

Plan du cours

I. Développer avec les identités remarquables	1
subsection 1.	
mière et deuxième identités remarquables : carré d'une somme et carré d'une différence	1
2. Troisième identité remarquable	2
subsection 3.	
développements plus difficiles	3
II. Factoriser avec les identités remarquables	4
subsection 1.	
mière et deuxième identités remarquables : carré d'une somme et carré d'une différence	4
2. Troisième identité remarquable	4
subsection 3.	
factorisations plus difficiles	5

Activité d'introduction 1

1. Développer les expressions suivantes :

$$(x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3) = x^2 + 3x + 3x + 9$$

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2) = x^2 - 2x - 2x + 4$$

$$(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$(4x + 5)^2 = (4x + 5)(4x + 5) = 16x^2 + 20x + 20x + 25$$

$$(4x + 5)^2 = 16x^2 + 40x + 25$$

$$(2x - 9)^2 = (2x - 9)(2x - 9) = 4x^2 - 18x - 18x + 81$$

$$(2x - 9)^2 = 4x^2 - 36x + 81$$

2. En déduire une formule pour développer plus rapidement qu'avec la double distributivité.

On remarque que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

I. Développer avec les identités remarquables

1. Première et deuxième identités remarquables : carré d'une somme et carré d'une différence

Propriété

Pour tous nombres a et b ,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Démonstration : Pour tous nombres a et b , on a :

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - ab - ba + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemples : Développer les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables :

$$T = (x - 3)^2$$

$$T = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$T = x^2 - 6x + 9$$

$$U = (2x + 5)^2$$

$$U = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5 + 5^2$$

$$U = 4x^2 + 20x + 25$$

$$L = (9 - x)^2$$

$$L = 9^2 - 2 \times 9 \times x + x^2$$

$$L = 81 - 18x + x^2$$

Activité d'introduction 2

1. Développer les expressions suivantes :

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 + 3x - 3x - 9$$

$$(5 - x)(5 + x) = 25 + 5x - 5x - x^2$$

$$(3x - 4)(3x + 4) = 9x^2 + 12x - 12x - 16$$

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$$

$$(5 - x)(5 + x) = 25 - x^2$$

$$(3x - 4)(3x + 4) = 9x^2 - 16$$

2. En déduire une formule pour développer plus rapidement qu'avec la double distributivité.

On remarque que $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

2. Troisième identité remarquable

Propriété

Pour tous nombres a et b ,

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Démonstration : Pour tous nombres a et b , on a :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemples : Développer les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables :

$$J = (x + 1)(x - 1)$$

$$J = x^2 - 1$$

$$O = (2 - 3x)(2 + 3x)$$

$$O = 2^2 - (3x)^2$$

$$O = 4 - 9x^2$$

$$I = (2x - 7)(2x + 7)$$

$$I = (2x)^2 - 7^2$$

$$I = 4x^2 - 49$$

3. Dveloppements plus difficiles

Dvelopper puis rduire $A = (2x + 6) + (x + 1)(x - 1)$

On reconnait les identités remarquables : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

On obtient :

$$A = (2x + 6) + (x + 1)(x - 1)$$

$$A = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 6 + 6^2 + x^2 - 1$$

$$A = 4x^2 + 24x + 36 + x^2 - 1$$

$$A = 4x^2 + 24x + 36 + x^2 - 1 \quad (\text{Ensuite, on rduit l'expression})$$

$$A = 5x^2 + 24x + 35$$

Exercice d'application 1

1. Dvelopper et rduire B : $B = (x - 7)(x + 7) - (x - 5)$

$$B = x^2 - 7^2 - [x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2]$$

$$B = x^2 - 49 - [x^2 - 10x + 25]$$

$$B = x^2 - 49 - x^2 + 10x - 25 \quad (\text{On change les signes pour supprimer les parenthses})$$

