Série 2

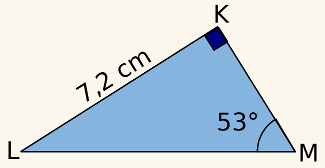
Calculer une longueur avec la trigonométrie

Calculer une longueur avec la trigonométrie

Exercice corrigé

On considère KLM un triangle rectangle en K tel que KL = 7,2 cm et $\widehat{LMK}$ = 53°.

Calcule la longueur du côté [LM] arrondie au millimètre.



Correction

Dans le triangle KLM rectangle en K,

[LK] est le côté opposé à l'angle $\widehat{LMK}$;

[LM] est l'hypoténuse.

On peut utiliser le sinus de l'angle $\widehat{LMK}$.

$\sin\left(\widehat{LMK}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{LMK}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{KL}{LM}$

soit $\sin 53° = \dfrac{7,2}{LM}$

LM = 7,2÷sin 53°

LM ≈ 9,0 cm.

1 À l'aide de la calculatrice, calcule les valeurs, arrondies au centième, du sinus et de la tangente des angles donnés.

Angle	30°	45°	20°	83°	60°
Sinus	0,5	0,71	0,34	0,99	0,87
Tangente	0,58	1	0,36	8,14	1,73

2 Détermine la valeur de l'inconnue.

a. $5,6 = \dfrac{x}{3,5}$

x = 5,6 x 3,5

x = 19,6

b. $\dfrac{8,5}{y} = \dfrac{3,4}{5,2}$

3,4 x y = 8,5 x 5,2

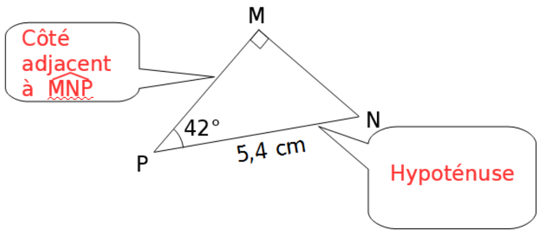
$y = \dfrac{8,5 \times 5,2}{3,4} = 13$

3 Complète le tableau par la longueur manquante arrondie au mm dans le triangle KID rectangle en K. (Utilise un brouillon pour les calculs.)

	IK	**ID**	$\widehat{\textbf{KID}}$
a.	4,5 cm	7 cm	50°
b.	3,2 cm	3,3 cm	13°

4 MNP est un triangle rectangle en M tel que PN = 5,4 cm et $\widehat{MPN}$= 42°.

On veut calculer la longueur MP.



a. Complète la légende puis déduis-en le rapport trigonométrique que l'on peut utiliser et écris l'égalité.

$\cos\left(\widehat{MPN}\right) = \dfrac{MP}{NP}$

b. Calcule MP.

$\cos 42° = \dfrac{MP}{5,4}$

MP = 5,4 x cos 42° cm

MP ≈ 4,01 cm

5 ABC est un triangle rectangle en A, AB = 5 cm et $\widehat{ABC}$ = 35°.

On veut calculer la longueur BC.

a. Fais un schéma au brouillon et repasses-y, en rouge, le segment dont la longueur est connue et, en vert, celui dont la longueur est recherchée.

Quel rapport trigonométrique peux-tu utiliser ici ?

[AB] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$

[LM] est l'hypoténuse.

On peut utiliser le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$

b. Écris l'égalité correspondante.

$\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \dfrac{AB}{BC}$

c. Calcule BC.

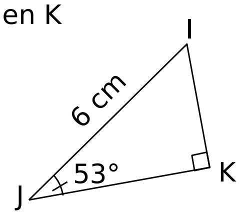
$\cos 35° = \dfrac{5}{BC}$

$BC = \dfrac{5}{\cos 35°}$ cm

BC ≈ 6,1 cm

Série 2 Calculer une longueur avec la trigonométrie

6 Le triangle IJK est rectangle en K



a. Exprime les cosinus, sinus, tangente de l'angle $\widehat{IJK}$ en fonction des longueurs des côtés.

$\sin(\widehat{IJK}) = \dfrac{IK}{IJ}$ $\tan(\widehat{IJK}) = \dfrac{IK}{JK}$

b. Calculer les longueurs JK et IK en utilisant à chaque fois la formule adéquate.

