \approx 36\,949$ cm^3

• Contenance de la jardinière
$\mathcal{V} - \mathcal{V}' \approx 134\,111$ cm^3 soit $134{,}111$ dm^3 ou $134{,}111$ L.
La contenance de la jardinière est environ 134 L.

Sélection de sujets de Brevet

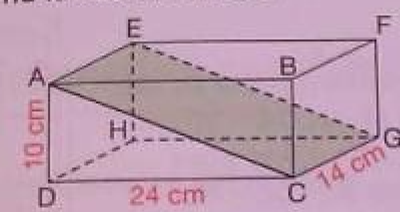
ultiples.
(ou les) réponse(s) exacte(s).

Bilan ..../15

à la face ABCD est un rectangle de dimensions 6 cm et 9 cm	à l'arête [AE] est un rectangle de dimensions 6 cm et 8 cm	à la face AEHD est un rectangle de dimensions 8 cm et 9 cm
sa section par n plan parallèle à sa base est un cercle e rayon 10 cm	sa section par un plan passant par O et O′ est un rectangle de dimensions 10 cm et 14 cm	le volume de ce cylindre est 350π cm³
e volume e ce cône t $6{,}4\pi$ dm³	si SI = 36 cm, alors la section du cône par un plan parallèle à la base et passant par le point I est un cercle de rayon 15 cm	si la section du cône par un plan parallèle à la base et passant par le point I est un cercle de longueur 20π cm, alors I est le milieu de [SO]
ume de la e SABCD est 3 cm³	le volume de la pyramide SABCD est 0,216 L	la section de cette pyramide par un plan parallèle à sa base et passant par le milieu de [SO] est un carré d'aire 40,5 cm²

2 Étudier une section

On a coupé ce parallélépipède rectangle par le plan parallèle à l'arête [DH] et passant par A et C. On a obtenu la section AEGC.



Donner la nature de cette section et préciser ses dimensions.

• La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une arête est un rectangle donc AEGC est un rectangle.

• Une des dimensions est la longueur de l'arête [DH] c'est-à-dire 14 cm.
L'autre dimension est la longueur AC.
Le triangle ADC est rectangle en D.
D'après le théorème de Pythagore :
$DA^2 + DC^2 = AC^2$ soit $10^2 + 24^2 = AC^2$
$100 + 576 = AC^2$ soit $AC^2 = 676$.
Alors $AC = \sqrt{676}$. Avec la calculatrice, on obtient $AC = 26$ cm.
AEGC est un rectangle de 14 cm sur 26 cm.

4 Utiliser la section d'un cylindre

Cette glace a la forme d'un cylindre de hauteur OO′ = 8 cm et de rayon 6 cm.

a. Son volume $\mathcal{V}$ est-il supérieur à 1 L ? Justifier.

b. On coupe la glace selon un plan passant par O et O′. Calculer l'aire de la section.

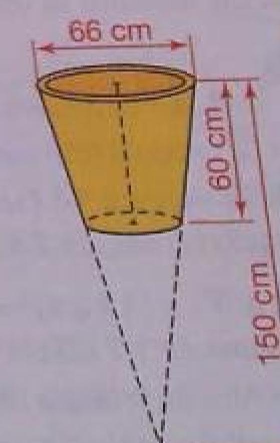
D'après DNB

a. $\mathcal{V} = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 6^2 \times 8 = 288\pi$.
Donc $\mathcal{V} \approx 905$ cm³ c'est-à-dire $\mathcal{V} \approx 0{,}905$ L.
Le volume de la glace est inférieur à 1 L.

b. La section est un rectangle de dimensions 8 cm et 12 cm.
$8 \times 12 = 96$
Donc l'aire de la section est 96 cm².

5 Prendre des initiatives

Une jardinière a la forme d'un tronc de cône (coupé par un plan parallèle à sa base) représenté ci-contre. Montrer que la contenance de cette jardinière est environ 134 L.



