

**Plan du cours**

<b>I.</b>	<b>Le théorème de Pythagore</b>	<b>1</b>
1.	Reconnaître l'hypoténuse dans un triangle rectangle . . . . .	1
2.	Énoncé du théorème de Pythagore . . . . .	2
3.	Applications du théorème de Pythagore . . . . .	3
<b>II.</b>	<b>La réciproque du théorème de Pythagore</b>	<b>4</b>
1.	Qu'est-ce qu'une réciproque ? . . . . .	4
2.	La réciproque du théorème de Pythagore . . . . .	4

Chapitre 2 : Le théorème de Pythagore et sa réciproque

**Remarque :** Ces théorèmes ne s'appliquent qu'aux triangles rectangles !

Mes objectifs :

- ↔ Je dois savoir écrire le théorème de Pythagore dans une situation donnée,
- ↔ Je dois savoir utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une longueur dans un triangle rectangle,
- ↔ Je dois savoir utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour prouver qu'un triangle est rectangle.

Introduction : Conjecture du théorème de Pythagore

1. Tracer un triangle ABC rectangle en B, veillez à prendre des mesures simples.
2. Compléter le tableau suivant :

Triangle n°	AB	BC	AC	$AB^2$	$BC^2$	$AC^2$	$AB^2 + BC^2$
1							
2							
3							

I. Le théorème de Pythagore

1. Reconnaître l'hypoténuse dans un triangle rectangle

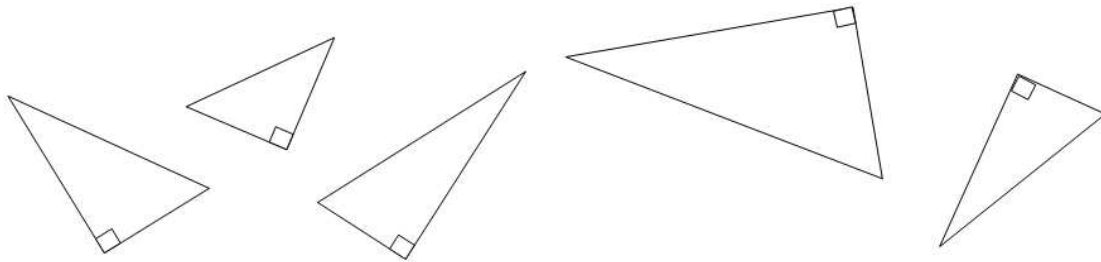
Définition

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé l'hypoténuse.

**Remarque :** Dans un triangle rectangle l'hypoténuse est le plus grand des 3 côtés.

### Exercice d'application 1

Repasser en rouge les hypoténuses des triangles rectangles suivants :

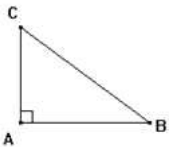


## 2. Énoncé du théorème de Pythagore

### Théorème

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

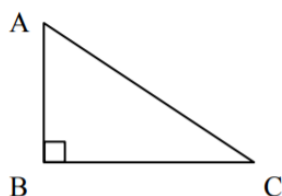
En pratique :



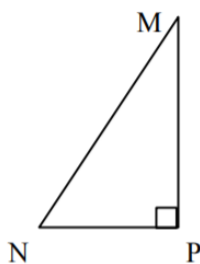
Si ABC est un triangle rectangle en A alors  $BC^2 = AC^2 + AB^2$ .

### Exercice d'application 2

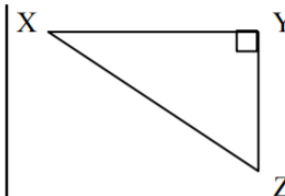
Pour chaque triangle rectangle, repasser l'hypoténuse en rouge et écrire l'égalité du théorème de Pythagore appliqué à ce triangle :



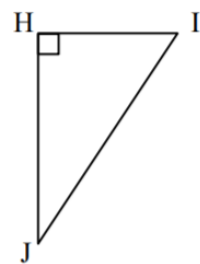
..... = .....



