GRENOBLE 2000 (Correction)

ACTIVITES NUMERIQUES

EXERCICE 1 :

1. Soient les nombres $A = \dfrac{117}{63}$ et $B = -\dfrac{8}{7}$

   a) 117 et 63 sont des multiples de 9 donc A n'est pas irréductible.

   b) $A = \dfrac{13}{7}$.

   c) $A - B = \dfrac{13}{7} + \dfrac{8}{7} = \dfrac{21}{7} = 3$ donc A – B est un nombre entier.

2. Soit le nombre $C = \sqrt{27} - 3\sqrt{75}$.

   a) $C = \sqrt{9 \times 3} - 3\sqrt{25 \times 3} = 3\sqrt{3} - 3 \times 5\sqrt{3} = -12\sqrt{3}$

   b) $C^2 = \left(-12\sqrt{3}\right)^2 = 144 \times 3 = 432$

3. On considère l'expression : $D = (3x - 5)^2 - 16$.

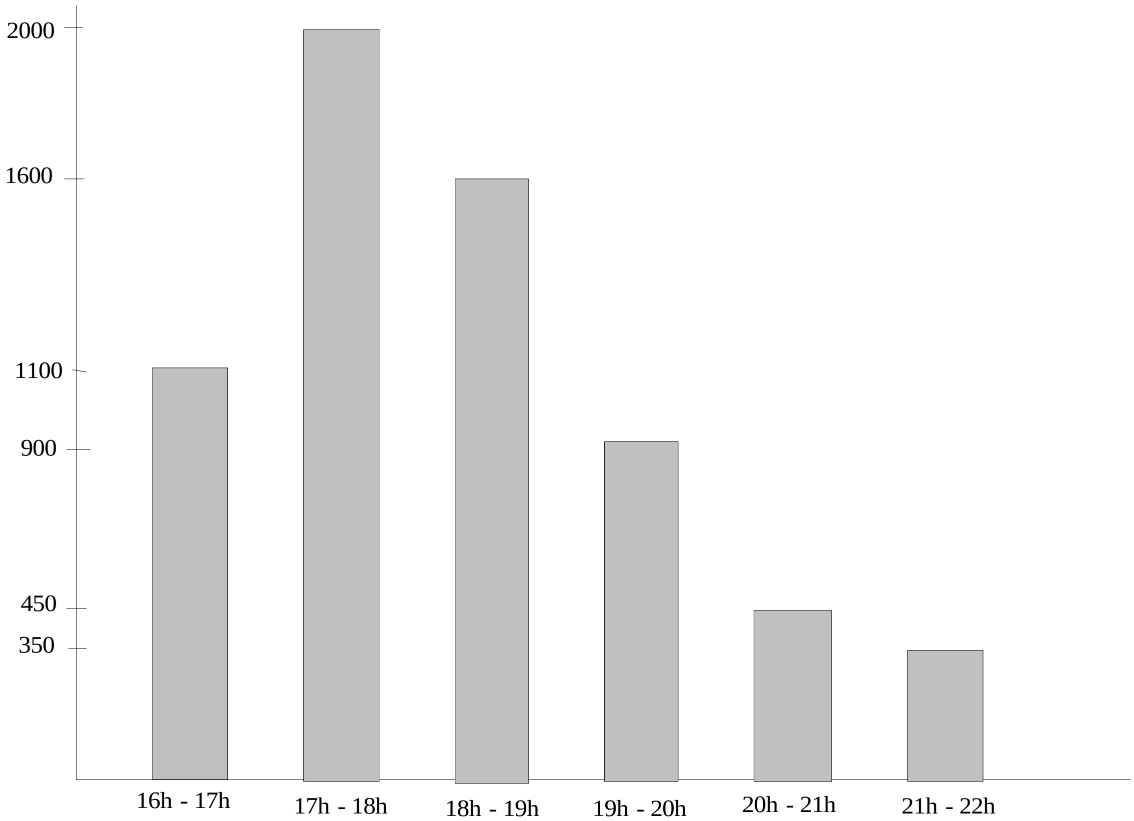
   a) $D = (9x^2 - 30x + 25) - 16 = 9x^2 - 30x + 9$

   b) $D = [(3x - 5) - 4]\,[(3x - 5) + 4] = (3x - 9)\,(3x - 1)$

   c) $D = 9 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 - 30 \times \dfrac{1}{3} + 9 = 9 \times \dfrac{1}{9} - 10 + 9 = 0$

EXERCICE 2 :

1.



2. $\dfrac{900}{6400} \approx 0,14$ et $0,14 \times 100 = 14$

   La fréquence de 19h – 20h est environ 0,14, soit 14%.

3. $\dfrac{1100 + 2000 + 1600 + 900}{6400} \times 100 = 87,5$

   87,5 % des véhicules quittent la ville entre 16h et 20 h.

EXERCICE 3 :

Au musée du jouet, le prix d'entrée est de 50 F pour un adulte et 35 F pour un enfant.

1. $\frac{50-35}{50} \times 100 = \frac{15}{50} \times 100 = 30$

   Les enfants ont 30 % de réduction.

