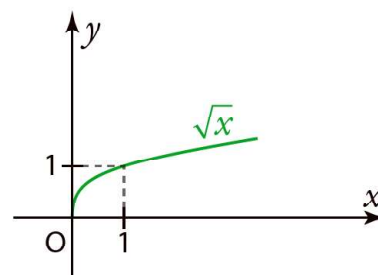
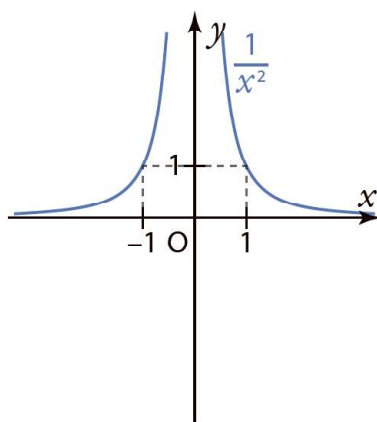
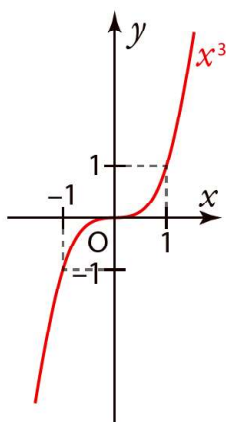


Plan du cours

I.	Limites de fonctions	3
1)	Limite en l'infini	3
	Limite finie et asymptote horizontale	3
	Limite infinie	3
	Limite des fonctions de références	4
2)	Limite en un point	5
	Limite infinie et asymptote verticale	5
	Limite à gauche et à droite	6
	Limite finie	6
	Limite des fonctions de références	7
II.	Opération sur les limites	7
1)	Limite d'une somme	7
2)	Limite d'un produit	7
3)	Limite d'un quotient	8
III.	Continuité d'une fonction	9
1)	Notion intuitive de continuité	9
2)	Continuité des fonctions de références	9
3)	Théorème des valeurs intermédiaires	9

Activité d'introduction 1 : Notion de limites, notion d'asymptote

On donne les représentations des fonctions cube $x \mapsto x^3$, inverse au carré $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ et racine carrée $x \mapsto \sqrt{x}$.



- 1) En lisant les courbes, donner les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$
- 2) (a) Donner les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}$.
(b) Comment se comporte la courbe en $+\infty$ et en $-\infty$ de $\frac{1}{x^2}$ par rapport à l'axe des abscisses ?
On dit alors que l'axe des abscisses est asymptote à la courbe en $+\infty$.
- 3) (a) Donner la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$
(b) Comment se comporte la courbe en 0 de $\frac{1}{x^2}$ par rapport à l'axe des ordonnées ?
On dit alors que l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe en 0.
- 4) Donner la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}$.

Activité d'introduction 2 : Faire des opérations sur les limites

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

- 1) Donner les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - 3$. Pourquoi peut-on affirmer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
- 2) Donner les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x - 3$. Peut-on en déduire la limite de f en $-\infty$? Pourquoi ?
- 3) Vérifier que pour $x \neq 0$, on a : $f(x) = x^2 \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} \right)$. Donner la limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}$.
Peut-on en déduire la limite de f en $-\infty$? Pourquoi ?

Chapitre 1 : Limites de fonctions

I. Limites de fonctions

1) Limite en l'infini

(a) Limite finie et asymptote horizontale

Définition

Asymptote horizontale

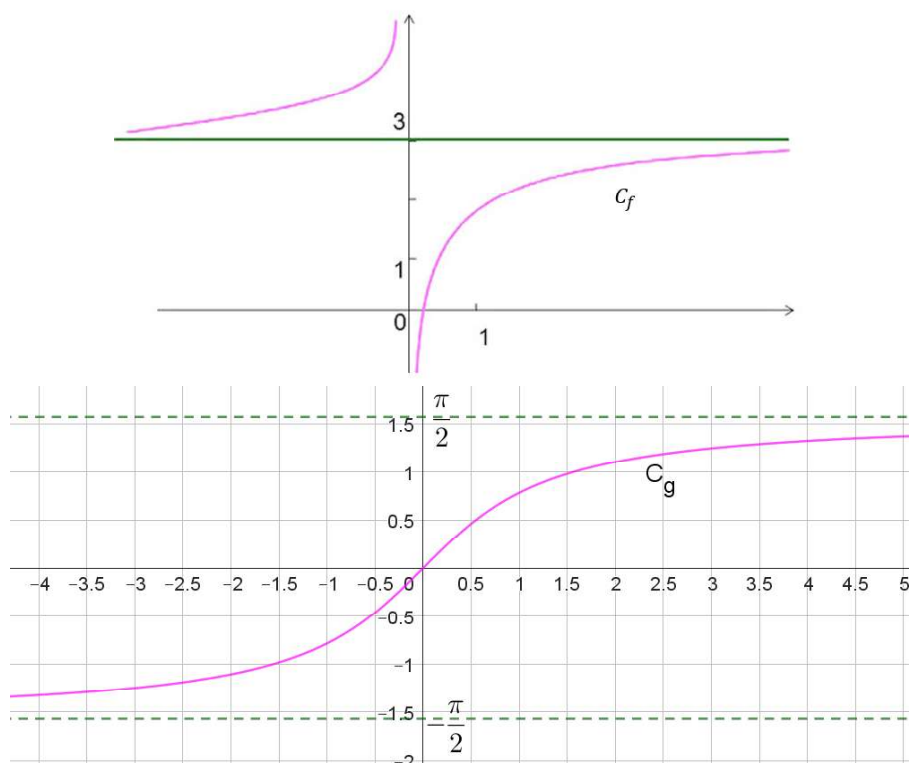
Soit a un réel.

