TRIANGLES SEMBLABLES

0) Introduction :

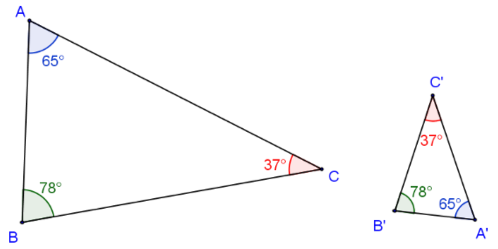
Regrouper les triangles ci-dessous :

I) Triangles semblables – superposables :

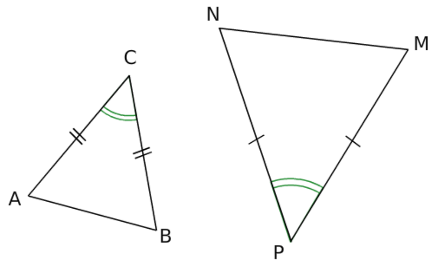
1) Définition : Triangles semblables :

Deux triangles sont **semblables** lorsque leurs trois angles sont deux à deux de même mesure.
On dit aussi que ces triangles sont de **même forme**.

Exemple :
Dans les triangles ci-contre, $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$ et $\widehat{C} = \widehat{C'}$
donc les triangles *ABC* et *A'B'C'* sont semblables.



Exercice :
Les triangles *ABC* et *MNP* sont semblables ?
Justifier la réponse.



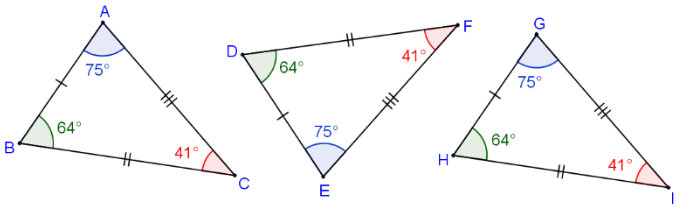
Remarque :
Pour que deux triangles soient semblables, il suffit que deux angles de l'un des triangles soient égaux à deux angles de l'autre triangle (le fait que la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° impose l'égalité de la troisième mesure des angles des triangles).

2) Définition (Cas Particulier) : Triangles superposables :

Deux triangles sont **superposables** lorsque leurs trois côtés sont deux à deux de même longueur.

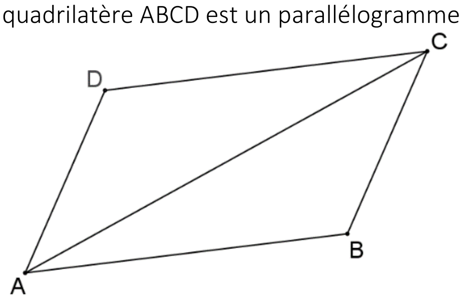
Exemple :

Les triangles ABC, DEF et GHI ci-dessous sont **superposables**.



Exercice :

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



Expliquer pourquoi les triangles ABC et ADC sont superposables.

Remarque :

Deux triangles **superposables** sont **semblables.**

(la démonstration sera faite en $3^{ème}$)

II) Triangles semblables et proportionnalité : (Admis)

(Sert à calculer la longueur d'un côté d'un triangle)

1) Propriété 1 : Triangles semblables et proportionnalité :

Si deux triangles ABC et $A'B'C'$ sont **semblables**,

alors

Longueurs du petit △	AB	AC	BC
Longueurs du grand △	A'B'	A'C'	B'C'

est un tableau de proportionnalité.

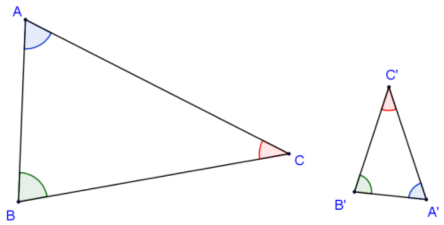
Exemple :

Données :

Outils :

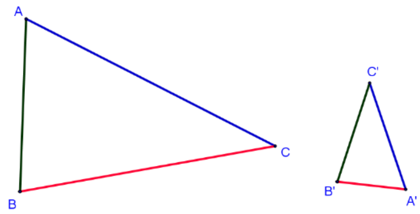
Conclusion :

Schéma :



Dans les triangles ci-dessus,
les angles de même couleur sont égaux.

→ Propriété 1 →



Dans les triangles ci-dessus,
les longueurs des côtés de même couleur sont **proportionnelles**.

Diagramme :

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables → Propriété 1 →

Longueurs du petit △	AB	AC	BC
Longueurs du grand △	A'B'	A'C'	B'C'

est un tableau de proportionnalité.

2) Exercice rédigé :

Enoncé : Dans la figure ci-dessous, calculer les longueurs AC et EF.

