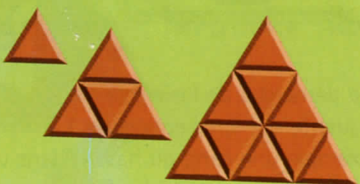
# 9 Triangles

Mosaïque sur le pavement de la cathédrale de Bitonto (Italie, XIe siècle).

Pour réaliser une mosaïque on assemble les *tesselles* (fragments de pierre, d'émail, de verre ou de céramique) afin de former des motifs ou des figures. Souvent rectangulaires, les tesselles peuvent avoir des tailles et des formes différentes (triangles, losanges, etc.). Très utilisée pendant l'Antiquité romaine, la mosaïque a continué d'être demandée tout au long du Moyen Âge et de la Renaissance.

**Nous avons regroupé des tesselles triangulaires pour réaliser des mosaïques triangulaires. Compter et noter le nombre de triangles nécessaires dans les trois cas. Quel est le nombre de triangles nécessaires pour réaliser la mosaïque qui suit logiquement cette série ?**

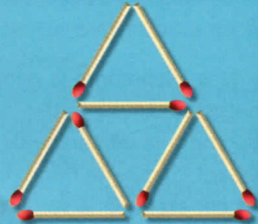


**Calculer les sommes des premiers nombres impairs consécutifs suivantes :**
**$1+3$ ; $1+3+5$ ;**
**$1+3+5+7$.**
**Que remarque-t-on ?**

**Devinette**

Comment former trois triangles en enlevant deux allumettes ?

Comment former deux triangles en enlevant deux allumettes ?



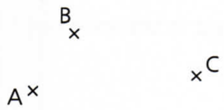
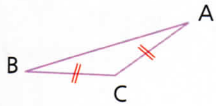
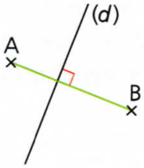
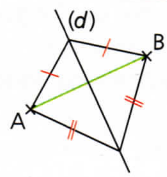
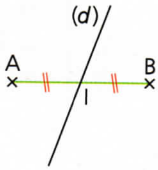
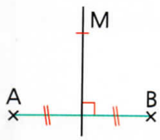
Réponse p. 289.

**Je vais apprendre à …**

- Utiliser l'inégalité triangulaire **SC**.
- Construire un triangle lorsque l'on connaît la mesure de certaines de ses longueurs et certains de ses angles **SC**.
- Utiliser les médianes et les hauteurs d'un triangle.
- Construire le cercle circonscrit à un triangle **SC**.

## Je prends un bon départ

**QCM**

| **our chaque question, une seule des trois éponses proposées est exacte. Laquelle ?** | **A** | **B** | **C** |
|---|---|---|---|
| **1**  La distance AC est … | égale à la distance AB + BC | plus petite que la distance AB + BC | plus grande que la distance AB + BC |
| **2**  Le triangle ABC est … | rectangle | équilatéral | isocèle |
| **3** Dans un triangle ABC, le côté opposé u sommet C est … | [BC] | [AC] | [BA] |
| **4** La droite (*d*) est la médiatrice u segment [AB] dans la figure … |  |  |  |
| **5**  Sur la figure ci-contre, on a … | MA = MB | MA < MB | MA > MB |

**6** **1.** Tracer un segment [AB], et placer n point K qui vérifie : KA = KB.
. Le point K est-il obligatoirement le milieu du egment [AB] ?
. Quelles conditions doit remplir un point L pour u'il soit le milieu du segment [AB] ?

**7** On considère un point O, et le cercle ($\mathscr{C}$) de entre O et de rayon 3,7 cm.
, B et C sont trois points tels que :
A = 3,5 cm ; OB = 3,8 cm et OC = 3,7 cm.
armi ces trois points, quels sont ceux qui appartiennent pas à ($\mathscr{C}$) ? Justifier.

**8** **1.** Tracer une droite (*d*), puis placer un point A appartenant à (*d*), et un point B n'appartenant pas à (*d*).

**2. a.** Tracer les droites
- ($d_1$) perpendiculaire à (*d*) et passant par A ;
- ($d_2$) perpendiculaire à (*d*) et passant par B ;
- ($d_3$) parallèle à (*d*) et passant par B.