Calcul de JK : $\cos(\widehat{IJK}) = \dfrac{JK}{IJ}$ $\cos 53° = \dfrac{JK}{6}$

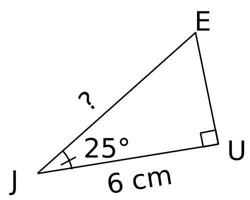
JK = 6 cos 53° cm JK ≈ 3,6 cm

Calcul de IK : $\sin(\widehat{IJK}) = \dfrac{IK}{IJ}$ $\sin 53° = \dfrac{IK}{6}$

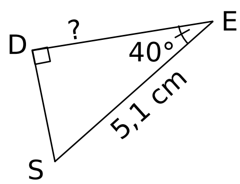
IK = 6 sin 53° cm IK ≈ 4,8 cm

7 Calcule, en rédigeant entièrement, la longueur demandée. (Tu arrondiras au dixième.)

a.



b.



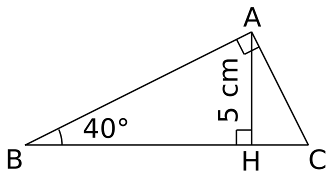
Calcul de JE dans le triangle EUJ rectangle en U :
$\cos(\widehat{EJU}) = \dfrac{UJ}{JE}$ $\cos 25° = \dfrac{6}{JE}$

$JE = \dfrac{6}{\cos 25°}$ cm JE ≈ 6,6 cm

Calcul de DE dans le triangle DES rectangle en D :
$\cos(\widehat{DES}) = \dfrac{DE}{ES}$ $\cos 40° = \dfrac{DE}{5{,}1}$

DE = 5,1 cos 40° cm DE ≈ 3,9 cm

8 ABC est un triangle rectangle en A,



H est le pied de la hauteur issue de A,
AH = 5 cm ; $\widehat{ABC}$ = 40°.

a. Calcule la longueur AB arrondie au dixième.

Calcul de AB dans le triangle ABH rectangle en H :
$\sin(\widehat{ABH}) = \dfrac{AH}{AB}$

$\sin 40° = \dfrac{5}{AB}$

$AB = \dfrac{5}{\sin 40°}$ cm

AB ≈ 7,8 cm

b. Calcule la longueur BC arrondie au dixième.

Calcul de BC dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{AB}{BC}$

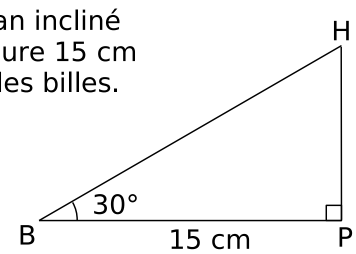
$\cos 40° = \dfrac{AB}{BC} \approx \dfrac{7{,}779}{BC}$

$BC \approx \dfrac{7{,}779}{\cos 40°}$ cm

BC ≈ 10,2 cm

9 Luc a construit un plan incliné de 30° dont la base mesure 15 cm de long pour propulser des billes.

Quelle est la longueur de la pente ? Donne l'arrondi au millimètre.



Calcul de BH dans le triangle BHP rectangle en P :

$\cos(\widehat{PBH}) = \dfrac{BP}{BH}$ donc $\cos 30° = \dfrac{15}{BH}$

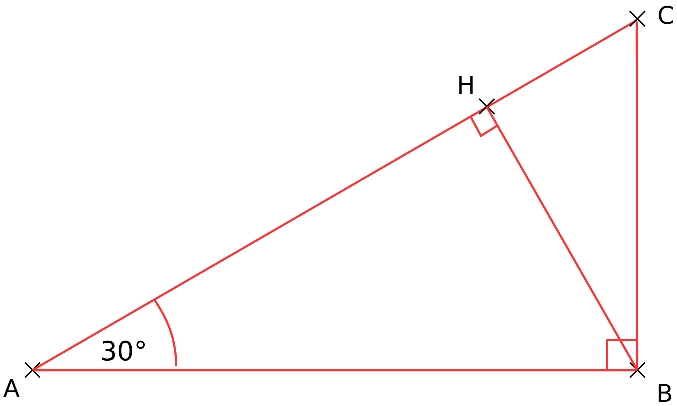
$BH = \dfrac{15}{\cos 30°}$ cm

BH ≈ 17,3 cm

10 Extrait du Brevet

ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = 8 cm et $\widehat{BAC}$ = 30°.

a. Construire la figure en vraie grandeur.



b. On note H le pied de la hauteur issue de B. Calculer, en centimètres, la longueur du segment [AH], arrondie au millimètre.

