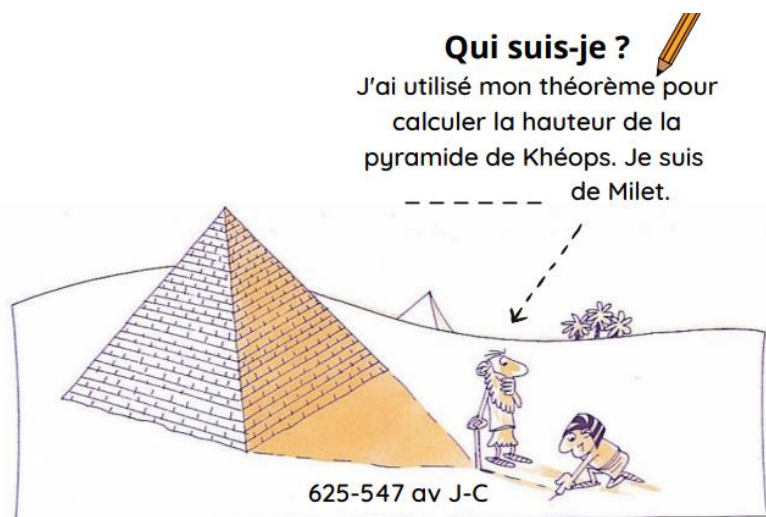


Pour bien démarrer en 3^e !

(Des résumés de cours avec des exemples rédigés, des exercices et leurs corrections pour s'entraîner)



L'essentiel pour bien débiter en 3^e

I- Le calcul numérique

Ce que je dois savoir :	Exemples :
<p><u>Priorités de calculs</u></p> <p>L'ordre dans lequel les calculs doivent être effectués est :</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Les calculs contenus entre parenthèses ; ➤ Les calculs de puissances ; ➤ Les multiplications et les divisions ; ➤ Les additions et les soustractions. 	$A = 5^2 - 3 \times 7 + 2 \times (4 - 1)$ $A = 5^2 - 3 \times 7 + 2 \times 3$ $A = 25 - 3 \times 7 + 2 \times 3$ $A = 25 - 21 + 6$ $A = 10$
<p><u>Simplifier une fraction</u></p> <p>Il s'agit d'écrire la fraction sous la forme :</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ D'un nombre entier ; ➤ D'une fraction irréductible (c'est-à-dire une fraction égale à celle de départ dont le numérateur et le dénominateur sont les plus petits nombres entiers possibles). <p>Pour simplifier une fraction, on utilise la décomposition en produits de facteurs communs du numérateur et du dénominateur.</p>	$A = \frac{18}{15} = \frac{6 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{5}$ $B = \frac{24}{120} = \frac{12 \times 2}{12 \times 2 \times 5} = \frac{1}{5}$ <div style="display: flex; align-items: center;"> <p>Tous les facteurs au numérateur se simplifient, cela signifie qu'il reste 1.</p> </div>
<p><u>Calculs fractionnaires</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Pour additionner (ou soustraire) des fractions, on ajoute (ou on soustrait) leur numérateur, après les avoir mises au même dénominateur ; ➤ Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, en simplifiant au maximum ; ➤ Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$ ➤ $B = 2 - \frac{1}{6} = \frac{12}{6} - \frac{1}{6} = \frac{11}{6}$ ➤ $C = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{3}{10}$ ➤ $D = \frac{4}{3} \div \frac{8}{15} = \frac{4}{3} \times \frac{15}{8} = \frac{4 \times 3 \times 5}{3 \times 2 \times 4} = \frac{5}{2}$
<p><u>Calculs avec les puissances</u></p> <p>Soient a et b des nombres réels et n et m deux nombres entiers relatifs.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Produit : $a^n \times a^m = a^{n+m}$; ➤ Inverse : $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$; ➤ Quotient : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; ➤ Puissance de puissance : $(a^n)^m = a^{n \times m}$; ➤ Exposants identiques : $a^n \times b^n = (ab)^n$. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ $A = 10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$ ➤ $B = \frac{10^3}{10^{-4}} = 10^{3-(-4)} = 10^{3+4} = 10^7$ ➤ $C = (10^2)^{-3} = 10^{2 \times (-3)} = 10^{-6}$ ➤ $D = 5^2 \times 2^2 = (5 \times 2)^2 = 10^2$
<p><u>Écriture scientifique</u></p> <p>On appelle écriture scientifique d'un nombre positif la notation $a \times 10^n$ avec n un nombre entier relatif et $1 \leq a < 10$.</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <p>L'écriture décimale de a comporte un et un seul chiffre non nul avant la virgule.</p> </div>	$A = 0,000\ 005 = 5 \times 10^{-6}$ $B = 21 \text{ millions} = 2,1 \times 10^7$
<p><u>Racines carrées</u></p> <p>La racine carrée d'un nombre réel a est le nombre positif dont le carré est a.</p>	$A = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

