

Plan du cours

I.	Rappels sur la proportionnalité	2
II.	Fonctions linéaires	2
1.	Définition	2
2.	Propriétés	4
3.	Représentation graphique	4

Activité d'introduction

PARTIE 1 : la loi d'Ohm

U est la tension, en volts (V), aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance R, en Ohms (ω), traversé par un courant d'intensité I, en ampères. On a effectué quelques mesures, réunies dans le tableau ci-dessous :

I	0,2	0,5	1	1,5	1,8	2,4
U	5	12,5	25	37,5	45	60

- 1. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?
- 2. Quel est le coefficient de proportionnalité ?
- 3. Soit f la fonction linéaire qui représente la tension en fonction de l'intensité. Donner l'expression de cette fonction en fonction de x.
- 4. Placer les points du tableau dans un repère. Retrouve-t-on le fait que ce tableau est de proportionnalité ?

PARTIE 2 : Pourcentage et fonction linéaire

Le magasin d'informatique INFOWORLD décide une baisse de 5 % sur toutes ses imprimantes. Notons x le prix d'un article avant la réduction et y le prix après diminution.

- 1. Compléter le tableau suivant :

x en euros	200	400	600	800	1 000	1 200
y en euros						

- 2. Dans un repère, marquer les points dont les coordonnées x et y sont indiquées dans le tableau précédent. (unités : 1 cm correspond à 100 euros sur les deux axes)
- 3. Comment passe-t-on d'un ancien prix x à un nouveau prix y ? Exprimer la fonction qui représente le nouveau prix en fonction de x.
- 4. La fonction qui fait passer d'un ancien prix x à un nouveau prix y est-elle linéaire ? Justifier votre réponse.
- 5) Une imprimante coûte, avant réduction, 1280 euros. Lire sur le graphique son prix réduit.
Lire sur le graphique l'ancien prix d'une imprimante qui coûte actuellement 700 euros.

I. Rappels sur la proportionnalité

Définition

On dit que deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque l'on peut passer des valeurs de l'une aux valeurs de l'autre en multipliant par une même constante.

Cette constante est alors appelée **coefficient de proportionnalité**.

Exemple :

Nombre de chocolats	2	6	8	10
Prix (en €)	0,24	0,72	0,96	1,20

Le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité, le coefficient de proportionnalité est 0,12.

Remarques :

- (1). On passe de la première la deuxième colonne en multipliant les valeurs par 3.
- (2). La troisième colonne est la somme des deux précédentes.

II. Fonctions linéaires

1. Définition

Définition

On dit qu'une fonction f est **linéaire** s'il existe un nombre a tel que $f : x \mapsto ax$.

Le nombre a est appelé **coefficient directeur** ou **coefficient de linéarité** de la fonction f .

Exemples :

	Linéaire ?	Coefficient ?
$f : x \mapsto 2x$		
$g : x \mapsto x/2$		
$h : x \mapsto 3x + 2$		
$i : x \mapsto x$		
$j : x \mapsto x^2$		

Exercice d'application 1

Calculer des images connaissant les antécédents.

On donne $f : x \mapsto -2x$; $g : x \mapsto \frac{x}{7}$; $h : x \mapsto x$. Calculer $f(0)$, $g(21)$ et $h(5)$.

.....

.....

.....

.....

Exercice d'application 2

Déterminer des antécédents connaissant les images.

1. On donne la fonction $f : x \mapsto 8x$. Déterminer les antécédents de 24 et de 4.

.....

.....

.....

2. On donne la fonction $f : x \mapsto \frac{2}{3}x$. Déterminer les antécédents de 11 et de 100.

.....

.....

.....

Exercice d'application 3

Déterminer une fonction linéaire l'aide d'un nombre et de son image.

1. Déterminer la fonction linéaire f telle que $f(2) = 7$.

.....

.....

.....

2. Déterminer la fonction linéaire g telle que $g(-3) = 6$.

.....

.....

.....

2. Propriétés

Propriété

Soient f une fonction linéaire telle que $f(x) = ax$ et k un nombre.

Pour tous nombres x_1 et x_2 on a :

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

$$f(k \times x_1) = k \times f(x_1)$$

Exemple : Soit h une fonction linéaire telle que $h(0,5) = 6$ et $h(2,5) = 30$. Calculer $h(3)$ et $h(5)$.

.....

.....

Exercice d'application 4

La fonction linéaire g est telle que $g(4) = 9$ et $g(6) = 13,5$. Calculer $g(10)$, $g(12)$ et $g(18)$ sans calculer le coefficient de g .

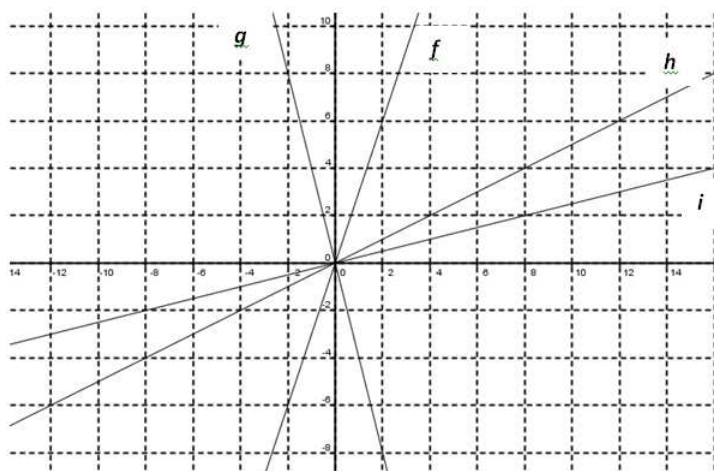
.....

