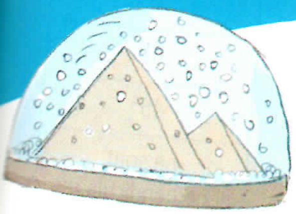
15 Pyramides – Cônes de révolution



Les Promenades d'Euclide,
René Magritte, 1955.

Le peintre **Magritte** nous montre que la perspective est trompeuse ! L'avenue ressemble au **cône** de la tour ! De plus, est-ce un tableau ou la vue à travers la fenêtre ? Magritte **jouait avec la réalité**...

On peut dessiner des **patrons** d'une pyramide ou d'un cône, mais pas de tous les solides. Il est impossible, par exemple, de mettre la Terre « à plat » : les **cartes du monde** ne sont pas exactes, car on ne peut pas dessiner le patron d'une **sphère**.

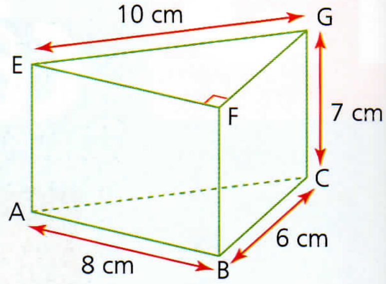
Les Égyptiens construisirent de **gigantesques pyramides** et la manière dont ils **soulevèrent** d'énormes blocs de pierre à plus d'une centaine de mètres de hauteur reste inconnu. Le volume de la pyramide de Kheops dépasse **2,6 millions de mètres cubes** !

Le cône, qui coiffe une sphère, repose sur un **cercle**. C'est pourquoi les chapeaux chinois, en forme de cônes, s'ajustent à **toutes** les têtes !

Pour bien commencer

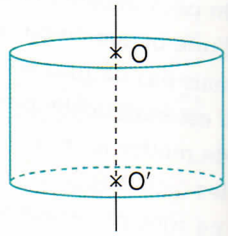
QCM

Ce QCM porte sur le prisme droit ABCEFG représenté ci-contre.
Dans chaque cas, une seule des trois réponses proposées est exacte. Laquelle ?



		A	B	C
1	Le nombre total d'arêtes est égal à	6	8	9
2	Le nombre total de faces est égal à	5	3	6
3	Dans la réalité, l'angle $\widehat{FBC}$ mesure	45°	90°	30°
4	Dans la réalité, l'angle $\widehat{EAB}$ mesure	90°	120°	45°
5	Dans la réalité, les droites (CG) et (BC)	sont perpendiculaires.	sont parallèles.	ne sont ni perpendiculaires, ni parallèles.
6	Le nombre total d'arêtes perpendiculaires à l'arête [FB] est	2	3	4
7	Les bases sont les faces	ABFE et BCGF	ABC et EFG	EFG, ABFE et FGCB
8	L'aire latérale est égale à	168 cm^2	336 cm^2	1 680 cm^2
9	Le volume est égal à	3 360 cm^3	168 cm^3	336 cm^3

Exercice 1 La hauteur du cylindre de révolution représenté ci-contre est égale à 2 cm et son diamètre à 3 cm.



1. Calculer le périmètre des bases de ce cylindre. On donnera l'arrondi au millimètre.
2. Construire un patron de ce cylindre.
3. Calculer l'aire latérale de ce cylindre. On donnera l'arrondi au mm^2.
4. Calculer le volume de ce cylindre. On donnera l'arrondi au mm^3.

Exercice 2 Recopier et compléter chaque égalité.

a. 7,856 dm^3 = ☐ cm^3. b. ☐ m^3 = 449,7 dm^3. c. 698 L = ☐ dm^3.

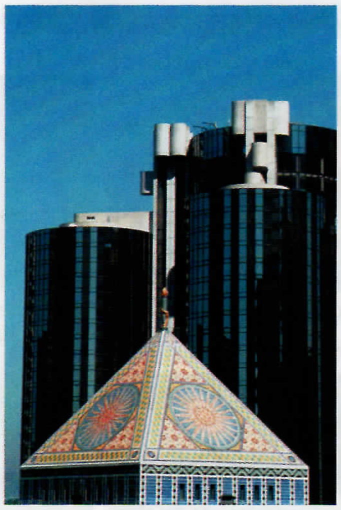
d. 23,7 cm^3 = ☐ cL. e. 0,561 hL = ☐ cm^3. f. 0,56 dm^3 = ☐ mL.

