

Savoir-faire 1 Comment résoudre une équation

Énoncé 1. Résoudre l'équation $4 - (5 - 7x) = 2(x + 1)$.

2. Résoudre l'équation $\frac{x+1}{4} = \frac{x-3}{7}$.

Solution

Méthode On se ramène à une équation d'inconnue x , de la forme $ax = b$, dont la solution est le nombre $\frac{b}{a}$ si a est différent de 0.

Pour cela, il faut isoler x en transformant l'équation proposée en équations successives ayant les mêmes solutions grâce aux règles 1 et 2 du cours.

1. $4 - (5 - 7x) = 2(x + 1)$

$$4 - 5 + 7x = 2x + 2$$

$$-1 + 7x = 2x + 2$$

On supprime les parenthèses en appliquant les règles de transformations vues dans le chapitre 3.

$$-1 + 7x - 2x = 2x + 2 - 2x$$

On retranche $2x$ à chaque membre de l'équation afin de supprimer les « termes en x » dans le deuxième membre.

$$-1 + 5x = 2$$

On réduit chaque membre de l'équation.

$$-1 + 5x + 1 = 2 + 1$$

On ajoute 1 à chaque membre de l'équation afin d'isoler le « terme en x » dans le premier membre.

$$5x = 3$$

On réduit chaque membre de l'équation.

$$\frac{5x}{5} = \frac{3}{5}$$

On divise par 5 chaque membre de l'équation.

$$x = \frac{3}{5}$$

On simplifie $\frac{5x}{5}$ par 5.

La solution de l'équation

$4 - (5 - 7x) = 2(x + 1)$ est

le nombre $\frac{3}{5}$ (ou 0,6).

On conclut.

2. $\frac{x+1}{4} = \frac{x-3}{7}$

$$\frac{7(x+1)}{28} = \frac{4(x-3)}{28}$$

On effectue une réduction au même dénominateur.

$$7(x+1) = 4(x-3)$$

On multiplie les deux membres de l'équation par 28.

$$7x + 7 = 4x - 12$$

On développe chaque membre de l'équation.

$$7x + 7 - 4x = 4x - 12 - 4x$$

On retranche $4x$ à chaque membre de l'équation afin de supprimer les « termes en x » dans le deuxième membre.

$$3x + 7 = -12$$

On réduit chaque membre de l'équation.

$$3x + 7 - 7 = -12 - 7$$

On retranche 7 à chaque membre de l'équation afin d'isoler le « terme en x » dans le premier membre.

$$3x = -19$$

On réduit chaque membre de l'équation.

$$\frac{3x}{3} = \frac{-19}{3}.$$

$$x = -\frac{19}{3}.$$

La solution de l'équation

$$\frac{x+1}{4} = \frac{x-3}{7} \text{ est}$$

le nombre $-\frac{19}{3}$.

On divise par 3 chaque membre de l'équation.

On simplifie $\frac{3x}{3}$ par 3.

On conclut.

Savoir-faire 2 Comment mettre un problème en équation et le résoudre

Énoncé Benoît a 14 ans et son père a 40 ans.

Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de l'âge de Benoît ?

Solution

Méthode Pour résoudre un problème, on suit une démarche en **quatre étapes** :

1. On choisit l'inconnue.
2. On met le problème en équation.
3. On résout l'équation obtenue.
4. On conclut en revenant au problème posé.

On note x le nombre d'années cherché.

On écrit l'âge de Benoît dans x années : $14 + x$.

On écrit l'âge du père de Benoît dans x années : $40 + x$.

Âge	aujourd'hui	dans x années
de Benoît	14 ans	$(14 + x)$ ans
du père de Benoît	40 ans	$(40 + x)$ ans

On traduit « L'âge du père est égal au double de l'âge de Benoît » par l'équation d'inconnue x :

$$40 + x = 2(14 + x).$$

$$40 + x = 28 + 2x$$

$$40 + x - x = 28 + 2x - x$$

$$40 = 28 + x$$

$$40 - 28 = 28 + x - 28$$

$$x = 12.$$

Le père de Benoît aura le double de l'âge de son fils **dans 12 ans**.

Dans 12 ans, Benoît aura 26 ans ($14 + 12 = 26$) et son père aura 52 ans ($40 + 12 = 52$);

on a bien : $52 = 2 \times 26$.

1. On choisit l'inconnue.

2. On met le problème en équation.

Pour cela, on exprime en fonction de x l'âge de Benoît et l'âge de son père dans x années. On peut s'aider d'un tableau.

3. On résout l'équation obtenue.

4. On conclut en revenant au problème posé.

Revenir au problème posé permet aussi de contrôler la vraisemblance du résultat.