Chapitre 5 : Fonctions affines, linéaires et constantes

I. Reconnaître les différentes fonctions

Classer les fonctions suivantes selon 4 groupes :

$f(x) = 5x$ $\quad g(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$ $\quad h(x) = 2x - 7$ $\quad i(x) = 12 - 6x$

$j(x) = 500$ $\quad k(x) = 2x^2 - 22$ $\quad l(x) = -9$ $\quad m(x) = \frac{1}{x} + 6$ $\quad n(x) = -11x$

....	....	....	....

II. Les fonctions linéaires

A quoi servent les fonctions linéaires ? Les fonctions linéaires servent à traduire des situations de proportionnalité.
Quand les utilise-t-on ? Dans les caisses enregistreuses des stations-services pour calculer le prix en fonction du nombre de litres de carburant, pour calculer un prix final après une augmentation ou une réduction …

1) Définition d'une fonction linéaire

Définition : Une fonction linéaire g est une fonction qui à tout nombre x associe le nombre ax, elle s'écrit $g(x) = ax$. Elle traduit une situation de proportionnalité. Le coefficient a est le coefficient de proportionnalité et le coefficient directeur.

Exemple : Soit une fonction linéaire h telle que $h(x) = -5{,}7x$.
a) Quelle est le coefficient de proportionnalité de la fonction h ?
b) Quelle est l'image de 8 par la fonction h ?
c) Quel est l'antécédent de 68,4 par la fonction h ?

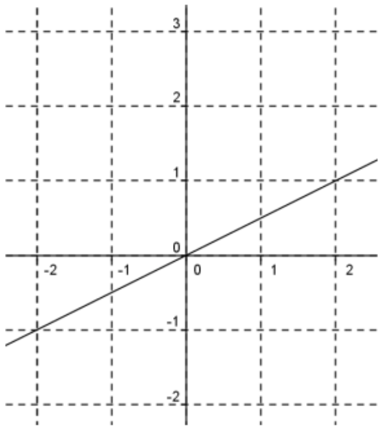
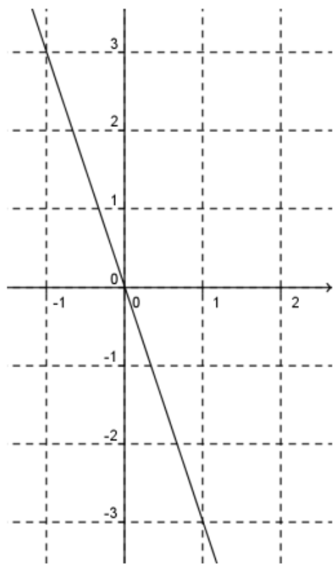
2) Représentation graphique

Définition : Une fonction linéaire représente une situation de proportionnalité donc la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.

➔ Méthode pour retrouver l'expression d'une fonction linéaire à partir de son graphique.

Méthode : Lire graphiquement le coefficient a d'une fonction linéaire

1. Choisir un point sur la droite (si possible à l'intersection du quadrillage).
2. Se déplacer d'une unité vers la droite.
3. Descendre ou monter pour rejoindre la droite.
4. En déduire le coefficient a (si tu es monté de 2 unités alors a=2, si tu es descendu de 3,5 unités alors a=-3,5)

<table>
<tr><th>Fonction linéaire g</th><th>Fonction linéaire h</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>a=0,5</td><td>a=-3</td></tr>
<tr><td>g(x)=0,5x</td><td>h(x)=-3x</td></tr>
</table>

3) Comment retrouver l'expression d'une fonction linéaire à partir d'images et d'antécédents ?

Propriété des accroissements : Soit la fonction linéaire f définie par $f(x) = ax$ et deux nombres distincts m et n. Alors *(le coefficient de proportionnalité a)*

$$a = \frac{f(m)-f(n)}{m-n}$$

EXEMPLE RESOLU : ***Déterminer la fonction linéaire telle que f(3) = -7,2 et f(5) = -12.***

On cherche le coefficient de proportionnalité *a :* $a = \frac{f(5)-f(3)}{5-3} = \frac{-12-(-7,2)}{5-3} = \frac{-4,8}{2} = -2,4$

L'expression algébrique de la fonction linéaire est donc $f(x) = -2,4x$.

