## Plan du cours

# Chapitre . . . : Transformations : la translation et la rotation

## Mes objectifs :

↪ Je dois comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation sur une figure,

↪ Je dois savoir construire l'image d'une figure par une des symétries, par une translation et par une rotation,

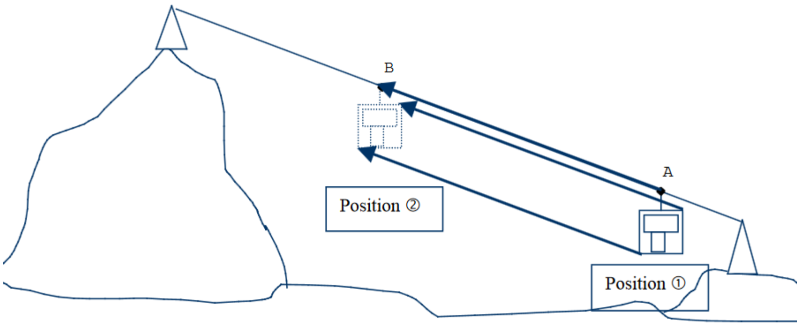
↪ Je dois savoir mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique,

↪ Je dois savoir utiliser un logiciel de géométrie dynamique, notamment pour transformer une figure par translation, symétrie, rotation, homothétie.

## Activité d'introduction

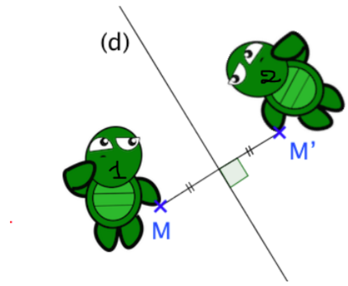
→ Quels types de transformation connaissez-vous ? Quelles sont les transformations présentes ci-dessous ?

Figure 1 : . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .



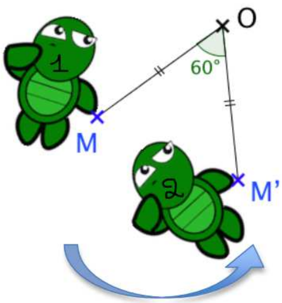

On dit que le dessin en position 2 est **l'image** du dessin en position 1 par **la translation qui transforme A en B** ou, autrement dit, par la translation de vecteur $\vec{AB}$.

Figure 2 : . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .



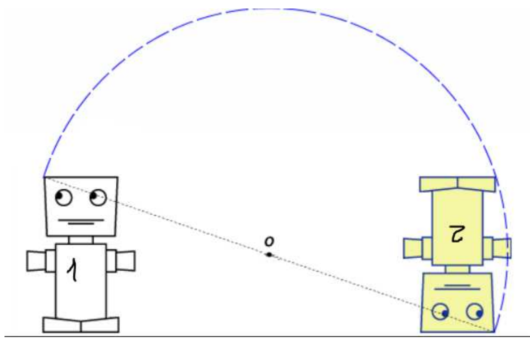

On dit que la tortue n°2 est **l'image** de la tortue n°1 par **la symétrie d'axe (d)**.

Figure 3 : . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .




On dit que la tortue n°2 est **l'image** de la tortue n°1 par **la rotation de centre O et d'angle 60 °**.

Figure 4 : . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .



On dit que le robot n°2 est **l'image** du robot n°1 par **la symétrie de centre O**, ou encore par **la rotation de centre O et d'angle 180°**.