$$B = 10x - 74$$

2. Dvelopper et rduire F puis calculer F pour $x = -1$: $F = (x + 4) - 2(5x + 1)(5x - 1)$

$$F = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 - 2[(5x)^2 - 1]$$

$$F = x^2 + 8x + 16 - 2[25x^2 - 1] \quad (\text{On dveloppe})$$

$$F = x^2 + 8x + 16 - 50x^2 + 2 \quad (\text{On rduit})$$

$$B = -49x^2 + 8x + 18$$

3. Calculer 58, 21 et 73×67 .

$$58 = (60 - 2)^2 = 60^2 - 2 \times 60 \times 2 + 2^2$$

$$58 = 3600 - 240 + 4$$

$$58 = 3364$$

$$21 = (20 + 1)^2 = 20^2 + 2 \times 20 \times 1 + 1$$

$$21 = 400 + 40 + 1$$

$$21 = 441$$

$$73 \times 67 = (70 + 3)(70 - 3)$$

$$73 \times 67 = 70^2 - 3^2$$

$$73 \times 67 = 4900 - 9$$

$$73 \times 67 = 4891$$

II. Factoriser avec les identités remarquables

1. Première et deuxième identités remarquables : carré d'une somme et carré d'une différence

Propriété

Pour tous nombres a et b , on a :

$$\begin{aligned}a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\a^2 - 2ab + b^2 &= (a - b)^2\end{aligned}$$

Exemples : Factoriser les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables :

$$K = x^2 + 2x + 1$$

$$H = 9x^2 + 30x + 25$$

$$D = x^2 - 2x + 1$$

$$Y = 4x^2 - 12x + 9$$

$$\rightarrow K = x^2 + 2x + 1$$

Je remarque que c'est la première identité remarquable
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$.

Je repère les valeurs de a et de b :

$$a^2 = x^2 \text{ Donc } a = x \quad b^2 = 1 \text{ Donc } b = 1$$

Je peux donc factoriser : $K = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
(Je peux ensuite développer pour me vérifier)

$$\rightarrow D = x^2 - 2x + 1$$

Je remarque que c'est la deuxième identité remarquable
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$.

Je repère les valeurs de a et de b :

$$a^2 = x^2 \text{ Donc } a = x \quad b^2 = 1 \text{ Donc } b = 1$$

Je peux donc factoriser : $D = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$
(Je peux ensuite développer pour me vérifier)

$$\rightarrow H = 9x^2 + 30x + 25$$

Je remarque que c'est la première identité remarquable
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$.

Je repère les valeurs de a et de b :

$$a^2 = 9x^2 \text{ Donc } a = 3x \quad b^2 = 25 \text{ Donc } b = 5$$

Je peux donc factoriser : $H = 9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$
(Je peux ensuite développer pour me vérifier)

$$\rightarrow Y = 4x^2 - 12x + 9$$

Je remarque que c'est la deuxième identité remarquable
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$.

Je repère les valeurs de a et de b :

$$a^2 = 4x^2 \text{ Donc } a = 2x \quad b^2 = 9 \text{ Donc } b = 3$$

Je peux donc factoriser : $Y = 4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$
(Je peux ensuite développer pour me vérifier)

2. Troisième identité remarquable

Propriété

Pour tous nombres a et b , on a :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Exemples : Factoriser les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables :

$$M = x^2 - 4$$

$$B = 25x^2 - 49$$

$$G = 81 - 121x^2$$

Identités remarquables

$$\rightarrow M = x^2 - 4$$

Je remarque que c'est la troisième identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Je repère les valeurs de a et de b :

$$a^2 = x^2 \text{ Donc } a = x \qquad b^2 = 4 \text{ Donc } b = 2$$

Je peux donc factoriser : $M = x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$
(Je peux ensuite développer pour me vérifier)

$$\rightarrow G = 81 - 121x^2$$

Je remarque que c'est la troisième identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Je repère les valeurs de a et de b :

