

Plan du cours

I.	Généralités sur les équations	1
II.	Résolution d'équation	2
1.	Comment résoudre les équations du type $a + x = b$?	2
2.	Comment résoudre les équations du type $ax = b$?	3
3.	Comment résoudre les équations avec des inconnues dans les 2 membres ? . . .	4
III.	Mise en équation	5
1.	Énigme 1	5
2.	Énigme 2	7
3.	Énigme 3	7
4.	Énigme 4	7

CHAPITRE : Résolution d'équation du premier degré

INTRODUCTION

Serez-vous capable de trouver la valeur de l'inconnue dans chaque expression ?

$$x - 4 = 3$$

$$x - 6 = 3x + 2$$

$$11 + y = -9$$

$$-8x = -24$$

$$25 = 5y$$

$$x + 7 = -14$$

$$x^2 = 4$$

$$-7t = 56$$

$$-5x - 12 = 6x + 10$$

$$-1 - x = 6$$

$$7(x + 1) = 49$$

I. Généralités sur les équations

Définition

Une équation est **une égalité** dans laquelle figure **un nombre inconnu**, désigné en général par une lettre qui est appelée l'inconnue.

Exemples :

$2x - 11 = 7 - x$ $3x + 1 = 10$ sont des équations dans laquelle l'inconnue est désignée par x .

→ **Comment savoir si un nombre est solution d'une équation ?**

1. Le nombre 3 est-il solution de l'équation $2x - 11 = 7 - x$?

D'une part, $2 \times 3 - 11 = \underline{-5}$

D'autre part, $7 - 3 = \underline{4}$

L'égalité n'est donc pas vérifiée pour $x = 3$.

Conclusion : Le nombre 3 n'est pas solution de l'équation.

2. Le nombre 6 est-il solution de l'équation $2x - 11 = 7 - x$?

D'une part, $2 \times 6 - 11 = \underline{1}$

D'autre part, $7 - 6 = \underline{1}$

L'égalité est donc vérifiée pour $x = 6$

Conclusion : Le nombre 6 est une solution de l'équation.

Exercice d'application 1

1. -2 est-il solution de l'équation $54 - 11x = 25x + 126$?

.....

.....

2. 5 est-il solution de l'équation $7x - 3 = 6(x - 1)$?

.....

.....

II. Résolution d'équation

On rappelle tout d'abord ce que l'on nomme une résolution d'équation.

Définition

Résoudre une équation, c'est trouver **toutes les solutions** qui vérifient cette équation.

1. Comment résoudre les équations du type $a + x = b$?

Propriété

Une égalité reste vraie si l'on **additionne** (ou l'on **soustrait**) le même nombre à **chacun de ses membres**.

→ Résoudre l'équation $3 + x = 7$.

Deux rédactions possible d'une résolution d'équation (*celle la plus à droite est la plus rigoureuse*) :

$$\begin{array}{c} -3 \quad \left(\begin{array}{l} 3 + x = 7 \\ \hline x = 4 \end{array} \right) -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 + x = 7 \\ \cancel{3} + x - \cancel{3} = 7 - 3 \\ x = 7 - 3 \\ \boxed{x = 4} \end{array}$$

La solution de l'équation $3 + x = 7$ est le nombre 4.

On notera alors $\mathcal{S} = \{4\}$.

Propriété

L'équation $a + x = b$ admet pour unique solution : $x = b - a$.

Exercice d'application 2

Résoudre les équations suivantes :

$$-2 + x = 11$$

$$9 + x = 44$$

.....
.....

.....
.....

2. Comment résoudre les équations du type $ax = b$?

Propriété

Une égalité reste vraie si l'on **multiplie** (ou l'on **divise**) le même nombre non nul (c'est-à-dire différent de 0) à **chacun de ses membres**.

→ Résoudre l'équation $-5x = 125$.

Deux rédactions possible d'une résolution d'équation (*celle la plus à droite est la plus rigoureuse*) :

$$\begin{array}{l} -5x = 125 \\ \text{ : } (-5) \quad \quad \quad \text{ : } (-5) \\ \hline x = -25 \end{array}$$

$$-5x = 125$$

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{125}{-5}$$

$$x = -\frac{125}{5}$$

$$\boxed{x = -25}$$

La solution de l'équation $-5x = 125$ est le nombre - 25. On notera alors $\mathcal{S} = \{-25\}$.

