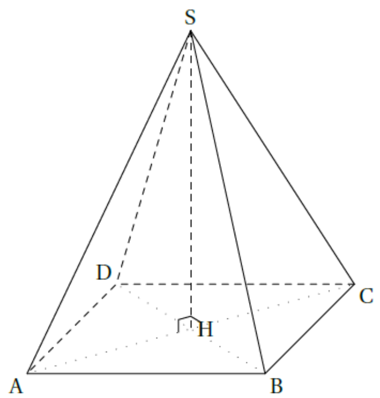
Plan du cours

I. Rappel des définitions des solides

1. La pyramide

Définition

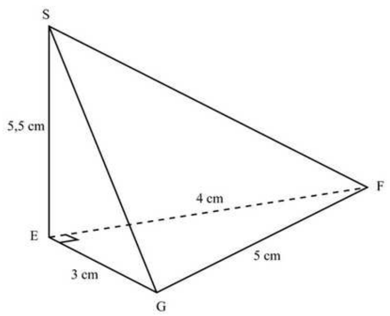
Une pyramide est un solide dont :
- toutes les faces latérales sont des triangles ayant un sommet commun appelé **sommet de la pyramide** ,
- l'autre face est un polygone quelconque appelé **base de la pyramide**.



Propriété

Le volume d'une pyramide est le tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur : $\mathscr{V} = \dfrac{\mathscr{B} \times h}{3}$

Exercice d'application 1



(a) Calculer le volume de la pyramide ci-contre.

. . . .

. . . .

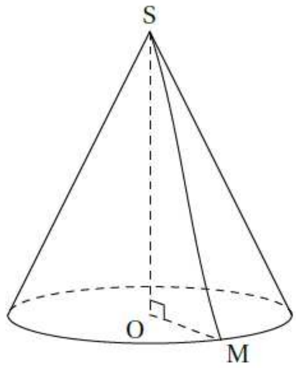
. . . .

. . . .

2. Le cône de révolution

Définition

Un cône de révolution est un solide formé :
- d'un disque appelé **base** ;
- d'une surface courbe appelé **face latérale** ;
- d'un point appelé **sommet du cône**.

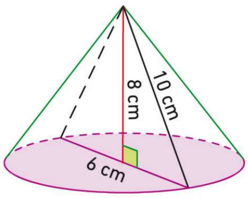


Propriété

Le volume d'un cône de révolution est le tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur :

$$\mathscr{V} = \frac{\mathscr{B} \times h}{3} = \frac{\pi r^2 \times h}{3}$$

Exercice d'application 2



(a) Calculer le volume du cône de révolution ci-contre.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

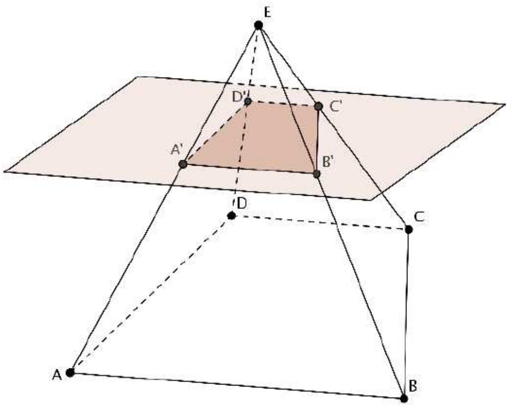
3. La pyramide

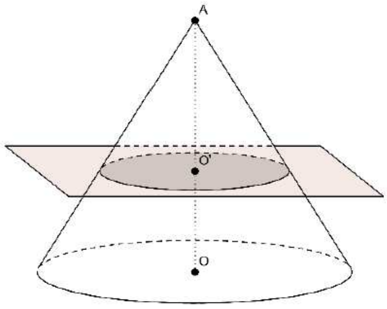
II. Modéliser une situation spatiale : section plane de solides

1. Section d'une pyramide ou d'un cône

Propriété

La section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est une réduction de la base.