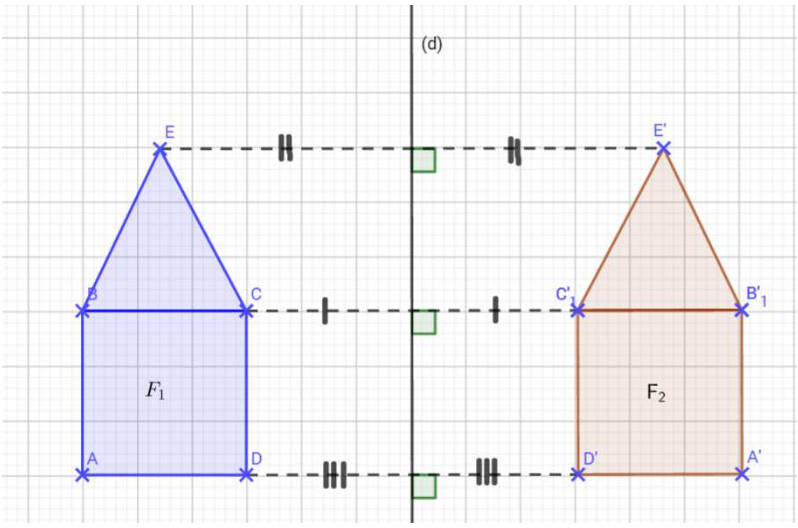
# I. Rappel sur les symétries

## 1. La symétrie axiale

**Définition**

Deux points E et E' sont **symétriques par rapport à une droite (d)** si (d) est **la médiatrice de [EE']** : c'est à dire si (d) est perpendiculaire à [EE'] en son milieu.

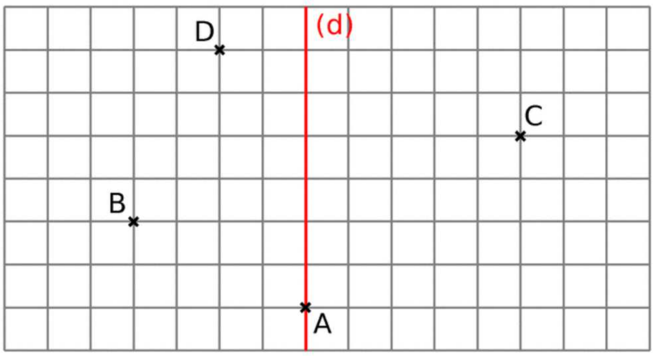
Par symétrie axiale, une figure et son symétrique se superposent par pliage le long de l'axe de symétrie.



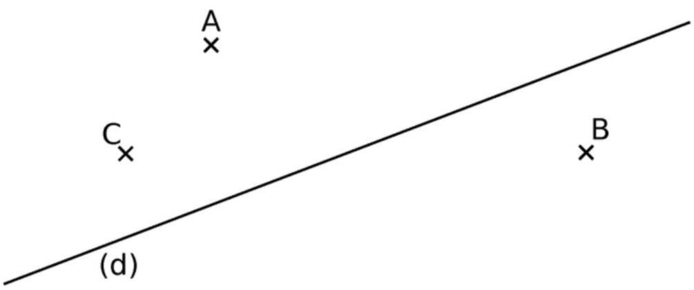

**Exercice 1**

1. Construire les points B', C' et D' les symétriques respectifs des points B, C, D par rapport à la droite (d).

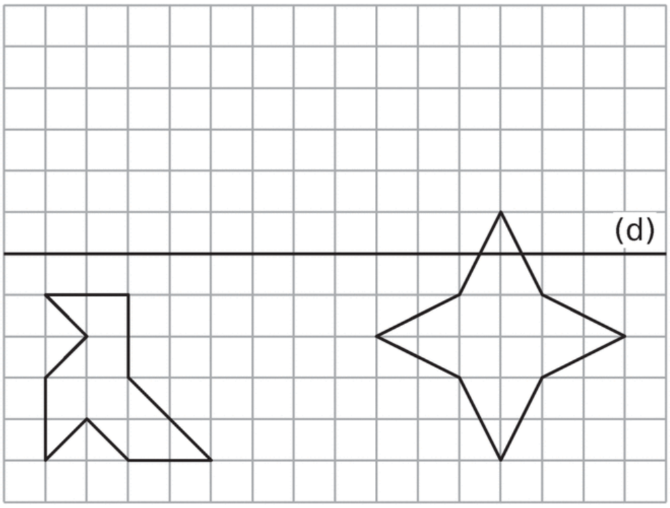
2. Quel est le symétrique du point A ?