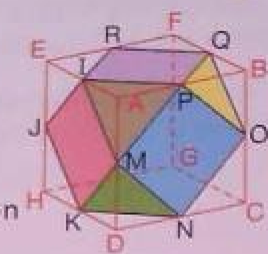
3 Représenter en vraie grandeur

ABCDEFGH est un cube

FICHE 69 Perfectionnement

★★★

1 On coupe un cube ABCDEFGH d'arête 12 cm par des plans passant par les milieux des arêtes.



1. a. Indiquer sans justification la nature :
- du quadrilatère PMNO ; • du triangle IPM.

b. Combien de faces et combien d'arêtes possède le solide obtenu ?

2. a. Calculer le volume $\mathcal{V}_1$ du cube ABCDEFGH.

b. Calculer le volume $\mathcal{V}_2$ de la pyramide MIAP en considérant que cette pyramide a pour sommet M, pour hauteur [MA] et pour base le triangle IAP.

c. En déduire le volume $\mathcal{V}$ du solide obtenu.

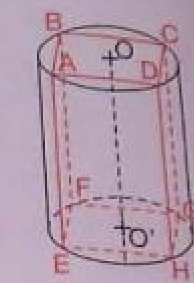
1. a. • *Le quadrilatère PMNO est un carré.*
• *Le triangle IPM est équilatéral.*
b. Ce solide a 14 faces (6 carrés et 8 triangles équilatéraux) et 24 arêtes.

2. a. $\mathcal{V}_1 = (12\text{ cm})^3 = 1\,728\text{ cm}^3$ *donc le cube a un volume de* $1\,728\text{ cm}^3$.
b. • *Aire du triangle IAP :* $\mathcal{A} = (6 \times 6) : 2 = 18$.
$\mathcal{V}_2 = (\mathcal{A} \times MA) : 3$ *Donc* $\mathcal{V}_2 = (18 \times 6) : 3 = 36$.
Le volume de la pyramide MIAP est 36 cm^3.

c. Le cube a 8 sommets, donc le volume $\mathcal{V}$ *du solide est tel que* $\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 - 8 \times \mathcal{V}_2$.
$\mathcal{V} = 1\,728 - 8 \times 36 = 1\,728 - 288 = 1\,440$
Le volume du solide obtenu est $1\,440\text{ cm}^3$.

2 Un cône de révolution $\mathcal{C}_1$ est coupé à mi-hauteur par un plan parallèle à sa base. On

3 On découpe un tronc d'arbre cylindrique de rayon OA = 30 cm et de hauteur OO'= 1,5 m pour obtenir la poutre ABCDEFGH, qui est un parallélépipède rectangle tel que BA = 36 cm.



a. • Quelle est la nature du triangle ABC ?
• Quelle est la longueur AC ?

b. Calculer la longueur BC.

c. En déduire l'aire $\mathcal{A}$ de la section BCGF.

a. • *Le triangle ABC est rectangle en B.*
[AC] est un diamètre du cercle de base, donc $AC = 30\text{ cm} \times 2 = 60\text{ cm}$.
b. D'après le théorème de Pythagore,
$BA^2 + BC^2 = AC^2$ *soit* $36^2 + BC^2 = 60^2$.
$1\,296 + BC^2 = 3\,600$ *d'où* $BC^2 = 3\,600 - 1\,296$
$BC^2 = 2\,304$ *et* $BC = \sqrt{2304}$.
Avec la calculatrice, on obtient $BC = 48\text{ cm}$.
c. $\mathcal{A} = BC \times CG = 48 \times 150 = 7\,200$.
Donc l'aire de la section BCGF est $7\,200\text{ cm}^2$.

4 On coupe le prisme droit ABCDEF ci-dessous par le plan qui passe par le point K de l'arête [AC] et qui est parallèle à la face ABED.

a. Tracer la section KLMN sur le prisme droit puis indiquer sa nature et ses dimensions.

b. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la section.

1. a. Indiquer sans justification la nature :
• du quadrilatère PMNO ; • du triangle IPM.

b. Combien de faces et combien d'arêtes possède le solide obtenu ?

2. a. Calculer le volume $\mathcal{V}_1$ du cube ABCDEFGH.

b. Calculer le volume $\mathcal{V}_2$ de la pyramide MIAP en considérant que cette pyramide a pour sommet M, pour hauteur [MA] et pour base le triangle IAP.

c. En déduire le volume $\mathcal{V}$ du solide obtenu.