II- Expression littérale, développement, factorisation

Ce que je dois savoir :	Exemples :
<p>Expression littérale (ou expression algébrique)</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Il s'agit d'une expression comprenant des nombres et une ou plusieurs lettres. Cette ou ces lettres représentent des nombres qui ne sont pas fixés : ce sont des variables. Une même lettre désigne toujours un même nombre dans une expression littérale donnée. ➤ Réduire une expression littérale consiste à regrouper les termes de même ordre : on regroupe ensemble les termes purement numériques et ceux qui comportent une même variable. ➤ On peut résumer un programme de calculs à l'aide d'une expression littérale. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ $A = 4x - 3y + 5$ est une expression littérale. ➤ $B = 4x^2 + 3x - 2 + 6y + 2x - 7y + 4 - x^2$ $B = 4x^2 - x^2 + 3x + 2x + 6y - 7y - 2 + 4$ $B = 3x^2 + 5x - y + 2$ ➤ On considère le programme de calculs suivant : <ul style="list-style-type: none"> - Choisir un nombre ; - Multiplier par 3 ; - Ajouter 5 ; - Soustraire le double du nombre de départ. On note x le nombre choisi au départ. L'expression littérale correspondant à ce programme est : $3 \times x + 5 - 2 \times x = 3x - 2x + 5 = x + 5$
<p>Développement</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Développer un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une somme (ou d'une différence). Cela signifie que la dernière opération effectuée est une addition (ou une soustraction). ➤ Distributivité : <ul style="list-style-type: none"> - $k(a + b) = ka + kb$ - $k(a - b) = ka - kb$ - $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ $A = 4\left(3x + \frac{1}{2}\right) - (x - 1)(3x + 2) - 2(x - 1)$ $A = 12x + 2 - (3x^2 + 2x - 3x - 2) - 2x + 2$ $A = 12x + 2 - (3x^2 - x - 2) - 2x + 2$ $A = 12x + 2 - 3x^2 + x + 2 - 2x + 2$ $A = -3x^2 + 12x + x - 2x + 2 + 2 + 2$ $A = -3x^2 + 11x + 6$
<p>Factorisation</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Factoriser une somme (ou une différence), c'est l'écrire sous la forme d'un produit. Cela signifie que la dernière opération effectuée est une multiplication. ➤ Facteur commun : <ul style="list-style-type: none"> - $ka + kb = k(a + b)$ - $ka - kb = k(a - b)$ 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ $A = (x + 3)(x + 2) + 7(x + 2)$ Le facteur commun est $x + 2$ $A = (x + 2)[(x + 3) + 7]$ $A = (x + 2)(x + 10)$ ➤ $B = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3)$ Le facteur commun est $2x + 1$ $B = (2x + 1)[(2x + 1) - (x + 3)]$ $B = (2x + 1)(2x + 1 - x - 3)$ $B = (2x + 1)(x - 2)$

