

Plan du cours

I.	Généralités sur les équations	1
II.	Résolution d'équation	2
1.	Méthode de résolution des équations du type $a + x = b$	2
2.	Méthode de résolution des équations du type $ax = b$	3
3.	Méthode de résolution des équations avec des inconnues dans les 2 membres .	5
III.	Mise en équation	7
1.	Énigme 1	7
2.	Énigme 2	8
3.	Énigme 3	9
4.	Énigme 4	10

CHAPITRE : Résolution d'équation du premier degré

INTRODUCTION

Je vous propose pour introduire ce chapitre de regarder cette vidéo interactive.
Cette vidéo vous rappellera vos cours de 4^{me} sur les équations.

<https://www.lumni.fr/video/le-calcul-litteral#containerType=serie&containerSlug=la-maison-lumni-college>

I. Généralités sur les équations

Définition

Une équation est **une égalité** dans laquelle figure **un nombre inconnu**, désigné en général par une lettre qui est appelée l'inconnue.

Exemple :

$2x - 11 = 7 - x$ est une équation dans laquelle l'inconnue est désignée par x .

$$\underbrace{2x - 11}_{\text{Premier membre}} = \underbrace{7 - x}_{\text{Second membre}}$$

1. Le nombre 3 est-il solution de l'équation $2x - 11 = 7 - x$?

D'une part, $2 \times 3 - 11 = \underline{-5}$

D'autre part, $7 - 3 = \underline{4}$

L'égalité n'est donc pas vérifiée pour $x = 3$.

Conclusion : Le nombre 3 n'est pas solution de l'équation.

2. Le nombre 6 est-il solution de l'équation $2x - 11 = 7 - x$?

D'une part, $2 \times 6 - 11 = \underline{1}$

D'autre part, $7 - 6 = \underline{1}$

L'égalité est donc vérifiée pour $x = 6$

Conclusion : Le nombre 6 est une solution de l'équation.

Exercice d'application 1

(a) -2 est-il solution de l'équation $54 - 11x = 25x + 126$?

D'une part, $54 - 11 \times (-2) = 54 + 22 = \underline{76}$

D'autre part, $25 \times (-2) + 126 = -50 + 126 = \underline{76}$

L'égalité est donc vérifiée pour $x = -2$

Conclusion : Le nombre -2 est une solution de l'équation.

(b) 5 est-il solution de l'équation $7x - 3 = 6(x - 1)$?

D'une part, $7 \times 5 - 3 = 35 - 3 = \underline{32}$

D'autre part, $6 \times (5 - 1) = 6 \times 4 = \underline{24}$

L'égalité n'est donc pas vérifiée pour $x = 5$.

Conclusion : Le nombre 5 n'est pas solution de l'équation.

II. Résolution d'équation

On rappelle tout d'abord ce que l'on nomme une résolution d'équation.

Définition

Résoudre une équation, c'est trouver **toutes les solutions** qui vérifient cette équation.

1. Méthode de résolution des équations du type $a + x = b$

Propriété

Une égalité reste vraie si l'on **additionne** (ou l'on **soustrait**) le même nombre à **chacun de ses membres**.

→ Résoudre l'équation $3 + x = 7$.

Deux rédactions possible d'une résolution d'équation (*celle la plus à droite est la plus rigoureuse*) :

$$\begin{array}{c} -3 \left(\begin{array}{l} 3 + x = 7 \\ \hline x = 4 \end{array} \right) -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 + x = 7 \\ \cancel{3} + x - \cancel{3} = 7 - 3 \\ x = 7 - 3 \\ \boxed{x = 4} \end{array}$$

La solution de l'équation $3 + x = 7$ est le nombre 4.

On notera alors $\mathcal{S} = \{4\}$.

Propriété

L'équation $a + x = b$ admet pour unique solution : $x = b - a$.

Exercice d'application 2

Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned}-2 + x &= 11 \\ \cancel{-2} + x + \cancel{+2} &= 11 + \cancel{2} \\ x &= 11 + 2 \\ \boxed{x = 13}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}9 + x &= 44 \\ \cancel{9} + x - \cancel{9} &= 44 - \cancel{9} \\ x &= 44 - 9 \\ \boxed{x = 35}\end{aligned}$$

2. Méthode de résolution des équations du type $ax = b$

Propriété

Une égalité reste vraie si l'on **multiplie** (ou l'on **divise**) le même nombre non nul (c'est-à-dire différent de 0) à **chacun de ses membres**.

→ Résoudre l'équation $-5x = 125$.

Deux rédactions possible d'une résolution d'équation (*celle la plus à droite est la plus rigoureuse*) :

$$\begin{array}{l} -5x = 125 \\ \swarrow :(-5) \quad \searrow :(-5) \\ x = -25 \end{array}$$

$$-5x = 125$$

$$\frac{\cancel{-5}x}{\cancel{-5}} = \frac{125}{\cancel{-5}}$$

$$x = -\frac{125}{5}$$

$$\boxed{x = -25}$$

La solution de l'équation $-5x = 125$ est le nombre - 25. On notera alors $\mathcal{S} = \{-25\}$.

