Plan du cours

I. Comment rédiger une démonstration ?

On ne peut pas prouver qu'un énoncé de géométrie est vrai en faisant uniquement des constatations sur un dessin ou des mesures. Des constatations, des mesures permettent uniquement d'établir des conjectures.

Définition : Une conjecture est un énoncé qui semble vrai alors qu'on ne l'a pas encore prouvé.

Remarque : Une conjecture peut s'avérer être fausse.

Pour démontrer que des énoncés de géométrie sont vrais, il faut effectuer des démonstrations.
Une démonstration en géométrie est une succession de chaînons déductifs qui partent des données et arrivent à la conclusion.

Un chaînon déductif est un enchaînement de phrases qui peut se présenter sous la forme :

On sait que :

- ....
- ....
- ....

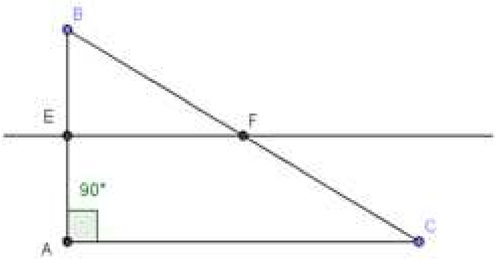
Or, (ou d'après le théorème.......)...

Donc (ou on peut conclure que ....).....................................

Exercice d'application 1

ABC est un triangle rectangle en A. On note E le milieu de [AB]. La droite parallèle à (AC) passant par E coupe le segment [BC] en F.

Montrer que les droites (EF) et (AB) sont perpendiculaires.



Résolution :

On sait que :

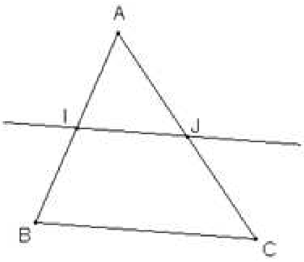
- (EF) et (AC) sont parallèles
- (AC) perpendiculaire à (AB)

Or, si deux droites sont parallèles alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
Donc, les droites (AB) et (EF) sont perpendiculaires.

II. Théorème n°1 : Théorème de la droite des milieux

Théorème

Dans un triangle,si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.

Si 

alors (IJ) parallèle à (BC)

Définition

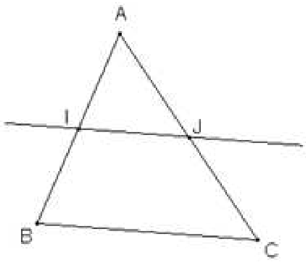
Cette droite est appelée la droite des milieux.

Remarque : Ce théorème permet de montrer que deux droites sont **parallèles**.

Exercice d'application 2

Dans le triangle ABC, I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [AC].

Montrer que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.



Résolution :

Dans le triangle ABC :
On sait que :

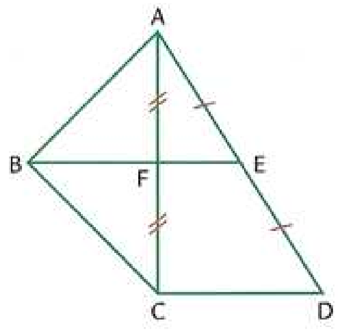
- I est le milieu de [AB]
- J est le milieu de [AC]

Or, dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.

Donc les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

Exercice d'application 3

(a) Démontrer que les droites (FE) et (CD) sont parallèles.



. . . .

. . . .

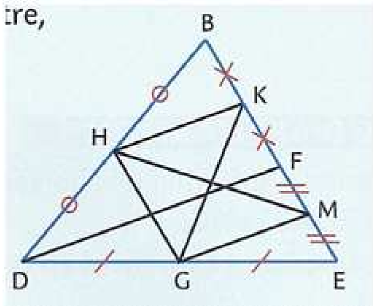
. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

(b) Démontrer que les droites (DM) et (GF) sont parallèles.



. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Exercices

III. Théorème 2 : longueur d'un segment

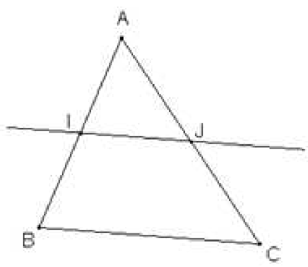
Théorème

Dans un triangle, le segment qui joint les milieux de deux côtés mesure la moitié du troisième côté.

Remarque : Ce théorème permet de calculer la longueur d'un segment.

Exemple :

On sait que IJ = 15 cm. Calculer BC.



Résolution :

Dans le triangle ABC,
On sait que :

- I est le milieu de [AB]
- J est le milieu de [AC]

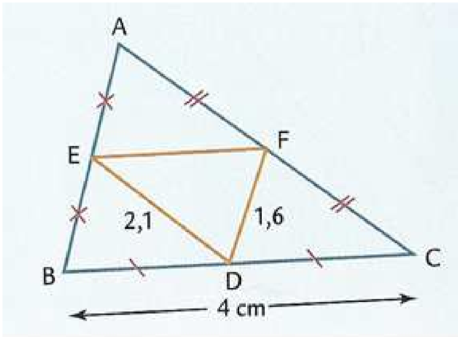
Or, dans un triangle, le segment qui joint les milieux de deux côtés mesure la moitié de celle du troisième côté.

Donc BC = 2 × IJ = 2 × 15 = 30 cm.

Exercice d'application 4

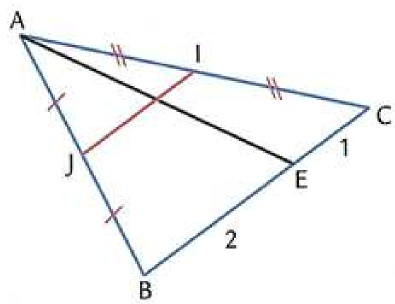
1. Calculer EF.

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .



2. Calculer IJ.

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .



IV. Théorème 3 : avec un milieu et une parallèle

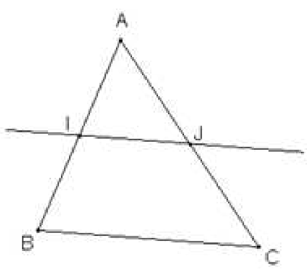
Théorème

Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle à un second côté, passe par le milieu du troisième côté.

Remarque : Ce théorème permet de montrer qu'un point est le milieu d'un segment.

Exemple :

Dans le triangle ABC, on note I est le milieu de [AB].
La droite parallèle à (BC) passant par I coupe le segment [AC] en J.
Montrer que J est le milieu du segment [AC].



Résolution :

Dans le triangle ABC,
On sait que :

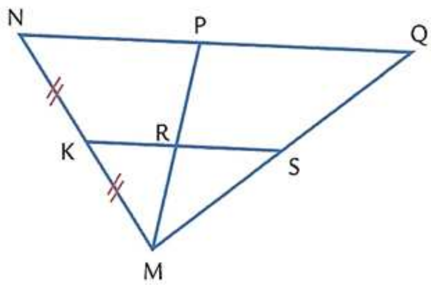
- I est le milieu de [AB]
- (IJ) // (BC)

Or, dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle à un second côté, passe par le milieu du troisième côté.

Donc J est le milieu de [AC].

Exercice d'application 5

1. En utilisant les informations portées sur la figure et le fait que (KR) et (NP) sont parallèles, démontrer que R est le milieu de [MP].



. . . .

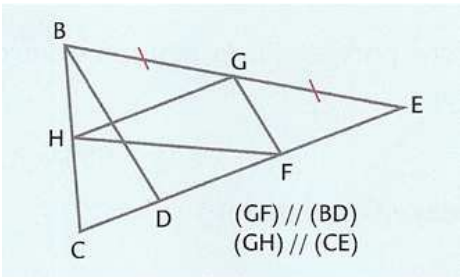
. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2. Démontrer que H est le milieu de [BC].



. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .