

Eléments de correction : Bilan année de 4^e

Exercice 1 : $a + b + c = -\frac{37}{12}$; $a + b - c = -\frac{19}{12}$; $-a - b + c = \frac{19}{12}$; $a + bc = \frac{35}{12}$; $abc = \frac{3}{2}$; $\frac{c}{a} = -\frac{9}{8}$; $\frac{a-b}{c} = -\frac{44}{9}$

Exercice 2 : 1. $\frac{6}{35} \times 168 = 28,8$ kg. 2. $(168 - 28,8) \times 9,30 = 1294,56$ €.

3. $\frac{55}{100} \times 1294,56 = 712,0008$. 168 kilogramme de café vert ont coûté 712,0008 €

Exercice 3 : Donner l'écriture scientifique de B en détaillant les étapes

$$B = \frac{24 \times 10^{-3} \times 5,5 \times (10^5)^{-2}}{8 \times 10^{-5} \times 10^{-19}} = \frac{24 \times 5,5 \times 10^{-3} \times 10^{-10}}{8 \times 10^{-24}} = 16,5 \times \frac{10^{-13}}{10^{-24}} = 16,5 \times 10^{-13-(-24)} = 16,5 \times 10^{11} = 1,65 \times 10^1 \times 10^{11} = 1,65 \times 10^{12}$$

Exercice 4 : 1) Développer et réduire

$$A = 2x(7x + 8) = 14x^2 + 16x; B = -7(5x - 8) - (4x^2 + 7x - 11) = -35x + 56 - 4x^2 - 7x + 11 = -4x^2 - 42x + 67;$$

$$C = (5x + 2)(2x - 3) = 10x^2 - 15x + 4x - 6 = 10x^2 - 11x - 6;$$

$$D = (3x - 6)^2 = (3x - 6)(3x - 6) = 9x^2 - 18x - 18x + 36 = 9x^2 - 36x + 36$$

$$2) 8x - 7 = 19 \text{ a pour solution } x = 3,25; 7(2x + 4) = 3x + 7 \text{ a pour solution } x = -\frac{21}{11}$$

$$3) \text{ Pour } x = 3 : A = 12; \text{ Pour } x = -2 : A = 27.$$

Exercice 5 : Questions indépendantes

1)

$$t = \frac{d}{v} = \frac{150\,000\,000}{300\,000} = 500 \quad \text{Le rayon met 500 secondes pour arriver sur Terre.} \quad 500s = 8\text{min}20s$$

$$10h56min51s + 8min20s = 11h05min11s \quad \text{Le rayon arrivera sur Terre à 11h05min11s.}$$

2)

$$1650 \times \frac{8}{100} = 132 \quad \text{et} \quad 1650 + 132 = 1782 \quad \text{Votre nouveau salaire sera de 1 782 euros.}$$

3)

$$33 - 23,10 = 9,9 \quad \text{et} \quad \frac{9,9}{33} = 0,3 = \frac{30}{100} = 30\% \quad \text{La réduction est de 30\%.}$$

4)

464 euros	80%
x	100%

$$x = \frac{464 \times 100}{80} = 580 \quad \text{Le prix initial était 580 euros.}$$

Attention : si vous augmentez 464 euros de 20%, vous ne trouverez pas le prix de départ !

5)

$$1200 \times \frac{60}{100} = 720 \quad \text{Caniland emploie 720 femmes.} \quad 800 \times \frac{30}{100} = 240 \quad \text{Zooplus emploie 240 femmes.}$$

$$720 + 240 = 960 \quad \frac{960}{1200+800} = \frac{960}{2000} = 0,48 = 48\% \quad \text{Lorsque les deux entreprises sont réunies, on compte 48\% de femmes.}$$

6)

108 km	60 min
d	49 min

$$d = \frac{108 \times 49}{60} = 88,2 \quad \text{La distance parcourue en 49 minutes est de 88,2 kilomètres.}$$

7)

Soit x le premier des quatre nombres entiers consécutifs.

Mise en équation : $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 3\,810$

$$4x + 6 = 3\,810 \quad 4x = 3\,810 - 6 \quad 4x = 3\,804 \quad x = \frac{3804}{4} \quad x = 951$$

Les 4 nombres sont 951 ; 952 ; 953 et 954.

Vérification : $951 + 952 + 953 + 954 = 3\,810$

Exercice 6 :

1. Dans la cellule B2, il faut saisir la formule : =-9*B1-8.

2. Dans la cellule B3, il faut saisir la formule : =-3*B1+31.

Au vu du tableau, on peut conjecturer que le nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat est compris entre 3 et 4.

Soit x le nombre saisi et tel que : $P_{\text{Mathilde}} = P_{\text{Paul}}$

$$9x - 8 = -3x + 31 \quad \text{ou} \quad 9x + 3x = 31 + 8$$

$$12x = 39 \quad \text{et enfin} \quad x = \frac{39}{12} = \frac{13}{4} = 3,25.$$

Programme de Mathilde : $9 \times 3,25 - 8 = 29,25 - 8 = 21,25$;

Programme de Paul : $-3 \times 3,25 + 31 = -9,75 + 31 = 21,25$.

Mathilde et Paul doivent choisir le nombre 3,25, la conjecture émise était correcte.