**b.** Que peut-on dire des droites ($d_1$) et ($d_2$) ?

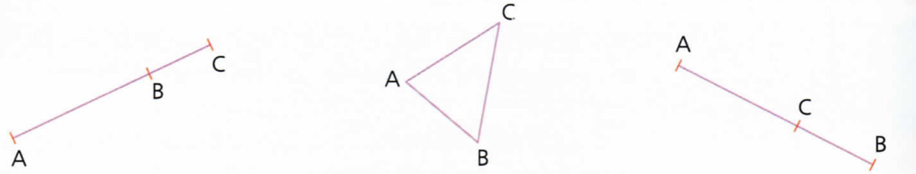
**3. a.** Placer sur ($d_1$) deux points M et N tels que A est le milieu du segment [MN].

**b.** Que peut-on dire de la droite ($d_1$) pour le segment [MN] ?

# Activités

## 1 Je découvre l'inégalité triangulaire

**1** **a.** Dans chacun des cas ci-dessous, comparer la distance AC et la distance AB + BC.
On complètera les pointillés par le signe qui convient : < ou =.

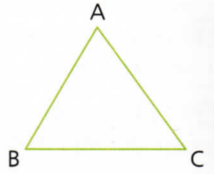



**Cas 1 :** AC _ _ _ AB + BC  **Cas 2 :** AC _ _ _ AB + BC  **Cas 3 :** AC _ _ _ AB + BC

**b.** Comparer les distances AC et AB + BC lorsque B appartient au segment [AC], puis lorsque B n'appartient pas au segment [AC].
**c.** Lorsque le point B n'appartient pas au segment [AC], quelle est la distance qui correspond au « plus court chemin » pour aller de A à C ?

**2** **a.** Le signe « $\leqslant$ » se lit « est inférieur ou égal à ».
A, B, et C étant trois points quelconques, justifier l'inégalité : AC $\leqslant$ AB + BC.
**b.** À quel segment le point B appartient-il si l'égalité « AC = AB + BC » est vérifiée ?

**3** **a.** Reproduire le triangle ABC ci-contre, puis mesurer les longueurs de ses côtés.
**b.** Comparer la longueur de chaque côté de ce triangle et la somme des longueurs des deux autres côtés.
**c.** Trois segments de longueurs 9 cm ; 3 cm et 5 cm peuvent-ils être les longueurs des côtés d'un triangle ?

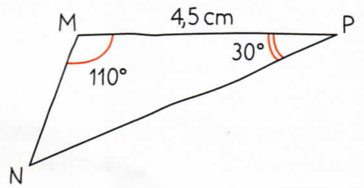



## 2 Je construis un triangle

**1** **En connaissant les longueurs des trois côtés**
Pour chacune des situations suivantes, dire si les trois nombres proposés peuvent être les longueurs des côtés d'un triangle. Justifier les réponses, et effectuer, lorsque cela est possible, une construction du triangle en utilisant une règle et un compas.
**a.** 4,5 cm ; 8 cm et 3 cm  **b.** 6 cm ; 4 cm et 3 cm  **c.** 2 cm ; 4,5 cm et 6,5 cm

**2** **En connaissant les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces côtés**
Tracer un triangle tel que deux côtés mesurent 4 cm et 5 cm, et l'angle compris entre ces deux côtés mesure 37°.

**3** **En connaissant la longueur d'un côté et les deux angles adjacents à ce côté**
Le dessin ci-contre a été réalisé à main levée.
**a.** Nommer le côté et les deux angles dont les mesures sont données.
**b.** Reproduire ce triangle en vraie grandeur en utilisant une règle graduée et un rapporteur.



## 3 Je reconnais et je trace les hauteurs d'un triangle

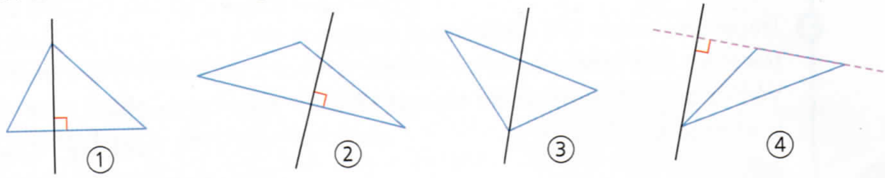
**1** Le professeur de mathématiques demande aux élèves de rechercher dans un dictionnaire la définition d'une **hauteur** d'un triangle.

