

# Equations

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Egalité et opérations</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Equations</b>	<b>3</b>
2.1	Généralités . . . . .	3
2.2	Equations de référence . . . . .	4
2.2.1	$a + x = b$ , d'inconnue $x$ . . . . .	4
2.2.2	$ax = b$ , d'inconnue $x$ . . . . .	4
2.3	Méthode de résolution d'une équation . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Mise en équation</b>	<b>5</b>

## 1 Egalité et opérations

### Propriété :

Lorsqu'on ajoute ou lorsqu'on retranche un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité. Si  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres relatifs :

$$\text{Si } a = b, \text{ alors } a + c = b + c \text{ et } a - c = b - c$$

### Exemples :

- Si  $x = 8$ , alors  $x + 5 = 8 + 5$  et donc  $x + 5 = 13$
- Si  $x = -6$ , alors  $x - 1 = -6 - 1$  et donc  $x - 1 = -7$

### Propriété :

Lorsqu'on multiplie chaque membres d'une égalité par un même nombre, on obtient une nouvelle égalité. Si  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres relatifs :

$$\text{Si } a = b, \text{ alors } a \times c = b \times c$$

Exemple : Si  $x = -3$ , alors  $x \times 4 = -3 \times 4$  et donc  $4x = -12$

### Propriété :

Lorsqu'on divise chaque membres d'une égalité par un même nombre **non nul**, on obtient une nouvelle égalité. Si  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres relatifs :

$$\text{Si } a = b \text{ et } c \neq 0, \text{ alors } \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$

Exemple : Si  $x = 10$ , alors  $\frac{x}{2} = \frac{10}{2}$  et donc  $\frac{x}{2} = 5$

## 2 Equations

### 2.1 Généralités

#### **Définition** :

Une **équation** est une égalité dans laquelle figure un nombre inconnu, désigné en général par une lettre qui est appelée l'**inconnue**.

Une valeur de ce nombre pour laquelle l'égalité est vraie est une **solution** de l'équation.

Exemple :  $2x - 11 = 7 - x$  est une équation dans laquelle l'inconnue est désignée par  $x$ .

$$\underbrace{2x - 11}_{1^{\text{er}} \text{ membre}} = \underbrace{7 - x}_{2^{\text{nd}} \text{ membre}}$$

– Le nombre 6 est solution de l'équation  $2x - 11 = 7 - x$  car

$$2 \times 6 - 11 = 12 - 11 = 1$$

L'égalité est vraie pour  $x = 6$

$$7 - 6 = 1$$

– Le nombre 3 n'est pas solution de l'équation  $2x - 11 = 7 - x$  car

$$2 \times 3 - 11 = 6 - 11 = -5$$

L'égalité n'est pas vraie pour  $x = 3$

$$7 - 3 = 4$$

### **Définition** :

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les solutions.

## 2.2 Equations de référence

### 2.2.1 $a + x = b$ , d'inconnue $x$

L'équation  $a + x = b$  admet pour unique solution :  $x = b - a$ .

Exemple :

$$3 + x = 7$$

$$x = -7 - 3$$

$$x = -10$$

La solution de l'équation  $3 + x = -7$  est le nombre  $-10$ .

On notera alors  $\mathcal{S} = \{-10\}$

### 2.2.2 $ax = b$ , d'inconnue $x$

Si  $a \neq 0$ , l'équation  $ax = b$  admet pour unique solution :  $x = \frac{b}{a}$ .

Exemple :

$$-5x = 3$$

$$x = \frac{3}{-5}$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

La solution de l'équation  $-5x = 3$  est le nombre  $-\frac{3}{5}$ .

On notera alors  $\mathcal{S} = \{-\frac{3}{5}\}$

### 2.3 Méthode de résolution d'une équation

$$7x - 2 = 6 + 5x$$

$$7x - 2 - 5x = 6 + 5x - 5x$$

$$2x - 2 = 6$$

$$2x - 2 + 2 = 6 + 2$$

$$2x = 8$$

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

$$\mathcal{S} = 4$$

On commence par isoler l'inconnue dans un des deux membres.

On regroupe ensuite les constantes dans l'autre membre.

On utilise alors une équation de référence.

On n'oublie pas de donner les solutions.

## 3 Mise en équation

Méthode : Pour résoudre un problème, on suit une démarche en quatre étapes :

1. On choisit l'inconnue.
2. On met le problème en équation.
3. On résout l'équation obtenue.
4. On conclut en revenant au problème posé au départ.

**Énoncé** : Benoît a 14 ans et son père a 40 ans.

Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de l'âge de Benoît ?

**Résolution** :

1. Soit  $x$  le nombre d'année dans lesquelles l'âge du père sera-t-il le double de l'âge de Benoît ?
2.  $2 \times (14 + x) = 40 + x$
- 3.

$$28 + 2x = 40 + x$$

$$28 + 2x - x = 40 + x - x$$

$$28 + x = 40$$

$$28 + x - 28 = 40 - 28$$

$$x = 12$$

4. Dans 12 ans, Benoît aura  $14 + 12 = 26$  ans et son père aura  $40 + 12 = 52$  ans soit exactement le double de l'âge de Benoît.