Exercices

S'entraîner

Factorisation

1 ❶ Recopier les sommes et différences suivantes en écrivant leurs termes sous la forme d'un produit dont l'un des facteurs est le facteur commun indiqué.

$A = 2a + 4b$; facteur commun : 2.
$B = 15x - 5y$; facteur commun : 5.
$C = 35n - 30p$; facteur commun : 5.
$D = 30x^2 - 42x$; facteur commun : $6x$.
$E = -35x^2 - 21x$; facteur commun : $-7x$.
$F = -40x^2 + 32x$; facteur commun : $8x$.

❷ Factoriser le plus possible chacune de ces expressions.

Pour les exercices 2 à 6, factoriser le plus possible chaque expression.

2 $A = 14x + 21$. $B = -12x + 15$.
$C = 33x - 44$. $D = -10x - 22$.
$E = 15x + 25$. $F = 9x + 9$.

3 $A = 39x - 21$. $B = -3x - 21$.
$C = 24x - 36$. $D = -40x - 30$.
$E = 49x + 28$. $F = 42x - 6$.

4 $A = 4x^2 + 12x$. $B = 6z^2 - 15$.
$C = 42t - 70t^2$. $D = 20k^2 - 28$.
$E = -50a^2 + 75a$. $F = 30b - 42b^2$.

5 $A = 22x - 33x^2$. $B = -36t - 108t^2$.
$C = -10k + 35k^2$. $D = 20y^2 + 28y$.
$E = 45p^2 - 30p$. $F = -18a^2 + 30a$.

6 $A = 30x - 105x^2$. $B = 42t + 70$.
$C = -45z^2 - 60z$. $D = 45b - 80b^2$.
$E = 56a^2 - 72a$. $F = -51y^2 + 68y$.

7 **QCM**

Indiquer, dans chaque cas, la (les) réponse(s) exacte(s).

❶ Dans la somme $3x + 6$, on peut mettre en facteur :
a. x. b. 3. c. 6. d. x^2.

❷ Dans la somme $54a + 42$, on peut mettre en facteur :
a. 2. b. 3. c. 6. d. 8.

❸ Dans la différence $20y^2 - 28y$, on peut mettre en facteur :
a. 2. b. 4. c. $2y$. d. $4y$.

❹ Dans la différence $45z - 60z^2$, on peut mettre en facteur :
a. 5. b. 3. c. $15z$. d. z^2.

❺ Dans la somme $2t^2 + 8t^2$, on peut mettre en facteur :
a. 2. b. $2t$. c. t^2. d. $2t^2$.

8 ❶ a. Choisir deux multiples de 5, puis calculer leur somm
Le résultat est-il un multiple de 5 ?
b. Répondre à la question précédente en choisissant de
autres multiples de 5.
c. Que peut-on conjecturer pour la somme de deux mul
ples de 5 ?

❷ n et p étant deux nombres entiers positifs, on pose :

$$A = 5n + 5p.$$

a. Démontrer que A est un multiple de 5.
b. Conclure.

9 ❶ a. Choisir trois multiples de 4, puis calculer leur somm
Le résultat est-il un multiple de 4 ?
b. Répondre à la question précédente en choisissant tr
autres multiples de 4.

❷ a, b et c étant trois nombres entiers positifs, on pose :

$$A = 4a + 4b + 4c.$$

a. Démontrer que A est un multiple de 4.
b. Conclure.

Réduction d'une expression littérale

10 Simplifier l'écriture de chacun des produits suivants.
$A = -5x \times 3$. $B = -5a \times 3a$. $C = (-5) \times (-3y)$.
$D = -3z^2 \times 5z$. $D = 3 \times (-5t^2)$. $E = 3b \times 5b$.

Pour les exercices 11 à 16, réduire chaque expression lorsque c'est possible.

11 $A = 3x + 5x$. $B = -3t - 8t$.
$C = 8x^2 + 2x$. $D = 14z^2 - 7z^2$.
$E = 12x^2 - 18$. $F = -5y^2 + 2y^2$.

12 $A = 8x + 3x - 2x$. $B = -15a^2 + a^2 + 2$.
$C = -3y + 12 + 25y$. $D = 19b - 5b^2 + 25$.
$E = -5 + 18z^2 - 24z^2$. $F = -c^2 + 14c^2 - 8c^2$.