III- Résolutions d'équations

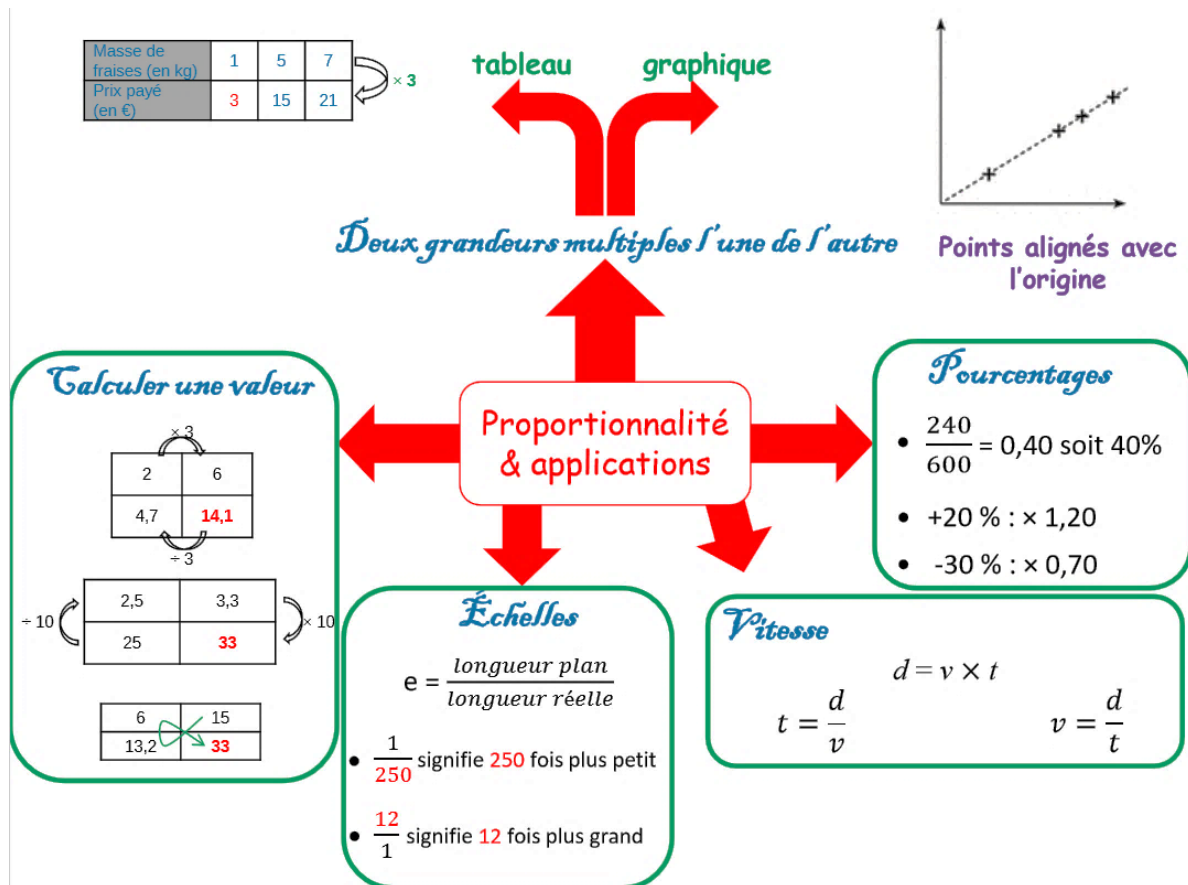
Ce que je dois savoir :	Exemples :
<p>Résolutions d'équations</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Une équation est une relation contenant une ou plusieurs variables. Résoudre une équation consiste à déterminer les valeurs que peut prendre la variable pour rendre l'égalité vraie. La variable est aussi appelée inconnue et les valeurs pour lesquelles l'égalité est vérifiée sont appelées les solutions. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Résolvons les équations suivantes : <ul style="list-style-type: none"> a) $4x - 5 = 3$ $4x = 3 + 5 = 8$ $x = \frac{8}{4} = 2$ La solution de l'équation est 2. b) $5 - x = 2x + 14$ $-x - 2x = 14 - 5$ $-3x = 9$ $x = \frac{9}{-3} = -3$ La solution de l'équation est -3.

IV- Les pourcentages

Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité. Lorsque l'on parle de pourcentage, on fait comme si le total était 100.

