## Plan du cours

# I. Proportionnalité

## 1. Définition

**Définition**

On dit que deux grandeurs sont proportionnelles si on passe des valeurs de l'une aux valeur de l'autre en multipliant par un même nombre. Ce nombre est alors appelé le coefficient de proportionnalité.

**Exemple :**

| Durée (en h) | 1 | 2 | 3,5 |
|---|---|---|---|
| Distance (en km) | 40 | 80 | 140 |

$\frac{40}{1} = 40\,;\ \frac{80}{2} = 40\,;\ \frac{140}{3,5} = 40$

Les quotients sont **tous** égaux donc les distances sont proportionnelles aux durées.

| Age (en année) | 5 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|
| Taille (en cm) | 108 | 162 | 170 |

$\frac{108}{5} = 21,6\,;\ \frac{162}{15} = 10,8$ et $\frac{170}{20} = 8,5$

Les quotients ne sont pas **tous** égaux donc les âges ne sont pas proportionnelles aux tailles.

**A vous de jouer !**

Les tableaux ci dessous sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

| Durée (en min) | 10 | 20 | 45 | 50 |
|---|---|---|---|---|
| Nombre de personnes | 8 | 16 | 35 | 40 |

**Solution** :

$\frac{8}{10} = 0,8\,;\ \frac{16}{20} = 0,8\,;\ \frac{35}{45} \approx 0,7778\,;\ \frac{40}{50} = 0,8$

Les quotients ne sont pas **tous** égaux donc le nombre de personnes n'est pas proportionnel à la durée

| Masses (en kg) | 100 | 125 | 300 | 540 |
|---|---|---|---|---|
| Prix (en euros) | 2,80 | 3,50 | 8,40 | 15,12 |

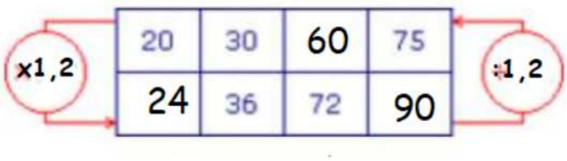
**Solution** :

$\frac{2,80}{100} = 0,028\,;\ \frac{3,5}{125} = 0,028\,;\ \frac{8,4}{300} = 0,028\,;\ \frac{15,12}{540} = 0,028$

Les quotients sont **tous** égaux donc prix en euros est proportionnel à la masse en kg

**Exercice d'application 1**

Compléter les tableaux de proportionnalité suivant à l'aide de leur coefficient de proportionnalité :




| Tours de pédaliers | 5 | 8 | 13 | 20 |
|---|---|---|---|---|
| Distance (en m) | 11,25 | 18 | 29,25 | 45 |

### 2. Trouver la quatrième proportionnelle dans un tableau de proportionnalité

**Méthode :**

Dans un tableau de proportionnalité, si l'on connait trois valeurs sur quatre alors on peut calculer la quatrième. Cette valeur est appelée la **quatrième proportionnelle**.

| | | |
|---|---|---|
| Quantité de carburant (en L) | 30 | 42 |
| Prix à payer (en euros) | 31,8 | x |

$$x = \frac{42 \times 31,8}{30}$$

$$x = 44,52$$

Donc le prix de 42 litres de carburant est 44,52 euros.

**Exercice d'application 2**

Des amis sont en voyages à San Francisco. Lola a changé 150 euros contre 200 dollars.

1. Mario change 240 euros. Combien de dollars aura-t-il ?

| | | |
|---|---|---|
| Euros | 150 | 240 |
| Dollars | 200 | $x$ |

Donc $x = \frac{200 \times 240}{150} = 320$ Mario obtiendra 320 dollars.

2. En partant, Lola change les 26 dollars qu'il lui reste. Combien d'euros aura-t-elle ?

| | | |
|---|---|---|
| Euros | 150 | $x$ |
| Dollars | 200 | 26 |

Donc $x = \frac{150 \times 26}{200} = 19,50$ Lola obtiendra 19,50 euros.

## II. Pourcentages

### 1. Appliquer un pourcentage

**Définition**

Pour calculer t % d'une quantité, on multiplie cette quantité par $\frac{t}{100}$

**Exemple :** Calculer les pourcentages suivants.

50% de 58 élèves : $\frac{50}{100} \times 58 = 29$ Cela correspond à 29 élèves *(la moitié)*.

25 % de 200 L : $\frac{25}{100} \times 200 = 50$ Cela correspond à 50 L *(le quart)*.

70 % de 90 kg $\frac{70}{100} \times 90 = 63$ Cela correspond à 63 kg.

**Exercice d'application 3**

1. Les jeunes de 11 à 14 ans passent en moyenne 12,5 % d'une journée (24h) devant un écran.
70 % de ce temps est passé devant la télévision et le reste du temps devant un ordinateur.

Combien d'heures les jeunes de 11 à 14 ans passent-ils en moyenne chaque jour devant :

a) un écran ? b) la télévision ? c) un ordinateur ?

(a) **Sur un écran :**
12,5% de 24 heures : $\frac{12,5}{100} \times 24 = 3$ h.

**Les jeunes passent en moyenne 3 h devant un écran par jour.**

(b) **Sur la télévision :**
70% du temps passé devant un écran est passé devant la télévision : 70% de 3 heures :
$\frac{70}{100} \times 3 = 2,1$ h.