13 $A = 3x - 5x^2 - 8x - 2x^2$.
$B = -5x^2 + 18x - 5 + 15x^2$.
$C = -2{,}9 + 5{,}7x^2 - 8{,}1x + 3{,}6x^2$.
$D = -8{,}5x^2 - 5{,}1x + 2{,}4 + 2{,}8x + 2{,}3x^2$.

14 $A = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}x$. $B = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}x$.
$C = x + \frac{1}{4}x$. $D = -\frac{7}{20}t^2 + \frac{5}{12}t^2$.
$E = \frac{5}{2} - \frac{5}{7}y + \frac{6}{7}y + \frac{1}{2}$. $F = \frac{7}{5}z^2 - \frac{9}{7} + \frac{8}{5}z^2 + \frac{2}{7}$.

15 $A = 5 \times (6x) + x \times (2x)$.
$B = 3x \times (-2x) - 5x \times 8x$.

$C = -8y \times 2y - (-3y) \times 7y + 9y \times (-4)$.
$D = -11t \times (3t) - (-2) \times (-5t^2) + 3t \times (-9t)$.

16 $A = 3 \times (-5c) + 3 \times (-8) - 4c \times (-5c) + 4c \times 8$.
$B = 3 \times 5 - 3 \times 6t - 2t \times 5 - 2t \times (-6t)$.
$C = d \times 7 - d \times d - 5 \times 7 - 5 \times (-d)$.
$D = 5n \times 3 + 5n \times 5n - 3 \times 3 - 3 \times 5n$.

17 **QCM**

Indiquer, dans chaque cas, la réponse exacte.

1. L'écriture simplifiée de $(-3e) \times 9$ est :
a. $-12e$. b. $6e$. c. $-27e$. d. $27e$.

2. L'écriture simplifiée de $(-6x) \times (-2x)$ est :
a. $-12x^2$. b. $-8x^2$. c. $12x$. d. $12x^2$.

3. L'écriture réduite de $-7y + 2$ est :
a. $-7y + 2$. b. $-9y$. c. $9y$. d. $-5y$.

4. L'écriture réduite de $-3t + t$ est :
a. $-4t$. b. $-3t + t$. c. $-2t$. d. $-3t$.

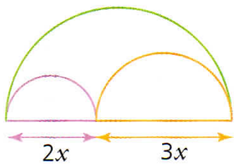
5. L'écriture réduite de $-7a + 5a^2 - 8 - 5a$ est :
a. $-7a - 8$. b. $5a^2 - 2a - 8$.
c. $5a^2 - 12a - 8$. d. $7a - 8$.

18 On considère les nombres suivants :
$a = 111\,111\,111$. $b = 444\,444\,444$.
$c = 666\,666\,666$. $d = 999\,999\,999$.

1. Exprimer en fonction de a les nombres b, c et d.
2. En déduire, sans utiliser une calculatrice et sans poser les opérations :
$S = a + b + c + d$ et $M = 30a + 4b + 3c + 4d$.

19 Lorsque l'on multiplie la largeur d'un rectangle par 4 et sa longueur par 5, par combien multiplie-t-on son aire ?

20 On considère la figure ci-dessous.



1. Démontrer que la longueur du grand demi-cercle est égale à la somme des longueurs des deux petits demi-cercles.
2. L'aire du grand demi-cercle est-elle égale à la somme des aires des deux petits demi-cercles ?

Suppression de parenthèses

Pour les exercices **21** à **24**, réduire chaque expression.

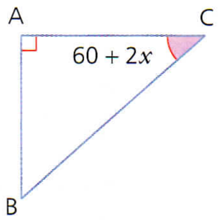
21 $A = 3 - (2t + 3)$. $B = 5t + (-3t + 5)$.
$C = 5 + (5 - 6t)$. $D = 2 - (-2t + 9)$.
$E = 3t + (-6t + 12)$. $F = -6t - (-9t - 11)$.

22 $A = 3t + (2t^2 + 9) - (-9t + t^2)$.
$B = x - (11 - x^2) + (12x - 3)$.
$C = -2y^2 - (3y - 6y^2) + (-5y + 9)$.
$D = 7z + (5z^2 - 5z) - (2z - 3)$.

