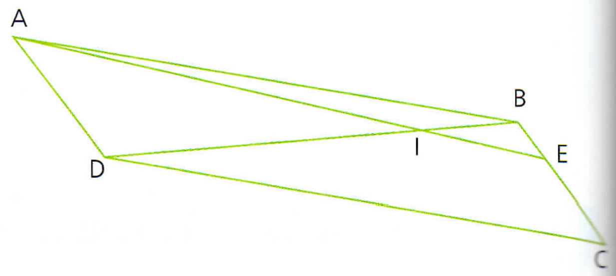
Méthodes

Savoir-faire 1 Déterminer une longueur dans une figure contenant des droites parallèles

Énoncé **Le parallélogramme ABCD ci-contre est tel que AD = 6 cm. E est un point du segment [BC] tel que BE = 2 cm. I est le point d'intersection des droites (AE) et (BD) et on donne : BI = 4 cm. Calculer la longueur DB.**



Solution

ABCD est un parallélogramme donc les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

> La figure contient des droites parallèles, on peut donc penser à utiliser le théorème de Thalès pour calculer la longueur recherchée.

Les droites (BD) et (AE) sont sécantes en I et les droites (BE) et (AD) sont parallèles.

> On identifie les conditions nécessaires pour appliquer le théorème de Thalès.

Donc, d'après le théorème de Thalès, on peut écrire les égalités de quotients :

$$\frac{IE}{IA} = \frac{IB}{ID} = \frac{EB}{AD}.$$

> On applique le théorème de Thalès.

Or : AD = 6 cm, BE = 2 cm et IB = 4 cm.
Donc on a : $\frac{IE}{IA} = \frac{4}{ID} = \frac{2}{6}$.

> On utilise les valeurs numériques données dans l'énoncé.

Calcul de ID

On a : $\frac{4}{ID} = \frac{2}{6}$.

> On connaît la longueur IB et on cherche la longueur BD. Le point I appartenant au segment [BD], il suffit de calculer ID.
> Pour cela, on utilise l'égalité : $\frac{4}{ID} = \frac{2}{6}$.

Donc : $6 \times 4 = 2 \times ID$.

> On écrit l'égalité des produits en croix.

Donc : $ID = \frac{6 \times 4}{2} = 12$.

Calcul de BD

I appartient au segment [BD], donc :
BD = BI + ID = 12 + 4 = 16.

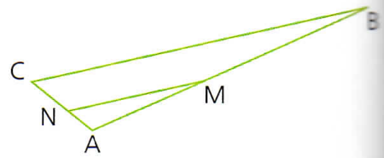
> On peut maintenant calculer BD.

[BD] mesure 16 cm.

> On conclut.

Savoir-faire 2 Démontrer que deux droites sont parallèles

Énoncé **On considère un triangle ABC tel que : AB = 7 cm et AC = 1,75 cm.**
Soit M un point du segment [AB] tel que : AM = 3 cm.
Soit N un point du segment [AC] tel que : AN = 0,75 cm.
Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



Solution

M appartient au segment [AB] et N appartient au segment [AC] donc les points A, M et B et les points A, N et C sont alignés dans le même ordre.

La réciproque du théorème de Thalès nous permet de montrer que les droites sont parallèles.
On vérifie une des conditions pour l'appliquer : l'ordre de l'alignement des points.

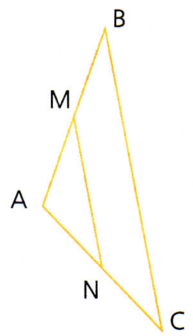
De plus on a :
$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{7}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{0{,}75}{1{,}75} = \frac{3 \times 0{,}25}{7 \times 0{,}25} = \frac{3}{7}$.
On constate que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

On vérifie une deuxième condition nécessaire pour appliquer la réciproque du théorème de Thalès : l'égalité des deux quotients de longueurs.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

On conclut en utilisant la réciproque du théorème de Thalès.

Savoir-faire 3 Démontrer que deux droites sont sécantes



Énoncé **On considère le triangle ABC tel que : AB = 11 cm et AC = 10 cm.**
Soit M un point du segment [AB] tel que : AM = 5,8 cm.
Soit N un point du segment [AC] tel que : AN = 5,2 cm.
Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Solution

M appartient au segment [AB] et N appartient au segment [AC] donc les points A, M et B et les points A, N et C sont alignés dans le même ordre.