**Exercice 2** Construire le symétrique de chaque point A, B et C par rapport à la droite (d).



**Exercice 3** Construire le symétrique de chaque figure par rapport à la droite (d).



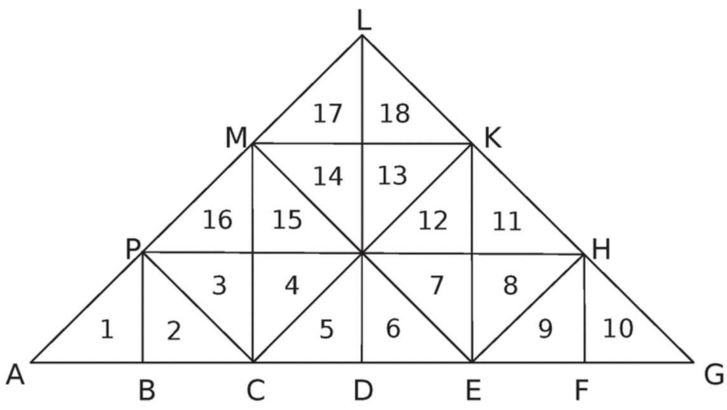

**Exercice 4**

1. Colorier en bleu le symétrique du triangle 3 par rapport à la droite (PH).

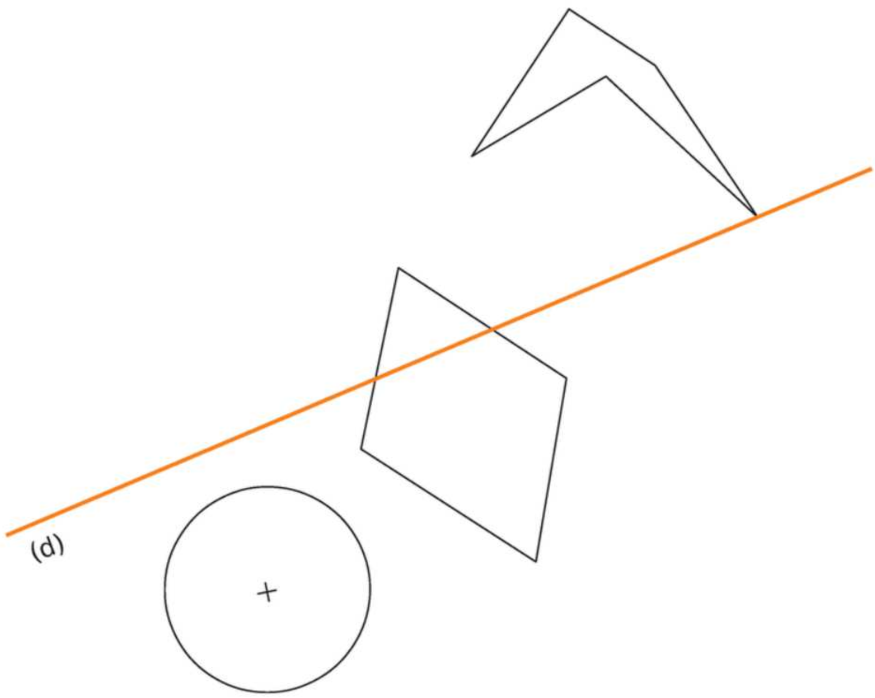
2. Colorier en vert le symétrique du triangle 10 par rapport à la droite (KE).