23 $A = 3p - (2p^2 - 5p + 3) + (5p - 6p^2 + 9p)$.
$B = -(3t + 9t^2 - 3) + 2 - (6t^2 - 3t - 12)$.
$C = 3m + (-5m^2 - 3 + 12m) - (-2m + 3 - 6m^2)$.
$D = -(11a^2 - 3a + 5) + 3a - (12a - 3a^2 + 9)$.

24 $A = 7x^2 - (-3x + 6x^2 + 13) - (-9x^2 + 11x - 9)$.
$B = 3 + (15y^2 + 5y + 3) - (-13y + 9 + 3y^2)$.
$C = 3z + (-7z + 3z^2 - 6) + 2z - (-12z^2 - 6z - 9)$.
$D = 3n^2 - (-2n^2 + 6n + 9) + (6n + 12 - 4n^2)$.

25 Dans la figure ci-dessous, x est un nombre compris entre 0 et 15, et l'unité d'angle est le degré.



Exprimer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ en fonction de x.

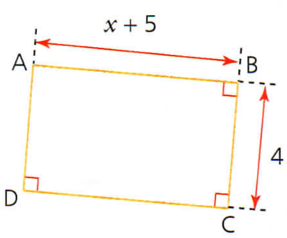
Développement d'une expression de la forme $a(b+c)$ ou $a(b-c)$

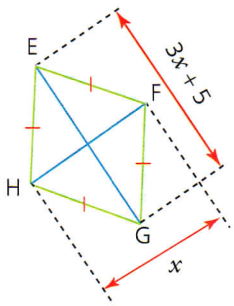
Pour les exercices **26** et **27**, développer chaque expression.

26 $A = 3(2x + 7)$ $B = 3(-2z + 7)$.
$C = 3(2c - 7)$. $D = (-3)(2n + 7)$.
$E = (-3)(-2y + 7)$. $F = (-3)(2p - 7)$.

27 $A = 3x(5x - 4)$. $B = (-4y + 5) \times (-5)$.
$C = (-7b + 9) \times 2$. $D = -11(-2k + 3)$.
$E = (-3z - 7) \times (-9z)$. $F = (-8n)(11n - 3)$.

28 1. Exprimer en fonction de x l'aire de chacune des figures ci-dessous.





2. Développer puis réduire chaque expression obtenue.

Exercices

S'entraîner

Pour les exercices 29 à 32, développer puis réduire, si c'est possible, chaque expression.

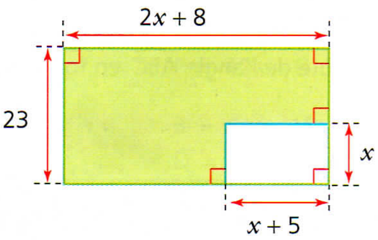
29 A $= 2(y+3)+5(2y-5)$.
B $= 6(5t+3)-8(-3+6t)$.
C $= -10(4-3x)+(3x+1)\times 6$.
D $= -5(-2s+7)-9(3-11s)$.

30 A $= 9x(x-2)+(x+2)\times(-5)$.
B $= -3t(5-2t)+2(3-5t)$.
C $= 2x(5+8x)+5(-3+2x^2)$.
D $= -4y(-y+5)-3(2y^2-9)$.

31 A $= 3x(-x+2)+7x(2+5x)$.
B $= y(8-3y)+2y(5-8y)$.
C $= -2z(-4-3z)-5z(7z+6)$.
D $= -3t(11t-2)-4t(3t-5)$.

32 A $= 5a(9-10a)+(12a-45)$.
B $= (-3y)(-7+12y)+4(-3+7y)$.
C $= (-6z+5)\times 2-3z(7-4z)$.
D $= (6+3b)(-3b)-(9b-7)$.

33 Dans la figure ci-dessous, x désigne un nombre positif.



❶ Exprimer en fonction de x l'aire de la surface coloriée en vert.

❷ Développer puis réduire l'expression obtenue en ❶.

