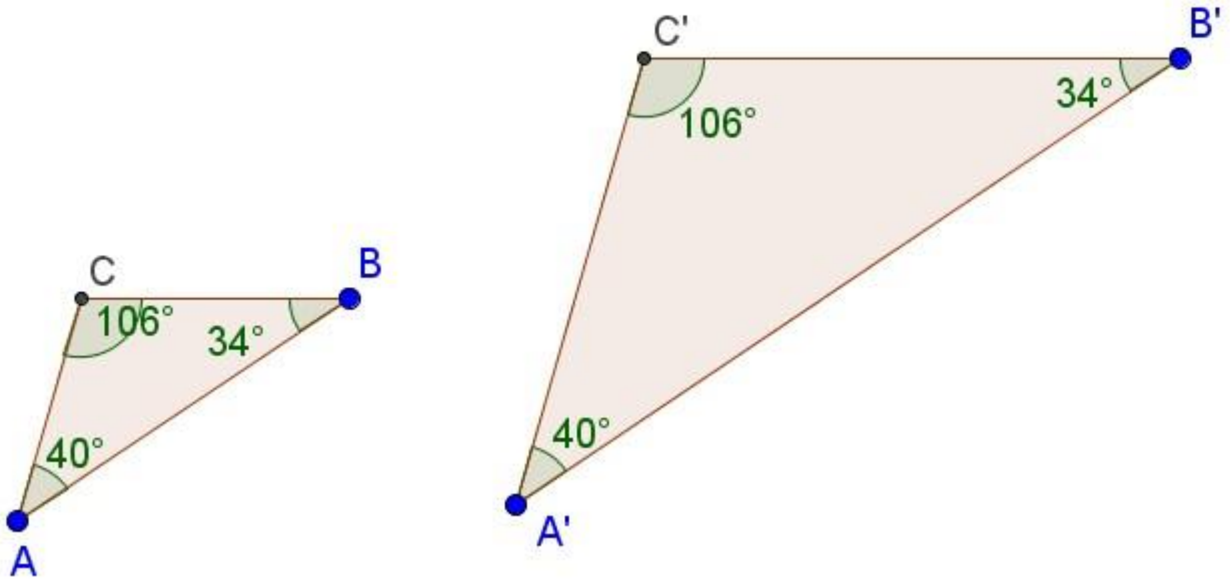
Thalès

I. Triangles semblables.

Deux triangles sont semblables s'ils ont la même « forme » mais pas la même « taille ». On admet que deux triangles qui ont les mêmes angles sont semblables.

Exemple



Les triangles ABC et A'B'C' sont semblables, les côtés du triangle A'B'C' ont été construits pour être deux fois plus grands que ceux du triangle ABC.

Ce qui se traduit par :

$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ (ces trois quotients appelés rapports de longueurs étant tous égaux à **2** dans notre cas de figure)

Propriété

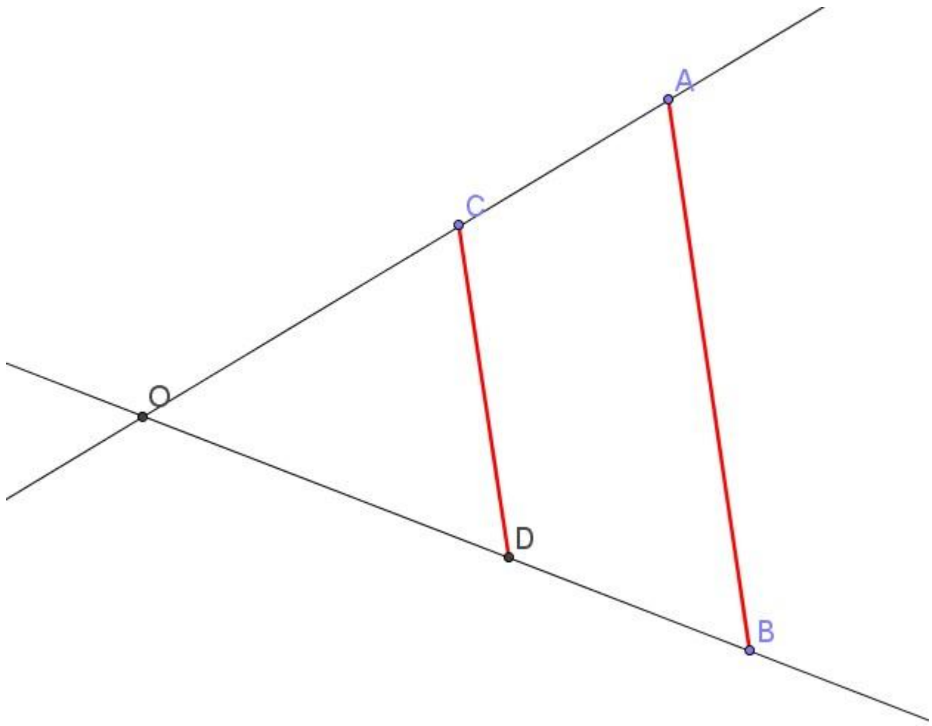
Si deux triangles ont deux angles en commun alors ce sont deux triangles semblables.

