Vecteurs

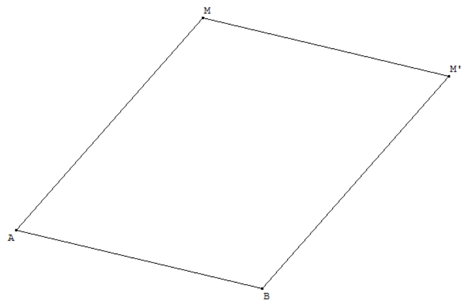
I Translations

1. Définition :

Pour construire le point M', image du point M par la translation qui transforme A en B, on construit le parallélogramme $ABM'M$ qui peut être éventuellement un parallélogramme aplati.

Figures : le point M a pour image le point M' dans la translation qui transforme le point A en B.

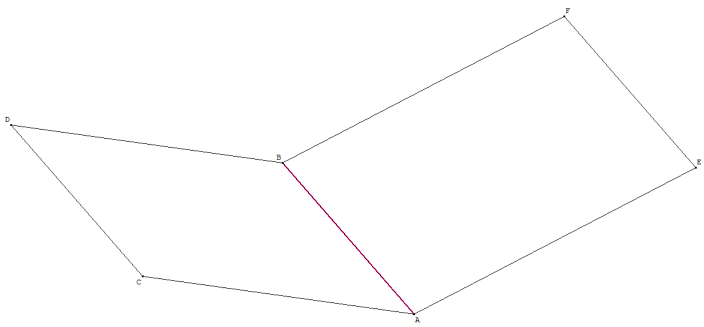
Parallélogramme non aplati :



Parallélogramme aplati :

2. Notion de vecteur :

On considère maintenant les points A, B, C, D, E et F tels que $ABDC$ d'une part et $ABFE$ d'autre part soient des parallélogrammes.



La translation qui transforme le point A en B est aussi la translation qui transforme le point C en D, mais aussi la translation qui transforme le point E en F.

A cette translation on associe le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et on dit que cette translation est une **translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.**

3. Vocabulaire et notation :

On reprend la figure ci-dessus. On dit que le point E a pour image le point F par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. On dit que le point A a pour image le point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

On note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.

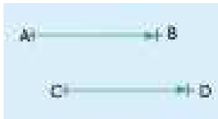
4. <u>Un cas particulier :</u>

Si les points A et B sont confondus, la translation est une translation de vecteur $\overrightarrow{AA}$. Tout point M du plan est confondu avec son image par cette translation.

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est appelé le vecteur nul et noté $\vec{0}$.

5. <u>Propriété fondamentale</u>

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à $AB{\color{red}DC}$ parallélogramme



<u>Exemple :</u>

$ABCD$ est un rectangle.
On a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$

6. <u>Méthode</u> : construction du point M tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$
   a) A l'aide d'un quadrillage comportant des lignes horizontales et verticales

Partant du point A on définit le déplacement horizontal puis vertical pour arriver au point B. On effectue le même trajet en partant du point C, on obtient ainsi le point M.

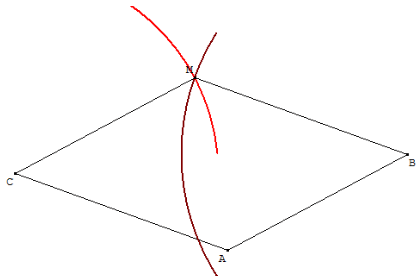
   b) A l'aide d'un compas

On construit le point M tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$ sur une feuille non quadrillée.

On construit à l'aide du compas le point M tel que $ABMC$ soit un parallèlogramme.

Le point M est tel que : $CM = AB$ et $BM = AC$
avec $ABMC$ quadrilatère non croisé.
On construit
le cercle de centre C de rayon AB ($CM = AB$)
le cercle de centre B de rayon AC ($BM = AC$)

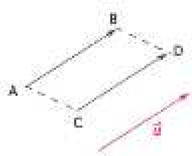
Le point M est un des points communs de ces deux cercles.