Dire que $f(x)$ tend vers a quand x tend vers $-\infty$ ou $+\infty$ signifie que $f(x)$ est aussi proche que l'on veut de a , pour x suffisamment grand (ou petit).

On écrit $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ ou $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$

On dit que la droite d'équation $y = a$ est asymptote à la courbe en $-\infty$ ou en $+\infty$.

Exemples : Soient $f(x) = 3 + \frac{1}{x}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ et $g(x) = \tan^{-1}(x)$ définie sur \mathbb{R} :



(b) Limite infinie

Définition

On dit que la fonction f admet pour limite $+\infty$ en $+\infty$, si $f(x)$ est aussi grand que l'on veut pourvu que x soit suffisamment grand.

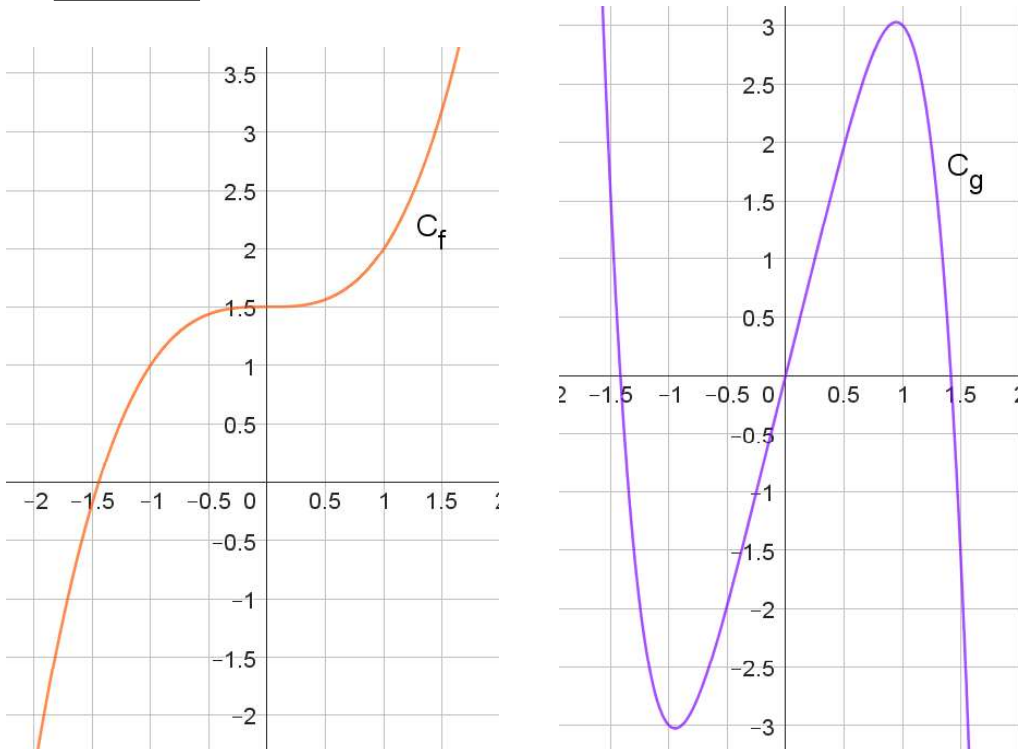
On écrit alors que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Chapitre 1 : Limites de fonctions

Remarque : On définit de façon analogue :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

Exemples : Soient $f(x) = -0,5x^3 + 1,5$ et $g(x) = -x^5 + 4x$ définies sur \mathbb{R} :



Remarques :

- Une fonction qui tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$ n'est pas nécessairement croissante.
- Il existe des fonctions qui ne possèdent pas de limite en l'infini. C'est le cas des fonctions sinusoïdales.

(c) Limite des fonctions de références

$f(x) =$	$\frac{1}{x}$	x^2	x^3	x^n	\sqrt{x}	e^x	e^{ax}
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$	0	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$ si n pair $-\infty$ si n impair	$+\infty$	non définie	0 si $a > 0$ $-\infty$ si $a < 0$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$ si $a > 0$ 0 si $a < 0$