

# 7

# Proportionnalité



La gazelle de Thomson, une antilope dans la réserve du Masaï Mara, Kenya.

La **géométrie et le calcul** utilisent souvent les mêmes techniques et l'un nous aide à comprendre l'autre...  
La proportionnalité et Thalès, quel rapport? Justement un **rapport**!

Sur la figure ci-dessous, « comme pour des quantités », connaissant trois longueurs, on connaît la quatrième!

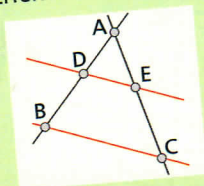
$(DE) \parallel (BC)$

$AB = 5$

$AD = 3$

$AC = 6$

$AE = ?$



À l'aide du chapitre 11, vous devriez pouvoir calculer la longueur AE.

L'antilope court à la **vitesse moyenne** de  $88 \text{ km.h}^{-1}$ , le lion à la vitesse moyenne de  $80 \text{ km.h}^{-1}$ . Pourquoi alors le lion, qui court **moins vite**, parvient-il parfois à rattraper l'antilope? C'est là tout le **secret** des vitesses moyennes: elles éliminent les pointes de vitesse et les coups de fatigue...

Les calculs de proportionnalité sont **quotidiens**...

Attention toutefois: la proportionnalité n'est **pas toujours applicable**!

Si un kilogramme de tomates coûte 2 euros, 10 kilogrammes coûteront 20 euros, sauf si le marchand fait une **remise**, ce qui peut arriver.

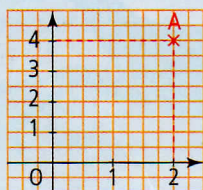
Un carré de 2 mètres de côté a une aire de 4 mètres carrés, mais un carré de côté de longueur double (4 mètres) aura une **aire quadruple**, soit 16 mètres carrés!





## QCM

Pour chaque cas, une seule des trois réponses proposées est exacte. Laquelle ?

		A	B	C								
1	<table><tr><td>Masse (en kg)</td><td>2</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>Prix (en €)</td><td>8</td><td>20</td><td>36</td></tr></table>	Masse (en kg)	2	5	9	Prix (en €)	8	20	36	Pour obtenir le prix, on multiplie la masse par 4	Pour obtenir le prix, on ajoute 4 à la masse	Pour obtenir la masse, on multiplie le prix par 4
Masse (en kg)	2	5	9									
Prix (en €)	8	20	36									
2	Deux kilogrammes d'abricots coûtent 4,50 €. Pour calculer le prix, en euros, de 5 kg de ce fruit, on calcule	$\frac{4,50}{2} \times 5$	$\frac{5}{4,50} \times 2$	$\frac{4,50}{2} : 5$								
3		L'abscisse de A est 4	L'ordonnée de A est 4	L'ordonnée de A est 6								
4	50 % de 680 est égal à	340	1 360	34 000								
5	Si dans une classe de 30 élèves, 40 % des élèves sont des filles, alors il y a	9 garçons	12 garçons	18 garçons								
6	Un article coûte 72 €. Si l'on augmente son prix de 30 %, alors son nouveau prix est égal à	21,6 €	102 €	93,6 €								
7	Luc avait 25 billes, il en a perdu 40 %. Il lui reste maintenant	10 billes	32 billes	15 billes								
8	Une durée de 3,4 h correspond à	3 h 15 min	3 h 24 min	200 min								
9	$a, b, c$ et $d$ sont quatre nombres relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$ . Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors	$a \times d = b \times c$	$a \times b = c \times d$	$a \times c = b \times d$								

**Exercice 1** Calculer  $x$  dans chacun des cas suivants.

a.  $\frac{3}{2} = \frac{x}{4}$

b.  $\frac{x}{8} = \frac{5}{2}$

c.  $\frac{9}{x} = \frac{3}{2}$

d.  $\frac{8}{7} = \frac{3}{x}$

**Exercice 2** ① Convertir les durées suivantes en seconde.

a. 43 min.

b. 52 min.

c. 3 h 20 min.

② Convertir les durées suivantes en un nombre décimal d'heures.

a. 18 min.

b. 3 h 15 min.

c. 24 min.