$$a^2 = 81 \text{ Donc } a = 9 \qquad b^2 = 121x^2 \text{ Donc } b = 11x$$

Je peux donc factoriser : $G = 81 - 121x^2 = (9 + 11x)(9 - 11x)$
(Je peux ensuite développer pour me vérifier)

$$\rightarrow B = 25x^2 - 49$$

Je remarque que c'est la troisième identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Je repère les valeurs de a et de b :

$$a^2 = 25x^2 \text{ Donc } a = 5x \qquad b^2 = 49 \text{ Donc } b = 7$$

Je peux donc factoriser : $B = 25x^2 - 49 = (5x + 7)(5x - 7)$
(Je peux ensuite développer pour me vérifier)

3. Factorisations plus difficiles

Factoriser et réduire l'expression suivante : $H = (2x + 1)^2 - (4x + 2)^2$

SOLUTION

On souhaite factoriser, donc dans ce cas là, nous allons utiliser la troisième identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
(Si on avait voulu développer, on aurait utilisé la 1^{re} et la 2^{me}.)

$$H = \underbrace{(2x + 1)^2}_{a^2} - \underbrace{(4x + 2)^2}_{b^2}$$

On peut maintenant identifier les valeurs de a et de b :

$$a^2 = (2x + 1)^2 \text{ Donc } a = 2x + 1 \qquad b^2 = (4x + 2)^2 \text{ Donc } b = 4x + 2$$

$$\text{On peut donc factoriser : } H = (2x + 1)^2 - (4x + 2)^2 = [\underbrace{(2x + 1)}_a + \underbrace{(4x + 2)}_b][\underbrace{(2x + 1)}_a - \underbrace{(4x + 2)}_b]$$

$$\text{On simplifie ensuite entre les crochets : } H = [2x + 1 + 4x + 2][2x + 1 \quad \underbrace{-4x - 2}_{\text{on pense changer les signes}}]$$

$$H = (6x + 3)(-2x - 1)$$

Exercice d'application 2

1. Factoriser et réduire l'expression suivante : $I = (x - 4)^2 - (5 - x)^2$

On utilise la même méthode que précédemment.

$a = x - 4$ et $b = 5 - x$

On peut donc factoriser : $I = (x - 4)^2 - (5 - x)^2 = [\underbrace{(x - 4)}_a + \underbrace{(5 - x)}_b][\underbrace{(x - 4)}_a - \underbrace{(5 - x)}_b]$

On simplifie : $I = (x - 4 + 5 - x)(x - 4 - 5 + x)$ On oublie pas de changer les signes dans le 2^{me} crochet

$$I = 1(2x - 9) = 2x - 9$$

2. Factoriser et réduire l'expression suivante : $G = 81 - (11x - 7)^2$

On utilise la même méthode que précédemment.

$a^2 = 81$ Donc $a = 9$ et $b = 11x - 7$

On peut donc factoriser : $G = 81 - (11x - 7)^2 = [\underbrace{9}_a + \underbrace{(11x - 7)}_b][\underbrace{9}_a - \underbrace{(11x - 7)}_b]$

On simplifie : $G = (9 + 11x - 7)(9 - 11x + 7)$ On oublie pas de changer les signes dans le 2^{me} crochet

$$G = (2 + 11x)(16 - 11x)$$

3. Factoriser et réduire l'expression suivante : $M = 49 + 121s^2 + 154s$

On reconnaît ici la première identité remarquable mais dans le désordre.

$$M = 49 + 121s^2 + 154s = 121s^2 + 154s + 49$$

Je repère les valeurs de a et de b :

$$a^2 = 121s^2 \text{ Donc } a = 11s \quad b^2 = 49 \text{ Donc } b = 7$$

Je peux donc factoriser : $M = 121s^2 + 154s + 49 = (11s + 7)^2$
(Je peux ensuite développer pour me vérifier)