

Plan du cours

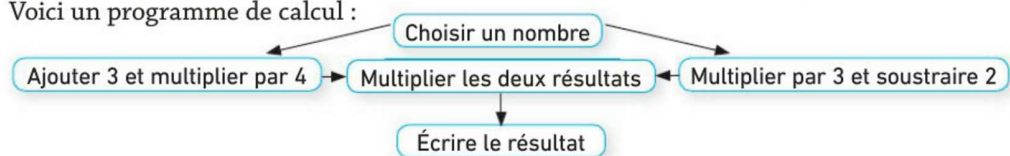
I. Produit nul	1
II. Reconnaître une équation produit	1
III. Résoudre une équation produit	2
IV. Équation du type $x^2 = a$, où a est un nombre relatif	3

2

Résoudre une équation-produit nul

OBJECTIF 2

Voici un programme de calcul :



- 1 Quels nombres doit-on choisir au départ pour obtenir 0 à la fin de ce programme de calcul ?
- 2 Juliette a utilisé une équation pour résoudre ce problème en nommant N le nombre de départ.
 - a. Écrire l'équation de Juliette, puis essayer de la résoudre.
 - b. Écrire un texte qui explique comment on peut résoudre une équation-produit nul.

I. Produit nul

Propriété

Dans un produit, si l'un des facteurs est nul, alors ce produit est nul.

Autrement dit, Si $A = 0$ ou $B = 0$ alors $A \times B = 0$

Propriété

Réciproquement, si un produit est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Autrement dit, si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$.

II. Reconnaître une équation produit

Définition

a , b , c et d désignent des nombres.

Une équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$ est une équation produit.

Exemple :

L'équation $(3x - 5)(9 - x) = 0$ s'appelle une équation produit nul car :

- L'un des membres est un produit de facteurs.
- L'autre membre est 0.



- Si l'on développe le premier membre de cette équation, on s'aperçoit que cette équation est du second degré.
- Pour obtenir une équation produit, il est parfois nécessaire de factoriser l'équation donnée. On dispose pour cela des formules du chapitre factorisation et des identités remarquables.

Exercice d'application 1

Transformer les équations suivantes pour qu'elles deviennent des équations produits :

(a) $(9x - 4)(11 - 2x) - (5x - 6)(9x - 4) = 0$

.....

(d) $(3 - x)(2x + 7) = (6x - 1)(x + 1)$

.....

(b) $9x^2 - 144 = 0$

.....

(e) $x^2 = 16$

.....

(c) $(3x + 1)^2 - 36 = 0$

.....

(f) $16x^2 - 8x = -1$

.....

III. Résoudre une équation produit

Énoncé : Résoudre l'équation : $(x + 2)(2x - 7) = 0$.

Résolution :

$(x + 2)(2x - 7) = 0$ est une équation produit.

Or, si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Ainsi, $x + 2 = 0$ **ou** $2x - 7 = 0$

$x = -2$ **ou** $2x = 7$

$x = -2$ **ou** $x = \frac{7}{2}$

Les solutions de l'équation sont alors -2 et $\frac{7}{2}$.

Équation produit

Exemple : Résoudre les équations suivantes :

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$(-2x - 1)(7 - 3x) = 0$$

$$9x^2 = 36$$

Exercice d'application 2

Énoncé type-brevet : On donne $E = 9 - (2x - 1)^2$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = \frac{1}{2}$.
4. Résoudre l'équation $E = 0$.

IV. Équation du type $x^2 = a$, où a est un nombre relatif

Propriété

a désigne un nombre relatif.

- Lorsque $a < 0$, l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution.
- Lorsque $a > 0$, l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions ($x_1 = \sqrt{a}$ et $x_2 = -\sqrt{a}$).
- Lorsque $a = 0$, l'équation $x^2 = a$ admet une unique solution ($x = 0$).

Exemple : L'équation $x^2 = 4$ admet deux solutions : $x = 2$ et $x = -2$

L'équation $x^2 = -16$ n'admet aucune solution.

L'équation $x^2 = 8$ admet deux solutions : $x = \sqrt{8}$ et $x = -\sqrt{8}$