<u>II- Notation, sens d'un vecteur</u>

1. <u>Notation $\vec{u}$</u>

Soient A et B deux points du plan. On considère la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Dans la figure ci-contre le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme. On a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
Soient M et N deux points quelconques du plan tels



que $ABMN$ soit un parallélogramme.
On a encore une égalité vectorielle : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NM}$.
On peut constater qu'il existe une infinité de vecteurs égaux au vecteur$\overrightarrow{AB}$.
On choisit de noter ce vecteur : $\vec{u}$ et on écrit : $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$

Définition, vocabulaire :

L'égalité $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ peut se traduire par : le couple $(A\,;B)$ **représente** le vecteur $\vec{u}$.
Dans le cas où les points A et B sont distincts, le vecteur $\vec{u}$ est défini par sa direction, son sens et sa norme avec:

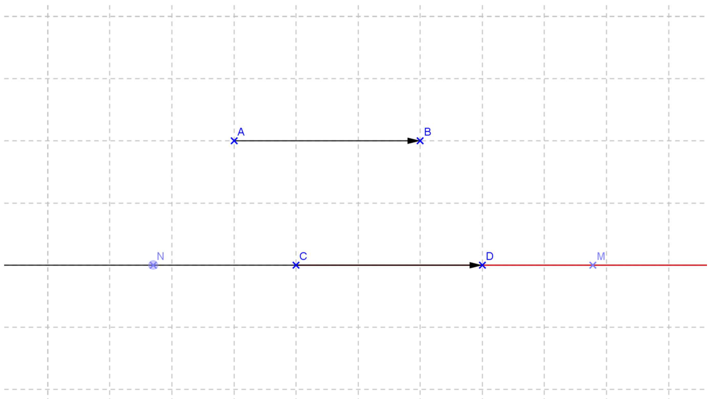
- La direction du vecteur $\vec{u}$ est donnée par la direction de la droite (AB) ,
- Le sens du vecteur $\vec{u}$ est donné par le sens du déplacement de A vers B
- La norme du vecteur $\vec{u}$ est définie par la distance AB. On note $\|\vec{u}\| = AB$.

Remarque : le vecteur nul $\vec{0}$ n'a pas de direction ou alors il les a toutes !!

Propriété fondamentale :
Soit M un point du plan.
Il existe un seul point N tel que $\overrightarrow{MN} = \vec{u}$

2. sens d'un vecteur

Soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs égaux, les droites (AB) et (CD) sont donc parallèles.

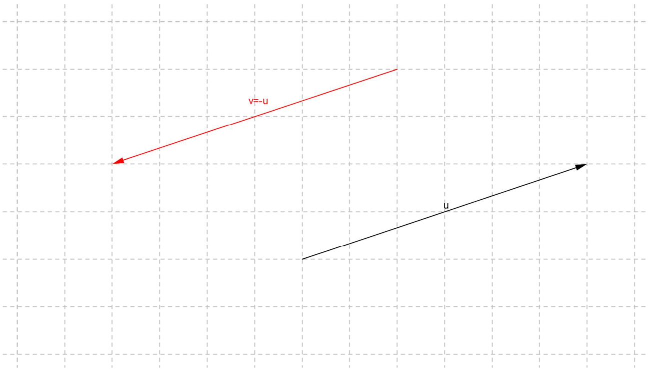


Un point M appartenant à la demi droite$[CD)$ définit un vecteur $\overrightarrow{CM}$, les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction par définition et on dit que les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont le même sens donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ ont le même sens.

Un point N de la droite (CD) n'appartenant pas à la demi droite$[CD)$ définit un vecteur $\overrightarrow{CN}$, les vecteurs $\overrightarrow{CN}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction par définition et on dit que les vecteurs $\overrightarrow{CN}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont des sens opposés donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ ont des sens opposés.

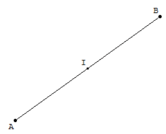
Vecteurs

Cas particulier : deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ayant la même direction, des sens opposés et la même norme sont dits : vecteurs opposés et on a $\vec{u} = -\vec{v}$



3. <u>Milieu d'un segment</u>

Soient A et B deux points distincts du plan.
I est le milieu du segment $[AB]$ si et seulement si : les points A, I et B sont alignés dans cet ordre et $AI = IB$.
<u>Traduction vectorielle :</u>
les points A, I et B sont alignés : les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont même direction
les points A, I et B sont alignés dans cet ordre : les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont même direction et même sens
$AI = IB$: les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont même norme.



<u>Propriété :</u>

Soient A et B deux points distincts du plan.
I est le milieu du segment $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

<u>III- coordonnées d'un vecteur</u>

1- <u>Exemple</u> : voir activité 6.
2- <u>Définition :</u>

Soit $(O\,;I,J)$ un repère du plan. Soit $\vec{u}$ un vecteur.

Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans le repère $(O\,;I,J)$ sont les coordonnées du point M du plan tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$.

On retient

Dans le repère $(O\,;I,J)$: $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \vec{u}$ et $M(x\,;y)$

<u>Propriété</u> Traduction de l'égalité de deux vecteurs sur les cordonnées respectives.

Théorème :

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées respectives sont égales.

$\vec{u}\binom{a}{b}$ et $\overrightarrow{u'}\binom{a'}{b'}$ sont égaux si et seulement si : $\begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$.

Vecteurs

3- Propriété

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction des coordonnées des points A et B.

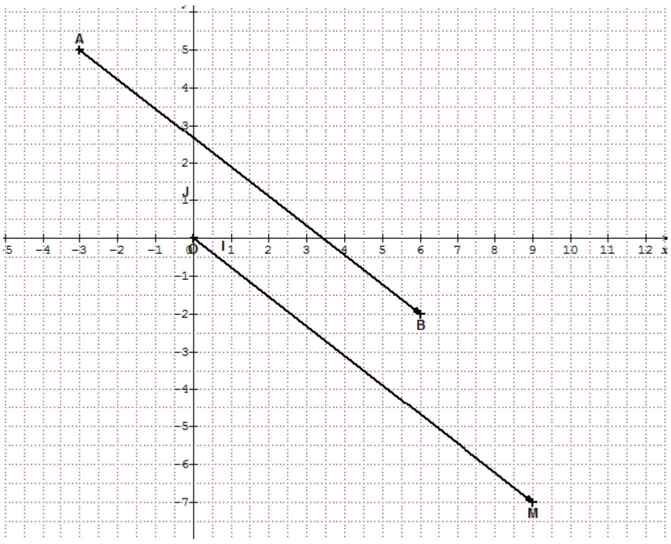
Théorème :

Soit $(O\,;I,J)$ un repère du plan. Soient $A(x_A;\ y_A)$ et $B(x_B;\ y_B)$ deux points du plan.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ dans le repère $(O\,;I,J)$ sont : $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Démonstration :

Soit $(O\,;I,J)$ un repère du plan. On détermine les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$ dans ce repère.



$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow ABMO$ parallélograme

$\Leftrightarrow$ $[AM]$ et $[BO]$ ont même milieu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x_M + x_A}{2} = \dfrac{x_B + x_O}{2} \\ \dfrac{y_M + y_A}{2} = \dfrac{y_B + y_O}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x_M + x_A}{2} = \dfrac{x_B}{2} \\ \dfrac{y_M + y_A}{2} = \dfrac{y_B}{2} \end{cases} \quad (x_O = 0 \text{ et } y_O = 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M + x_A = x_B \\ y_M + y_A = y_B \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = x_B - x_A \\ y_M = y_B - y_A \end{cases}$$

D'où les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$: $M(x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A)$.

Donc les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

IV- somme de vecteurs

1. Définition :

Soient A , B et C trois points du plan. Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ de la translation obtenue en appliquant successivement la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ puis la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ est appelé le vecteur somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

On écrit : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

On retient :

Vecteurs

Pour tout point M, N et P du plan : $\overrightarrow{M\mathbf{N}} + \overrightarrow{\mathbf{N}P} = \overrightarrow{MP}$

Cette égalité porte le nom de relation de Chasles.

Cas particulier : pour tout point A et B : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{\mathbf{BA}} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Conséquence :

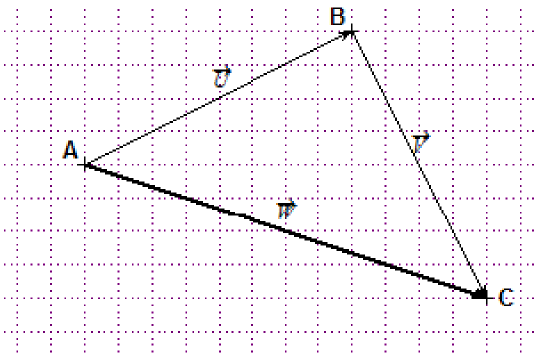
On admet : La somme de deux vecteurs opposés est égale au vecteur nul.