Exercice 3 Gilberto a payé 12,80 € pour 10 L d'essence.
Sachant que le prix payé est proportionnel à la quantité d'essence achetée, calculer :

a. le prix de 47 L d'essence.

b. la quantité d'essence obtenue avec 40 €.

Activité 1 Découverte des pyramides



Toit de la bibliothèque centrale publique de Los Angeles.

Pyramide, Gizeh (Égypte).

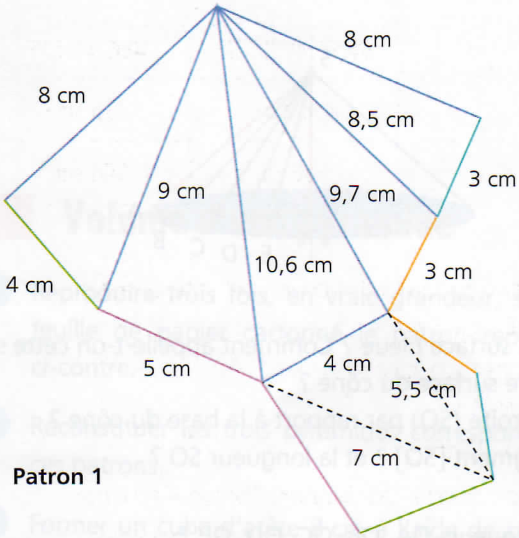
Pyramide, Karlsruhe (Allemagne)

Iceberg, Groenland.

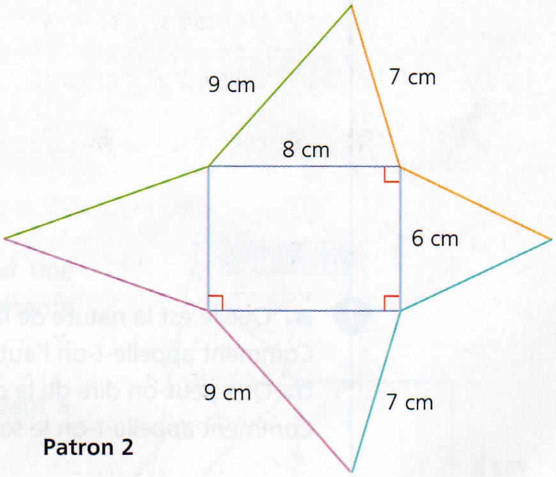
Pyramide de Caïus Cestius, Rome

1. Après avoir observé les images précédentes, proposer une description d'une pyramide.

2. **a.** Reproduire en vraie grandeur sur une feuille blanche les deux patrons ci-dessous.



Patron 1



Patron 2

b. Les découper et reconstituer les solides correspondants.

c. Tous ces solides sont des pyramides. Correspondent-ils à la description proposée en 1 ?

3. **a.** Dans une pyramide, plusieurs faces ont la même forme. De quelle forme s'agit-il ?

b. Ces faces ont un sommet commun. Ce sommet est-il commun à toutes les faces ?

Pour conclure Une pyramide est un solide dont les faces latérales sont des triangles.
Le sommet commun à ces faces est le **sommet** de la pyramide et la face opposée au sommet de la pyramide est sa **base**.

4. Quel est le nombre de faces latérales d'une pyramide dont la base est un triangle ?
Quelle est la particularité d'une telle pyramide ? Une telle pyramide est appelée un **tétraèdre**.

Activité 2 Découverte des cônes de révolution

Sur toutes les images ci-dessous, on peut observer des cônes de révolution.

Désert de sel de Salar de Uyuni (Bolivie)

Marché de poissons (Vietnam)

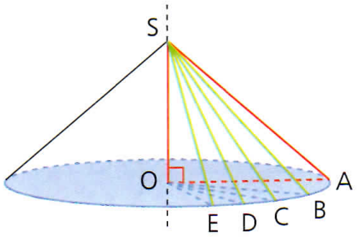
Cité des Sciences et des Arts, Valence (Espagne)

Volcan « Arenal », La Fortuna (Costa Rica)

Maisons Trulli, Pouilles (Italie)

Pyramides de pierres, le long de la rivière Isar, Bavière (Allemagne)

On a représenté ci-dessous, en perspective cavalière, un cône de révolution de sommet S.