③ Convertir les durées suivantes en heure, minute, seconde.

a. 72 min.

b. 123 s.

c. 3 685 s.

**Exercice 3** Le mouvement d'un train est uniforme. Il parcourt 180 kilomètres en 1 heure.

Quelle distance parcourt-il en :

a. 3 h ?

b. 2 h 30 min ?

c. 5 h 21 min 36 s ?



## Activité 1 Proportionnalité et représentation graphique

1 On considère cinq situations, données par les tableaux 1 à 4 ci-dessous.

**Tableau 1**

Nombre de spectacles	0	2	4	6	8	10
Prix (en €)	20	26	32	38	44	50

**Tableau 2**

Âge (en année)	1	2	3	4	5
Taille (en cm)	75	85	95	100	105

**Tableau 3**

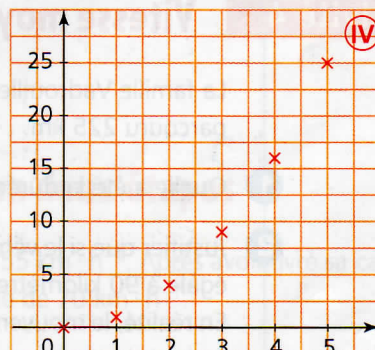
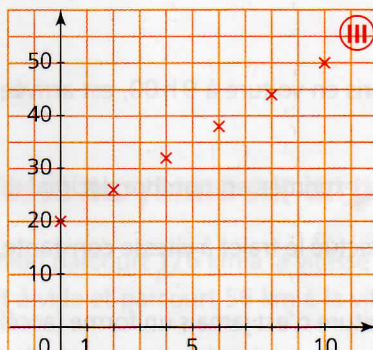
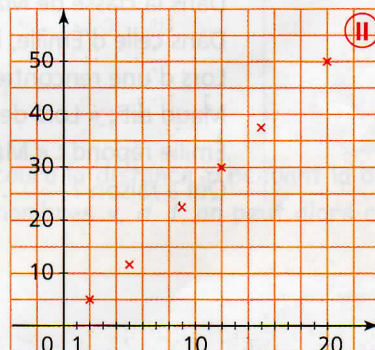
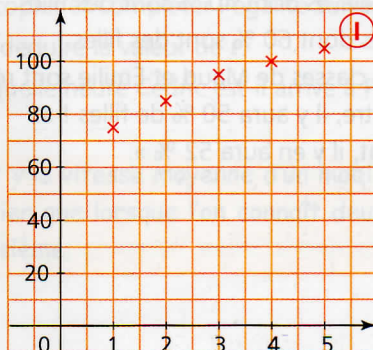
Longueur du côté d'un carré (en cm)	0	1	2	3	4	5
Aire du carré (en $\text{cm}^2$ )	0	1	4	9	16	25

**Tableau 4**

Masse de tomates (en kg)	2	5	9	12	15	20
Prix (en €)	5	12,5	22,5	30	37,5	50

Indiquer, pour chacune d'elles, s'il s'agit d'une situation de proportionnalité ou non.  
On justifiera chaque réponse.

2 On a représenté chaque situation dans un repère orthogonal et obtenu les graphiques suivants.



- Associer chaque graphique au tableau auquel il correspond.
- Qu'observe-t-on pour les points représentant les situations de proportionnalité ?
- Qu'observe-t-on pour les points représentant les autres situations ?

### Pour conclure

Quelle propriété caractérise les points représentant une situation de proportionnalité ?

## Activité 2

### Quatrième proportionnelle et produits en croix égaux

Avec 30 kg d'oranges, on a obtenu 18 L de jus.

On voudrait connaître la quantité de jus, notée  $x$ , que l'on obtiendrait avec 48 kg de ces mêmes oranges, sachant que la quantité de jus obtenu est proportionnelle à la masse d'oranges pressées.

- 1 Que peut-on dire des quotients  $\frac{30}{18}$  et  $\frac{48}{x}$  ? Justifier.
- 2 Que peut-on en déduire pour les produits en croix  $30 \times x$  et  $18 \times 48$  ?
- 3 Recopier et compléter l'égalité :  $x = \frac{\square \times \square}{\square}$ , puis conclure.