3. Colorier en rouge le symétrique du triangle 6 par rapport à la droite (ME).

4. Colorier en gris le symétrique du triangle 11 par rapport à la droite (CK).




**Exercice 5** Construire le symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d).

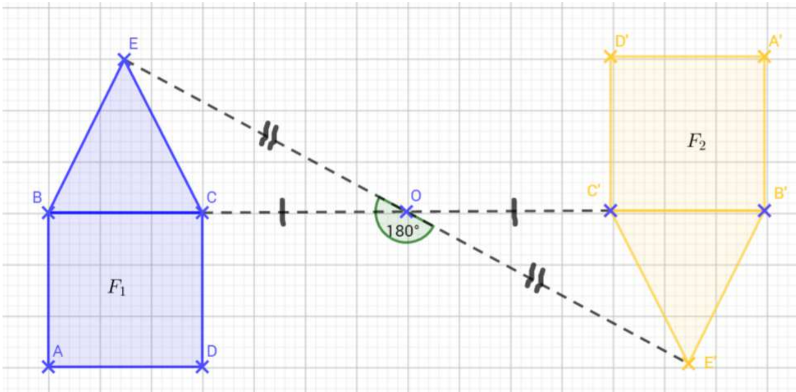


## 2. La symétrie centrale

**Définition**

Une symétrie centrale est une transformation du plan par rapport à un point. L'image d'un point E **dans une symétrie de centre O** est le point E' tel que **O est le milieu du segment [EE']**.
On dit que E' est le symétrique de E par rapport à O.

Deux figures symétriques par symétrie centrale se superposent par un demi-tour autour du centre de symétrie.

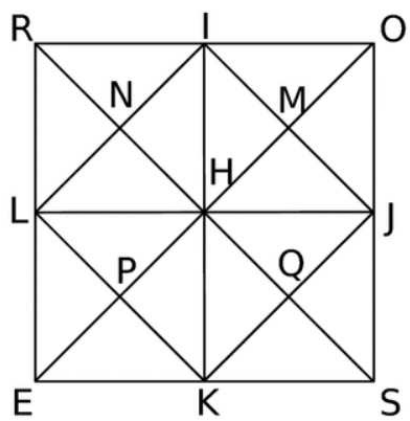



**Exercice 6** Placer 3 points non alignés A, B et C. Construire le symétriques des points A et B par rapport au point C.

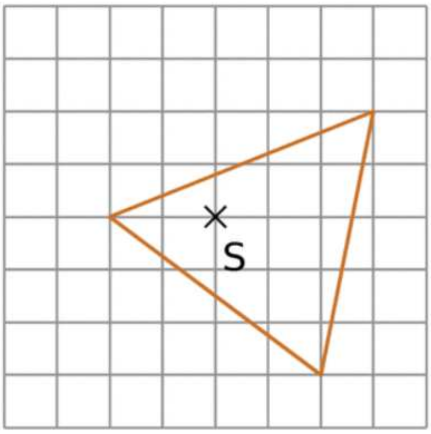
**Exercice 7**

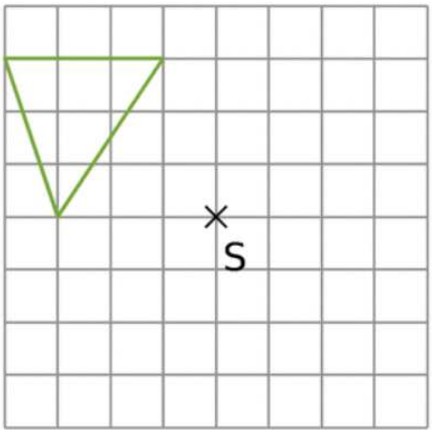
Sur la figure ci-contre, ROSE est un carré de centre H. Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [RO], [OS], [SE] et [RE].

1. Colorier en jaune le triangle RNI.
2. Colorier en rouge le symétrique du triangle RNI par rapport au point N puis en gris le symétrique du triangle RNI par rapport au point H.
3. Colorier en bleu le symétrique du triangle HQK par rapport au point Q.
4. Colorier en vert le symétrique du triangle EPK par rapport au point H.