2. Construction du vecteur somme de deux vecteurs

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. On note $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$. Pour construire le vecteur $\vec{w}$ on retiendra deux méthodes.

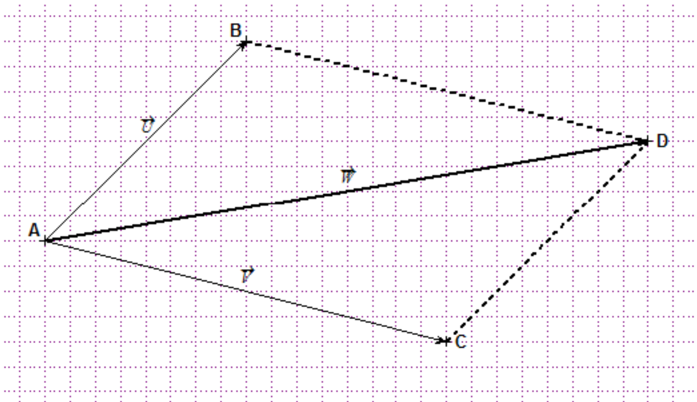
- Par la relation deChasles

On definit les points A, B et C tels que : $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$. Alors $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$.



$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

- Par la construction d'un parallèlogramme (ou par la règle du parallélogramme).



On definit les points A, B et C tels que : $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$.
Soit D le point tel que $ABDC$ soit un parallélogramme . Alors : $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$.

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$ABDC$ est un parallélogramme donc : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$$
$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AD}$$

4- Propriété

Théorème (admis)

Soit $(O\,; I, J)$ un repère du plan.
Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{u'}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$ deux vecteurs dont on donne les coordonnées.
Les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{u'}$ sont : $\begin{pmatrix} a+a' \\ b+b' \end{pmatrix}$

Vecteurs

5- Propriété

> Pour tout vecteur $\vec{u}$ et tout vecteur $\overrightarrow{u'}$: $\vec{u} + \overrightarrow{u'} = \overrightarrow{u'} + \vec{u}$.

Démonstration : Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$ deux vecteurs dont on donne les coordonnées.

Les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \overrightarrow{u'}$ sont : $\begin{pmatrix} a+a' \\ b+b' \end{pmatrix}$

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u'} + \vec{u}$ sont : $\begin{pmatrix} a'+a \\ b'+b \end{pmatrix}$

Or on a : $\begin{cases} a+a'=a'+a \\ b+b'=b'+b \end{cases}$ donc : $\vec{u} + \overrightarrow{u'} = \overrightarrow{u'} + \vec{u}$.

Autre formulation de la propriété :

> Pour tous points A, B, C et D du plan :
>
> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$

6- Somme de vecteurs opposés: conséquence de la définition

> Pour tous points du plan A et B : $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.
>
> Pour tout vecteur $\vec{u}$, la somme du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $-\vec{u}$ est égale au vecteur nul.
>
> Pour tout vecteur $\vec{u}$, $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$

7- Coordonnées du vecteur $(-\vec{u})$:

> Soit $(O\,; I, J)$ un repère du plan. Soit $\vec{u}$ un vecteur. On suppose les coordonnées de $\vec{u}$ sont : $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.
>
> Les coordonnées du vecteur $(-\vec{u})$ sont : $(-\vec{u})\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$.

Démonstration :

Soit $(O\,; I, J)$ un repère du plan. Soit : $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. On rappelle que les coordonnées du vecteur nul sont : $\vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

On note $(-\vec{u})\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ les coordonnées du vecteur $(-\vec{u})$. On montre que : $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$.

Vecteurs

$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x + x' = 0 \\ y + y' = 0 \end{cases}$

$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$ d'où le résultat : les coordonnées du vecteur $(-\vec{u})$ sont : $(-\vec{u}) \binom{-x}{-y}$.

8. <u>Définition :</u>

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. On définit le vecteur différence de $\vec{v}$ et $\vec{u}$ le vecteur somme du vecteur $\vec{v}$ et du vecteur $(-\vec{u})$. Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, $\vec{v} - \vec{u} = \vec{v} + (-\vec{u})$.

