

Correction du contrôle 2 : Calcul littéral, notion de fonctions et trigonométrie

/2.5 Exercice 1 :

1. Développer et réduire $M = (9 - x)(2x + 6) - 3(x - 4)$.

$$M = (9 - x)(2x + 6) - 3(x - 4)$$

$$M = 18x + 54 - 2x^2 - 6x - 3(x - 4)$$

$$M = 18x + 54 - 2x^2 - 6x - 3x + 12$$

$$M = -2x^2 + 9x + 66$$

2. Calculer l'expression M pour $x = -1$.

Grâce à la question précédente, on sait que $M = (9 - x)(2x + 6) - 3(x - 4)$ ou $M = -2x^2 + 9x + 66$

On préférera choisir la deuxième expression pour calculer avec $x = -1$:

$$M = -2 \times (-1)^2 + 9 \times (-1) + 66$$

$$M = -2 \times 1 - 9 + 66$$

$$M = -2 - 9 + 66$$

$$M = 55$$

/2.5 Exercice 2 : Factoriser les expressions suivantes :

$$Z = (2x - 3)(6 - x) + (3x - 2)(2x - 3)$$

$$Z = (2x - 3)[(6 - x) + (3x - 2)]$$

$$Z = (2x - 3)[6 - x + 3x - 2]$$

$$Z = (2x - 3)(4 + 2x)$$

$$E = (4 + x)^2 - (4 + x)(3x + 1)$$

$$E = (4 + x)(4 + x) - (4 + x)(3x + 1)$$

$$E = (4 + x)[(4 + x) - (3x + 1)]$$

$$E = (4 + x)(4 + x - 3x - 1)$$

$$E = (4 + x)(3 - 2x)$$

/2 Exercice 3 : Pour chacune des questions, entourer en bleu la bonne réponse :

Question 1 : La réponse est 9

Question 3 : $\sin \hat{a} = 0,8$

Question 2 : La réponse est $-6x^2 + 11x - 3$

Question 4 : $\tan \hat{a} = \frac{5}{12}$

/3 Exercice 4 :

Voici un tableau de valeurs :

x	4	-3	12	-1	2	5	8
$f(x)$	12	-6	5	8	4	7	17

1. Recopier et compléter :

(a) $f(-3) = -6$

(b) $f(5) = 7$

(c) $f(2) = 4$

(d) $f(12) = 5$

2. Quelle est l'image de 8 par la fonction f ?

L'image de 8 par la fonction f est 17. $f(8) = 17$.

3. Quel est l'antécédent de 12 par la fonction f ?

L'antécédent de 12 par la fonction f est 4. $f(4) = 12$.

/4 Exercice 5 :

1. Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{-x+8}{x^2+1}$.
Calculer l'image de -2 par la fonction h .

$$\begin{aligned}h(-2) &= \frac{-(-2)+8}{(-2)^2+1} \\h(-2) &= \frac{2+8}{4+1} \\h(-2) &= \frac{10}{5} \\h(-2) &= 2\end{aligned}$$

2. Soit $g : x \mapsto -3x^2 + 1$.

(a) Calculer $g(1)$.

$$\begin{aligned}g(1) &= -3 \times 1^2 + 1 \\g(1) &= -3 \times 1 + 1 \\g(1) &= -3 + 1 \\g(1) &= -2\end{aligned}$$

(b) Vérifier par le calcul que l'antécédent de -11 par la fonction g est 2.

On calcule l'image de 2 :

$$\begin{aligned}g(2) &= -3 \times 2^2 + 1 \\g(2) &= -3 \times 4 + 1 \\g(2) &= -12 + 1 \\g(2) &= -11\end{aligned}$$

(c) Est-ce que $g(1) = g(-1)$? **Justifier votre réponse.**

Pour cela on calcule séparément $g(1)$ et $g(-1)$:

$g(1) = -2$ d'après la question 2) a)

$$\begin{aligned}g(-1) &= -3 \times (-1)^2 + 1 \\g(-1) &= -3 \times 1 + 1 \\g(-1) &= -3 + 1 \\g(-1) &= -2\end{aligned}$$

On a donc : $g(1) = g(-1)$

/3 Exercice 6 :

1. Sachant que le signal est émis à la vitesse de 300 000 kilomètres par seconde, vérifier qu'à cet instant, l'avion se trouve à 45 kilomètres du radar de la tour de contrôle.

C'est une situation de proportionnalité. Le signal parcourt un aller-retour en 0,000 3 secondes donc un aller durera 0,00015 secondes.

On sait également qu'en 1 seconde le signal parcourt 300 000 km donc on fait un produit en croix pour trouver la distance parcouru en 0,00015 s.

distance (en km)	300 000	x
temps (en s)	1	0,00015

$$x = \frac{300000 \times 0,00015}{1}$$

$$x = 45km$$

2. La direction radar-avion fait un angle de 5° avec l'horizontale. Calculer alors l'altitude de l'avion à cet instant. Arrondir à la centaine de mètres près. (On négligera la hauteur de la tour de contrôle.)

Dans le triangle AIR rectangle en I, on connaît la mesure de l'angle $\widehat{ARI} = 5^\circ$. on connaît également la longueur AR = 45 km (l'hypoténuse), d'après la question précédente.
Et on cherche la longueur du segment [AI] qui est le côté opposé à l'angle que l'on connaît.

On utilise la formule du sinus :

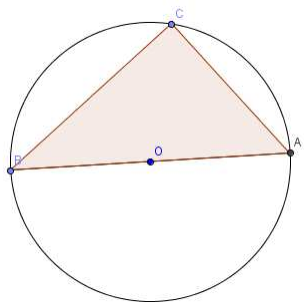
$$\sin \widehat{ARI} = \frac{AI}{AR}$$

$$\sin 5 = \frac{AI}{45}$$

$$AI = 45 \times \sin 5 \text{ donc } \boxed{AI = 3,9 \text{ km}}$$

/3 Exercice 7 :

A, B et C sont trois points d'un cercle tel que [AB] est un diamètre du cercle, AC = 4,5 cm et BC = 3,4 cm.



Le triangle ABC est un triangle inscrit dans un cercle dont un des côtés est le diamètre.

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle alors ce triangle est rectangle. Le diamètre est donc son hypoténuse.

Donc le triangle ABC est rectangle C.

Ainsi, le rectangle ABC est rectangle en C et on cherche la mesure de l'angle \widehat{CAB} . On connaît la mesure de [AC], le côté adjacent à l'angle \widehat{CAB} et la mesure de [BC], son côté opposé.

On utilise donc la formule de la tangente :

$$\tan \widehat{CAB} = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan \widehat{CAB} = \frac{3,4}{4,5}$$

A l'aide de la calculatrice, je trouve la valeur de l'angle : $\boxed{\widehat{CAB} = 37^\circ}$

/ Exercice 8 : (Bonus)

On sait que $\tan x = \frac{5}{12}$ et $\sin x = \frac{5}{13}$. Calculer la valeur exacte de cos x puis vérifier que $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$.

Si $\tan x = \frac{5}{12}$ cela signifie que le côté opposé mesure 5 et le côté adjacent mesure 12.

De même, si $\sin x = \frac{5}{13}$ cela signifie que le côté opposé mesure 5 et l'hypoténuse mesure 13.

$$\text{Donc, } \cos x = \frac{12}{13}$$

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = \left(\frac{12}{13}\right)^2 + \left(\frac{5}{13}\right)^2$$

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = \frac{144}{169} + \frac{25}{169}$$

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = \frac{169}{169} = \boxed{1}$$