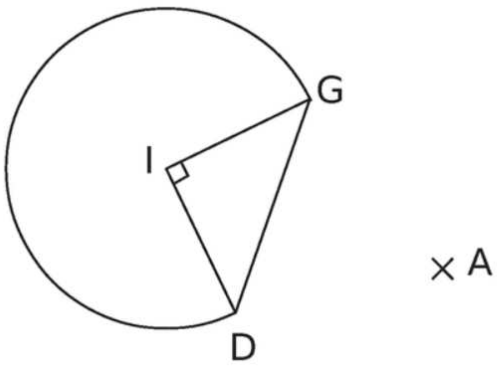


**Exercice 8** Construire le symétrique de chaque triangle par rapport au point S.




**Exercice 9** Construire le symétrique de la figure ci-dessous.



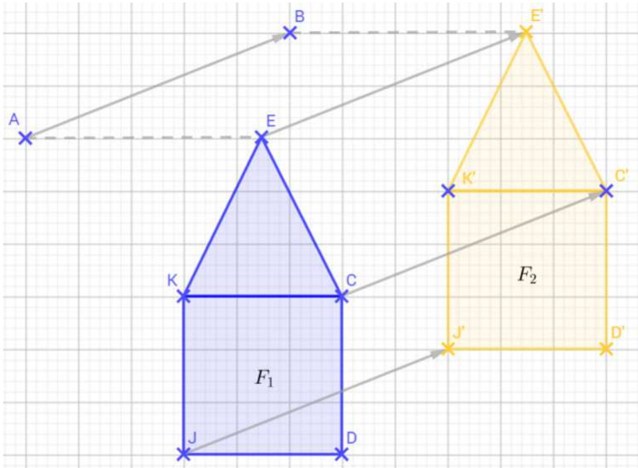

# II. La translation

## 1. Définition

**Définition**

L'image d'un point E par **la translation qui transforme A en B**, autrement dit **la translation de vecteur** $\vec{AB}$, est le point E' tel que **ABE'E est un parallélogramme**.
On dit que E' est le translaté de E.

Par translation, une figure et sa translatée se superposent en glissant le long de la direction.



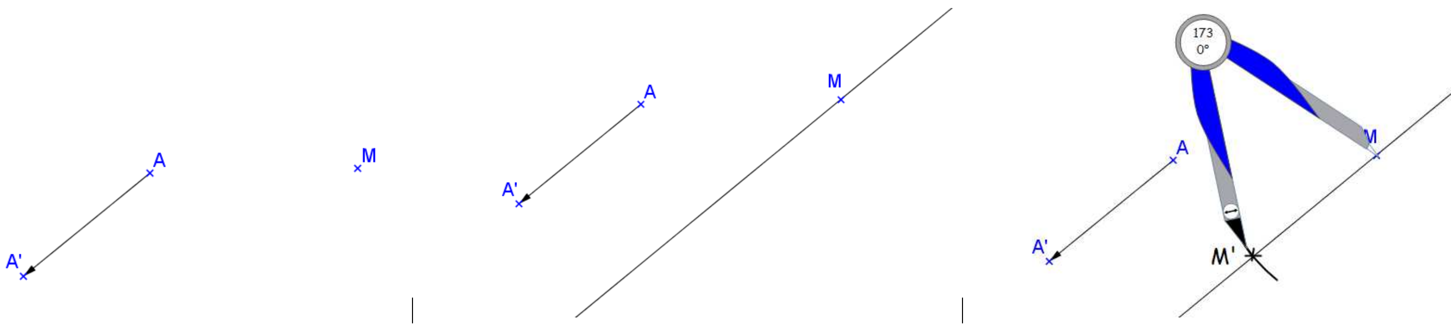

## 2. Construction

<u>Méthode de construction de l'image d'un point à partir d'une translation</u>

Pour construire M', l'image du point M, par la translation qui transforme A en A' :

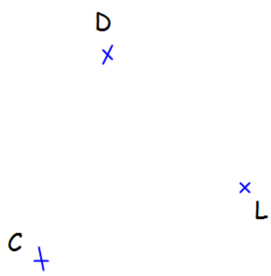
- on trace tout d'abord la parallèle à (AA') passant par M ;
- ensuite, avec un compas on reporte la distance AA' dans le sens de A vers A' à partir du point M ;
- à l'intersection on obtient le point M'.

