78 a et b désignent deux nombres relatifs non nuls.
Écrire chaque expression sous la forme $a^n \times b^p$, où n et p sont des entiers relatifs.

$A = (ab)^3$. $B = a^2 \times b^3 \times a \times b^2$. $C = (ab)^2 \times a^3 \times b^4$.

$D = \dfrac{a^5 \times b^2}{(ab)^3}$. $E = \dfrac{(ab)^2 \times a^4}{b^3 \times b^4}$. $F = \dfrac{a^{-2} \times b^3}{(ab)^4}$.

79 a désigne un nombre relatif non nul. Recopier et remplacer la puce bleue par le signe qui convient $=$ ou $\neq$:

a. $(-a)^2 \bullet a^2$. **b.** $(-a)^2 \bullet -a^2$.
c. $(-a)^3 \bullet -a^3$. **d.** $-(-a)^4 \bullet a^4$.
e. $-(-a)^4 \bullet -a^4$. **f.** $-(-a)^3 \bullet a^3$.

80 Écrire A et B sous la forme $3^n \times 5^p$, où n et p sont des entiers relatifs.

$A = \dfrac{3^2 \times 5^3}{5^2 \times 3^4}$. $B = \dfrac{5^2 \times 3^4}{3^2 \times 5}$.

81 Écrire A et B sous la forme $2^n \times 3^p$, où n et p sont des entiers relatifs.

$A = \dfrac{2^2 \times (3^2)^3 \times 3^2}{2^4 \times 3^3}$. $B = \dfrac{2^2 \times (3^3)^2}{3^2 \times 2^3}$.

82 Écrire C et D sous la forme $7^n \times 5^p$, où n et p sont des entiers relatifs.

$C = \dfrac{7^{-2} \times 5^3}{7^3 \times 7^{-3} \times 5^{-2}}$. $D = \dfrac{5^{-1} \times 7^3 \times 5^{-2}}{7^2 \times (5^3)^2}$.

83 ❶ **a.** Démontrer que : $\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-1} = \left(\dfrac{5}{3}\right)^1$.

b. En déduire que : $\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-4} = \left(\dfrac{5}{3}\right)^4$.

❷ Calculer A et B. On donnera chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = \left(\dfrac{3}{5}\right)^{-4} \times \dfrac{27}{25}$. $B = \left(\dfrac{3}{5}\right)^{-2} \times \dfrac{3}{125}$.

84 Déterminer la notation scientifique de A et de B.

$A = \dfrac{12 \times 10^4 \times 17{,}5 \times (10^{-3})^{-2}}{0{,}06 \times (10^4)^3 \times 0{,}5 \times 10^{-5}}$;

$B = \dfrac{30 \times (10^{-3})^2 \times 1{,}65 \times 10^{-12}}{0{,}09 \times 10^3 \times 55 \times (10^{-4})^{-5}}$.

85 Écrire A et B sous la forme $2^n \times 3^m \times 7^p$, où n, m et p sont des entiers relatifs.

$A = 36 \times 84 \times 98 \times 49$; $B = \dfrac{54 \times 63 \times 12}{343 \times 196}$.

86 Écrire x et y sous la forme d'un produit de puissances de 2, de 3, de 5 et de 7.

$x = 49 \times 5 \times 81 \times 15 \times 16$; $y = \dfrac{105 \times 28 \times 75}{9 \times 45 \times 14}$.

87 Déterminer, à l'aide d'une calculatrice, la notation scientifique de chacun des nombres suivants, puis les ranger dans l'ordre croissant.

22^2 ; 2^{22} ; 2^{2^2} ; 222.

88 Trouver deux nombres entiers consécutifs dont la somme des carrés est égale à 365.

89 **Un problème égyptien**

Le papyrus de Rhind (~ 1 650) rend compte des connaissances mathématiques des anciens Égyptiens.

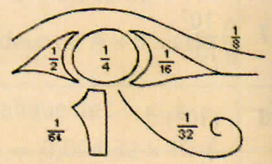
Voici le problème 79 de ce papyrus : « Un domaine est composé de 7 maisons, chaque maison a 7 chats, chaque chat a mangé 7 souris, chaque souris a mangé 7 mesures de semence et chaque mesure de semence était capable de rapporter 7 hekat de grain.

Combien y a-t-il de maisons, de chats, de souris, de mesures de semence et de hekat de blé perdus dans le domaine ? »

Résoudre ce problème. On donnera le résultat sous la forme d'une puissance d'un nombre puis en écriture décimale.

