Méthodes

Savoir-faire 1 Tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire

Énoncé **Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), représenter la fonction linéaire $f : x \mapsto 1{,}5x$.**

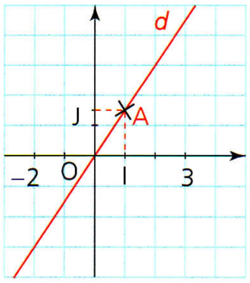
Solution

f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique dans le repère (O, I, J) est une droite d qui passe par le point O.

> f étant linéaire, elle est représentée par une droite d passant par le point O.

$f(1) = 1{,}5$ donc le point A(1 ; 1,5) appartient à d.

> On détermine un deuxième point de la droite d en calculant l'image d'un nombre par f.

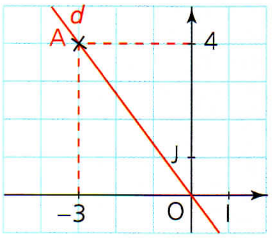


> On place le point A dans le repère (O, I, J) et on trace la droite (OA).

La représentation graphique de la fonction f est la droite d représentée ci-dessus.

Savoir-faire 2 Déterminer une fonction linéaire connaissant un nombre non nul et son image, ou un point de sa représentation graphique

Énoncé **1. Déterminer la fonction linéaire f telle que $f(6) = 9$.**
2. Déterminer la fonction linéaire g dont la représentation graphique est la droite d sur la figure ci-contre.



Solution

1. f est une fonction linéaire donc on peut écrire $f(x) = ax$.

D'après l'énoncé : $f(6) = a \times 6 = 9$.

> On utilise la définition d'une fonction linéaire en remplaçant x par 6.

donc $a \times 6 = 9$, d'où $a = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.

> On obtient une équation dont l'inconnue est a.

La fonction f est donc définie par $f : x \mapsto \frac{3}{2}x$.

2. La droite d passe par l'origine du repère donc elle représente une fonction linéaire g.
On peut donc écrire $g(x) = ax$.

Le point $A(-3\,;\,4)$ appartient à la droite d, donc on a :

> On lit les coordonnées $(x_A\,;\,y_A)$ d'un point A de la droite d.

$g(-3) = a \times (-3) = 4$.
D'où $-3a = 4$
soit $a = -\frac{4}{3}$.

> Le point $A(x_A\,;\,y_A)$ appartient à la représentation graphique de g donc $g(x_A) = y_A$.

La fonction g est donc définie par $g : x \mapsto -\frac{4}{3}x$.

Savoir-faire 3 Tracer la représentation graphique d'une fonction affine

Énoncé **1. Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), représenter la fonction affine $f : x \mapsto 2x - 1$.**
2. Déterminer graphiquement l'antécédent du nombre 7 par f, puis vérifier le résultat par le calcul.

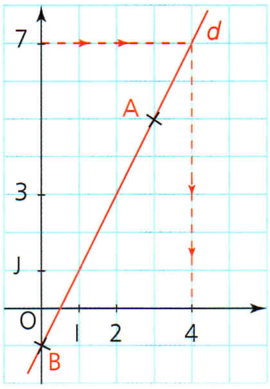
Solution

1. f est une fonction affine donc sa représentation graphique dans le repère (O, I, J) est une droite d.

> f étant affine, elle est représentée par une droite d.

$f(3) = 5$ donc le point $A(3\,;\,5)$ appartient à d.
$f(0) = -1$ donc le point $B(0\,;\,-1)$ appartient à d.

> On détermine deux points de la droite d en choisissant deux nombres et en calculant leurs images respectives par f.



> On place ces deux points dans le repère (O, I, J) et on trace la droite (AB).

2. Le point d'ordonnée 7 de d a pour abscisse 4 donc l'antécédent de 7 par f est 4.

> On repère 7 sur l'axe des ordonnées, puis on lit l'abscisse du point de d qui a pour ordonnée 7 (pointillés rouges). Cette abscisse est égale à 4, on a donc : $f(4) = 7$.

Vérification par le calcul

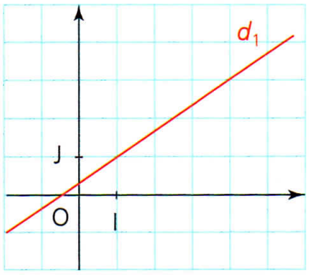
$$2x - 1 = 7$$
$$2x = 7 + 1$$
$$2x = 8$$
$$x = \frac{8}{2}$$
$$x = 4$$

> L'antécédent de 7 par f est le nombre x solution de l'équation $f(x) = 7$.

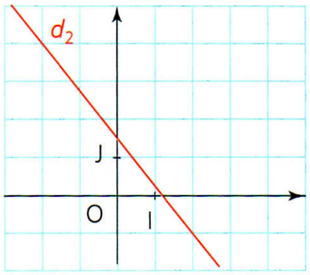
Savoir-faire 4 Lecture graphique du coefficient directeur d'une droite

Énoncé **Déterminer le coefficient directeur de chacune des droites d_1 et d_2 représentées ci-dessous.**

1.