On convertit en heures et minutes

| | | |
|---|---|---|
| **heure** | 1 | 0,1 |
| **min** | 60 | x |

$x = \frac{0,1 \times 60}{1} = 6\text{min}$

**Les jeunes passent en moyenne 2 heures et 6 minutes devant la télévision par jour.**

(c) **Sur un ordinateur :**
Le reste du temps sur l'ordinateur. Deux calculs sont possibles :

1) 3h - 2h06 = 54 minutes.

ou

2) 30% du temps passé sur écran :
$\frac{30}{100} \times 3 = 0,9$ h.

On convertit en minutes

| | | |
|---|---|---|
| **heure** | 1 | 0,9 |
| **min** | 60 | x |

$x = \frac{0,1 \times 60}{1} = 54\text{min}$

**Les jeunes passent en moyenne 54 minutes devant un ordinateur par jour.**

## 2. Déterminer un pourcentage

**Méthode :**
Déterminer un pourcentage revient à calculer une quatrième proportionnelle à 100, c'est-à-dire à faire un produit en croix.

**Exemple :**
Dans une classe de 24 élèves, 9 sont demi-pensionnaires. **Calculer le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires.**

| | | |
|---|---|---|
| Nombres d'élèves | 24 | 9 |
| Pourcentage | 100% | x |

$\frac{9 \times 100}{24} = 37,5\%$ Il y a 37,5% d'élèves demi-pensionnaires.

**Exercice d'application 4**

Pendant un vide grenier, Zoé a réussi à vendre 54 de ses 72 BD. **Quel pourcentage de ses BD a-t-elle vendues ?**

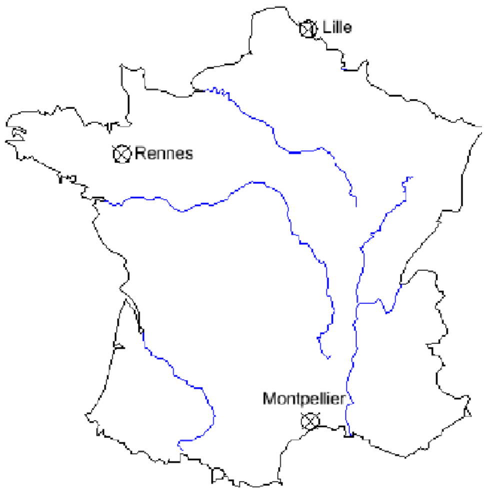
| | | |
|---|---|---|
| Nombres de BD | 72 | 54 |
| Pourcentage | 100% | x |

$\frac{54 \times 100}{72} = 75\%$ Elle a vendu 75% de ses BD.

# III. Échelles

## Activité de découverte sur les échelles

Échelle : « *1 cm sur la carte représente 200 km dans la réalité.* »




a) Quelle est la distance réelle, à vol d'oiseau, entre Rennes et Lille ? ____________
Explique ta démarche : ______________________________________
______________________________________________________

b) Quelle est la distance réelle, à vol d'oiseau, entre Rennes et Montpellier ? __________
Explique ta démarche : ______________________________________
______________________________________________________

c) Place sur cette carte la ville de Limoges située à 340 km de Rennes et 560 km de Lille.
Explique ta démarche : ______________________________________________________
______________________________________________________________________________

On dira que l'**échelle de la carte est de 1/20 000 000** c'est à dire que 1 cm sur la carte correspond à 20 000 000 cm (c'est à dire 200 km) dans la réalité.

**Définition**

Sur un plan, les distances sont proportionnelles aux distances réelles. On appelle échelle du plan le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des distances réelles aux distances du plan. (les distances étant exprimées dans la même unité)

**Exemple :** Sur une carte on peut lire : "réduction à l'échelle $\frac{1}{25000}$".

Cela signifie que 1 cm sur la carte correspond à 25 000 cm (250 m) dans la réalité.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Distance sur le plan (**en cm**) | 1 | 0,4 | 40 |
| Distance réelle (**en cm**) | 25 000 | $0,4 \times 25000 = 10000$ | $40 \times 25000 = 1000000$ |

⚠ Il faut absolument utiliser la même unité !

**Exercice d'application 5**

1. Une maquette de la tour Eiffel à l'échelle $\frac{1}{1200}$ a une hauteur de 27 cm.
Quelle est la hauteur réelle de la Eiffel ?

| | | |
|---|---|---|
| Distance sur le plan (**en cm**) | 1 | 27 |
| Distance réelle (**en cm**) | 1 200 | x |

$x = \frac{27 \times 1200}{1} = 32400$ La tour Eiffel mesure en réalité 32 400 cm soit 324 m.

2. Sur une photographie réalisée avec un microscope, un microbe mesure 6 cm. La taille réelle de ce microbe est de 0,2 mm. (a) Quelle est l'échelle d'agrandissement ?

0,2 mm = 0,02 cm

| | | |
|---|---|---|
| Distance réelle (**en cm**) | 1 | 0,02 |
| Distance sur le plan (**en cm**) | x | 6 |

$x = \frac{1 \times 6}{0,02} = 300$ L'échelle d'agrandissement est $\frac{300}{1}$.

(b) La taille réelle d'un second microbe est 0,08 mm. Quelle serait sa taille sur une photographie avec l'échelle d'agrandissement de la question a. ?

0,08 mm = 0,008 cm

| | | |
|---|---|---|
| Distance réelle (**en cm**) | 1 | 0,008 |
| Distance sur le plan (**en cm**) | 300 | x |

$x = \frac{300 \times 0,008}{1} = 2,4$ Le microbe aurait une taille de 2,4 cm sur la photographie.