Propriété

Si $a \neq 0$, l'équation $ax = b$ admet pour unique solution : $x = \frac{b}{a}$.

Exercice d'application 3

Résoudre les équations suivantes :

$$\rightarrow -6x = -42$$

$$\frac{-6x}{-6} = \frac{-42}{-6}$$

$$x = \frac{-42}{-6}$$

$$\boxed{x = 7}$$

$$\rightarrow -5x = 24$$

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{24}{-5}$$

$$\boxed{x = -\frac{24}{5}}$$

$$\rightarrow 3x = 27$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{27}{3}$$

$$x = \frac{27}{3}$$

$$\boxed{x = 9}$$

$$\rightarrow \frac{3}{4}x = 5$$

$$\frac{\frac{3}{4}x}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{\frac{3}{4}}$$

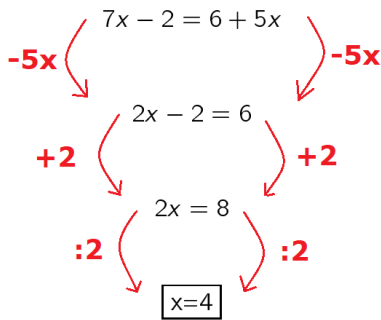
$$x = \frac{5}{\frac{3}{4}}$$

$$x = 5 \times \frac{4}{3}$$

$$\boxed{x = \frac{20}{3}}$$

3. Méthode de résolution des équations avec des inconnues dans les 2 membres

→ Résoudre l'équation $7x - 2 = 6 + 5x$.



$$\begin{aligned}7x - 2 &= 6 + 5x \\7x - 2 - 5x &= 6 + 5x - 5x \\2x - 2 &= 6 \\2x - 2 + 2 &= 6 + 2 \\2x &= 8 \\\frac{2x}{2} &= \frac{8}{2} \\x &= 4\end{aligned}$$

Méthode de résolution

→ On commence par isoler l'inconnue dans un des deux membres.

→ On regroupe ensuite les nombres sans x dans l'autre membre.

→ On utilise alors les méthodes de résolution vues juste avant.

→ On n'oublie pas de donner la ou les solution(s).

La solution de l'équation $7x - 2 = 6 + 5x$ est le nombre 4. $\mathcal{S} = \{4\}$.

Exercice d'application 4

$$4x - 3 = 11$$

$$4x = 11 + 3$$

$$4x = 14$$

$$x = \frac{14}{4}$$

$$x = 3,5$$

$$4x + 3x = 63$$

$$7x = 63$$

$$x = \frac{63}{7}$$

$$x = 9$$

$$6x - 4 = 3x + 14$$

$$6x - 3x - 4 = 14$$

$$3x - 4 = 14$$

$$3x = 14 + 4$$

$$3x = 18$$

$$x = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$

$$7 - 8x = 56$$

$$-8x = 56 - 7$$

$$-8x = 49$$

$$x = \frac{49}{-8}$$

$$x = -\frac{49}{8}$$

$$9 - 2x = 11 + 4x$$

$$9 - 2x - 4x = 11$$

$$9 - 6x = 11$$

$$-6x = 11 - 9$$

$$-6x = 2$$

$$x = \frac{2}{-6}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$2(x - 7) = 3(-x + 1)$$

$$2x - 14 = -3x + 3$$

$$2x - 14 + 3x = 3$$

$$5x - 14 = 3$$

$$5x = 3 + 14$$

$$5x = 17$$

$$x = \frac{17}{5}$$

III. Mise en équation

1. Énigme 1

Énoncé : Mathieu a 2 billes de plus que Pierre mais 3 fois moins de billes que Bryan.
Ils ont à eux trois 53 billes.

Combien ont-ils de billes chacun ?

Résolution :

1. **Choisir une inconnue et la décrire** : On choisi x le nombre de billes de Mathieu.

2. **Traduire le problème par une équation.**

Pour cela, choisir une grandeur qui peut être exprimée de deux façons différentes.

Ici, il s'agit du nombre de billes qu'ils ont à eux 3. Il y a 53 billes en tout.

Mais cela peut aussi s'écrire : Mathieu + Pierre + Bryan

On sait que :

- Mathieu = x
- Pierre a 2 billes de moins que Mathieu, à savoir Pierre = $x - 2$
- Bryan a 3 fois plus de billes que Mathieu, à savoir Bryan = $3x$

→ L'équation à résoudre est donc :
$$\begin{array}{ccccccc} \text{Mathieu} & + & \text{Pierre} & + & \text{Bryan} & = & 53 \\ x & + & (x - 2) & + & 3x & = & 53 \end{array}$$

3. **Résoudre l'équation** :

$$x + (x - 2) + 3x = 53$$

$$x + x - 2 + 3x = 53$$

$$5x - 2 = 53$$

$$5x - 2 + 2 = 53 + 2$$

$$5x = 55$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{55}{5}$$

$$\boxed{x = 11}$$

4. **Vérifier** que la solution de l'équation a du sens avec le problème concret.

