# MATHÉMATIQUES AP : Montrer une égalité

Enoncé:

Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2x^2 + 6x + 9$ .

Montrer que pour tout nombre réel x, on a :  $f(x) = (x+3)^2 + x^2$ 

## Expliquer pourquoi les deux réponses suivantes sont incorrectes.

**Réponse 1 :** si on prend x = 1,

- Lorsqu'on remplace dans la première expression, on obtient :  $f(1) = 2 \times 1^2 + 6 \times 1 + 9 = 2 + 6 + 9 = 17$
- Lorsqu'on remplace dans la deuxième expression, on obtient  $f(1) = (1+3)^2 + 1^2 = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$ On a donc bien  $f(x) = (x+3)^2 + x^2$ .

Réponse 2:

$$f(x) = (x+3)^2 + x^2$$
$$= x^2 + 6x + 9 + x^2$$
$$= 2x^2 + 6x + 9$$

On a donc bien le résultat demandé.

Démontrer l'égalité de l'énoncé.

Pour montrer une égalité du type A=B, plusieurs méthodes peuvent être employées (tout dépend de l'égalité ...). En voici les quatre principales :

Méthode 1	Méthode 2	Méthode 3	Méthode 4
$A = \dots$	$B = \dots$	$A - B = \dots$	$A = \dots$
=	=	=	=
=B	=A	=0	= C
			$B = \dots$
			=
			=C

Dans chacun des quatre cas, la conclusion est la même : "on en déduit A=B".

• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	 •
• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		 

### Exercices

#### Exercice 1:

Démontrer les égalités suivantes :

1. 
$$1+3+3^2+3^3=\frac{3^4-1}{2}$$
.

**2.** 
$$2x^2 - 8x + 15 = 2(x-2)^2 + 7$$
.

3. 
$$(n+1)^2 - (n+1) = n^2 + n$$
.

**4.** 
$$(x+5)(x-3) = (x+1)^2 - 16$$
.

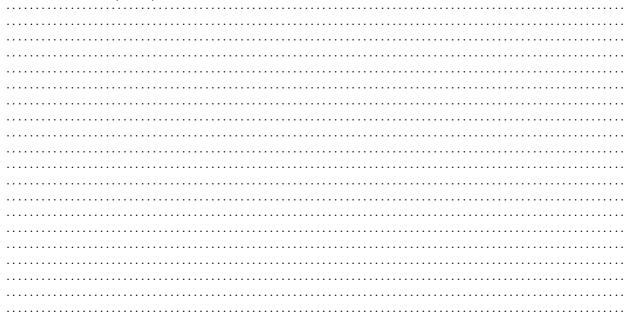
	 •	 
•••••	 •	 •
•••••	 •	 •••••
	 •	 

#### Exercice 2:

Démontrer les égalités suivantes :

1. 
$$\frac{5-\sqrt{2}}{23} = \frac{1}{5+\sqrt{2}}$$
.

**2.** 
$$a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}$$
.



Exercice 3: Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1 - 2x)^2 - 9$ . 1. Montrer que $f(x) = 4x^2 - 4x - 8$ . 2. Montrer que $f(x) = (4 - 2x)(-2 - 2x)$ .
Exercice 4 : Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - 4x - 30$ .
1. Montrer que $f(x) = (2x+6)(x-5)$ . 2. Montrer que $f(x) = (2x+2)(x-3) - 24$ .
Exercice 5: Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-6)(2x+2)$ 1. Montrer que $f(x) = 2x^2 - 10x - 12$ . 2. Montrer que $f(x) = 2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{49}{2}$ .

#### Exercice 6:

Soit  $g(x) = x^2 - 4x - 5$  forme 1

- **1. a.** Montrer que  $g(x) = (x-2)^2 9$  **forme 2** 
  - **b.** Montrer que g(x) = (x 5)(x + 1) **forme 3**
- **2.** On vient donc de trouver trois écritures différentes de g(x).

En utilisant la "bonne" écriture de g(x) (parmi les trois précédentes), répondre aux questions suivantes :

- **a.** (i) Calculer g(0).
  - (ii) Calculer g(5).
  - (iii) Calculer g(2).
- **b.** (i) Déterminer les antécédents de 0 par g.
  - (ii) Résoudre g(x) = 7.
  - (iii) Résoudre g(x) = -5.
  - (iv) Résoudre g(x) = -4x.
  - (v) Résoudre  $g(x) = x^2$ .