34 Développer puis réduire, si possible, chaque expression.
A $= 2(5-3y)+2y-(2y+5)\times 3$.
B $= 3z-2(-4z+8)-4(3z-1)$.
C $= 3-(-5x+4)+2x(-3x+9)+2x^2$.
D $= 4+2(3t+5)+(3t^2-4)-(2t+5)\times 3$.

35 Wendy a cinq ans de plus que Marion. Samia a le double de l'âge de Wendy. On note x l'âge de Marion.

❶ Exprimer en fonction de x :
a. l'âge de Wendy. b. l'âge de Samia.
c. la somme des âges de Marion, Wendy et Samia.
On donnera la forme développée et réduite de la dernière expression.

❷ Marion a 14 ans.
Calculer la somme des âges de Marion, Wendy et Samia.

36 ❶ Développer puis réduire l'expression :
$$B = 6t^2-2t(-3+3t)-(4t-1).$$

❷ Calculer B pour : $t = 1$; $t = -5$; $t = 12$.

37 Lola, Macha et Kevin se retrouvent, un mercredi après-midi, chez Lola. Ils ont apporté leurs jeux vidéo.
Lola a quatre jeux vidéo de moins que Kevin et Macha en a trois fois plus que Kevin.
On note x le nombre de jeux vidéo de Lola.

❶ Exprimer en fonction de x le nombre total de jeux vidéo dont ils disposent. On donnera la forme développée et réduite de cette expression.

❷ Lola a six jeux vidéo.
Calculer de deux façons différentes le nombre total de jeux vidéo auxquels ils ont pu jouer cet après-midi.

38 On considère le programme de calcul ci-dessous.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 2 au nombre choisi.
- Multiplier la somme obtenue par 4.
- Soustraire 8 au produit obtenu.
- Écrire le résultat.

❶ Appliquer ce programme de calcul aux nombres 10, 3... et -9. Quelle conjecture peut-on émettre ?

❷ En désignant par z le nombre de départ, démontrer cette conjecture.

39 Justifier chacune des affirmations suivantes.

❶ Multiplier un nombre par 11 revient à ajouter ce nombre au produit de ce nombre par 10.

❷ Multiplier un nombre par 9 revient à retrancher ce nombre au produit de ce nombre par 10.

❸ Multiplier un nombre par 51 revient à ajouter ce nombre au produit de ce nombre par 50.

❹ Multiplier un nombre par 111 revient à ajouter ce nombre à la somme du produit de ce nombre par 10 et du produit de ce nombre par 100.

❺ Multiplier un nombre par 6,5 revient à ajouter la moitié de ce nombre au produit de ce nombre par 6.

Développement d'une expression de la forme $(a+b)(c+d)$

40 Recopier chaque égalité en remplaçant chaque case par le nombre qui convient.

- A $= (2+5x)(3+7x)$
A $= \square\times\square+\square\times 7x+5x\times\square+5x\times\square\, x$
A $= \square+\square\, x+\square\, x+\square\, x^2$
A $= \square+\square\, x+\square\, x^2$.

- B $= (3y-5)(2y+7)$
B $= \square\, y\times\square\, y+\square\, y\times\square-\square\times\square\, y-\square\times\square$
B $= \square\, y^2+\square\, y-\square\, y-\square$
B $= \square\, y^2+\square\, y-\square$.

41 Recopier chaque égalité en remplaçant les pointillés par le signe qui convient, puis réduire l'expression obtenue.
A $= (2+3x)(1+5x) = 2 \ldots 10x \ldots 3x \ldots 15x^2 = \ldots$
B $= (3x-2)(2-x) = 6x \ldots 3x^2 \ldots 4 \ldots 2x = \ldots$
C $= (-2x+1)(3-2x) = \ldots 6x \ldots 4x^2 \ldots 3 \ldots 2x = \ldots$
D $= (x-3)(-2x-5) = \ldots 2x^2 \ldots 5x \ldots 6x \ldots 15 = \ldots$

Pour les exercices 42 à 45, développer puis réduire chaque expression.

42 A $= (x+2)(5x+3)$. B $= (4y+7)(y+2)$.
C $= (7+3z)(2z+3)$. D $= (10+8t)(9+2t)$.

43 A $= (2a-3)(7a+5)$. B $= (6a+7)(2a-9)$.
B $= (-2+5a)(3a+2)$. D $= (3+7a)(3-7a)$.

44 A $= (8x-3)(-2x-9)$. B $= (-5x+3)(3x-7)$.
C $= (-2y-9)(-3+5y)$. D $= (-4y-1)(3-y)$.
E $= (-2z-6)(5+9z)$. F $= (-2z-1)(-3-z)$.

