

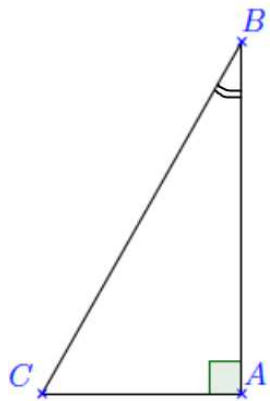
Plan du cours

I. Vocabulaire	1
II. Définition de cosinus, sinus et tangente	1
III. Quelques propriétés	2
IV. Applications	3
1. Calcul d'une longueur	3
2. Calcul d'un angle	3

I. Vocabulaire

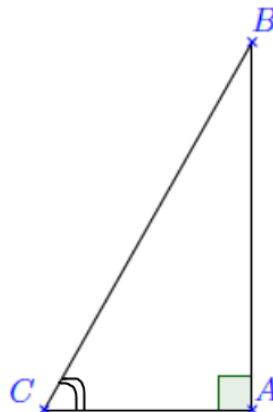
Soit ABC un triangle rectangle en A. L'**hypoténuse** est [BC].

- Si on regarde l'angle \widehat{ABC} :



Le **côté opposé** à l'angle \widehat{ABC} est [AC].
Le **côté adjacent** à l'angle \widehat{ABC} est [AB].

- Si on regarde l'angle \widehat{ACB} :



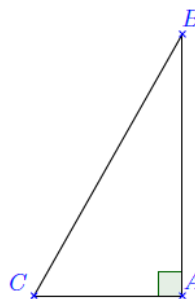
Le **côté opposé** à l'angle \widehat{ACB} est [AB].
Le **côté adjacent** à l'angle \widehat{ACB} est [AC].

II. Définition de cosinus, sinus et tangente

Définition

Soit ABC un triangle rectangle en A.

- $\cos \widehat{ABC} =$
- $\sin \widehat{ABC} =$
- $\tan \widehat{ABC} =$



Moyen mnémotechnique de se souvenir de ces formules :

III. Quelques propriétés

x (en degré)	5	30	45	60	90
$\cos x$					

x (en degré)	5	30	45	60	90
$\sin x$					

Propriété

Dans un triangle rectangle, pour tout angle x , le cosinus et le sinus sont toujours compris entre 0 et 1.

$$0 < \cos x < 1 \quad \text{et} \quad 0 < \sin x < 1$$

x (en degré)	5	30	45	60	90
$(\cos x)^2$					

x (en degré)	5	30	45	60	90
$(\sin x)^2$					

Propriété

Dans un triangle rectangle, pour tout angle aigu de mesure x ,

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$$

Démonstration :

Propriété

Dans un triangle rectangle, pour tout angle aigu de mesure x ,

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Démonstration :

IV. Applications

1. Calcul d'une longueur

(a) Soit IJK un triangle rectangle en K tel que $IJ = 8 \text{ cm}$ et $\widehat{KIJ} = 50^\circ$. Calculer KJ .

Le triangle EJK est rectangle en K .

Je connais l'angle \widehat{KIJ} et l'hypoténuse du triangle $[IJ]$ et je cherche la longueur du côté opposé ($[KJ]$)

J'utilise donc la formule du sinus :

$$\sin \widehat{KIJ} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin \widehat{KIJ} = \frac{KJ}{IJ}$$

$$\sin 50^\circ = \frac{KJ}{8}$$

D'après le produit en croix : $KJ = 8 \times \sin 50^\circ$

$$\boxed{KJ \approx 6,1 \text{ cm}}$$

(b) Soit DFE un triangle rectangle en E tel que $DE = 7 \text{ cm}$ et $\widehat{DFE} = 56^\circ$. Calculer FE .

Le triangle DFE est rectangle en E .

Je connais l'angle \widehat{DFE} et son côté opposé $[DE]$ et je cherche la longueur du côté adjacent ($[FE]$)

J'utilise donc la formule de la tangente :

$$\tan \widehat{DFE} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

$$\tan \widehat{DFE} = \frac{DE}{FE}$$

$$\tan 56^\circ = \frac{7}{FE}$$

D'après le produit en croix : $FE = \frac{7 \times 1}{\tan 56}$

$$\boxed{FE \approx 4,7 \text{ cm}}$$

2. Calcul d'un angle

(a) Soit LMN rectangle en N tel que LN = 6,5 cm et NM = 3 cm. Calculer \widehat{LMN} puis en déduire la mesure de l'angle \widehat{MLN} .

Calcul de l'angle \widehat{LMN} :

Le triangle LMN est rectangle en N.

Je connais [MN] le côté adjacent de \widehat{LMN} et [NL] le côté opposé de \widehat{LMN} et je cherche l'angle \widehat{LMN} .

J'utilise donc la formule de la tangente :

$$\tan \widehat{LMN} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

$$\tan \widehat{LMN} = \frac{NL}{MN}$$

$$\tan \widehat{LMN} = \frac{6,5}{3}$$

A l'aide de la calculatrice, je trouve :

$$\widehat{LMN} = \arctan\left(\frac{6,5}{3}\right)$$

$$\text{Donc } \boxed{\widehat{LMN} \approx 65,2^\circ}$$

Calcul de l'angle \widehat{MLN} :

On sait que le triangle MLN est rectangle en N, donc la somme de ses angles aigus vaut 90° .

$$\text{Donc } \widehat{MLN} = 90 - \widehat{LMN}$$

$$\widehat{MLN} = 90 - 65,2$$

$$\widehat{MLN} = 24,8^\circ$$

(b) Soit OPQ un triangle rectangle en O tel que OP = 5 cm et QP = 7 cm. Calculer \widehat{OQP} .

Le triangle OPQ est rectangle en O.

Je connais [OP] le côté opposé de \widehat{OQP} et [QP] l'hypoténuse et je cherche l'angle \widehat{OQP} .

J'utilise donc la formule du sinus :

$$\sin \widehat{OQP} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin \widehat{OQP} = \frac{OP}{QP}$$

$$\sin \widehat{OQP} = \frac{5}{7}$$

A l'aide de la calculatrice, je trouve :

$$\widehat{OQP} = \arcsin\left(\frac{5}{7}\right)$$

$$\text{Donc } \boxed{\widehat{OQP} \approx 45,6^\circ}$$