

Chapitre 2 : Suites arithmético-géométriques

Exercice-type 1

Soit la suite u définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$.

On définit pour tout n , une suite auxiliaire v par : $v_n = u_n - 4$.

- (a) Montrer que v est géométrique. On en précisera la raison.
- (b) Exprimer le terme v_n en fonction de n .
- (c) En déduire alors l'expression de u_n en fonction de n .
- (d) Déterminer la limite de la suite u .

Exercice-type 2

Une entreprise du secteur du BTP doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette .

Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.

Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année la quantité de déchets qu'elle rejette de 5 % par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.

On note r_n la quantité, en tonnes, des déchets rejetés pour l'année $(2007+n)$.

- (1). Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $r_{n+1} = 0,95r_n + 200$.
- (2). Soit (s_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $s_n = r_n - 4\,000$.
 - (a) Démontrer que la suite (s_n) est une suite géométrique de raison 0,95. Donner son premier terme.
En déduire l'expression de s_n en fonction de n .
 - (b) Prouver que, pour tout entier naturel n , on a $r_n = 36\,000 \times 0,95^n + 4\,000$.
 - (c) Déterminer les limites des suites (s_n) et (r_n) . Interpréter la limite de la suite (r_n) .