LE SAVIEZ-VOUS?

*Dans l'imagerie de l'Égypte antique, l'**Œil Oudjat** (« œil intact ») était un symbole protecteur représentant l'Œil du dieu faucon Horus. Les dessins des parties de l'œil d'Horus représentaient les subdivisions du hékat, unité de mesure de capacité utilisée par les Égyptiens pour les céréales, les agrumes et les liquides (un hékat valait environ 4,785 litres).*



90 La dune du Pyla, située à l'entrée du bassin d'Arcachon, est avec ses 60 millions de m^3 de sable, la plus grande formation sableuse d'Europe.

❶ Le volume d'un « petit » grain de sable est égal à 130 picolitres et 1 picolitre = 10^{-12} litre.
Déterminer un ordre de grandeur du nombre de « petits » grains de sable dans la dune du Pyla.

❷ La masse d'un « petit » grain de sable est égale à 3 microgrammes et 1 microgramme = 10^{-6} gramme.
Quelle est la masse, en tonne, de la dune du Pyla ?

❸ Le diamètre d'un « petit » grain de sable est égal à 0,063 millimètre. Si l'on rangeait tous les grains de sable de la dune du Pyla côte à côte sur une bande de 1 mètre de large, quelle longueur aurait cette bande ?

91 Le digicode de l'immeuble d'Olivier comporte dix chiffres et deux lettres. Olivier a oublié le code de sa porte d'entrée, mais il se souvient qu'il est composé de 2 lettres suivies de 3 chiffres (les chiffres et les lettres pouvant se répéter).

❶ Combien de codes différents sont constitués de 2 lettres suivies de 3 chiffres ?

❷ Il faut environ deux secondes à Olivier pour taper un code. Si personne ne vient lui ouvrir la porte, combien de temps mettra-t-il pour tester tous les codes possibles ?
On donnera le résultat en heure, minute et seconde.

Argumenter et débattre

92 **Vrai ou faux**

a. Diviser par 10^{-3} revient à multiplier par 10^3.
b. a désignant un nombre relatif, le signe de a^2 dépend du signe de a.
c. a désignant un nombre relatif, le signe de a^3 dépend du signe de a.
d. a désignant un nombre relatif, l'inverse de $-a^2$ est a^2.
e. a désignant un nombre relatif, $a^{-2} = -a^2$.

93 ❶ 208 est la somme des carrés de deux nombres entiers positifs. Quels sont ces entiers ?

❷ 208 est aussi la différence des carrés de deux nombres entiers positifs. Quels sont ces nombres entiers ?

❸ a. 208 est aussi la différence des cubes de deux nombres entiers positifs. Quels sont ces nombres entiers ?
b. En déduire que 208 peut aussi s'écrire comme la somme des cubes de deux nombres entiers positifs.

94 Quel est le plus grand nombre que l'on peut écrire avec quatre chiffres égaux à 2 ?

95 ❶ a. Combien y a-t-il de nombres entiers positifs dont le carré est inférieur à 100 ?
b. En déduire le nombre d'entiers relatifs dont le carré est inférieur à 100.

❷ a. Combien y a-t-il de nombres entiers positifs dont le cube est inférieur à 1 000 ?
b. En déduire le nombre d'entiers relatifs dont le cube est inférieur à 1 000.

96 Quel est le chiffre des unités de 3^{49} ?

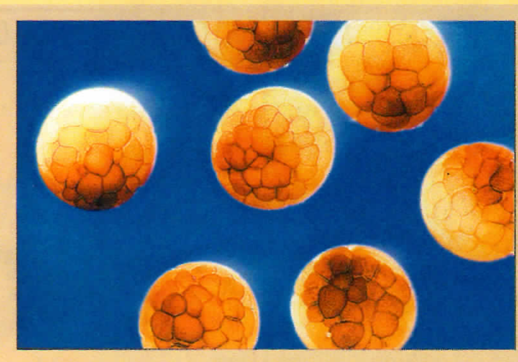
POUR LES CURIEUX

Croissance...

Dans la nature, de nombreux exemples suivent une progression rapide, basée sur des puissances successives. L'homme, comme beaucoup d'animaux, commence sa vie sous la forme d'une cellule-œuf unique qui se divise en deux, puis en quatre, puis en huit... Sur la photo ci-contre, après 4 heures, un œuf de grenouille s'est déjà divisé cinq à six fois, et compte entre 32 et 64 cellules. À la fin d'une journée, il aura effectué une douzaine de divisions et sera composé de 8 000 à 16 000 cellules.
Ce nombre de cellules, qui suit au début parfaitement les puissances de deux, s'en éloigne ensuite, car les cellules d'une même génération ne se divisent pas exactement au même moment, surtout quand les cellules commencent à devenir différentes les unes des autres.