Lisa trouve la définition suivante :

« Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire à la droite portant le côté opposé. »

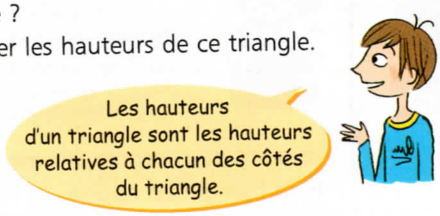
**a.** Que signifie l'expression « droite portant le côté opposé » ?

**b.** Indiquer, pour chacun des dessins ci-dessous, si la droite tracée en noir représente ou non une hauteur du triangle tracé en bleu.



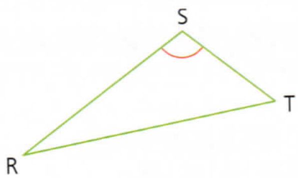

**2** **a.** Quel est le nombre de hauteurs d'un triangle ?

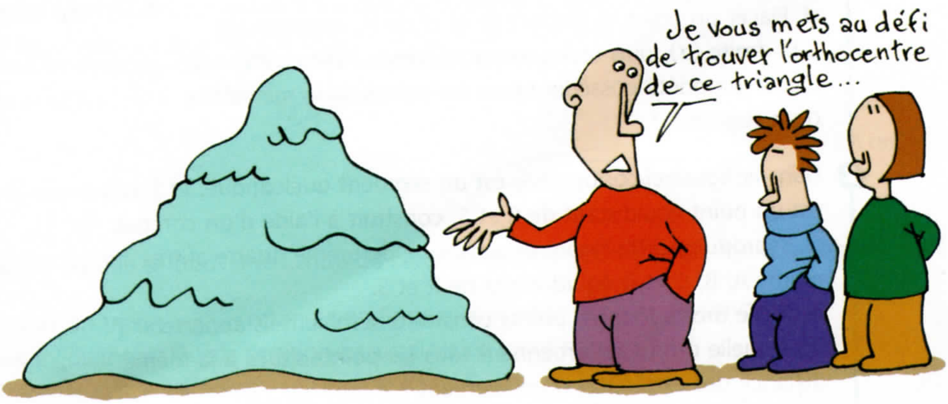
**b.** Tracer un triangle ABC quelconque, puis tracer les hauteurs de ce triangle. Que constate-t-on ?




Les hauteurs d'un triangle sont **concourantes**.
Le point de concours des hauteurs d'un triangle est appelé l'**orthocentre** du triangle.

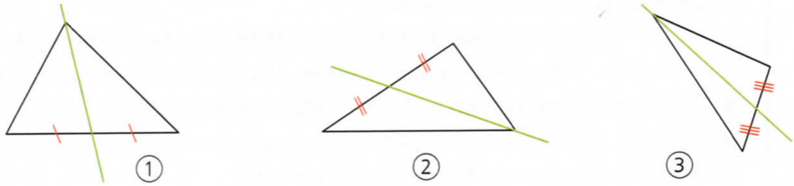
**c.** Reproduire le triangle RST ci-contre, dans lequel l'angle $\widehat{RST}$ est obtus, puis tracer les hauteurs de ce triangle.
Où semble se trouver l'orthocentre de ce triangle ?



## 4 Je reconnais et je trace les médianes d'un triangle

**1** Dans chacune des figures codées ci-dessous, une **médiane** a été tracée en vert.
Retrouver, à partir de ces tracés, la définition d'une médiane d'un triangle.



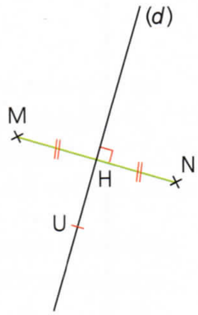

**2** Tracer un triangle EFG quelconque, puis tracer les trois médianes de ce triangle.
Vérifier que les médianes du triangle EFG sont concourantes.



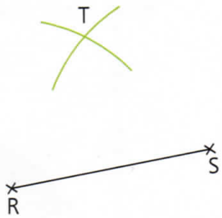
Le point de concours des médianes d'un triangle est appelé le **centre de gravité** du triangle.