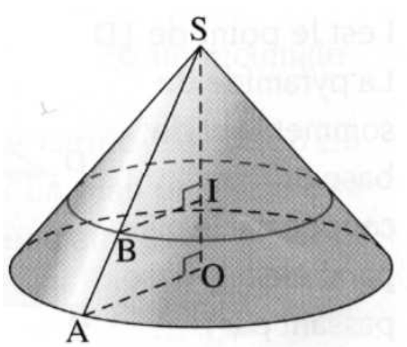




Exercice d’application 3

Un cône de révolution a pour hauteur 10 cm. Sa base a pour centre O et pour rayon 8 cm. Le cône est coupé par un plan parallèle à la base et passant à 7 cm du sommet S.
A est un point du cercle de base.
Le plan coupe la génératrice [AS] en B et la hauteur [SO] en I.

1. Quel est le rayon de la section du cône par ce point ?



. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

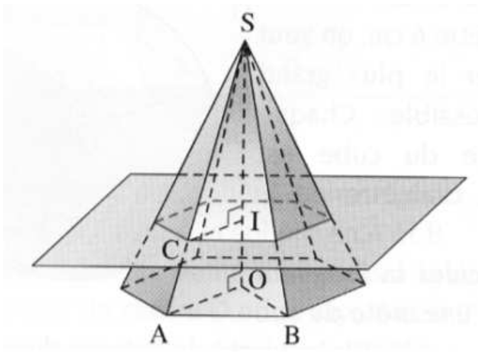
. . . .

. . . .

. . . .

Exercice d'application 4

Cette figure représente une pyramide régulière de sommet S dont la base est un hexagone régulier de centre O et de côté 6 cm. Sa hauteur est de 8 cm. On coupe cette pyramide par un plan parallèle à sa base à 3 cm au-dessus de sa base.



1. Pourquoi le triangle OAB est-il équilatéral ?
2. Calculer la valeur exacte de SA.
3. Calculer les valeurs exactes de CI et SC.
4. Calculer le périmètre de la section.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2. Agrandissement et réduction

Définition

Un **agrandissement** d'une figure ou d'un solide, c'est multiplier les dimensions de cette figure (ou de ce solide) par un nombre k supérieur à 1.
Une **réduction** d'une figure ou d'un solide, c'est multiplier les dimensions de cette figure (ou de ce solide) par un nombre k compris entre 0 et 1.

Propriété

Dans un agrandissement (ou une réduction) de rapport k :

- les **longueurs** sont multipliées par k.
- les **aires** sont multipliées par k^2.
- les **volumes** sont multipliés par k^3.

Exemples :

Soit SABCD une pyramide à base carré, on sait que son aire vaut $250dm^2$.

2. Combien vaut l'aire d'une pyramide 2 fois plus petite ?
3. Combien vaut le volume d'une pyramide 10 fois plus grande ?

1. Si la pyramide est 2 fois plus petite, c'est une réduction et le rapport k vaut $\frac{1}{2}$.

Ainsi, $A_{pyramide} = k^2 \times A_{SABCD}$

$A_{pyramide} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 250$

$A_{pyramide} = \frac{1}{4} \times 250$

$\boxed{A_{pyramide} = 62,5 dm^2}$

2. Si la pyramide est 10 fois plus grande, c'est un agrandissement et le rapport k vaut 10.

Ainsi, $A_{pyramide} = k^2 \times A_{SABCD}$

$A_{pyramide} = 10^2 \times 250$

$A_{pyramide} = 100 \times 250$

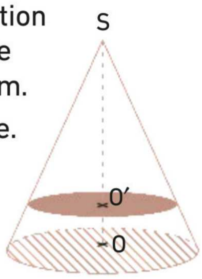
$\boxed{A_{pyramide} = 25000 dm^2}$

Exercice d'application 5

On considère un cône de révolution de hauteur SO = 6 cm et dont le disque de base a pour rayon 5 cm.

1. Calculer le volume de ce cône.

2. On sectionne ce cône par un plan parallèle à sa base qui coupe [SO] en O' de telle sorte que SO' = 4 cm. Calculer le volume du cône de hauteur SO' ainsi défini.



1. $V_1 = \frac{B \times h}{3}$

$V_1 = \frac{5 \times 5 \times \pi \times 6}{3}$

$V_1 = \frac{150\pi}{3}$

$\boxed{V_1 = 50\pi cm^3}$

2. C'est une réduction ou $k = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$V_2 = k^3 \times V_1$

$V_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times V_1$

$V_2 = \frac{4}{9} \times 50\pi$

$\boxed{V_2 = \frac{200}{9}\pi cm^3}$