

Plan du cours

I.	Définitions et propriétés	1
II.	Règles de calculs	2
III.	Puissance de dix	2
1.	Écriture décimale des puissances de 10	2
2.	Écriture scientifique	3

I. Définitions et propriétés

Définition

a^n est une puissance de a et se lit " a exposant n " ou a puissance n ".

Soit a un nombre relatif et n un nombre entier positif. On note alors :

$$a^n = a \times a \times \dots \times a \times a$$

Remarques :

- Si $a \neq 0$ et si $n = 0$ alors $a^n = a^0 = 1$. Ceci est une convention.
- Si $n = 1$ alors $a^n = a^1 = a$
- Si $n = 2$ alors $a^n = a^2$ " a puissance 2" se lit " a au carré"
- Si $n = 3$ alors $a^n = a^3$ " a puissance 3" se lit " a au cube"

Exemples :

$$G = 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$Z = (-5)^3 = -5 \times (-5) \times (-5) = -125 \quad B = 7^0 = 1$$

$$I = (-3, 11)^1 = -3, 11$$

$$K = (-1)^2 = -1 \times (-1) = 1$$

$$S = 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

Propriété

Soit a un nombre relatif non nul et n un entier positif non nul. a^{-n} désigne l'inverse de a^n

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples :

$$P = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$F = (-3)^{-1} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

$$N = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$$

$$A = \left(\frac{4}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

Propriété

- $-2^6 = -(2^6) = -64$
 $(-2)^6 = 64$
- $3 \times 7^4 = 3 \times 2401 = 7203$
 $3 \times 7^4 = 21^4 = 194481$
- $5 + 3^2 = 5 + 9 = 14$
 $(5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

La puissance s'adresse au nombre placé devant ou entre les parenthèses.

La puissance est toujours prioritaire sur les autres opérations.

Exemples :

$$2^4 - 3^3 = 16 - 27 = -9$$

$$4 \times (3 + 2)^2 = 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$$

$$2 \times 4^4 = 2 \times 256 = 512$$

$$-2 \times 5^3 + (-5)^{-1} = -2 \times 125 - \frac{1}{5} = -250 - \frac{1}{5} = -\frac{1251}{5}$$

II. Règles de calculs

Propriété

Soient a et b des nombres relatifs non nuls et m et n des entiers relatifs.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemples :

$$P = 2^3 \times 2^4$$

$$F = \frac{6^8}{6^3}$$

$$Z = (10^3)^2$$

$$P = 2^{3+4} = 2^7$$

$$F = 6^{8-3} = 6^5$$

$$Z = 10^{3 \times 2} = 10^6$$

$$N = 3^5 \times 7^5$$

$$S = (-4)^{-9} \times (-4)^7$$

$$T = \frac{5^4}{15^4}$$

$$N = (3 \times 7)^5 = 21^5$$

$$S = (-4)^{-9+7} = (-4)^{-2}$$

$$T = \left(\frac{5}{15}\right)^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

III. Puissance de dix

1. Écriture décimale des puissances de 10

Quelques puissances de 10 :

10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

Propriété

Soit n un nombre entier positif.

$$10^n = 1 \underbrace{0 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^{-n} = \underbrace{0,0 \dots 0}_{n \text{ zéros}} 1$$

Puissance d'un nombre relatif

⚠ A ne pas confondre :

- $3^5 \neq 300000$

- $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

Limites de la calculatrice :

$$10^{15} + 1 - 10^{15}$$

0

Alors que le résultat est évidemment 1!!!

Propriété

Pour multiplier un nombre en écriture décimale :

- par 10^n , on décale la virgule de n rangs vers la droite.
- par 10^{-n} , on décale la virgule de n rangs vers la gauche.

Exemples :

$$25,1 \times 10^5 = 2510000$$

$$0,091 \times 10^7 = 910000$$

$$25,1 \times 10^{-5} = 0,000251$$

$$12495,54 \times 10^{-3} = 12,49554$$

2. Écriture scientifique

Définition

La notation scientifique d'un nombre décimal est de la forme $a \times 10^p$ où a ne s'écrit qu'avec un seul chiffre non nul à gauche de la virgule.

Exemples :

$$58000 = 5,8 \times 10^4$$

$$0,034 = 3,4 \times 10^{-2}$$

$H = 0,38 \times 10^4$ n'est pas écrit en notation scientifique.

Remarque : La notation scientifique est utilisée par les calculatrices lorsque le résultat dépasse la capacité d'affichage.

Exercice d'application 1

Calculer et donner le résultat en écriture scientifique :

$$D = 12 \times 10^2 \times 5 \times (10^3)^{-2}$$

$$D = 12 \times 5 \times 10^2 \times (10^3)^{-2}$$

$$D = 60 \times 10^2 \times 10^{-6}$$

$$D = 60 \times 10^{-4}$$

$$D = 6,0 \times 10^{-3}$$

$$S = \frac{5 \times 10^{-4} \times 3,6 \times 10^2}{1,2 \times 10^{-3}}$$

$$S = \frac{5 \times 3,6}{1,2} \times \frac{10^{-4} \times 10^2}{10^{-3}}$$

$$S = \frac{5 \times 3,6}{1,2} \times \frac{10^{-4} \times 10^2}{10^{-3}}$$

$$S = 15 \times 10^{-2-(-3)}$$

$$S = 15 \times 10^1$$

$$S = 1,5 \times 10^2$$