Ce que je dois savoir :	Exemples :						
<u>Appliquer un pourcentage</u> Il s’agit d’exprimer un nombre en utilisant un pourcentage. On peut dresser un tableau de proportionnalité pour trouver le résultat.	Dans un lycée de 460 élèves, il y a 55 % de filles (c’est à dire pour 100 élèves du lycée, il y a 55 filles). Calculons le nombre de filles dans ce lycée. On construit un tableau de proportionnalité. <table><tr><td>Nombre de filles</td><td>x</td><td>55</td></tr><tr><td>Nombre total d’élèves</td><td>460</td><td>100</td></tr></table> On a : $x = \frac{55 \times 460}{100} = 253$ Il y a donc 253 filles dans ce lycée.	Nombre de filles	x	55	Nombre total d’élèves	460	100
Nombre de filles	x	55					
Nombre total d’élèves	460	100					
<u>Calculer un pourcentage</u> Il s’agit d’exprimer une proportion sous forme de pourcentage. On peut dresser un tableau de proportionnalité pour trouver le résultat.	Dans une classe de 24 élèves, il y en a 9 qui ont les yeux verts. Calculons le pourcentage d’élèves qui ont les yeux verts dans cette classe. On construit un tableau de proportionnalité. <table><tr><td>Nombre d’élèves qui ont les yeux verts</td><td>9</td><td>x</td></tr><tr><td>Nombre total d’élèves</td><td>24</td><td>100</td></tr></table> On a : $x = \frac{9 \times 100}{24} = 0,375 = \frac{37,5}{100} = 37,5 \%$ Il y a donc 37,5 % d’élèves qui ont les yeux verts dans cette classe.	Nombre d’élèves qui ont les yeux verts	9	x	Nombre total d’élèves	24	100
Nombre d’élèves qui ont les yeux verts	9	x					
Nombre total d’élèves	24	100					
<u>Calculer la quantité de référence</u> Il s’agit d’exprimer un nombre en utilisant un pourcentage. On peut dresser un tableau de proportionnalité pour trouver le résultat.	Dans une forêt il y a 14 % d’arbres malades, cela représente 476 arbres. Calculons le nombre total d’arbres dans cette forêt. On construit un tableau de proportionnalité. <table><tr><td>Nombre d’arbres malades</td><td>476</td><td>14</td></tr><tr><td>Nombre total d’arbres</td><td>x</td><td>100</td></tr></table> On a : $x = \frac{476 \times 100}{14} = 3400$ Il y a donc 3400 arbres dans cette forêt.	Nombre d’arbres malades	476	14	Nombre total d’arbres	x	100
Nombre d’arbres malades	476	14					
Nombre total d’arbres	x	100					

A retenir :



V- **Gestion de données :** Pour analyser une série de valeurs brutes, on peut utiliser les outils suivants :

- ❖ L'effectif d'une valeur est le nombre de fois où cette valeur apparaît dans la série.
- ❖ Les effectifs cumulés sont les effectifs additionnés au fur et à mesure. On les range souvent par ordre croissant.
- ❖ La fréquence d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total :

$$\frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$$
 (La fréquence peut s'exprimer en nombre décimal, en fraction ou en pourcentage)
 La fréquence en pourcentages s'obtient en multipliant la fréquence par 100.
- ❖ La moyenne d'une série de valeurs est la somme de toutes les valeurs de la série, divisée par l'effectif total.
 (Ce nombre correspond à la valeur que l'on peut donner à chaque individu pour équilibrer la population)
- ❖ La moyenne pondérée d'une série de valeurs est la somme de tous les effectifs multipliés par le caractère, divisée par l'effectif total.
- ❖ Pour calculer la moyenne d'une série de valeurs regroupées par classes, on utilise le centre de chaque classe comme valeur associée à l'effectif.

Exemple :

Le tableau des notes d'un contrôle sur 10 points :

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	TOTAL
Effectifs	0	0	2	4	3	4	3	5	2	2	3	28
Effectifs cumulés croissants	0	0	2	6	9	13	16	21	23	25	28	
Fréquences	0	0	$\frac{2}{28}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{28}{28} = 1$
Pourcentages	0	0	7	14	10	14	10	18	7	7	10	100

- La moyenne de cette série est

$$m = \frac{0 \times 0 + 1 \times 0 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 6 \times 3 + 7 \times 5 + 8 \times 2 + 9 \times 2 + 10 \times 3}{28} = \frac{165}{28} \approx 5,9$$

Théorème de Pythagore : Si un triangle est rectangle alors le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Exercice type : Sur la figure ci-dessous, calculer BC :

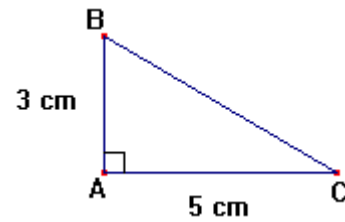
Le triangle ABC est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 32 + 52 = 9 + 25 = 34$$

$$BC = \sqrt{34} \text{ (valeur exacte)}$$

BC » 5,8 cm (arrondi à 0,1 cm près en utilisant la touche \sqrt{x} de la machine)



Réciproque du théorème de Pythagore : Si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.

La réciproque du théorème de Pythagore sert à démontrer qu'un triangle est rectangle.

Exercice type : ABC est un triangle tel que AB = 12 cm, AC = 5 cm et BC = 13 cm.

Démontrer que ABC est rectangle en A.

On va essayer de montrer que $AB^2 + AC^2 = BC^2$:

D'une part : $AB^2 + AC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

D'autre part : $BC^2 = 13^2 = 169$

PUISQUE $AB^2 + AC^2 = BC^2$,

ALORS d'après la **réciproque de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en A.