Calcul de AH dans le triangle ABH rectangle en H :

$\cos(\widehat{BAH}) = \frac{HA}{BA}$ donc $\cos 30° = \frac{AH}{8}$

AH = 8 cos30° cm

AH ≈ 6,9 cm

c. Calculer, en centimètres, la longueur du segment [BC], arrondie au millimètre.

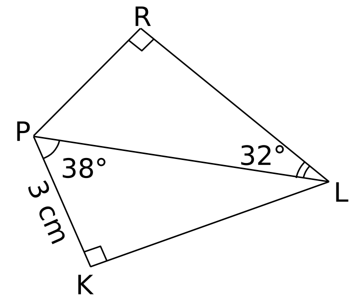
Calcul de BC dans le triangle ABC rectangle en B :

$\tan(\widehat{BAH}) = \frac{BC}{BA}$ donc $\tan 30° = \frac{BC}{8}$

BC = 8 tan30° cm

AH ≈ 4,6 cm

11 En deux temps



a. Explique pourquoi il est impossible de calculer directement RL à partir des données de l'énoncé.

On ne connaît aucune longueur de côté pour le triangle PRL.

b. Calcule la longueur PL arrondie au mm.

Calcul de PL dans le triangle PKL rectangle en K :

$\sin(\widehat{KPL}) = \frac{PK}{PL}$ donc $\sin 38° = \frac{3}{PL}$

$PL = \frac{3}{\sin 38°}$ cm

PL ≈ 4,9 cm

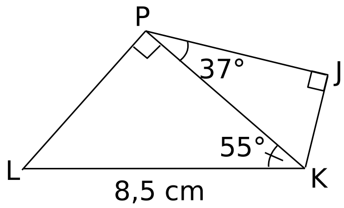
c. Déduis-en la longueur RL arrondie au mm.

Calcul de RL dans le triangle PRL rectangle en R:

$\cos(\widehat{PRL}) = \frac{RL}{PL}$ donc $\cos 32° \approx \frac{RL}{4{,}872}$

RL≈ 4,872 cos32° cm donc RL ≈ 4,1 cm

12 En deux temps (bis)



a. Calcule la longueur PK arrondie au millimètre.

Calcul de PK dans le triangle PKL rectangle en P:

$\cos(\widehat{PKL}) = \frac{PK}{KL}$ donc $\cos 55° = \frac{PK}{8{,}5}$

PK = 8,5 cos 55° donc PK ≈ 4,9 cm

b. Déduis-en la longueur PJ arrondie au millimètre.

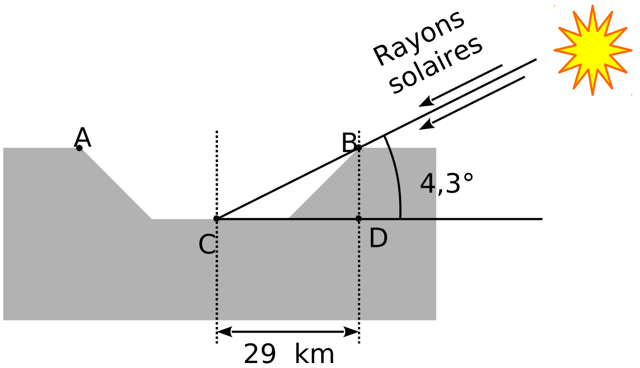
Calcul de PJ dans le triangle PJK rectangle en J:

$\cos(\widehat{JPK}) = \frac{PJ}{PK}$ donc $\cos 37° \approx \frac{PJ}{4{,}875}$

PJ ≈ 4,875 cos37° cm PJ ≈ 3,9 cm

13 Extrait du Brevet

Le schéma ci-dessous représente un cratère de la lune. Le triangle BCD est un triangle rectangle en D.



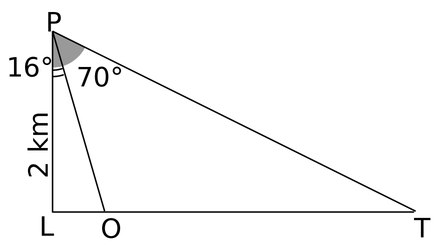
Calcule la profondeur BD du cratère. Arrondi au dixième de km près.

