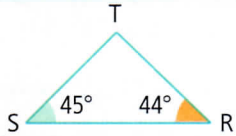
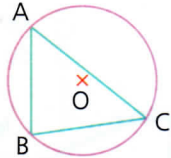


Pour bien commencer

QCM

Dans chaque cas, une seule des trois réponses proposées est exacte. Laquelle ?

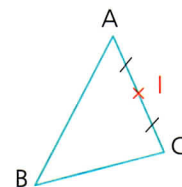
		A	B	C
1	Une médiane d'un triangle est une droite...	qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.	qui passe par un sommet et qui coupe le côté opposé à ce sommet en son milieu.	qui passe par les milieux de deux côtés du triangle.
2	Dire que deux points A et B sont symétriques par rapport à un point O signifie que...	les points A, O et B sont alignés.	A est le milieu du segment [OB].	O est le milieu du segment [AB].
3	RST étant un triangle quelconque, si un point F vérifie $FR = FT$, alors...	F appartient à la médiane issue de S du triangle RST.	F appartient à la médiatrice du côté [RT] du triangle RST.	F appartient à la hauteur relative au côté [RT] du triangle RST.
4	Si ABCD est un rectangle de centre O, alors...	$OA = OB = OC = OD$.	$(AC) \perp (BD)$.	les droites (AC) et (BD) sont les axes de symétrie de ce rectangle.
5	Si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu et la même longueur, alors ce quadrilatère est un...	carré.	rectangle.	losange.
6	 <p>Dans le triangle RST, l'angle \widehat{RTS} est...</p>	obtus.	droit.	aigu.
7	 <p>Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Donc O est le point de concours des...</p>	médianes du triangle ABC.	hauteurs du triangle ABC.	médiatrices du triangle ABC.

Exercice 1 On considère un triangle RST rectangle en S ; on note O le milieu du côté [RT].

- Nommer le sommet de l'angle droit, puis l'hypoténuse de ce triangle.
- Nommer la médiane relative à l'hypoténuse du triangle RST.

Exercice 2 ① Reproduire la figure ci-contre et construire le point D, symétrique de B par rapport à I.

- Démontrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
- Quelle est la nature du parallélogramme ABCD lorsque le triangle ABC est rectangle en B ?



Activités

Activité 1 Des droites remarquables dans un triangle

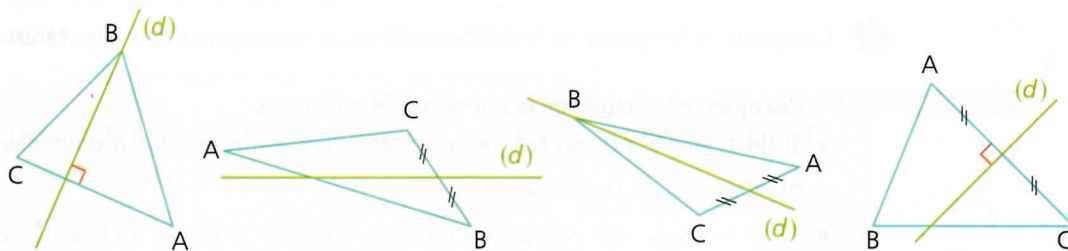
RAPPEL

1 Médiatrices d'un triangle

- Tracer un triangle ABC quelconque et construire les droites (d_1) et (d_2) , médiatrices respectives des côtés $[AB]$ et $[BC]$.
- Les droites (d_1) et (d_2) se coupent en un point I.
Quelle propriété permet de justifier les égalités : $IA = IB$ et $IB = IC$?
Que peut-on alors dire des distances IA et IC ?
- Quelle propriété permet de conclure que le point I appartient à la droite (d_3) , médiatrice du côté $[AC]$ du triangle ABC ?
- De quel cercle le point I est-il le centre ?

2 Reconnaître une médiane d'un triangle




- Rappeler la définition de la médiane relative à un côté d'un triangle.
- Dire, pour chacune des figures ci-dessous, si la droite (d) tracée est ou n'est pas une médiane du triangle ABC.

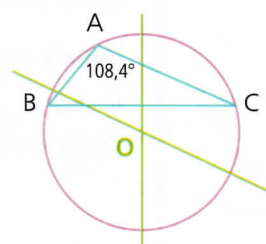
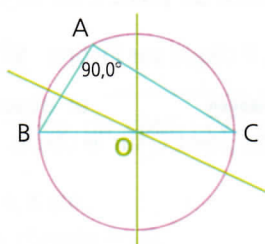
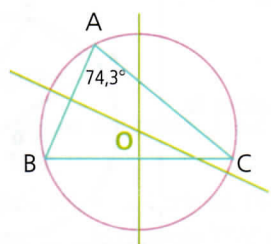
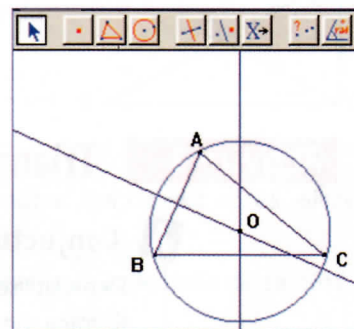


Activité 2 Triangle rectangle, cercle circonscrit et médiane

A Conjecturer

Denis travaille à l'aide du logiciel Cabri-Géomètre.

- Il trace un triangle ABC puis, en cliquant sur l'icône , il trace les médiatrices de deux de ses côtés.
Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ?
- En cliquant sur l'icône , il mesure l'angle \widehat{BAC} , puis en capturant et en déplaçant le point A grâce à l'icône , Denis obtient les dessins ci-dessous.