II. <u>Cas particulier de Thalès.</u>

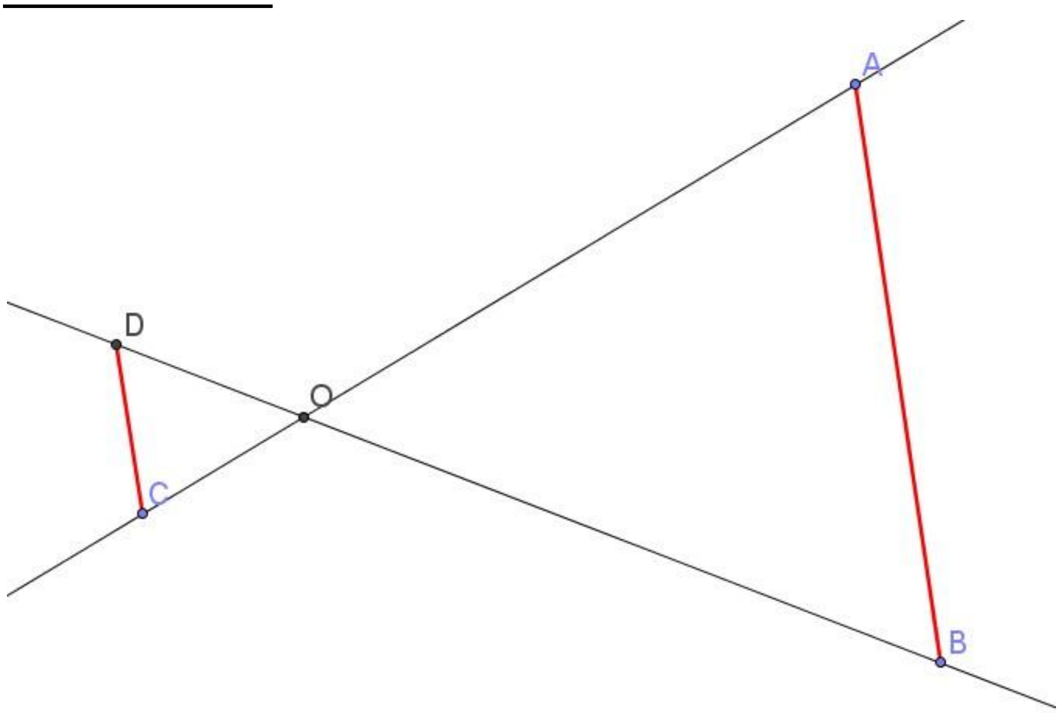
Si deux droites sécantes sont coupées par deux droites parallèles alors les deux triangles qui se forment sont semblables.

Deux cas de figure :

<u>Premier cas :</u>



<u>Deuxième cas</u>



Théorème de Thalès :

Les droites (AC) et (BD) sont sécantes en un point O et sont coupées par les deux droites parallèles (AB) et (CD). Les triangles OAB et OCD sont semblables ce qui se traduira par les égalités de rapports de longueur :

$$\boldsymbol{\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{DC}}$$

Remarque :

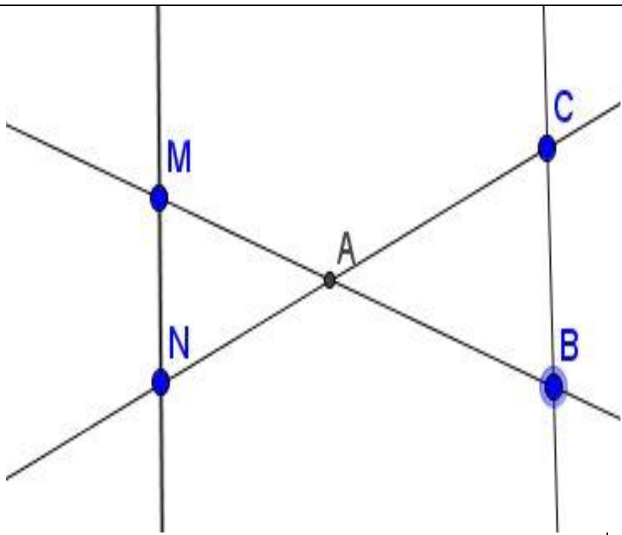
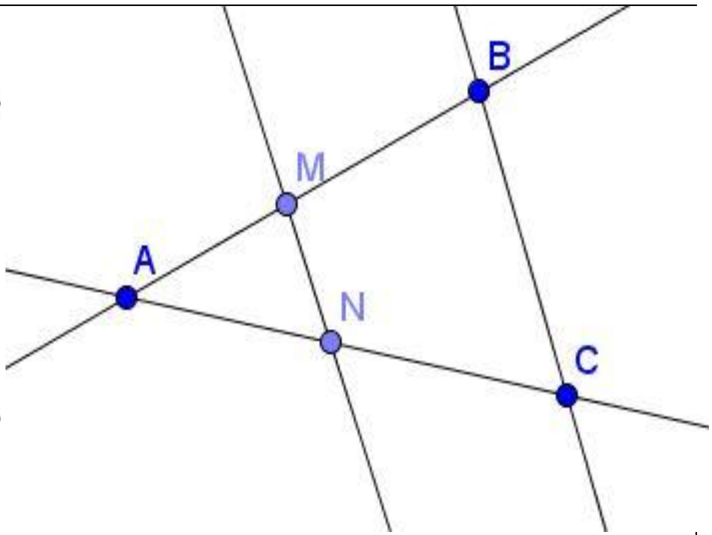
La valeur de ces rapports est un nombre k qui est le coefficient d'agrandissement, « le grand triangle est k fois plus grand que le petit triangle »

$$\frac{\mathrm{OA}}{\mathrm{OC}} = \frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OD}} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{DC}} = k$$

III. Prouver que deux droites sont ou ne sont pas parallèles.

Contraposée de Thalès

Si deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et si **deux des rapports** $\boldsymbol{\frac{AM}{AB}, \frac{AN}{AC}}$ **et** $\boldsymbol{\frac{MN}{BC}}$ ne sont pas égaux alors les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

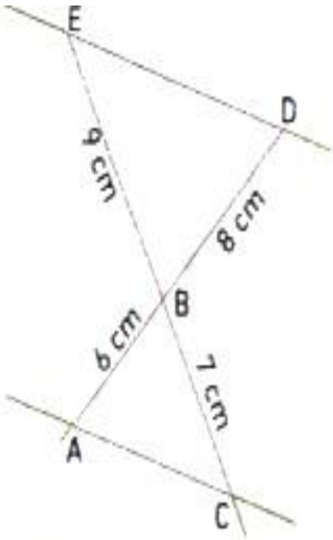
	
Cas de figure n°1	Cas de figure n°2

Exemple :

- $\frac{BA}{BD} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

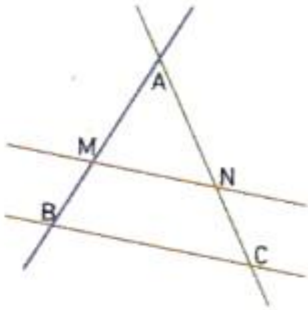
  $\frac{BC}{BE} = \frac{7}{9}$, donc $\frac{BA}{BD} \neq \frac{BC}{BE}$.

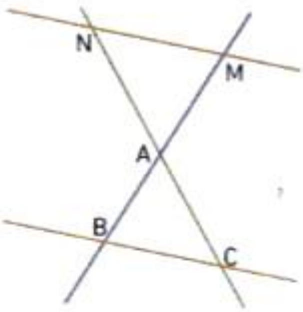
  D'après la propriété précédente, **les droites (AC) et (DE) ne sont pas parallèles.**



IV. Réciproque de Thalès

Si, d'une part, les points A, B et M et, d'autre part, les points A,C et N sont alignés dans le même ordre sur deux droites sécantes et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.





> **Remarque**
> La réciproque du théorème de Thalès sert uniquement à prouver que des **droites sont parallèles**.

Exemple

- $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{5}{7}$

  $\dfrac{AF}{AB} = \dfrac{4}{5,6} = \dfrac{40}{56} = \dfrac{5}{7}$, donc $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AF}{AB}$.

  De plus, A, E, C et A, F, B sont alignés dans le même ordre.
  D'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (EF) et (BC) sont parallèles.**