... et décroisssance

D'autres lois accompagnent mieux les puissances successives. Ainsi, le carbone 14, utilisé pour dater les vestiges historiques, voit sa radioactivité divisée par deux en 5 730 ans. Dans le double de temps (11 460 ans), cette radioactivité sera donc divisée par 4, tandis qu'en 17 190 ans (trois fois plus de temps), elle sera divisée par 8... Inversement, on peut ainsi évaluer l'âge d'un échantillon en mesurant la radioactivité du carbone qu'il contient.



De la Terre à la Lune

❶ Coupez une feuille de papier A4 en deux, superposez les deux moitiés, puis coupez de nouveau en deux : vous obtenez quatre quarts de feuille.
Superposez-les à nouveau, recommencez l'opération : vous avez maintenant huit épaisseurs de papier.
Continuant ainsi, vous obtenez successivement 16, 32, 64, ... épaisseurs de papier.

❷ Une feuille de papier a une épaisseur de 0,01 mm.
Combien de fois faudrait-il plier cette feuille en deux pour atteindre la Lune, sachant que la distance Terre-Lune est 384 400 km ?

Avec une calculatrice

Calculer avec des puissances

Exemples

1 Calculer, en donnant l'écriture décimale du résultat : $A = 12^8$ et $B = 10^{-4} + 10^2$.

	CASIO Collège 2D	TI-Collège
• On calcule A en utilisant : [$x^■$] sur Casio et [^] sur TI.	[1] [2] [$x^■$] [8] [EXE] 12^8 429981696	[1] [2] [^] [8] [ENTRER] 12^8 429981696
• On calcule B en utilisant [$10^■$] sur Casio et [^] sur TI.	[$10^■$] [(-)] [4] [▶] [+] [$10^■$] [2] [EXE] $10^{-4}+10^2$ 100.0001	[1] [0] [^] [(-)] [4] [+] [1] [0] [^] [2] [ENTRER] 10^-4+10^2 100.0001

2 Calculer, en donnant la notation scientifique du résultat : $C = 589 \times 10^{-3} \times 223 \times 10^9$.

	CASIO Collège 2D	TI-Collège
• Pour obtenir la notation scientifique du résultat, on commence par mettre la calculatrice en mode scientifique.	[SET UP] 1:MthIO 2:LineIO 3:Deg 4:Rad 5:Gra 6:Fix 7:Sci 8:Norm [7] Sci 0~9? On choisit le nombre de chiffres significatifs. [9]	[MODE] (SCI/ING) SCI/ING FIX [ENTRER] (SCI) [ENTRER] FLO SCI ING
• On entre l'expression.	[5] [8] [9] [$\times10^x$] [(-)] [3] [×] [2] [2] [3] [$\times10^x$] [9]	[5] [8] [9] [$\times10^n$] [(-)] [3] [×] [2] [2] [3] [$\times10^n$] [9]
• On obtient la notation scientifique de C.	[EXE] 589×10-3×223×109 $1.31347000 \times 10^{11}$	[ENTRER] 589×10^-3×2 1.31347ᴇ11
• On remet la calculatrice en mode normal pour d'autres calculs ne demandant pas un affichage du résultat en notation scientifique.	[SETUP] 1:MthIO 2:LineIO 3:Deg 4:Rad 5:Gra 6:Fix 7:Sci 8:Norm [8] Norm 1~2? [2]	[MODE] (SCI/ING) SCI/ING FIX [ENTRER] (FLO) FLO SCI ING [ENTRER]

Applications

1 Calculer, en donnant l'écriture décimale du résultat :

$$A = 7^{-3} + 11^4 \quad \text{et} \quad B = \frac{10^3 + (10^{-2})^{-6}}{10^9}.$$

2 Calculer, en donnant la notation scientifique du résultat :

$$C = 0{,}055 \times 10^{16} \times 9{,}527 \times 10^{-8} \quad \text{et} \quad D = \frac{399 \times 10^3 \times 0{,}221 \times 10^{12}}{0{,}091 \times 10^{-9} \times 0{,}255 \times (10^5)^2}.$$