.....

.....

3. Représentation graphique

Soient f , g , h et i les fonctions linéaires dont les représentations graphiques sont données ci-dessous :



Compléter :

- L'image de 4 par la fonction linéaire h est . . .
- L'image de 2 par la fonction g est . . .

Fonctions linéaires

- L'antécédent de -6 par la fonction g est ...
- $i(\dots) = -2$; $i(0) = \dots$; $f(-2) = \dots$; $h(16) = \dots$; $h(\dots) = 4$

x	-8	0	4	12
h(x)				

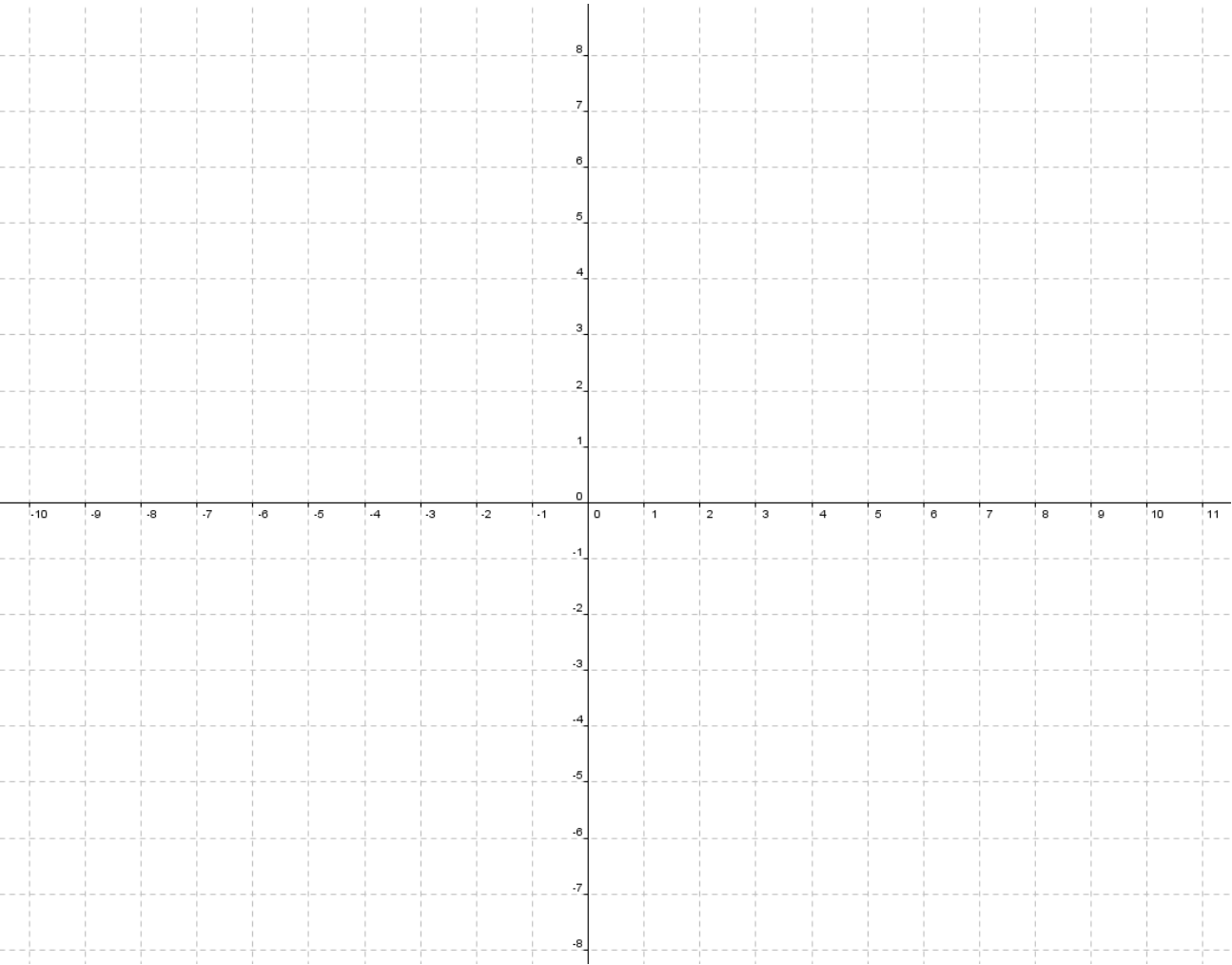
Propriété

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

Méthode :

Pour représenter graphiquement une fonction linéaire dans un repère, il suffit donc de connaître l'image d'un nombre $x_0 \neq 0$. On place ensuite sur le repère le point de coordonnées $(x_0; f(x_0))$ et on trace la droite passant par l'origine et par ce point.

Exemple : Tracer la représentation graphique de la fonction k telle que $k : x \mapsto 1,5x$



Exercice d'application 5

Tracer les représentations graphiques des fonctions suivantes :

$f : x \mapsto 4x$

$g : x \mapsto \frac{x}{3}$

$h : x \mapsto -x$

x		
f(x)=		

x		
g(x)=		

x		
h(x)=		