1 **a.** Quelle est la nature de la surface bleue ? Comment appelle-t-on cette surface ? Comment appelle-t-on l'autre surface du cône ?
b. Que peut-on dire de la droite (SO) par rapport à la base du cône ?
Comment appelle-t-on le segment [SO] ? et la longueur SO ?

2 **a.** Que peut-on dire des longueurs OA, OB, OC, OD, OE ?
b. Quelle est la nature des triangles SAO, SBO, SCO, SDO, SEO ?
c. En déduire que les longueurs SA, SB, SC, SD, SE sont égales.
Les segments [SA], [SB], [SC], [SD], [SE] sont appelés des **génératrices** du cône de révolution.

3 **a.** Le cône de révolution ci-dessus a été obtenu en faisant tourner le triangle rectangle SOA autour d'une droite. Quelle est cette droite ?
b. On donne : SO = 9,5 cm et OA = 11 cm.
Quel est le diamètre et quelle est la hauteur du cône de révolution que l'on obtiendrait en faisant tourner le triangle rectangle SOA autour de la droite (OA) ?
c. Calculer la longueur des génératrices de ce cône. On arrondira au mm.

Activité 3 Patron d'un cône de révolution

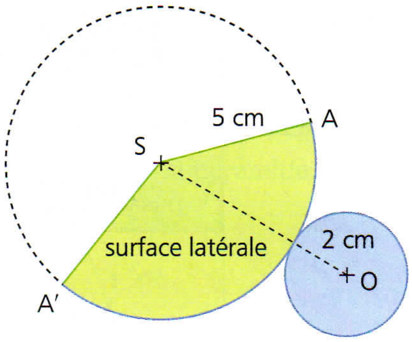
1. Émettre une conjecture sur la nature de la surface que l'on obtiendrait en découpant la surface latérale d'un cône de révolution le long d'une génératrice, puis en la posant « à plat ».

2. On souhaite construire un cône de révolution dont les génératrices mesurent 5 cm et dont le rayon de la base est égal à 2 cm.

a. Tracer un disque de centre O et de rayon 2 cm sur du papier cartonné, puis découper ce disque. On obtient ainsi la base du cône.

b. Tracer puis découper un disque de centre S et de rayon 5 cm. Entailler soigneusement un rayon. Faire glisser une partie sur l'autre pour que la base vienne parfaitement s'ajuster au niveau de la surface latérale.
Découper ensuite la partie inutile.

c. Coller sur une feuille la surface latérale ainsi obtenue et la base comme indiquée ci-contre.

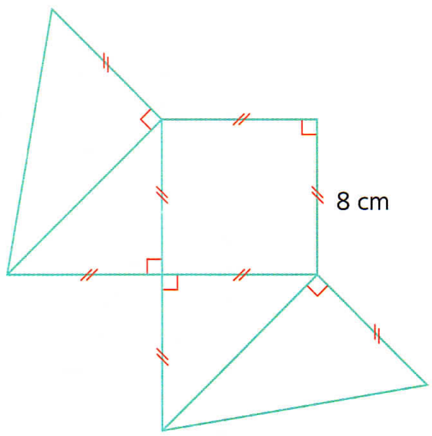


d. Quelle est la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AA'}$?

e. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ASA'}$ sachant qu'elle est proportionnelle à la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AA'}$. On donnera l'arrondi à 0,1°.

Activité 4 Volume d'une pyramide

1. Reproduire trois fois, en vraie grandeur, sur une feuille de papier cartonné le patron représenté ci-contre.



2. Reconstituer les trois pyramides correspondant à ces patrons.

3. Former un cube d'arête 8 cm à l'aide de ces trois pyramides.

4. **a.** Déterminer la nature de la base de chaque pyramide et calculer l'aire de cette base.
b. Quelle est la hauteur de chaque pyramide ?
c. Calculer le volume d'un cube d'arête 8 cm.
d. Vérifier que ce volume est égal au produit de l'aire de la base d'une pyramide par sa hauteur.

Pour conclure *Comment peut-on obtenir le volume d'une pyramide à partir de l'aire de sa base et de sa hauteur ?*

Remarque : On admet que l'on obtient de la même façon le volume d'un cône de révolution.