Calcul de BD dans le triangle BCD rectangle en D :

$\tan(\widehat{BCD}) = \dfrac{BD}{CD}$ donc $\tan 4{,}3° = \dfrac{BD}{29}$

BD = 29 tan 4,3° km BD ≈ 2,2 km

14 Joseph veut connaître la distance entre deux monuments placés en O et en T et alignés avec le point L.



Il sait que LP = 2 km,
(LP) ⊥ (LT) et par visée à partir du point P, il a obtenu les mesures des angles $\widehat{LPO}$ et $\widehat{LPT}$.

a. Exprime OT en fonction de LT et LO.

OT = LT – LO

b. Calcule OT.

Calcul de TL dans le triangle PLT rectangle en L :

$\tan(\widehat{LPT}) = \dfrac{TL}{LP}$ donc $\tan 70° = \dfrac{TL}{2}$

TL = 2 tan 70° km TL ≈ 5,495 km

Calcul de LO dans le triangle PLO rectangle en L :

$\tan(\widehat{LPO}) = \dfrac{LO}{LP}$ donc $\tan 16° = \dfrac{LO}{2}$

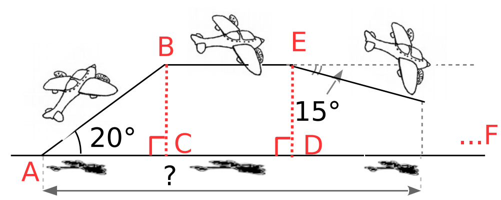
LO = 2 tan 16° km LO ≈ 0,573 km

Calcul de OT : OT = LT – LO

OT ≈ 5,495 – 0,573 ≈ 4,922 km.

15 Un avion décolle et prend de l'altitude pendant 1,5 minutes, il poursuit son trajet à cette altitude pendant 10 minutes et redescend pendant deux minutes (voir schéma).

La vitesse de l'avion reste constante à 480 km/h.



En supposant que le soleil soit au zénith et que ses rayons soient perpendiculaires au sol, calcule la distance parcourue par son ombre sur le sol.

Décollage : AB = $\dfrac{480 \times 1{,}5}{60}$ = 12 km

Dans ABC : $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{AC}{AB}$ $\cos 20° = \dfrac{AC}{12}$

AC = 12 cos 20° donc AC ≈ 11,3 km

En altitude : BE = CD = $\dfrac{480 \times 10}{60}$ = 80 km

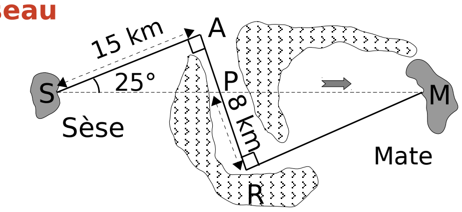
Atterrissage : EF = $\dfrac{480 \times 2}{60}$ = 16 km

Dans DEF : $\cos(\widehat{EFD}) = \dfrac{DF}{EF}$ $\cos 15° = \dfrac{DF}{16}$

DF = 16 cos 15° donc DF ≈ 15,5 km

Distance totale : 11,3 + 80 + 15,5 ≈ 106,8 km

16 À vol d'oiseau



Antoine voudrait aller de l'île de Sèse à celle de Mate avec son ULM, d'une autonomie maximale de 40 km. Simbad lui a prêté la carte ci-dessus.
Antoine réussira-t-il sa traversée ?

Dans SAP : $\cos(\widehat{ASP}) = \dfrac{AS}{SP}$ donc $\cos 25° = \dfrac{15}{SP}$

SP $= \dfrac{15}{\cos 25°}$ donc SP ≈ 16,6 km.

Dans PRM : $\widehat{MPR} = \widehat{APS} = 90° - 25° = 65°$:

$\cos(\widehat{MPR}) = \dfrac{PR}{PM}$ donc $\cos 65° = \dfrac{8}{PM}$

PM $= \dfrac{8}{\cos 65°}$ donc PM ≈ 18,9 km.

SM = SP + PM ≈ 16,6 + 18,9 ≈ 35,5 km

La traversée est possible.