La réciproque du théorème de Thalès peut peut-être nous permettre de répondre à la question.
On vérifie une des conditions nécessaires pour l'appliquer : l'ordre de l'alignement des points.

$\frac{AM}{AB} = \frac{5{,}8}{11} = \frac{58}{110}$
et $\frac{AN}{AC} = \frac{5{,}2}{10} = \frac{5{,}2 \times 11}{10 \times 11} = \frac{57{,}2}{110}$.

On cherche à savoir si les quotients $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ sont égaux.

On constate que : $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$.

Les quotients de longueurs ne sont pas égaux. Donc la réciproque du théorème de Thalès ne nous permet pas de conclure.

Si les droites (BC) et (MN) étaient parallèles, alors les quotients seraient égaux.
Or ici les quotients de longueurs ne sont pas égaux, donc les droites ne peuvent pas être parallèles.
Donc, d'après le théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles, elles sont donc sécantes.

On essaye de raisonner en utilisant le théorème de Thalès.

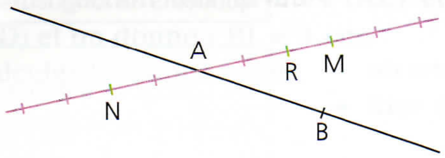
Méthodes

Savoir-faire 4 Placer des points sur une droite avec une égalité de quotients

Énoncé **Soient A et B deux points distincts sur une droite non graduée.**

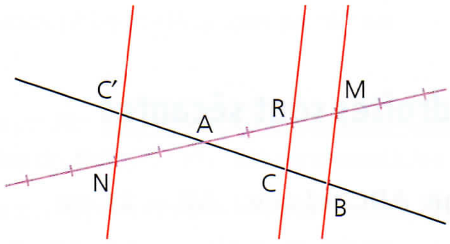
Construire les points C et C′ sur la droite (AB) tels que : $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AC'}{AB} = \dfrac{2}{3}$.

Solution



On trace une droite graduée d'origine A distincte de la droite (AB).

On place les points M, N et R d'abscisses respectivement 3, – 2 et 2 sur la droite graduée.



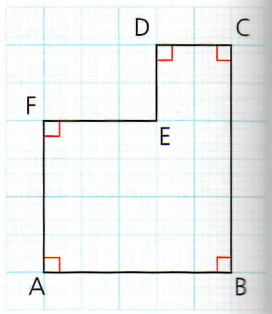
On trace la droite (MB) et les parallèles à la droite (MB) passant par R et N. Celles-ci coupent la droite (AB) respectivement en C et C′.

• Les droites (AB) et (AM) sont sécantes en A. Le point C appartient à (AB) et le point R appartient à (AM). De plus les droites (MB) et (CR) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a donc :
$\dfrac{AR}{AM} = \dfrac{AC}{AB}$. Or $\dfrac{AR}{AM} = \dfrac{2}{3}$, donc $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{2}{3}$.

• On suit le même raisonnement pour montrer que : $\dfrac{AN}{AM} = \dfrac{AC'}{AB} = \dfrac{2}{3}$.

Savoir-faire 5 Calculer une aire

Énoncé **Sur un plan à l'échelle $\dfrac{1}{200}$, Maéva a représenté sa chambre. L'unité de longueur choisie est le centimètre. Quelle est la surface de la chambre ?**



Solution

La chambre de Maéva est dessinée à l'échelle $\dfrac{1}{200}$, le plan est donc un réduction de la chambre de facteur 200.

L'échelle $\dfrac{1}{200}$ signifie que 1 cm sur le plan représente 200 cm dans la réalité.

D'où l'aire de la chambre de Maéva est égale à :

$$\mathcal{A}_{ABCDEF} \times 200^2 = (AF \times FE + BC \times DC) \times 200^2$$
$$= (2 \times 1{,}5 + 3 \times 1) \times 200^2$$
$$= 6 \times 200^2 = 240\,000.$$

On utilise la propriété :
« Lors d'un agrandissement de facteur k d'une figure $\mathcal{F}$, l'aire de la figure $\mathcal{F}'$ est égale au produit de l'aire de $\mathcal{F}$ par k^2. »

La chambre de Maéva a une aire de 240 000 cm², soit 24 m².

On conclut.