<u>Propriété :</u>

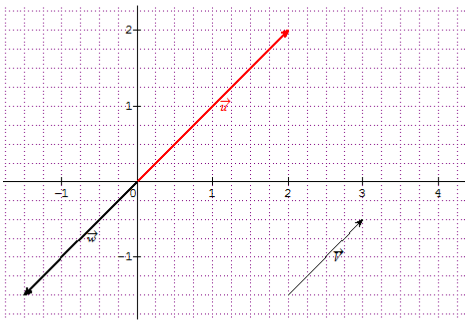
Soient A, B, C et D quatre points du plan. On a les égalités vectorielles suivantes

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \left(-\overrightarrow{CD}\right) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} \quad ; \quad \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \left(-\overrightarrow{CB}\right) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

V- Produit d'un vecteur par un réel

1. <u>Approche</u>. Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O\,; I, J)$.

On donne les coordonnées du vecteur $\vec{v}$ puis du vecteur $\vec{u}$ et $\vec{w}$ dans la figure ci-contre :



$\vec{v} \binom{\dots}{\dots}$

$\vec{u} \binom{\dots}{\dots}$

$\vec{w} \binom{\dots}{\dots}$

Comparer respectivement :

a) les coordonnées du vecteur $\vec{v}$ et du vecteur $\vec{u}$.

b) les coordonnées du vecteur $\vec{v}$ et du vecteur $\vec{w}$.

c) Quelles égalités vectorielles pouvez-vous proposer pour résumer les résultats précédents ?

2- <u>Définition :</u>

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O\,; I, J)$. Soit k un nombre réel. Si le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées $\vec{u} \binom{a}{b}$ alors le vecteur $k\vec{u}$ est le vecteur qui a pour coordonnées $k\vec{u} \binom{ka}{kb}$.

Vecteurs

On admet que cette définition du vecteur $k\vec{u}$ ne dépend pas du repère choisi.

Remarque : Soit $\vec{u}$ un vecteur. Le vecteur $(-1)\vec{u}$ est le vecteur $-\vec{u}$. Le vecteur $(-1)\,\vec{u}$ est le vecteur opposé du vecteur $\vec{u}$.

3. Cas particuliers :

- $k = 0$. Si le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ alors le vecteur $0\vec{u}$ est le vecteur qui a pour

coordonnées $0\,\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Le vecteur $0\,\vec{u}$ a les mêmes coordonnées que le vecteur nul.

Pour tout vecteur $\vec{u}$, $0\vec{u} = \vec{0}$

- $\vec{u} = \vec{0}$. Pour tout reél k, le vecteur $k\vec{0}$ est le vecteur qui a pour coordonnées $k\vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Le vecteur

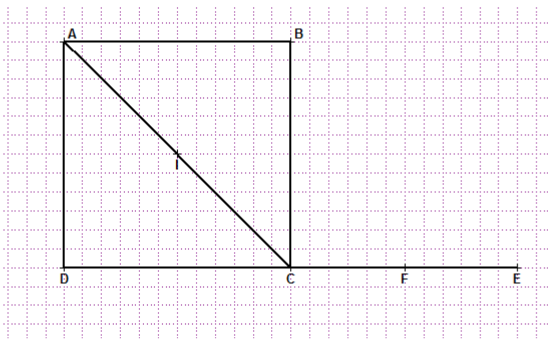
  $0\,\vec{u}$ a les mêmes coordonnées que le vecteur nul.

Pour tout réel k, $k\vec{0} = \vec{0}$

- Si $k\vec{u} = \vec{0}$ alors $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$.

4. Exemple

Dans la figure ci contre , $ABCD$ est un carré de centre I. Le point E est le symétrique du point D par rapport à C et le point F est le milieu du segment $[CE]$.



On complète les égalités suivantes :

$\overrightarrow{CF} = \cdots \overrightarrow{CE}$ $\overrightarrow{DE} = \cdots \overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{DF} = \cdots \overrightarrow{DC}$ $\overrightarrow{DF} = \cdots \overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{CF} = \cdots \overrightarrow{DE}$

$\overrightarrow{EF} = \cdots \overrightarrow{DC}$ $\overrightarrow{IA} = \cdots \overrightarrow{IC}$ $\overrightarrow{IA} = \cdots \overrightarrow{AC}$

5. Propriété (admise)

Soient A, B, C et D quatre points du plan distincts deux à deux.

Soit k un nombre réel non nul. L'égalité $\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{CD}$ signifie que :

a) les droites (AB) et (CD) sont parallèles
b) Si $k > 0$ les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont de même sens et $AB = kCD$
c) Si $k < 0$ les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont de sens contraire et $AB = -\,kCD$.