Propriété

Si $a \neq 0$, l'équation $ax = b$ admet pour unique solution : $x = \frac{b}{a}$.

Exercice d'application 3

Résoudre les équations suivantes :

$$-6x = -42$$

$$3x = 27$$

.....

.....

.....

.....

$$-5x = 24$$

$$\frac{3}{4}x = 5$$

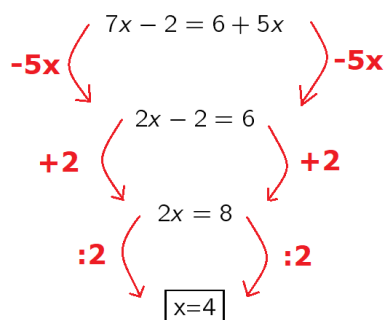
.....

.....

.....

.....

3. Comment résoudre les équations avec des inconnues dans les 2 membres ?

→ Résoudre l'équation $7x - 2 = 6 + 5x$.

$$7x - 2 = 6 + 5x$$

$$7x - 2 - 5x = 6 + 5x - 5x$$

$$2x - 2 = 6$$

$$2x - 2 + 2 = 6 + 2$$

$$2x = 8$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

Méthode de résolution

→ On commence par isoler l'inconnue dans un des deux membres.

→ On regroupe ensuite les nombres sans x dans l'autre membre.

→ On utilise alors les méthodes de résolution vues juste avant.

→ On n'oublie pas de donner la ou les solution(s).

La solution de l'équation $7x - 2 = 6 + 5x$ est le nombre 4. $\mathcal{S} = \{4\}$.

Exercice d'application 4

$4x - 3 = 11$

$7 - 8x = 56$

.....
.....

$4x + 3x = 63$

$9 - 2x = 11 + 4x$

.....
.....
.....
.....

$6x - 4 = 3x + 14$

$2(x - 7) = 3(-x + 1)$

.....
.....
.....
.....
.....

III. Mise en équation

1. Énigme 1

Énoncé : Mathieu a 2 billes de plus que Pierre mais 3 fois moins de billes que Bryan.
Ils ont à eux trois 53 billes.
Combien ont-ils de billes chacun ?

Résolution :

- 1. Choisir une inconnue et la décrire : On choisi x le nombre de billes de Mathieu.
- 2. Traduire le problème par une équation.

Pour cela, choisir une grandeur qui peut être exprimée de deux façons différentes.

Ici, il s'agit du nombre de billes qu'ils ont à eux 3. Il y a 53 billes en tout.

Mais cela peut aussi s'écrire : Mathieu + Pierre + Bryan

On sait que :

- Mathieu = x
- Pierre a 2 billes de moins que Mathieu, à savoir $\text{Pierre} = x - 2$
- Bryan a 3 fois plus de billes que Mathieu, à savoir $\text{Bryan} = 3x$

→ L'équation à résoudre est donc : $\text{Mathieu} + \text{Pierre} + \text{Bryan} = 53$
 $x + (x - 2) + 3x = 53$

3. Résoudre l'équation :

$$x + (x - 2) + 3x = 53$$

$$x + x - 2 + 3x = 53$$

$$5x - 2 = 53$$

$$5x - 2 + 2 = 53 + 2$$

$$5x = 55$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{55}{5}$$

$$\boxed{x = 11}$$

4. Vérifier que la solution de l'équation a du sens avec le problème concret.

Ici, x étant un nombre de billes, la solution du problème doit être un nombre strictement positif.

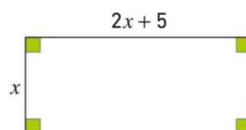
5. Conclure.

On en conclut que :

- $x = 11$ Donc Mathieu possède 11 billes.
- $x - 2 = 11 - 2 = 9$ Donc Pierre possède 9 billes.
- $3x = 3 \times 11 = 33$ Donc Bryan possède 33 billes.

2. Énigme 2

Énoncé : Dans le rectangle suivant l'unité utilisée est le mètre.



Quelles sont les dimensions de ce rectangle quand son périmètre est égal à 31 m ?

Résolution :

3. Énigme 3

Énoncé : Une brique pèse 1 kg plus la moitié de son poids. **Combien pèse-t-elle ?**

Résolution :

4. Énigme 4

Énoncé : Justine a 8 ans et sa grand-mère a 50 ans.

Dans combien d'années, l'âge de sa grand-mère sera le triple de celui de Justine ?

Résolution :