## 5 Je révise les propriétés de la médiatrice d'un segment

**1** **a.** Utiliser les codages portés sur la figure ci-contre pour justifier que la droite (*d*) est la médiatrice du segment [MN].
**b.** Justifier que la droite (*d*) est un axe de symétrie du segment [MN].
**c.** Le point U appartient à la droite (*d*).
Comparer les distances UM et UN.
**d.** Placer un point V, distinct de U et de H, appartenant à la droite (*d*), puis comparer les distances VM et VN.
Quelle propriété possèdent tous les points de la médiatrice d'un segment ?



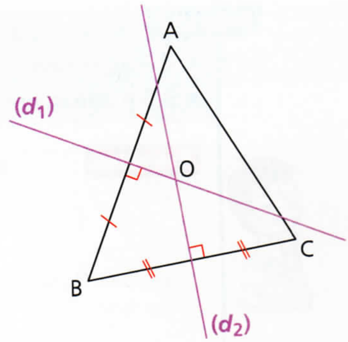

**2** Dans la figure ci-contre, [RS] est un segment quelconque, et T est un point équidistant de R et S, construit à l'aide d'un compas.
**a.** Reproduire cette figure et construire de même quatre autres points A, B, C et D équidistants de R et S.
À quelle droite tous les points construits semblent-ils appartenir ?
**b.** À quelle droite appartiennent tous les points situés à la même distance des extrémités d'un segment ?



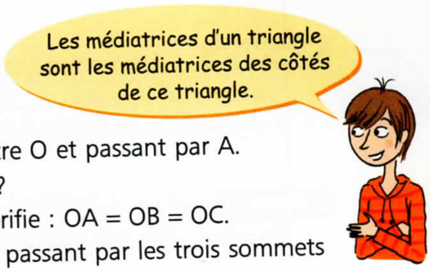
# 6 Je découvre le cercle circonscrit à un triangle

Dans la figure ci-contre :

- ABC est un triangle quelconque.
- $(d_1)$ est la médiatrice du côté [AB].
- $(d_2)$ est la médiatrice du côté [BC].
- Les droites $(d_1)$ et $(d_2)$ se coupent en un point O.



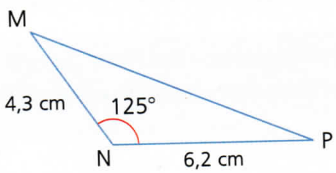

**1** **a.** Reproduire une figure analogue.
**b.** Justifier les égalités : OA = OB et OB = OC.
**c.** Que peut-on dire des distances OA et OC ?
**d.** Déduire de la question précédente que le point O appartient à la médiatrice du segment [AC].
Tracer cette droite, puis vérifier qu'elle passe par O.
**e.** Que peut-on dire des trois médiatrices du triangle ABC ?



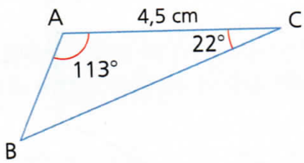

**2** **a.** Tracer, sur la figure précédente, le cercle de centre O et passant par A.
Par quels autres points ce cercle semble-t-il passer ?
**b.** On sait, d'après la question **1**, que le point O vérifie : OA = OB = OC.
Justifier alors que le point O est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle ABC.
**c.** Pour construire le centre du cercle circonscrit à un triangle, est-il nécessaire de tracer les trois médiatrices de ce triangle ?

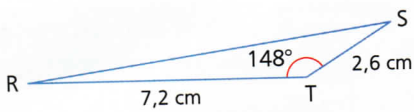
Le cercle passant par les trois sommets d'un triangle est appelé le **cercle circonscrit** à ce triangle.

**3** **a.** Reproduire en vraie grandeur le triangle MNP ci-dessous.




**b.** Vérifier que le point de concours des médiatrices du triangle MNP est situé à l'extérieur de ce triangle. Tracer le cercle circonscrit au triangle MNP.
**c.** Reprendre les questions **a** et **b** pour les deux triangles ci-dessous.




**d.** Où semble se trouver le centre du cercle circonscrit à un triangle ayant un angle obtus ?

**4** Tracer un triangle RST rectangle en R, puis construire le point de concours de ses médiatrices. Quelle position particulière ce point occupe-t-il ?
Tracer le cercle circonscrit au triangle RST.