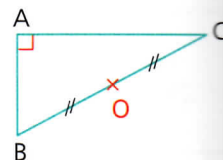


En déplaçant à nouveau le point A, Denis constate que, lorsque tous les angles du triangle ABC sont aigus, le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est situé à l'intérieur du triangle.

- Où semble être situé le point O lorsque ce triangle a un angle obtus ? un angle droit ?
- Conjecturer la position du centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle.

B Démontrer

- Faire une figure analogue à la figure ci-contre dans laquelle ABC est un triangle rectangle en A et O est le milieu de l'hypoténuse [BC], puis construire le point D, symétrique de A par rapport à O.
- Démontrer que le quadrilatère ABDC est un rectangle.
 - Démontrer l'égalité : $AD = BC$.
Comparer alors les longueurs OA, OB, et OC.
 - Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC rectangle en A ? Quel est son diamètre ? Tracer ce cercle.
- Comparer la longueur de la médiane [OA] et la longueur de l'hypoténuse [BC].

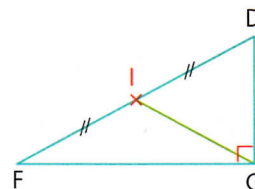


Pour conclure Recopier et compléter les propriétés suivantes :

- Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre --- et pour centre le --- de l'hypoténuse.
- Si un triangle est rectangle, alors la médiane relative à l'hypoténuse a pour longueur la --- de la longueur de l'hypoténuse.

C Appliquer

Le triangle GDF ci-contre est rectangle en G.
On donne $DF = 7$ cm. Calculer GI.



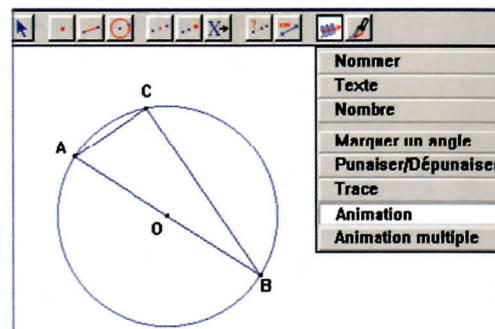
Activité 3 Triangle inscrit, médiane et triangle rectangle

A Conjecturer

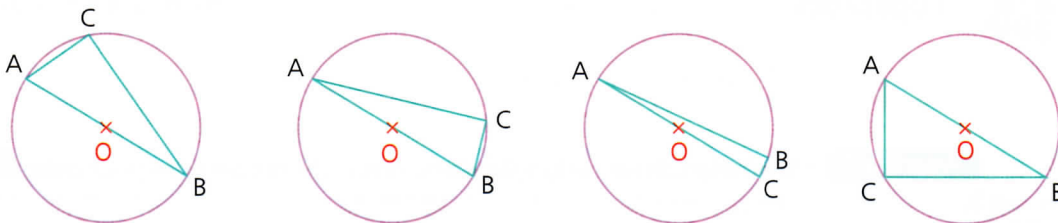
Denis utilise à nouveau le logiciel Cabri-Géomètre. Il trace un cercle de centre O et de diamètre [AB], puis il place un point C sur ce cercle.

Dans le menu, il clique sur l'icône

Il choisit et observe alors le déplacement du point C sur le cercle.



Les figures ci-dessous montrent les dessins obtenus pour différentes positions du point C.



Quelle conjecture Denis peut-il faire concernant le triangle ABC ?

B Démontrer

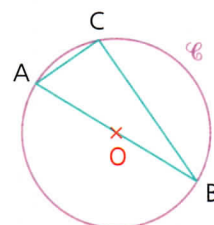
Les questions 1 et 2 proposent deux démonstrations de la même propriété.

- 1 Le triangle ABC de la figure ci-contre est inscrit dans un cercle \mathcal{C} ayant pour diamètre le côté [AB].

a. Faire une figure analogue à cette figure et construire le point D tel que [CD] est un diamètre de \mathcal{C} .

b. Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ?

c. En déduire que le triangle ABC est rectangle en C.



- 2 Le triangle ABC de la figure ci-contre est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre le côté [AB].

a. Justifier que le triangle AOC est isocèle en O, puis démontrer que :

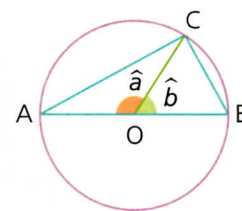
$$\widehat{ACO} = 90^\circ - \frac{\widehat{a}}{2}.$$

b. Démontrer de même que : $\widehat{OCB} = 90^\circ - \frac{\widehat{b}}{2}.$

c. Déduire des questions précédentes une expression de l'angle \widehat{ACB} en fonction de \widehat{a} et \widehat{b} .

d. Que peut-on dire des angles \widehat{a} et \widehat{b} ?

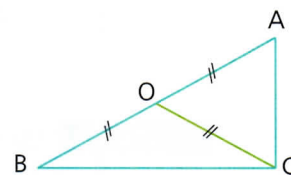
En déduire la mesure de l'angle \widehat{ACB} , puis la nature du triangle ABC.



- 3 Dans le triangle ABC ci-contre, on a : $OA = OB = OC$.

a. Comparer la longueur de la médiane [OC] et la longueur du côté [AB].

b. Quelle est la nature du triangle ABC ?



Pour conclure Recopier et compléter les propriétés suivantes :

- Si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est ---
- Si la médiane relative à un côté d'un triangle a pour longueur la --- de celle de ce côté, alors ce triangle est rectangle.

C Appliquer

Dans la figure ci-contre, J est le milieu du côté [TV] d'un triangle TGV.

On donne : $JG = 3,4$ cm et $TV = 6,8$ cm.

Démontrer que le triangle TGV est rectangle en G.

