

Plan du cours

I.	Généralités sur les équations	1
1.	Définition	1
2.	Comment savoir si un nombre est solution d'une équation ?	1
II.	Méthodes de résolution d'équation	2
1.	Première propriété	2
2.	Deuxième propriété	3
3.	Méthode de résolution des équations avec des inconnues dans les 2 membres .	4
III.	Mise en équation	5
1.	Énigme 1	5
2.	Énigme 2	6

CHAPITRE : Résolution d'équation du premier degré

Mes objectifs :

- ↔ Je dois savoir tester si un nombre est solution d'une équation,
- ↔ Je dois savoir résoudre algébriquement une équation du premier degré,
- ↔ Je dois savoir introduire une lettre pour désigner une valeur inconnue et mettre un problème en équation.

INTRODUCTION



A travers la vidéo " petits contes mathématiques les équations ", découvrir comment résoudre une équation et qui est Al-Khwârizmî.

I. Généralités sur les équations

1. Définition

Définition

Une équation est **une égalité** dans laquelle figure **un nombre inconnu**, désigné en général par une lettre qui est appelée l'inconnue.

Exemple :

$2x - 11 = 7 - x$ est une équation dans laquelle l'inconnue est désignée par x .

$$\underbrace{2x - 11}_{\text{Premier membre}} = \underbrace{7 - x}_{\text{Second membre}}$$

2. Comment savoir si un nombre est solution d'une équation ?

Définition

Résoudre une équation d'inconnue x , c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre x (si elles existent) qui vérifient l'égalité, c'est-à-dire que l'égalité soit vraie.
Chacune de ces valeurs est **une solution de l'équation**.

► Le nombre 3 est-il solution de l'équation $2x - 11 = 7 - x$?

D'une part, $2 \times 3 - 11 = \underline{-5}$

D'autre part, $7 - 3 = \underline{4}$

L'égalité n'est donc pas vérifiée pour $x = 3$.

Conclusion : Le nombre 3 n'est pas solution de l'équation.

► Le nombre 6 est-il solution de l'équation $2x - 11 = 7 - x$?

D'une part, $2 \times 6 - 11 = \underline{1}$

D'autre part, $7 - 6 = \underline{1}$

L'égalité est donc vérifiée pour $x = 6$

Conclusion : Le nombre 6 est une solution de l'équation.

Exercice d'application 1

1) -2 est-il solution de l'équation $54 - 11x = 25x + 126$?

.....

.....

.....

.....

2) 5 est-il solution de l'équation $7x - 3 = 6(x - 1)$?

.....

.....

.....

.....

II. Méthodes de résolution d'équation

1. Première propriété

Propriété

Une égalité reste vraie si l'on **additionne** (ou l'on **soustrait**) le même nombre à **chacun de ses membres**.

Équation du premier degré

→ Résoudre l'équation $3 + x = 7$.

$$\begin{aligned} 3 + x &= 7 \\ \cancel{3} + x - \cancel{3} &= 7 - 3 \\ x &= 7 - 3 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

La solution de l'équation $3 + x = 7$ est le nombre 4. On notera alors $\mathcal{S} = \{4\}$.

Exercice d'application 2

Résoudre les équations suivantes :

$$x - 2 = 11$$

$$9 + x = -44$$

.....
.....

2. Deuxième propriété

Propriété

Une égalité reste vraie si l'on **multiplie** (ou l'on **divise**) le même nombre non nul (c'est-à-dire différent de 0) à **chacun de ses membres**.

→ Résoudre l'équation $5x = 30$.

$$\begin{aligned} 5x &= 30 \\ \frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} &= \frac{30}{5} \\ x &= \frac{30}{5} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

La solution de l'équation $5x = 30$ est le nombre 6. On notera alors $\mathcal{S} = \{6\}$.

Exercice d'application 3

Résoudre les équations suivantes :

$$-6x = -42$$

.....

$$3x = 27$$

.....

$$-5x = 24$$

.....

$$\frac{3}{4}x = 5$$

.....