45 A $= \left(\frac{3}{5}t+\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{7}{5}t+\frac{2}{5}\right)$. B $= \left(-\frac{2}{3}z+\frac{5}{4}\right)\left(\frac{7}{3}-\frac{11}{4}z\right)$.

46 On considère les expressions suivantes :
A $= (x+3)(x-5)$ et B $= x^2+2x-15$.
1 **a.** Calculer A et B pour $x = 0$.
b. Peut-on affirmer que B est la forme développée et réduite de A ?
2 Calculer A et B pour $x = 4$.
Que peut-on en conclure ?

Pour les exercices 47 à 50, développer puis réduire chaque expression.

47 A $= (x-1)(x-2)+(x-5)$.
B $= 2y+(y-3)(y+5)$.
C $= 2z-(z+3)(z-1)$.
D $= 6t^2-(2t-3)(3t-1)$.
E $= -2v^2-(1-2v)(v+1)$.

48 A $= 3(k+2)+(k+1)(k-2)$.
B $= (2k+1)(k-5)-(k+8)$.
C $= (3x+1)(-5x+2)-(x+3)$.
D $= (-5n+2)(7-3n)-4(n-3)$.
E $= -2(y^2-2)+(-3y+1)(2y-1)$.

49 A $= (5x+2)(3+4x)+(2x+3)(6x+2)$.
B $= (3z+1)(2z-1)+(7z+2)(3z-4)$.
C $= (2n-3)(6n-4)-(3n-2)(5-2n)$.
D $= (4-6y)(-3+6y)-(6y+3)(-3-8y)$.
E $= (-3y+2)(-2-3y)-(-7y-1)(-y-3)$.

50 A $= (2x+3)^2$. B $= (2y-1)^2$.
C $= (-7+5z)^2$. D $= (6-5t)^2$.
INDICATION : L'écriture $(a+b)^2$ signifie $(a+b)(a+b)$.

51 On considère les expressions littérales suivantes :
A $= (x-8)(x-6)-25$ et B $= (x-7)^2-26$.
1 **a.** Calculer A et B pour $x = -9$ et pour $x = 3$.
b. Peut-on affirmer que l'égalité A = B est vraie pour tout nombre x ?
2 Développer et réduire A et B, puis conclure.
3 En déduire l'écriture de l'expression $x^2-14x+23$ qui permet de la calculer le plus simplement possible pour :
a. $x = 6$. **b.** $x = 7$. **c.** $x = 8$. **d.** $x = 0$.

52 On considère les expressions littérales suivantes :
A $= (x+3)(x-9)$ et B $= (x-2)(x-4)-35$.
1 L'égalité A = B est-elle vraie pour $x = -4$? $x = 5$?
2 Peut-on affirmer que l'égalité A = B est vraie pour tout nombre x ?
3 Développer et réduire A et B, puis conclure.
4 Calculer le plus simplement possible l'expression $x^2-6x-27$, en précisant l'écriture utilisée, pour :
a. $x = -3$. **b.** $x = 0$. **c.** $x = 2$. **d.** $x = 9$.

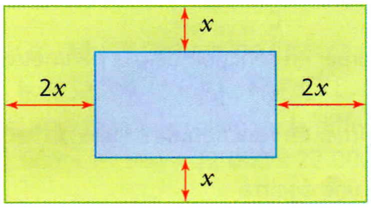
53 On donne ci-dessous deux programmes de calcul.

Programme A
- Choisir un nombre.
- Ajouter 2 au nombre choisi.
- Calculer le carré du nombre obtenu.

Programme B
- Choisir un nombre.
- Calculer la somme du carré et du quadruple du nombre choisi.
- Ajouter 4 au résultat.

1 Effectuer chaque programme de calcul en choisissant 2, puis 5, puis −3 pour nombre de départ.
Que peut-on conjecturer ?
2 En désignant par x le nombre de départ, démontrer cette conjecture.