<u>Illustrations :</u>

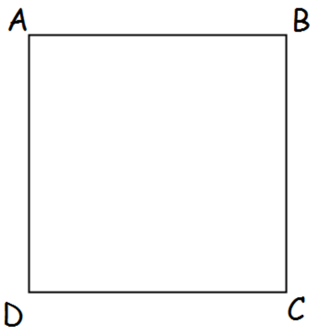



**A vous de jouer !**

1. Construire L' l'image du point L par la translation qui transforme C en D.



2. (a) Construire A'B'C'D' l'image du carré ABCD par la translation qui transforme A en B.




(b) Comparer les longueurs AB et A'B' puis les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{A'B'C'}$. Que peut-on en déduire ?

..................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................

**Propriété**

Dans une translation l'image d'une figure est superposable à la figure initiale. On sait donc que :
- Les longueurs sont conservées
- Les angles sont conservés
- Les aires sont conservées.

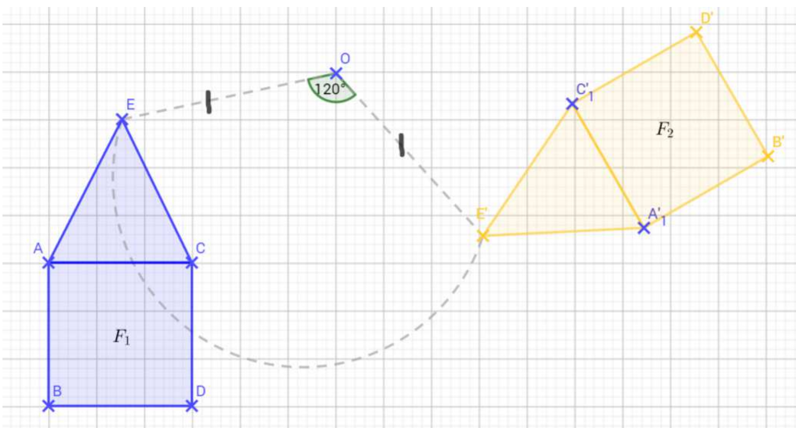
# III. La rotation

## 1. Défintion

**Définition**

L'image d'un point E par **la rotation de centre O et d'angle** $\alpha$ est le point E' tel que :
- $OE' = OE$
- $\widehat{EOE'} = \alpha$

Ci-contre, la figure $F_1$ et la figure $F_2$, que l'on obtient après une rotation de centre O et d'angle 120 ° dans le sens direct, **sont superposables**.



Par convention, le « **sens direct** » en mathématique signifie « **sens inverse des aiguilles d'une montre** ».