3. Méthode de résolution des équations avec des inconnues dans les 2 membres→ Résoudre l'équation $7x - 2 = 6 + 5x$.**Les étapes :**

$$7x - 2 = 6 + 5x$$

$$7x - 2 - 5x = 6 + 5x - 5x$$

$$2x - 2 = 6$$

$$2x - 2 + 2 = 6 + 2$$

$$2x = 8$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$\boxed{x=4}$$

→ On commence par isoler l'inconnue dans un des deux membres.

→ On regroupe ensuite les nombres sans x dans l'autre membre.

→ On utilise alors les méthodes de résolution vues juste avant.

→ On n'oublie pas de donner la ou les solution(s).

La solution de l'équation $7x - 2 = 6 + 5x$ est le nombre 4. $\mathcal{S} = \{4\}$.

Exercice d'application 4

$4x - 3 = 11$

$7 - 8x = 56$

.....
.....

$4x + 3x = 63$

$9 - 2x = 11 + 4x$

.....
.....
.....
.....

III. Mise en équation

1. Énigme 1

Énoncé : Alexandra et Thomas choisissent un même nombre. Alexandra multiplie ce nombre par 5 et ajoute 14 au résultat. Thomas ajoute 29 au nombre choisi. Ils trouvent le même résultat.
Quel est le nombre qu'ils ont choisi au départ ?

Résolution :

- 1) Choisir une inconnue et la décrire : On choisi x le nombre choisi au départ.
- 2) Traduire le problème par une équation : $5x + 14 = x + 29$
- 3) Résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 5x + 14 &= x + 29 \\ 5x + 14 - x &= x + 29 - x \\ 4x + 14 &= 29 \\ 4x + 14 - 14 &= 29 - 14 \\ 4x &= 15 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{15}{4} \\ x &= 3,75 \end{aligned}$$

4) Vérifier et conclure.

D'une part : $5 \times 3,75 + 14 = 18,75 + 14 = 32,75$ D'autre part : $3,75 + 29 = 32,75$
Le nombre choisi est bien 3,75.

2. Énigme 2

Énoncé : Mathieu a 2 billes de plus que Pierre mais 3 fois moins de billes que Bryan.
Ils ont à eux trois 53 billes.

Combien ont-ils de billes chacun ?

Résolution :

1) **Choisir une inconnue et la décrire** : On choisi x le nombre de billes de Mathieu.

2) **Traduire le problème par une équation.**

Pour cela, choisir une grandeur qui peut être exprimée de deux façons différentes.

Ici, il s'agit du nombre de billes qu'ils ont à eux 3. Il y a 53 billes en tout.

Mais cela peut aussi s'écrire : Mathieu + Pierre + Bryan = 53

On sait que :

- Mathieu = x
- Pierre a 2 billes de moins que Mathieu, à savoir Pierre = $x - 2$
- Bryan a 3 fois plus de billes que Mathieu, à savoir Bryan = $3x$

→ L'équation à résoudre est donc : $\text{Mathieu} + \text{Pierre} + \text{Bryan} = 53$
 $x + (x - 2) + 3x = 53$

3) **Résoudre l'équation** :

$$x + (x - 2) + 3x = 53$$

$$x + x - 2 + 3x = 53$$

$$5x - 2 = 53$$

$$5x - 2 + 2 = 53 + 2$$

$$5x = 55$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{55}{5}$$

$$\boxed{x = 11}$$

4) Vérifier que la solution de l'équation a du sens avec le problème concret.

Ici, x étant un nombre de billes, la solution du problème doit être un nombre strictement positif.

5) Conclure.

On en conclut que :

- $x = 11$ Donc Mathieu possède 11 billes.
- $x - 2 = 11 - 2 = 9$ Donc Pierre possède 9 billes.
- $3x = 3 \times 11 = 33$ Donc Bryan possède 33 billes.

AUTO-EVALUATION

Ce que je dois savoir pour le contrôle :

- ☐ Je dois savoir tester si un nombre est solution d'une équation.
Pour m'entraîner : faire les exercices 3 et 4 p°178
- ☐ Je dois savoir résoudre algébriquement une équation du premier degré.
Pour m'entraîner : faire les exercices 9 et 11 p°178
- ☐ Je dois savoir introduire une lettre pour désigner une valeur inconnue et mettre un problème en équation.
Pour m'entraîner : faire les exercices 19, 21 p°179 et 30, 31 p°180