Vecteurs

Propriété : Pour tous réels k, k' et tout vecteur $\vec{u}$, $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$

Pour tout réel k, et tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{u'}$: $k\left(\vec{u}+\vec{u'}\right) = k\vec{u} + k\vec{u'}$.

Pour tous réels k, k' et tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ on a :

$$k\left(\vec{u}+\vec{u'}\right) = k\vec{u} + k\vec{u'}$$

$$(k+k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$$

$$k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$$

VI- Vecteurs colinéaires

1. Définition :

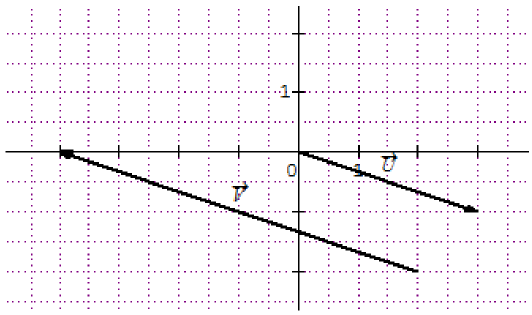
Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. On dit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires lorsqu' il existe un réel k tel que $\vec{u}$ =k $\vec{v}$ ou $\vec{v}$ =k $\vec{u}$.

Remarque :

Pour tout vecteur $\vec{u}$ on a : $\vec{0}$ =0 $\vec{u}$. En conséquence le vecteur nul $\vec{0}$ est colinéaire à tout vecteur.

2. Exemples :
   a) Soit $\vec{u}$ un vecteur les vecteurs $\vec{u}$ et 3 $\vec{u}$ sont des vecteurs colinéaires.
   b) Dans le plan muni du repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$ les vecteurs $\vec{u}\binom{3}{-1}$ et $\vec{v}\binom{-6}{2}$ sont colinéaires.

Figure :



On montre qu'il existe un réel k tel que $\vec{v}$ =k $\vec{u}$.

$$\vec{v} = k\,\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 = k \times 3 \\ 2 = k \times (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3k = -6 \\ -k = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -2 \\ k = -2 \end{cases} \Leftrightarrow k = -2$$

On a : $\vec{v}$ =−2 $\vec{u}$. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

3. Propriétés
   a) Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls et colinéaires. Il existe un réel k tel que $\vec{v}$ =k $\vec{u}$.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls, donc le réel k est non nul. Dans ce cas : $\vec{v}$ =k $\vec{u} \Leftrightarrow \vec{u} = \frac{1}{k}\vec{v}$.

Vecteurs

b) Colinéarité et cordonnées :

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ deux vecteurs non nuls. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si leurs coordonnées respectives sont proportionnelles.

Les réels x, x', y, y'étant tous non nuls : $\vec{v}$ =k $\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases}x' = kx\\y' = ky\end{cases} \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$

Les réels x, x', y, y'étant tous non nuls :

$$\begin{cases}x' = kx\\y' = ky\end{cases} \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} \Leftrightarrow x'y = xy' \Leftrightarrow x'y - xy' = 0$$

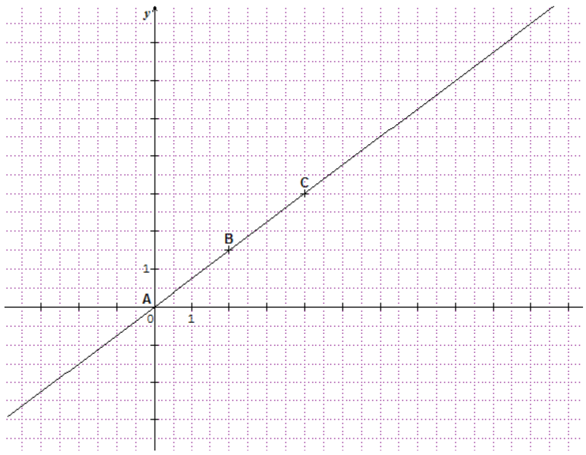
c) Propriété admise

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ deux vecteurs. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si : $x'y - xy' = 0$

d) Application de la colinéarité de vecteurs à la géométrie.

Théorème (admis)

Soient A, Bet C trois points deux à deux distincts.
Les points A, Bet C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.



Théorème (admis)

Soient A, B, C et D quatre points deux à deux distincts.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.