54 Pour sécuriser l'accès d'une piscine rectangulaire de 12 mètres sur 7 mètres, on doit installer une clôture comme indiqué sur la figure ci-dessous.



1 Exprimer en fonction de x le périmètre de la surface sécurisée.
2 Exprimer en fonction de x l'aire totale des allées qui entoureront la piscine.
Développer et réduire l'expression obtenue.

Faire le point

55 **QCM** Indiquer, dans chaque cas, la (les) réponse(s) exacte(s) parmi les trois réponses proposées.

		A	B	C
1	Factoriser une somme algébrique, c'est	l'écrire avec le moins de termes possibles	la transformer en un produit	ni l'un ni l'autre
2	Lorsqu'on écrit une somme algébrique avec le moins de termes possibles, on la	factorise	développe	réduit
3	Lorsque l'on transforme un produit en une somme algébrique, on le	réduit	développe	factorise
4	$45x^2 - 30x =$	$3x(15x - 10)$	$3x(15x - 10x)$	$15x(3x - 2)$
5	$(-5x)(2x) =$	$-10x$	$10x^2$	$-10x^2$
6	$3x^2 - 5x + 2x^2 - 3 + 2x - 5 =$	$5x^2 + 3x - 8$	$5x^2 - 3x - 8$	$5x^2 - 7x - 8$
7	$3k^2 - (4k + 3k^2 - 5) =$	$-4k + 5$	$-4k - 5$	$6k^2 + 4k - 5$
8	$(3z + 4)(2z + 5) =$	$6z^2 + 20$	$6z^2 + 15z + 8z + 20$	$6z^2 + 23z + 20$
9	$(4c - 3)(2 - 5c) =$	$-20c^2 + 23c - 6$	$20c^2 + 23c + 6$	$20c^2 - 7c - 6$
10	$2(3t - 2) - 5t(4 - 2t) =$	$-10t^2 - 14t - 4$	$10t^2 - 14t - 4$	$-24t^2 - 4$

Je rédige Pour chacun des exercices suivants, on demande une solution rédigée.

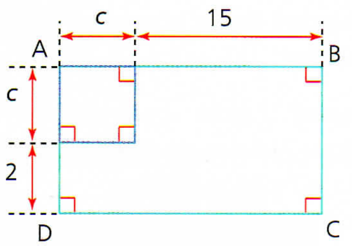
• Factoriser une somme algébrique

56 Factoriser le plus possible chaque expression.

$A = 12x + 20$. $B = 18y^2 + 24y$. $C = 75 - 50t$.
$D = 21k - 28k^2$. $E = 24z + 40z^2$. $F = 18p^2 - 45p$.

• Développer et réduire une expression littérale

57 Dans la figure ci-dessous, c désigne un nombre positif. On donnera la forme développée et réduite de chaque expression obtenue.



❶ Exprimer en fonction de c le périmètre du rectangle ABCD.

❷ Exprimer en fonction de c l'aire du rectangle ABCD.

• Tester une égalité

58 On considère les expressions littérales suivantes :

$A = (6 + x)(x + 4)$ et $B = (x + 5)^2 - 1$.

❶ **a.** L'égalité A = B est-elle vraie pour $x = 1$? $x = -4$?

b. Peut-on affirmer que l'égalité A = B est vraie pour tout nombre x ?

❷ Développer et réduire A et B, puis conclure.

❸ En déduire l'écriture de l'expression $x^2 + 10x + 24$ qui permet de la calculer le plus simplement possible pour :

a. $x = 0$. **b.** $x = -6$. **c.** $x = -5$. **d.** $x = -4$.

• Traduire un énoncé par une expression littérale

59 On donne ci-dessous un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Multiplier le nombre choisi par 5.
- Ajouter 3 au produit obtenu.
- Multiplier la somme obtenue par 2.
- Soustraire 6 au résultat.
- Écrire le nombre obtenu.

❶ **a.** Effectuer ce programme de calcul en choisissant pour nombre de départ 3, puis 12, puis – 5.

b. Que peut-on conjecturer ?

❷ **a.** Déterminer l'expression littérale obtenue après avoir appliqué ce programme de calcul à un nombre de départ noté k.

b. Conclure.

Tous les exercices de cette page sont corrigés page 293.