1. a. • Le quadrilatère PMNO est un carré.
• Le triangle IPM est équilatéral.
b. Ce solide a 14 faces (6 carrés et 8 triangles équilatéraux) et 24 arêtes.
2. a. $\mathcal{V}_1 = (12 \text{ cm})^3 = 1\,728 \text{ cm}^3$ donc le cube a un volume de $1\,728 \text{ cm}^3$.
b. • Aire du triangle IAP : $\mathcal{A} = (6 \times 6) : 2 = 18$.
$\mathcal{V}_2 = (\mathcal{A} \times MA) : 3$ Donc $\mathcal{V}_2 = (18 \times 6) : 3 = 36$.
Le volume de la pyramide MIAP est 36 cm^3.
c. Le cube a 8 sommets, donc le volume $\mathcal{V}$ du solide est tel que $\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 - 8 \times \mathcal{V}_2$.
$\mathcal{V} = 1\,728 - 8 \times 36 = 1\,728 - 288 = 1\,440$
Le volume du solide obtenu est $1\,440 \text{ cm}^3$.

2 Un cône de révolution $\mathcal{C}_1$ est coupé à mi-hauteur par un plan parallèle à sa base. On obtient ainsi un cône réduit $\mathcal{C}_2$ de 9 cm de haut et dont l'aire de la base est 40 cm².
Déterminer pour le cône $\mathcal{C}_1$:

a. la hauteur ; **b.** l'aire de la base ; **c.** le volume.

Le rapport d'agrandissement pour obtenir le cône $\mathcal{C}_1$ à partir du cône $\mathcal{C}_2$ est $k = 2$.
a. $2 \times 9 = 18$ donc la hauteur est 18 cm.
b. $2^2 \times 40 = 160$
donc l'aire de la base est 160 cm^2.
c. $(160 \times 18) : 3 = 960$
Donc le volume est 960 cm^3.

a. • Quelle est la nature du triangle ABC ?
• Quelle est la longueur AC ?

b. Calculer la longueur BC.

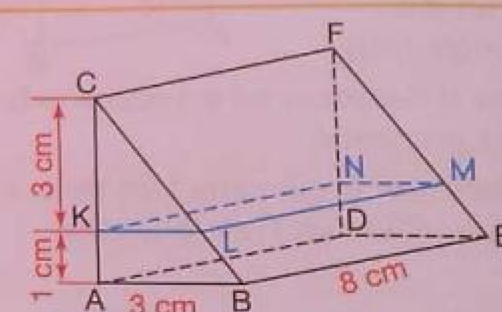
c. En déduire l'aire $\mathcal{A}$ de la section BCGF.

a. • Le triangle ABC est rectangle en B.
[AC] est un diamètre du cercle de base, donc $AC = 30 \text{ cm} \times 2 = 60 \text{ cm}$.
b. D'après le théorème de Pythagore,
$BA^2 + BC^2 = AC^2$ soit $36^2 + BC^2 = 60^2$.
$1\,296 + BC^2 = 3\,600$ d'où $BC^2 = 3\,600 - 1\,296$
$BC^2 = 2\,304$ et $BC = \sqrt{2304}$.
Avec la calculatrice, on obtient $BC = 48$ cm.
c. $\mathcal{A} = BC \times CG = 48 \times 150 = 7\,200$.
Donc l'aire de la section BCGF est $7\,200 \text{ cm}^2$.

4 On coupe le prisme droit ABCDEF ci-dessous par le plan qui passe par le point K de l'arête [AC] et qui est parallèle à la face ABED.

a. Tracer la section KLMN sur le prisme droit puis indiquer sa nature et ses dimensions.

b. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la section.



a. • La section KLMN est un rectangle.
• La longueur LM est la même que celle de l'arête [BE] donc 8 cm.
• Le segment [KL] est une réduction du segment [AB] dans le rapport k tel que $k = \frac{CK}{CA} = \frac{3}{4} = 0,75$
$KL = 0,75 \times AB = 0,75 \times 3 = 2,25$ cm.
b. $\mathcal{A} = KL \times LM = 2,25 \times 8 = 18$
Donc l'aire $\mathcal{A}$ de la section est 18 cm^2.