III. Les fonctions affines

1) Définition d'une fonction affine

Définition : Une fonction affine f est une fonction qui à tout nombre x associe le nombre ax + b, elle s'écrit $f(x) = ax + b$. Le coefficient a est le coefficient de proportionnalité ou le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.

EXEMPLE RESOLU : Soit une fonction affine h telle que $h(x) = -3x + 2$.

a) Quelle est le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la fonction h ?

b) Quelle est l'image de -5 par la fonction h ?

c) Quel est l'antécédent de 44 par la fonction h ?

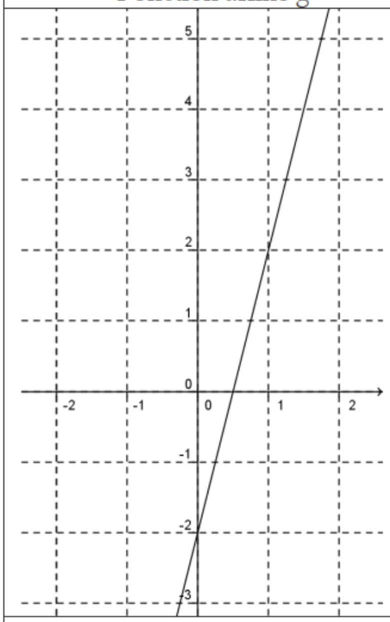
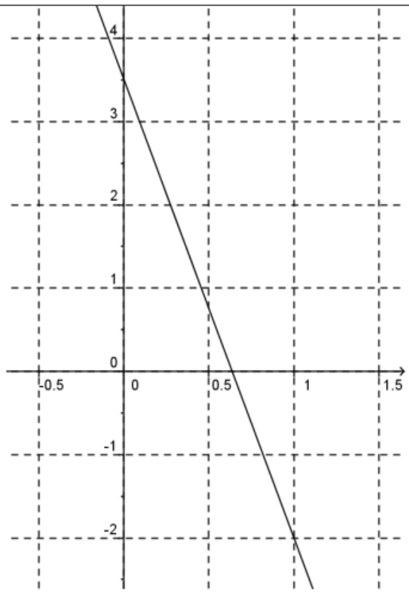
2) Représentation graphique

Définition : La représentation graphique d'une fonction affine est une droite. Son équation est y = ax + b, avec a le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.

Méthode pour retrouver l'expression d'une fonction affine à partir de son graphique.

Méthode : Lire graphiquement le coefficient a et l'ordonnée à l'origine b d'une fonction affine

1. Choisir un point sur la droite (si possible à l'intersection du quadrillage).
2. Se déplacer d'une unité vers la droite.
3. Descendre ou monter pour rejoindre la droite.
4. En déduire le coefficient a (si tu es monté de 2 unités alors a=2, si tu es descendu de 3,5 unités alors a=-3,5)
5. Le nombre b se trouve à l'intersection entre l'axe des ordonnées et la droite

Fonction affine g	Fonction affine h
	
a=4 et b=-2	a=-2,5 et b=3,5
g(x)=4x-2	h(x)=-2,5x+3,5

3) Comment retrouver l'expression d'une fonction affine à partir d'images et d'antécédents ?

Propriété des accroissements : Soit la fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$ et deux nombres distincts m et n. Alors $a = \frac{f(m)-f(n)}{m-n}$

EXEMPLE RESOLU : ***Déterminer la fonction affine telle que f(1) = 2 et f(3) = -4.***

- *Etape 1 : Calcul du coefficient a.*

Pour trouver le coefficient a, nous allons utiliser la propriété ci-dessus. On a f(1) = 2 et f(3) = -4.

Ainsi, $a = \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{-4-2}{3-1} = -3$

Dès lors, on obtient que, pour tout réel x, $\boldsymbol{f(x) = -3x + b}$

- *Etape 2 : Calcul du coefficient b.*

Pour cela, il faut utiliser une des 2 égalités de l'énoncé.

Prenons, f(1)=2. Cela signifie de l'image de 1 est 2 par la fonction f. $-3 \times 1 + b = 2$

Il n'y a plus qu'à résoudre l'équation : b = 2 + 3

Donc b = 5.

- *Etape 3 :* L'expression de la fonction affine f est donc $\boldsymbol{f(x) = -3x + 5.}$

A vous de vous entraîner !

➔ Déterminer la fonction affine telle que f(1) = -5 et f(5) = 3.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....