Théorème de Thalès

Théorème de Thalès : Dans un triangle ABC : Si $M \in (AB)$; $N \in (AC)$ et $(MN) \parallel (BC)$

$$\text{Alors : } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Exercice type :

Soit FGH un triangle. $O \in [FG]$ et $P \in [FH]$.

Les droites (OP) et (GH) sont parallèles.

$FP = 3 \text{ cm}$, $FO = 6 \text{ cm}$, $FH = 10 \text{ cm}$ et $GH = 9 \text{ cm}$.

Calculer les longueurs FG et OP.

Résolution :

Dans le triangle FGH, on sait que : $O \in [FG]$, $P \in [FH]$ et

$(OP) \parallel (GH)$.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{FO}{FG} = \frac{FP}{FH} = \frac{OP}{GH}$

C'est-à-dire $\frac{6}{FG} = \frac{3}{10} = \frac{OP}{9}$

▪ Calcul de FG :

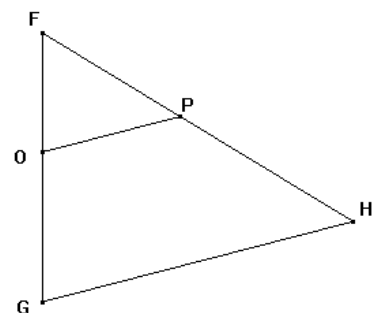
On a : $\frac{6}{FG} = \frac{3}{10}$ d'où $FG = \frac{6 \times 10}{3}$

Donc $FG = 20 \text{ cm}$

▪ Calcul de OP :

On a : $\frac{3}{10} = \frac{OP}{9}$ d'où $OP = \frac{3 \times 9}{10}$

Donc $OP = 2,7 \text{ cm}$



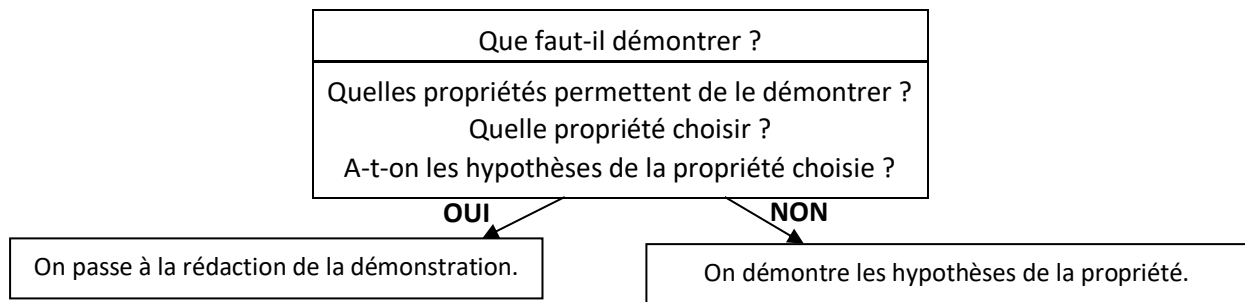
VII- Démontrer en mathématiques

En mathématiques, on écrit souvent les propriétés sous la forme « Si...alors... ». Dans ces propriétés :