..... = .....



..... = .....



..... = .....

## 3. Applications du théorème de Pythagore

- **Objectif 1** : Calculer la longueur de l'hypoténuse dans un triangle rectangle.

### Exemple 1 :

Soit  $ERL$  un triangle rectangle en  $R$  tel que  $ER = 9 \text{ cm}$  et  $RL = 12 \text{ cm}$ .  
Calculer la longueur  $LE$ .

On sait que **le triangle  $ERL$  est rectangle en  $R$** . L'hypoténuse est le côté  $[LE]$ .

Donc d'après **le théorème de Pythagore**, on a :

Or,  **$EF$  est une longueur donc  $LE \geq 0$**  . On utilise alors la touche racine carré de la calculatrice.

Donc

- **Objectif 2** : Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit dans un triangle rectangle.

### Exemple 2 :

Soit  $DFE$  un triangle rectangle en  $E$ .  
Calculer la longueur  $EF$  (donner l'arrondi au dixième) sachant que  $ED = 5 \text{ cm}$  et  $DF = 13 \text{ cm}$ .

On sait que **le triangle  $DFE$  est rectangle en  $E$** . L'hypoténuse est le côté  $[DF]$ .

Donc d'après **le théorème de Pythagore**, on a :

Or,  **$EF$  est une longueur donc  $EF \geq 0$**  . On utilise alors la touche racine carré de la calculatrice.

Donc

## II. La réciproque du théorème de Pythagore

### 1. Qu'est-ce qu'une réciproque ?

Considérons la propriété suivante : " Si je suis un Homme, j'ai des yeux ".

La propriété réciproque est « Si j'ai des yeux, je suis un Homme ».

→ La propriété est vraie, par contre, sa réciproque est fausse.

Considérons maintenant le théorème de Pythagore .

Le théorème de Pythagore pour un triangle ABC rectangle en A dit :

" Si je suis un triangle ABC rectangle en A , alors . . . . . "

Sa réciproque serait donc : " Si je suis un triangle ABC tel que . . . . . alors je suis . . . . . "

On démontrera en accompagnement personnalisé que **cette réciproque est vraie**.

### 2. La réciproque du théorème de Pythagore

#### Théorème

(RÉCIPROQUE) Dans un triangle, si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et admet ce plus grand côté pour hypoténuse.

#### Exemple 1 :

On considère le triangle ZEN tel que  $NE = 16 \text{ cm}$ ,  $ZE = 12 \text{ cm}$  et  $ZN = 20 \text{ cm}$ .  
Montrons que le triangle ZEN est rectangle.

Dans le triangle ZEN,  $[ZN]$  est le plus grand côté.

$$\text{D'une part, } ZN^2 = 20^2 = 400$$

$$\text{D'autre part, } ZE^2 + NE^2 = 12^2 + 16^2$$

$$ZE^2 + NE^2 = 144 + 256$$

$$ZE^2 + NE^2 = 400$$

$$\text{Donc } AB^2 = BC^2 + AC^2.$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on peut affirmer que le triangle ZEN est rectangle en E.

#### Exemple 2 :

On considère un triangle IJK tel que  $IJ = 5,4 \text{ cm}$ ;  $JK = 3,5 \text{ cm}$  et  $KI = 4,1 \text{ cm}$  . Le triangle IJK est-il rectangle ?

Dans le triangle IJK,  $[IJ]$  est le plus grand côté.

## Le théorème de Pythagore et sa réciproque

---

D'une part,  $IJ^2 = 5,4^2$   
 $IJ^2 = 29,16$

D'autre part,  $JK^2 + KI^2 = 3,5^2 + 4,1^2$   
 $JK^2 + KI^2 = 12,25 + 16,81$   
 $JK^2 + KI^2 = 29,06$

Donc  $IJ^2 \neq JK^2 + KI^2$ .

Si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore on aurait  $IJ^2 = JK^2 + KI^2$ . Puisque ce n'est pas le cas, on peut affirmer que le triangle IJK n'est pas un triangle rectangle.