Plan du cours

I. Définitions et propriétés

Définition

a^n est une puissance de a et se lit "a exposant n" ou a puissance n".

Soit a un nombre relatif et n un nombre entier positif. On note alors :

$$a^n = a \times a \times ... \times a \times a$$

Remarque :

- Si $a \neq 0$ et si n = 0 alors $a^n = a^0 = 1$. Ceci est une convention.
- Si n = 1 alors $a^n = a^1 = a$
- Si n = 2 alors $a^n = a^2$ " a puissance 2" se lit " a au carré"
- Si n = 3 alors $a^n = a^3$ " a puissance 3" se lit " a au cube"

Exemple :

$G = 2^5$ $\qquad$ $Z = (-5)^3$ $\qquad$ $B = 7^0$

$I = (-3,11)^1$ $\qquad$ $K = (-1)^2$ $\qquad$ $S = 3^3$

Propriété

Soit a un nombre relatif non nul et n un entier positif non nul. a^{-n} désigne l'inverse de a^n

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemple :

$P = 2^{-1}$ $\qquad$ $N = 4^{-2}$ $\qquad$ $F = (-3)^{-1}$ $\qquad$ $A = (\frac{4}{7})^{-2}$

Propriété

- $-2^6 = -(2^6) = -64$
  $(-2)^6 = 64$
- $3 \times 7^4 = 3 \times 2401 = 7203$
  $3 \times 7)^4 = 21^4 = 194481$
- $5 + 3^2 = 5 + 9 = 14$
  $(5+3)^2 = 8^2 = 64$

La puissance s'adresse au nombre placé devant ou entre les parenthèses.

La puissance est toujours prioritaires sur les autres opérations.

Exemple :

$2^4 - 3^3$ $\quad$ 2×4^4 $\quad$ $4 \times (3+2)^2$ $\quad$ $-2 \times 5^3 + (-5)^{-1}$

II. Règles de calculs

Propriété

Soient a et b des nombres relatifs non nuls et m et n des entiers relatifs.

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ $\quad$ $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad$ $(a^m)^n = a^{mn}$

$a^n \times b^n = (a \times b)^n$ $\quad$ $\dfrac{a^n}{b^n} = (\dfrac{a}{b})^n$

Exemple :

$P = 2^3 \times 2^4$ $\quad$ $F = \dfrac{6^8}{6^3}$ $\quad$ $Z = (10^3)^2$

P = $\quad$ F = $\quad$ Z =

$N = 3^5 \times 7^5$ $\quad$ $S = (-4)^{-9} \times (-4)^7$ $\quad$ $T = \dfrac{5^4}{15^4}$

N = $\quad$ S = $\quad$ T =

III. Puissance de dix

1. Écriture décimale des puissances de 10

Quelques puissances de 10 :

10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

Propriété

Soit n un nombre entier positif.

$10^n = 1\underbrace{0\ldots\ldots\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}}$ $\quad$ $10^{-n} = \underbrace{0,0\ldots\ldots\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$

⚠ A ne pas confondre :

- $3^5 \neq 300000$

- $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

Limites de la calculatrice :

$10^{15} + 1 - 10^{15}$

0

Alors que le résultat est évidemment 1 ! ! !

Propriété

Pour multiplier un nombre en écriture décimale :

- par 10^n, on décale la virgule de n rangs vers la droite.
- par 10^{-n}, on décale la virgule de n rangs vers la gauche.

Exemple :

$25,1 \times 10^5 = ...$ $25,1 \times 10^{-5} = ...$ $0,091 \times 10^7 = ..$ $12495,54 \times 10^{-3} = ...$

2. Écriture scientifique

Définition

La notation scientifique d'un nombre décimal est de la forme $a \times 10^p$ où a ne s'écrit qu'avec un seul chiffre non nul à gauche de la virgule.

Exemple :

58000 = 5,8 $\times 10^4$ 0,034 = $3,4 \times 10^2$ H = 0,38 $\times 10^4$ n'est pas écrit en notation scientifique.

Remarque : La notation scientifique est utilisée par les calculatrices lorsque le résultat dépasse la capacité d'affichage.

Exercice d'application 1

Calculer et donner le résultat en écriture scientifique :

$D = 12 \times 10^2 \times 5 \times (10^3)^{-2}$

....

....

....

....

$$S = \frac{5 \times 10^{-4} \times 3,6 \times 10^2}{1,2 \times 10^{-3}}$$

....

....

....

....