Ici, x étant un nombre de billes, la solution du problème doit être un nombre strictement positif.

5. **Conclure.**

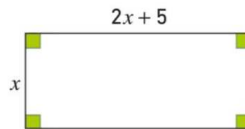
On en conclut que :

- $x = 11$ Donc Mathieu possède 11 billes.
- $x - 2 = 11 - 2 = 9$ Donc Pierre possède 9 billes.
- $3x = 3 \times 11 = 33$ Donc Bryan possède 33 billes.

Vérification : $11 + 9 + 33 = 20 + 33 = 53$.

2. Énigme 2

Énoncé : Dans le rectangle suivant l'unité utilisée est le mètre.



Quelles sont les dimensions de ce rectangle quand son périmètre est égal à 31 m ?

Résolution :

1. **Choisir une inconnue et la décrire** : On appelle x la largeur du rectangle ci-dessus.

2. **Traduire le problème par une équation.**

Pour cela on va exprimer le périmètre du rectangle en fonction de x .

$$\begin{aligned}
 P_{\text{rectangle}} &= (l + L) \times 2 \\
 P_{\text{rectangle}} &= (x + (2x + 5)) \times 2 && \text{On réduit ce qu'il y a dans les parenthèses} \\
 P_{\text{rectangle}} &= (x + 2x + 5) \times 2 \\
 P_{\text{rectangle}} &= (3x + 5) \times 2
 \end{aligned}$$

On cherche la valeur de x pour un périmètre qui vaut 31.

L'équation est donc : $(3x + 5) \times 2 = 31$

3. **Résoudre l'équation** :

$$(3x + 5) \times 2 = 31$$

On commence par développer.

$$6x + 10 = 31$$

$$6x = 31 - 10$$

$$6x = 21$$

$$x = \frac{21}{6}$$

$$x = \frac{7}{2}$$

$$x = 3,5$$

4. Vérifier que la solution de l'équation a du sens avec le problème concret.
Ici, x étant une longueur, la solution du problème doit être un nombre strictement positif.

5. Conclure.

La largeur du rectangle vaut : $x = 3,5$ cm.
Donc la longueur vaut : $2x + 5 = 2 \times 3,5 + 5 = 12$ cm.

3. Énigme 3

Énoncé : Une brique pèse 1 kg plus la moitié de son poids. **Combien pèse-t-elle ?**

Résolution :

1. Choisir une inconnue et la décrire : On appelle x le poids de la brique.

2. Traduire le problème par une équation.

$$P_{\text{brique}} = 1 + \frac{P_{\text{brique}}}{2} \quad \text{on remplace avec } x \text{ l'inconnue.}$$

$$\text{L'équation est donc :} \quad x = 1 + \frac{x}{2}$$

3. Résoudre l'équation :

$$x = 1 + \frac{x}{2}$$

$$x - \frac{x}{2} = 1$$

On met x au même dénominateur

$$\frac{2x}{2} - \frac{x}{2} = 1$$

$$\frac{\cancel{2} \times x}{\cancel{2}} = 1 \times 2$$

$$x = 1 \times 2$$

$$x = 2$$

4. Vérifier que la solution de l'équation a du sens avec le problème concret.
Ici, x étant le poids de la brique, la solution du problème doit être un nombre strictement positif.

5. Conclure.

On peut donc en déduire que la brique pèse 2 kg.

4. Énigme 4

Énoncé : Justine a 8 ans et sa grand-mère a 50 ans.

Dans combien d'années, l'âge de sa grand-mère sera le triple de celui de Justine ?

Résolution :

1. Choisir une inconnue et la décrire : On appelle x le nombre d'année qu'il faudra pour que l'âge de sa grand-mère soit le triple de celui de Justine.

2. Traduire le problème par une équation.

On sait qu'aujourd'hui :

- Justine = 8 ans
- Grand-mère = 50

$3 \times (\text{Age de Justine dans } x \text{ année}) = \text{Age de la grand-mère dans } x \text{ année.}$ (On remplace par les données que l'on a)

L'équation est donc : $3(8 + x) = 50 + x$

3. Résoudre l'équation :

$$3(8 + x) = 50 + x$$

On commence par développer.

$$24 + 3x = 50 + x$$

$$24 + 3x - x = 50$$

$$24 + 2x = 50$$

$$2x = 50 - 24$$

$$2x = 26$$

$$x = \frac{26}{2}$$

$$\boxed{x = 13}$$

4. Vérifier que la solution de l'équation a du sens avec le problème concret.
Ici, x étant un nombre d'année, la solution du problème doit être un nombre strictement positif.

5. Conclure.

On peut donc conclure que dans 13 ans l'âge de la grand-mère de Justine sera le triple de son âge.

Vérification, dans 13 ans :

- Justine aura $8 + 13 = 21$
- Sa grand-mère aura $50 + 13 = 63$ et $3 \times 21 = 63$