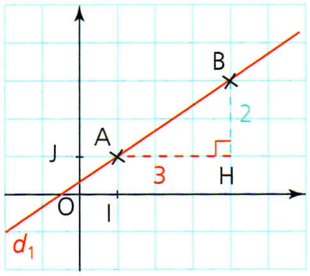


2.



Solution

1. On repère deux points A et B qui appartiennent à la droite d_1 : A(1 ; 1) et B(4 ; 3).

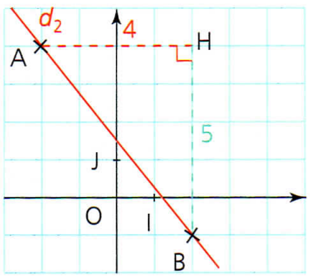


- On place deux points $A(x_1 ; f(x_1))$ et $B(x_2 ; f(x_2))$ sur la droite d_1.
- On place le point H à droite du point A tel que le triangle AHB soit rectangle en H.
- On repère l'accroissement $x_2 - x_1$ de x_1 à x_2 en comptant le nombre de carreaux entre les points A et H. Ici 3.
- On repère l'accroissement $f(x_2) - f(x_1)$ de $f(x_1)$ à $f(x_2)$ en comptant le nombre de carreaux entre H et B. Ici 2.

Le coefficient directeur de la droite d_1 est égal à $\frac{2}{3}$.

On a : $f(x_2) - f(x_1) = a(x_2 - x_1)$ où a est le coefficient directeur de la fonction affine f. D'où $a = \frac{2}{3}$ ici.

2. On repère deux points A et B qui appartiennent à la droite d_2 : A(−2 ; 4) et B(2 ; −1).



- On choisit sur d_2 deux points A et B.
- On place le point H à droite du point A tel que le triangle AHB soit rectangle en H.
- On compte les carreaux :
  - de A à H, il y a 4 carreaux ;
  - de H à B, il y a 5 carreaux en « descendant ».

Le coefficient directeur de la droite d_2 est $\frac{-5}{4} = -\frac{5}{4}$.

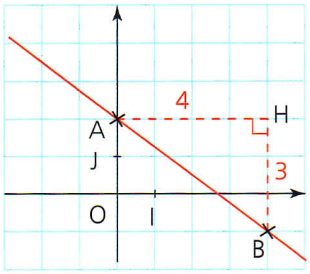
Le signe moins devant le nombre 5 indique que l'on « descend » de H à B.

Savoir-faire 5 Représentation graphique d'une fonction affine connaissant son coefficient, un nombre et son image

Énoncé **Représenter la fonction affine f telle que $f(0) = 2$ et dont le coefficient directeur est $-\frac{3}{4}$.**

Solution

Le point A(0 ; 2) appartient à la représentation graphique de la fonction f.



La droite (AB) est la représentation graphique de f.

• f est une fonction affine donc f est représentée par une droite dans le repère (O, I, J). Il suffit de placer deux points A et B appartenant à la représentation graphique de f dans le repère (O, I, J) pour pouvoir tracer la représentation graphique de f.
• $f(0) = 2$ donc on peut placer le point A(0 ; 2).
• On place le point H à 4 carreaux à droite du point A en se déplaçant parallèlement à l'axe des abscisses.
• On place le point B à « –3 carreaux », soit à 3 carreaux du point H en « descendant » parallèlement à l'axe des ordonnées.

Savoir-faire 6 Déterminer une fonction affine connaissant deux nombres distincts et leurs images

Énoncé **f est une fonction affine telle que $f(-2) = 2$ et $f(4) = 5$. Exprimer $f(x)$ en fonction de x.**

Solution

L'accroissement des images est :
$f(4) - f(-2) = 5 - 2 = 3.$
L'accroissement de x est :
$4 - (-2) = 4 + 2 = 6.$

Le coefficient de f est donc : $a = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

f est une fonction affine donc l'expression de $f(x)$ en fonction de x est $f(x) = ax + b$. Pour calculer a, on utilise la proportionnalité des accroissements.

Par conséquent, on a : $f(x) = \frac{1}{2}x + b$.

Pour calculer b, on utilise $f(x) = \frac{1}{2}x + b$.

Puisque $f(-2) = 2$, on a :
$\frac{1}{2}(-2) + b = 2.$
D'où $-1 + b = 2$
et $b = 2 - (-1) = 2 + 1 = 3$.

On a donc $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$.

On remplace $f(x)$ par une valeur donnée dans l'énoncé (ici $f(-2) = 2$) et x par la valeur de x correspondante (ici $x = -2$) et on résout l'équation d'inconnue b ainsi obtenue.