Exercice 7 :

1. a. La probabilité que Sarah tire un jeton « 18 » est de $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$.

b. Il y a 3 jetons multiples de 5, la probabilité que Sarah tire un jeton multiple de 5 est donc de $\frac{3}{8} = 0,375$.

2. Si Sarah garde le jeton tiré, il n'y a plus que 7 jetons dans le sac dont 3 multiples de 5, la probabilité que Djamel tire un jeton multiple de 5 est de $\frac{3}{7} \neq \frac{3}{8}$.

Exercice 8 :

1. $V_{\text{piscine}} = 10 \times 4 \times 1,2 = 48 \text{ m}^3$. Le volume de la piscine est de 48 m^3 .

On calcule alors : $\frac{48}{14} \approx 3,4 \text{ h}$ soit 3 h 24 min.

La piscine sera donc vide en moins de 4 heures.

2. On calcule la surface de la piscine :

$$A_{\text{piscine}} = 10 \times 4 + 2 \times (10 \times 1,2) + 2 \times (4 \times 1,2)$$

$$A_{\text{piscine}} = 40 + 24 + 9,6$$

$$A_{\text{piscine}} = 73,6 \text{ m}^2.$$

La surface de la piscine est de $73,6 \text{ m}^2$.

2 couches sont nécessaires pour peindre la piscine, il faut donc prévoir de la peinture pour une surface de : $2 \times 73,6 = 147,2 \text{ m}^2$.

On calcule la quantité de peinture nécessaire : $\frac{147,2}{6} \approx 24,53 \text{ l}$.

Il faudra environ 24,53 litres de peinture.

$$\text{Or } \frac{24,53}{3} \approx 8,2.$$

Les seaux contiennent 3 litres de peinture, il faudra donc 9 seaux de peinture.

$$9 \times 69,99 = 629,91.$$

Le coût sera donc de 629,91 €.

Exercice 9 :

- 1) Effectif total : $50 + 25 + 15 + 10 + 2 = 102$

$$2) \text{ Salaire moyen : } \bar{m} = \frac{50 \times 950 + 25 \times 1300 + 15 \times 1700 + 10 \times 3500 + 2 \times 8000}{102} = \frac{156500}{102} \approx 1534 \text{ €}$$

$$3) \frac{75}{102} \times 100 \approx 76 \%. 44\% \text{ des employés gagnent moins de } 1500\text{€}.$$

$$4) 950 + \frac{8}{100} \times 950 = 1026 \text{ €}. \text{ Le nouveau salaire moyen d'un ouvrier simple est de } 1026 \text{ €}.$$

Exercice 10 :

1)

Cet itinéraire prévoit de faire 993 km sur autoroute en 8 h 31 min soit en $8 \times 60 + 31 = 511$ minutes, donc pour calculer la vitesse moyenne, on calcule la distance parcourue en 1 h = 60 min :

Distance (km)	993 km	$d ?$
temps (minutes)	511 minutes	60 minutes

$$d = \frac{993 \times 60}{511} \approx 116,59 \text{ km}$$

La vitesse moyenne, arrondie au km/h, pour la portion de trajet sur autoroute est de

$$v = 117 \text{ km.h}^{-1}$$

2)

Il doit effectuer 4 pauses d'une durée minimale de 10 minutes. Son trajet sera donc de **8h 47min + 40min soit 9h 27min**.

3)

Le trajet prévoit un coût de 89,44 € pour le carburant. Or un litre d'essence coûte 1,42 € donc :

Volume essence (L)	$v ?$	1 litre
prix (€)	89,44 €	1,42 €

$$v = \frac{89,44 \times 1}{1,42} \approx 63 \text{ litres}$$

Sachant que le réservoir de sa voiture a une capacité de 60 L, **il ne pourra donc pas faire le trajet avec un seul plein d'essence**.

Exercice 11 :

- 1) Calcul de la longueur JB : On sait que le triangle AJB est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$JB^2 = JA^2 + AB^2 = 18^2 + 7,5^2 = 380,25 \quad \text{Donc, } JB = \sqrt{380,25} = 19,5 \text{ m}$$

- 2) Montrons que la longueur AC est égale à 5,4 m : On sait que les points A, M, J d'une part et C, U, J d'autre part sont alignés. On sait de plus que les droites (MU) et (AB) sont parallèles. Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{JM}{JA} = \frac{JU}{JC} = \frac{MU}{AC} \quad \text{ou } \frac{10}{18} = \frac{JU}{JC} = \frac{3}{AC} \quad \text{On en déduit : } AC = \frac{18 \times 3}{10} = 5,4 \text{ m}$$

- 3) Calcul de l'aire des triangle JAC et JAB : $A_{JAC} = \frac{JA \times AC}{2} = \frac{18 \times 5,4}{2} = 48,6 \text{ m}^2$ et $A_{JAB} = \frac{JA \times AB}{2} = \frac{18 \times 7,5}{2} = 67,5 \text{ m}^2$

$$\text{Calcul de l'aire du triangle JCB : } A_{JCB} = A_{JAB} - A_{JAC} = 67,5 - 48,6 = 18,9 \text{ m}^2$$

Exercice 12 : 1) $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 9 = 48\pi \text{ cm}^3$

$$2) 1L = 1000 \text{ cm}^3 \quad \text{et } \frac{1000}{48\pi} \approx 6,63 \quad \text{donc on peut remplir entièrement 6 verres.}$$