Plan du cours

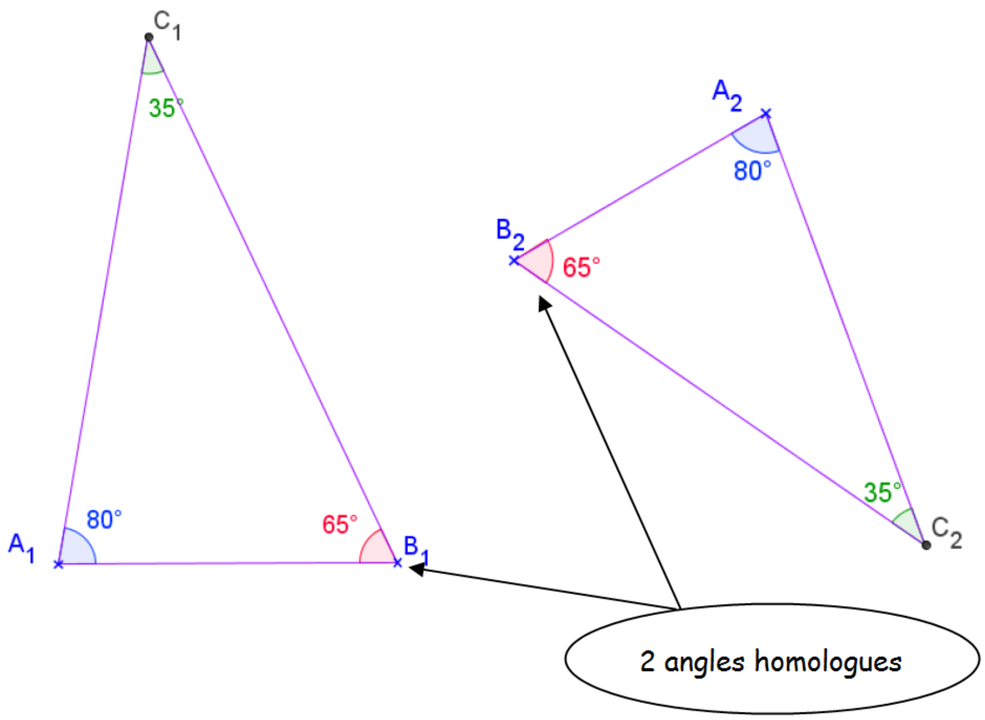
I. Les triangles semblables

1. Définition

Définition

Deux triangles sont semblables si tous les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre.

Exemples :

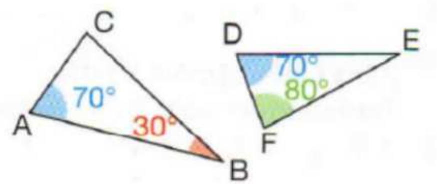


Les triangles $A_1B_1C_1$ et $A_2B_2C_2$ sont dits semblables car $\widehat{A_1B_1C_1} = \widehat{A_2B_2C_2}$, $\widehat{A_1C_1B_1} = \widehat{A_2C_2B_2}$ et $\widehat{C_1A_1B_1} = \widehat{C_2A_2B_2}$.

Remarque : Pour que deux triangles soient semblables, il suffit que deux angles de l'un des triangles soient égaux à deux angles de l'autre triangle.

Exercice d'application 1

Prouver que les deux triangles ci-dessous sont semblables.



. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

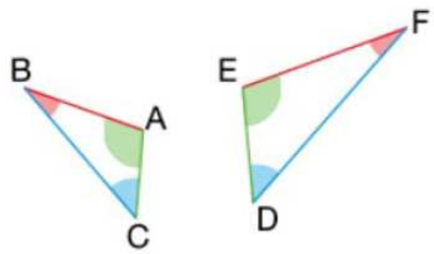
. . . .

2. Propriétés des triangles semblables

Propriété

Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.

Exemple : Les triangles ABC et EFD sont semblables.



Comme les triangles ABC et DEF sont semblables alors les longueurs des côtés du triangle ABC sont proportionnelles aux longueurs des côtés du triangle DEF.

On a alors le tableau de proportionnalité suivant :

Longueurs ABC	AB	AC	CB
Longueurs DEF	EF	ED	DF

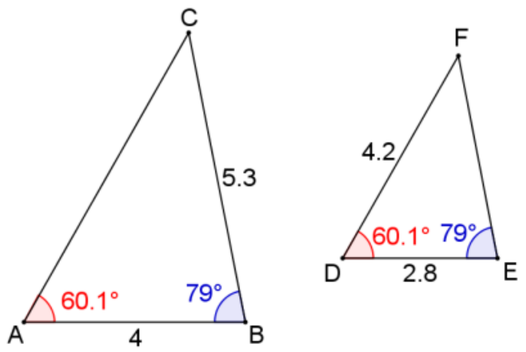
On peut aussi écrire l'égalité suivante :

$$\frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{EF}} = \frac{\mathbf{AC}}{\mathbf{ED}} = \frac{\mathbf{CB}}{\mathbf{DF}}$$

→ **Cette propriété permet dans un exercice de calculer des longueurs.**

Exercice d'application 2

Dans la figure ci-dessous, calculer les longueurs AC et EF, en justifiant votre réponse.



. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Propriété

Si les longueurs des côtés d'un triangle sont proportionnelles aux longueurs des côtés d'un autre triangle alors ces deux triangles sont semblables.

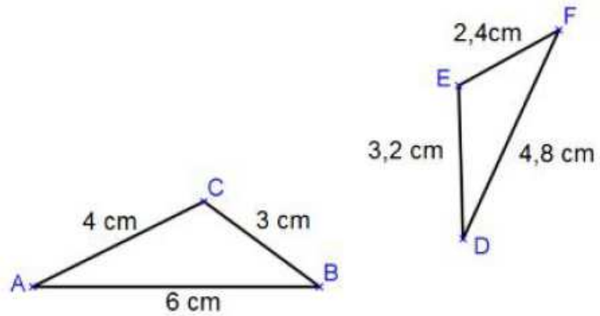
Exemple : On cherche à savoir si les triangles ABC et DEF sont semblables.

Pour cela on va comparer les longueurs des 2 triangles :

$\frac{FD}{AB} =$ $\frac{EF}{CB} =$ $\frac{ED}{AC} =$

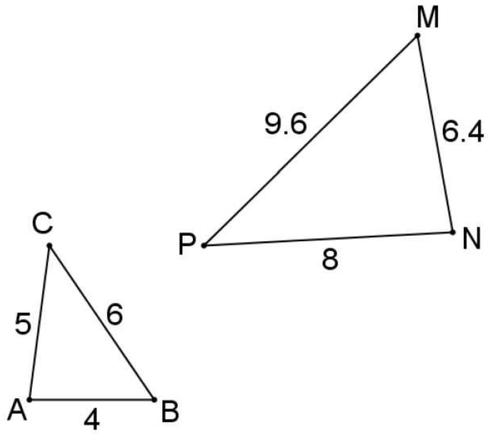
On remarque alors que les quotients sont égaux.
Il y a donc proportionnalité entre les longueurs des 2 triangles.

On peut donc conclure que les triangles DEF et ABC sont semblables.



Exercice d'application 3

Justifier que les triangles ABC et MNP ci-dessous, sont des triangles semblables.



. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

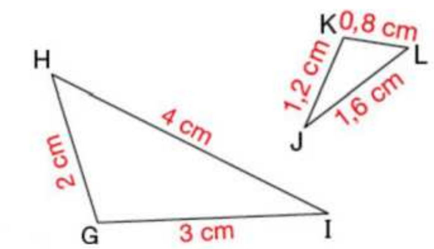
. . . .

. . . .

. . . .

3. Agrandissement et réduction

<u>Exercice 1</u> Expliquer pour les triangles sont semblables, puis donner le rapport de réduction ou d'agrandissement qui permet de passer du triangle KJL au triangle HGI.



. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Propriété

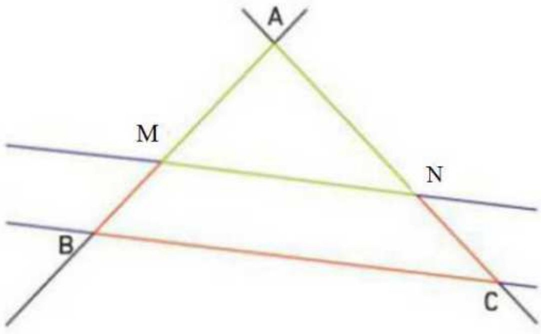
Soit k un nombre.

Si $k < 1$, il s'agit d'une réduction de rapport k.

Si $k > 1$, il s'agit d'un agrandissement de rapport k.

II. Cas particulier - Théorème de Thalès

1. Le théorème



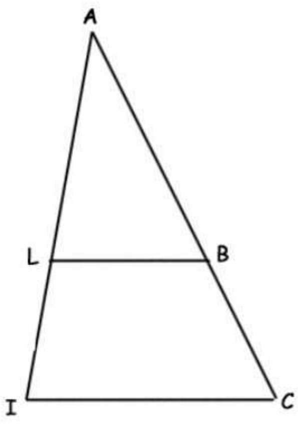
Théorème

Soient ABC un triangle quelconque non aplati.
Si les droites (AB) et (AC) sont sécantes en A et si la droite (MN) est parallèle à la droite (BC).
Alors on a l'égalité suivante :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Exemple

On suppose que les droites (LB) et (IC) sont parallèles.



2. Application du Théorème de Thalès

Objectif : Le théorème de Thalès permet de calculer des longueurs de segments.

Énoncé : On considère un triangle ABC tel que AB = 12 cm, BC = 4 cm, AM = 9cm et AN = 6 cm.
Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Calculer AC et MN.(Faîtes un schéma à main levée avec les mesures.)

Résolution :

Dans le triangle ABC :

- Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A. Les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre.
- (MN) // (BC)

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

On remplace : $\frac{9}{12} = \frac{6}{AC} = \frac{MN}{4}$

Calcul de AC :

$\frac{9}{12} = \frac{6}{AC}$ donc $AC = \frac{6 \times 12}{9}$

AC = 8 cm

Calcul de MN :

$\frac{9}{12} = \frac{MN}{4}$ donc $MN = \frac{4 \times 9}{12}$

MN = 3 cm

Exercice d'application 4