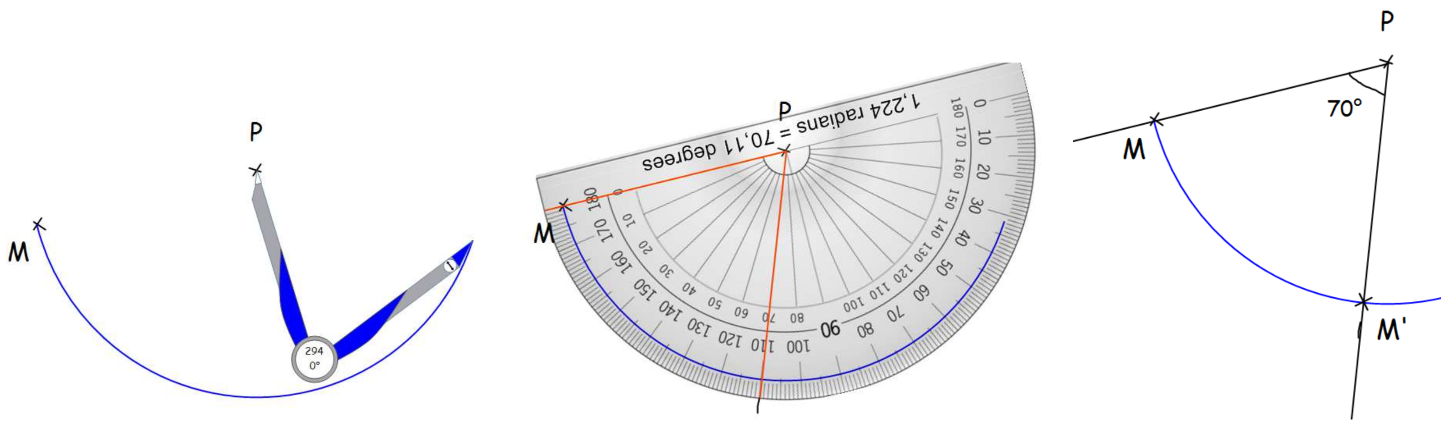
**Remarque** : Une **symétrie centrale** est une **rotation** particulière pour laquelle l'angle est **180°**.

## 2. Construction

Méthode de construction de l'image d'un point à partir d'une translation

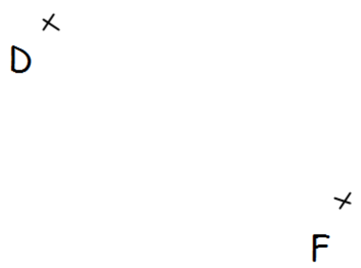
Pour construire M', l'image du point M, par la rotation dans le sens anti-horaire de centre P et d'angle 70 ° :

- avec le compas, on trace un arc de cercle de centre P passant par M dans le sens anti-horaire.
- Ensuite avec un rapporteur et une règle, on trace la demi-droite d'origine P tel que $\widehat{MPM'} = 70°$.
- Et enfin le point M' est le point d'intersection entre cette demi-droite et l'arc de cercle.

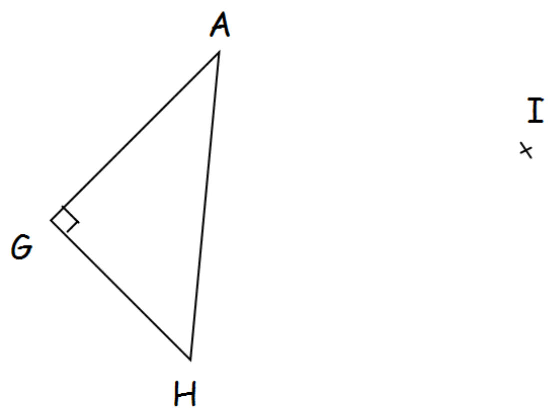



**A vous de jouer !**

1. Construire D' l'image du point D par la rotation de centre F d'angle 110°dans le sens horaire.



2. (a) Construire l'image du triangle rectangle AGH par la rotation de centre I et d'angle 90 ° dans le sens anti-horaire.



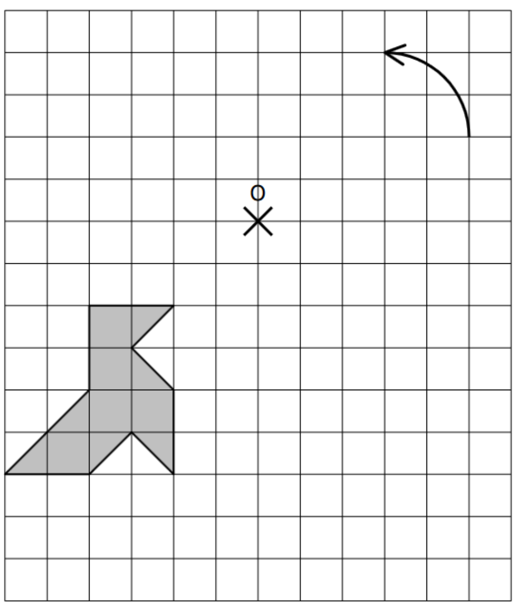

(b) Quelle est la nature du triangle A'G'H' ? Comparer les longueurs AH et A'H'.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**Exercice 10**