#### Pour conclure

Pour calculer la quatrième proportionnelle  $x$  du tableau de proportionnalité ci-contre, quelle égalité de produits peut-on utiliser ?

$a$	$b$
$c$	$x$

- 4 Calculer la masse d'oranges nécessaire pour obtenir 66 L de jus.

## Activité 3

### Pourcentage relatif à la réunion de deux groupes

Dans la classe de Maud, il y a 20 élèves dont 40 % sont des filles.

Dans celle d'Émilie, il y a 30 élèves dont 60 % sont des filles.

Lors d'une rencontre sportive, les classes de Maud et Émilie sont réunies.

Maud dit : « Lors de cette rencontre, il y aura 50 % de filles ! ».

Émilie répond : « Mais pas du tout, il y en aura 52 % ».

Qui a raison ?

## Activité 4

### Vitesse moyenne

La famille Vadrouille, partie de Paris en voiture à 9 h 00, est arrivée à Lille à 11 h 30, après avoir parcouru 225 km.

- 1 Quelle a été la durée du parcours, exprimée en nombre décimal d'heures ?
- 2 Justifier que si le véhicule avait effectué le trajet à vitesse constante, alors cette vitesse aurait été égale à 90 kilomètres par heure.  
En réalité, le mouvement d'une voiture n'est jamais uniforme (accélération, freinage, différentes limitations de vitesse, ...).  
Aussi dit-on que la **vitesse moyenne** du véhicule de la famille Vadrouille a été  $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  (ou 90 km/h).

#### Pour conclure

Si un véhicule parcourt une distance  $d$  (en km) pendant une durée  $t$  (en h), alors à quel quotient sa **vitesse moyenne**  $v$  (en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ) durant ce trajet est-elle égale ?



## Activité 5

## Calculer une vitesse moyenne, une distance, une durée

Pendant les dernières vacances, Cédric a fait le tour de la Bretagne en vélo.

- 1 Le premier jour, parti de chez lui à côté de Saint-Cast, il s'est arrêté Saint-Brieuc après avoir parcouru 54 km en 2 h 42 min.

À quelle vitesse moyenne a-t-il roulé ?

- 2 Le deuxième jour, Cédric est allé de Saint-Brieuc à Paimpol en 2 h 24 min en ayant roulé à la vitesse moyenne de  $17,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

On désigne par  $d$  la distance parcourue par Cédric, exprimée en km.

a. Convertir la durée du parcours en un nombre décimal d'heure.

b. Recopier et compléter l'égalité suivante :  $17,5 = \frac{d}{\square}$ .

c. En déduire la valeur de  $d$ .

- 3 Après avoir campé quelques jours sur l'île de Bréhat, il est parti de Paimpol à 11 h 00 et s'est arrêté à Perros-Guirec après avoir parcouru 39 km à la vitesse moyenne de  $15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

On désigne par  $t$  la durée de ce parcours, exprimée en heure.

a. Recopier et compléter l'égalité suivante :  $15 = \frac{\square}{t}$ .

b. En déduire la valeur de  $t$ .

c. À quelle heure Cédric est-il arrivé à Perros-Guirec ?



### Pour conclure

Soit  $v$  la vitesse moyenne d'un mobile ayant parcouru la distance  $d$  pendant la durée  $t$ . Justifier que lorsque l'on connaît deux des trois nombres  $v$ ,  $d$ ,  $t$ , on peut alors calculer le troisième.

## Activité 6

## Vitesse moyenne sur un parcours en deux étapes

Un camion parcourt 176 km à la vitesse moyenne de  $55 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Après avoir livré sa cargaison, il repart à vide et parcourt 56 km à la vitesse moyenne de  $70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

- 1 a. Calculer la moyenne des deux vitesses données dans l'énoncé.  
b. Le résultat obtenu est-il la vitesse moyenne du camion sur l'ensemble du parcours ?

- 2 Proposer une phrase qui explique comment est définie la vitesse moyenne du camion sur l'ensemble du parcours.

- 3 Calculer cette vitesse moyenne.