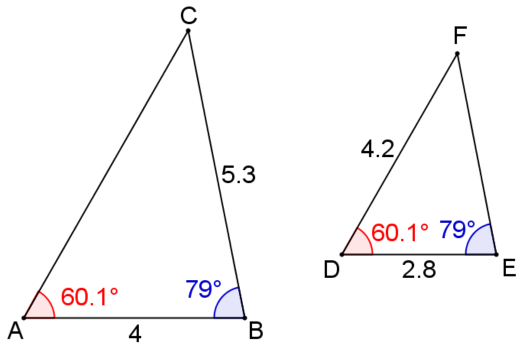
Solution :

On sait que :

Dans les triangles ci-dessus,

$\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$ (et après calcul $\widehat{C} = \widehat{C'}$).

Par définition, les triangles ABC et DEF sont semblables.



Or :

Si les triangles ABC et DEF sont semblables, alors

Longueurs du petit Δ	AB	AC	BC
Longueurs du grand Δ	DE	DF	EF

est un tableau de proportionnalité.

Donc :

Longueurs du petit Δ	4 cm	AC	5,3 cm
Longueurs du grand Δ	2,8 cm	4,2 cm	EF

est un tableau de proportionnalité.

Calcul de AC

En utilisant :

4 cm	AC
2,8 cm	4,2 cm

On obtient (d'après le produit en croix) :

$$AC = \frac{4\ cm \times 4{,}2\ cm}{2{,}8\ cm}$$

ainsi :

$$AC = \frac{16{,}8}{2{,}8}$$

donc :

$AC = 6\ cm$.

Calcul de EF

En utilisant :

4 cm	5,3 cm
2,8 cm	EF

On obtient (d'après le produit en croix) :

$$EF = \frac{2{,}8\ cm \times 5{,}3\ cm}{4\ cm}$$

ainsi :

$$EF = \frac{14{,}84}{4}$$

donc :

$EF = 3{,}71\ cm$.

<u>III) Proportionnalité et Triangles semblables :</u> (Admis)

(Sert à montrer que deux triangles sont semblables)

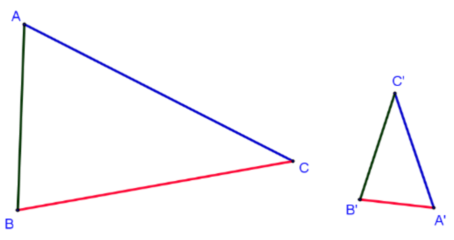
<u>1) Propriété 2 :</u> Triangles semblables et proportionnalité :

Si deux triangles ont leurs **côtés respectifs proportionnels**
alors ils sont **semblables**.

<u>Exemple :</u>

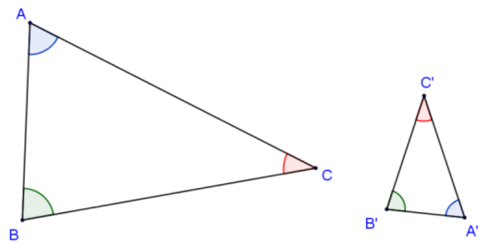
<u>Données :</u> <u>Outils :</u> <u>Conclusion :</u>

<u>Schéma :</u>



Dans les triangles ci-dessus,
les longueurs des côtés de même couleur sont proportionnelles.

→ Propriété 2 →



Dans les triangles ci-dessus,
les angles de même couleur sont égaux.

<u>Diagramme :</u>

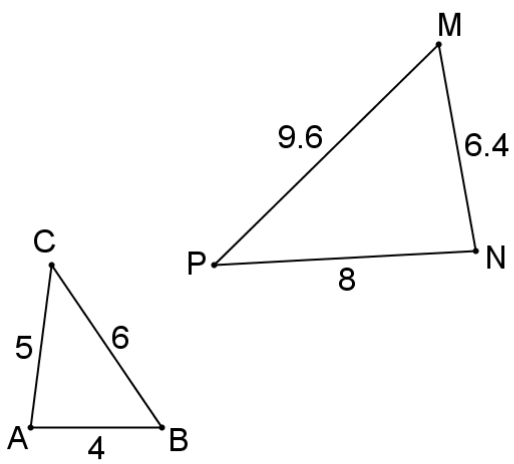
Longueurs du petit Δ	AB	AC	BC
Longueurs du grand Δ	A'B'	A'C'	B'C'

est un tableau de proportionnalité.

→ Propriété 2 → Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables

<u>2) Exercice rédigé :</u>

Enoncé : Justifier que les triangles ABC et MNP ci-dessous, sont des triangles semblables.



<u>Solution :</u>

<u>On sait que :</u>

$\frac{AB}{MN} = \frac{6{,}4}{4} = 1{,}6$; $\frac{PN}{AC} = \frac{8}{5} = 1{,}6$ et $\frac{PM}{CB} = \frac{9{,}6}{6} = 1{,}6$

et donc que :

Longueurs du petit Δ	AB	AC	BC
Longueurs du grand Δ	MN	PN	MP

est un tableau de proportionnalité.

<u>Or :</u>

Si deux triangles ont leurs côtés respectifs proportionnels
alors ils sont semblables.

<u>Donc :</u>

Les triangles ABC et MNP sont semblables.