Construire l'image de la cocotte par la rotation de centre O, d'angle 90° dans le sens de la flèche.



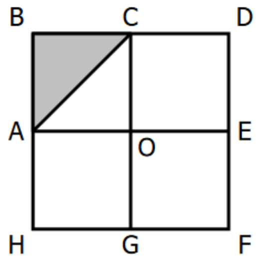

**Propriété**

Dans une rotation l'image d'une figure est superposable à la figure initiale. On sait donc que :
- Les longueurs sont conservées
- Les angles sont conservés
- Les aires sont conservées.

## Activités sur les transformations

### Exercice 11

ABCO, CDEO, EFGO et GHAO sont des carrés.
BDFH est un carré de centre O.



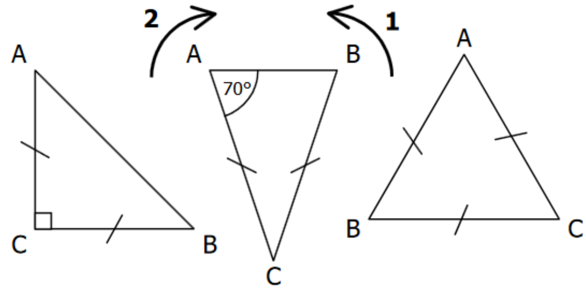

Quelle est l'image du triangle ABC dans les cas suivants ? (On donnera ces résultats sans les justifier.)

**1.** Par la rotation de centre O, d'angle 90°, qui amène G en E.

**2.** Par la translation de vecteur $\overrightarrow{OF}$ .
**3.** Par la symétrie orthogonale d'axe (AE).
**4.** Par la symétrie centrale de centre O.

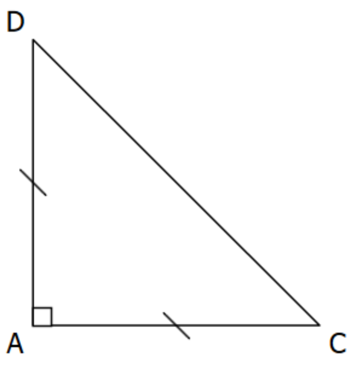
### Exercice 12

Indiquer les caractéristiques (angle et sens) de la rotation de centre C qui transforme A en B :




| | | |
|---|---|---|
| Angle : | Angle : | Angle : |
| Sens : | Sens : | Sens : |

### Exercice 13




On considère un triangle ACD rectangle et isocèle de sommet principal A.
On complètera la figure ci-après au fur et à mesure.

1. Placer le point B, image de D dans la rotation de centre A et d'angle 60 °. On prendra le sens des aiguilles d'une montre comme sens de rotation.

2. Démontrer que le triangle ABD est un triangle équilatéral.

3. Placer E, image du point D dans la translation qui transforme le point A en C.

4. Démontrer que ACED est un carré.

**Exercice 14**

1. Tracer un triangle ABC.

2. Par la translation qui transforme A en B, placer le point D, image de B.

3. Par la translation qui transforme A en B, placer le point E qui a pour image A.

4. Placer le points F tel que C soit le milieu du segment [BF].

5. Placer le point G, image de A par la symétrie de centre C.

6. Quelle est l'image de F par la translation qui transforme A en B ? Justifier.
Que peut-on en déduire pour les droites (AB) et (GF) ?

7. Démontrer que les droites (BF) et (DG) sont parallèles.