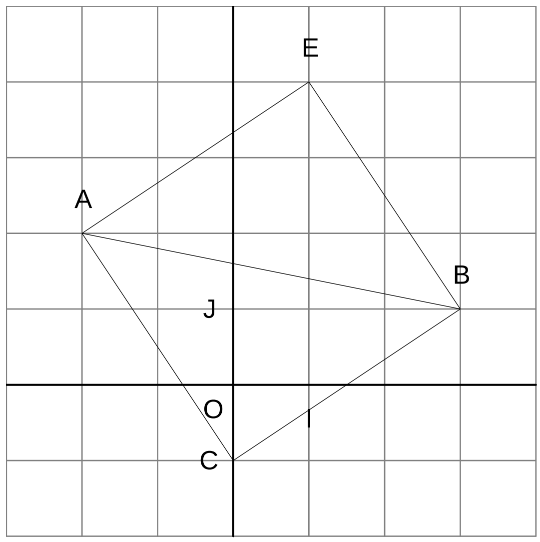
2. Soit x le nombre d'adultes et y le nombre d'enfants ayant visité le musée ce dimanche.

   Il y avait 125 personnes donc : $x + y = 125$.

   La recette est de 5125 F donc $50x + 35y = 5125$

   $\begin{cases} x+y=125 \\ 50x+35y=5125 \end{cases}$ $\begin{cases} 50x+50y=6250 \\ 50x+35y=5125 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=125 \\ 15y=1125 \end{cases}$ $\begin{cases} x+75=125 \\ y=75 \end{cases}$ $\begin{cases} x=50 \\ y=75 \end{cases}$

   Il y avait 50 adultes et 75 enfants.



ACTIVITES GEOMETRIQUES

EXERCICE 1 :

A (– 2 ; 2), B (3 ; 1) et C (0 ; – 1).

1. Faire une figure et placer ces points.
2. $AC^2 = (x_C - x_A)^2 + .(y_C - y_A)^2$

   $= (0 + 2)^2 + (-1 - 2)^2 = 4 + 9 = 13$

   donc $AC = \sqrt{13}$
3. On admet que $AB = \sqrt{26}$ et $BC = \sqrt{13}$.

   AC = BC donc le triangle est isocèle en C

   $AC^2 + BC^2 = 13 + 13 = 26$ et $BC^2 = 26$

   d'après la réciproque de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.
4.
5. E est l'image de A par la translation qui transforme C en B donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$ et ACBE est un parallélogramme.

   $\widehat{BAC}$ est un angle droit donc ACBE est un rectangle.

   BC = AC donc ACBE est un carré.

EXERCICE 2 :

1. Les droites (BE) et CD) sont sécantes en A, les droites (ED) et (BC) sont parallèles, donc d'après Thalès : $\frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC}$ donc $\frac{3}{5} = \frac{ED}{3}$ d'où $ED = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} = 1{,}8$
2. Les points AEB et DEF sont alignés dans le même ordre.

   $\frac{EB}{EA} = \frac{2}{3}$ et $\frac{EF}{ED} = \frac{3-1{,}8}{1{,}8} = \frac{1{,}2}{1{,}8} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

   Donc d'après la réciproque de Thalès, les droites (AD) et (BF) sont parallèles.

   Remarque : on pouvait aussi dire que (BC) et (FD) sont parallèles, BC = FD et BCDF n'est pas croisé, donc BCDF est un parallélogramme, donc (BF) et (CD) sont parallèles.

EXERCICE 3 :

1. a) Voir à la fin.

   b) Le triangle AOB est rectangle en O, et O est le milieu de [BC].

   Donc $AO^2 = BA^2 - BO^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$ donc $AO = \sqrt{40}$.

   c) $\sin \widehat{BAO} = \frac{BO}{BA} = \frac{3}{7}$ donc $\widehat{BAO} \approx 25°$
2. $\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi\, 3^3\right) + \frac{\pi \times 3^2 \times \sqrt{40}}{3} \approx 116$

   Le volume de ce jouet est environ 116 cm^3.

PROBLEME

PARTIE A

1. a) Les faces latérales sont des rectangles de 15 cm sur 6 cm..
   b) $15 \times 15 + 4 \times 15 \times 6 = 585$ donc l'aire de la boite est 585 cm^2
2. $585 \times 0{,}03 = 17{,}55$ donc le volume de métal est 17,55 cm^3.
   $17{,}55 \times 7 = 122{,}85$ donc la masse' de la boite est 122,85 g.

PARTIE B

1. $15 \times 15 \times 6 = 1350$ donc le volume de la boite est 1350 cm^3.
2. a) $15 \times 15 \times x = 225\, x$ donc le volume du coussin est $225\, x$ cm^3.
   b) Les bonbons peuvent occuper $1350 – 225\, x$ cm^3 dans la boite.
3. a) et b) Voir à la fin.
   c) $f(0{,}5) = 1350 – 225 \times 0{,}5 = 1237{,}5$ et $f(2{,}5) = 1350 – 225 \times 2{,}5 = 787{,}5$.
   d) Le volume occupé par les bonbons est minimal quand le coussin est le plus épais, soit donc 2,5 cm, donc le volume minimal est 787,5 cm^3.

PARTIE C

1. Le triangle EFC est rectangle en C donc
   $EF^2 = EC^2 + CF^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$ donc $EF = \sqrt{225} = 15$.
2. Les séparations sont des rectangles de côtés 15cm et 6 cm.
3. a) $\dfrac{9 \times 12}{2} \times 6 = 324$ donc le volume du prisme de base CEF est 324 cm^3.
   b) $1350 – 324 \times 2 = 702$ donc le volume central est 702 cm^3.

DESSINS

Partie B exercice3 1°) a)