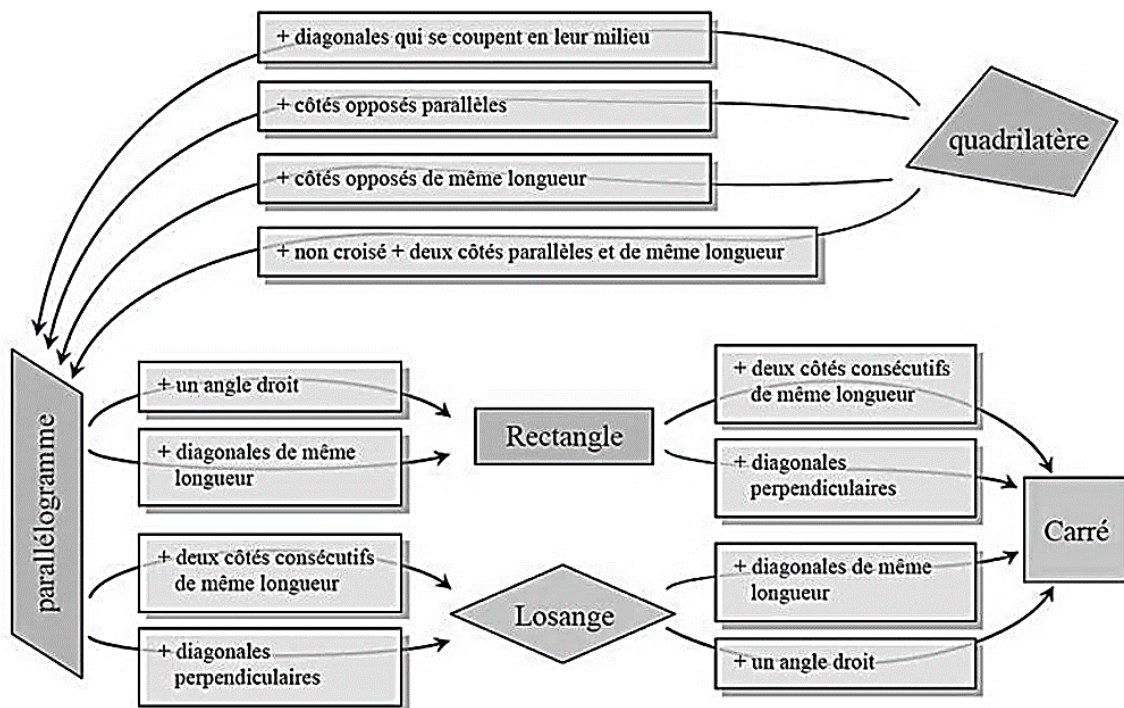
- L'expression qui est entre « Si » et « alors » est appelée **l'hypothèse ou la condition**.
- L'expression qui suit le mot « alors » est appelée la **conclusion**.

Comment chercher une démonstration ?

On se sert du schéma suivant :



QUADRILATERES : Propriétés caractéristiques



VIII- Boîte à outils

1/ Conversions : Durées : 1h = 60 min = 3 600 s

A combien de minutes correspond 0,15 h :

1 h	0,15 h
60 min	$\frac{60 \times 0,15}{1} = 9 \text{ min}$

A combien d'heures correspond 1h et 12 min ? 1h et 12 min correspond à 72 min

1 h	$\frac{72 \times 1}{60} = 1,2 \text{ h}$
60 min	72 min

Cas particuliers: 0,5 h = 30 min ; 0,25 h = 15 min ; 0,75 h = 45 min ; 0,1h = 6 min

Aires

km ²	hm ² = ha	dam ² = a	m ²	dm ²	cm ²	mm ²

Exemples: $51,25\text{m}^2 = 5125\text{ dm}^2$; $125\text{ dm}^2 = 12\,500\text{ cm}^2$; $0,00015\text{km}^2 = 150\text{ m}^2$

ATTENTION : Pour calculer une aire, toutes les dimensions doivent être exprimées dans la **même unité**.

Volumes

m ³	dm ³	cm ³	mm ³
	hL	daL	L
		dL	cL
		mL	

Exemples: $2140\text{ mm}^3 = 2,14\text{ cm}^3$; $24\text{ m}^3 = 24\,000\text{ L}$; $8,5\text{ cm}^3 = 8500\text{ mm}^3$; $5\text{ mL} = 0,005\text{ dm}^3$

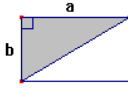

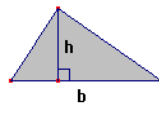

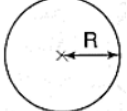
ATTENTION : Pour calculer un volume, toutes les dimensions doivent être exprimées dans la **même unité**.

2/ Périmètre et aires

Le **périmètre** d'un polygone d'une figure est la longueur de son contour. C'est la somme des longueurs de ses côtés.

Périmètre d'un cercle : $2 \times \pi \times R$;

Formules sur les aires des figures usuelles :

Figure	Dessin	Aire (A)	Triangle rectangle		$A = \frac{a \times b}{2}$
Rectangle		$A = L \times l$	Triangle		$A = \frac{b \times h}{2}$
Carré		$A = c \times c$	Disque		$A = \pi \times R^2$

3/ Volumes

Le volume d'un pavé droit, d'un prisme droit, d'un cylindre se calcule à l'aide de la formule :

$$V = \text{"Aire de la base"} \times \text{"hauteur"}$$

Le volume d'une pyramide, d'un cône se calcule à l'aide de la formule : $V = \frac{1}{3} \times \text{"Aire de la base"} \times \text{"hauteur"}$

4/ Agrandissements – Réductions

Définition : On dit qu'un objet est un **agrandissement** ou une **réduction** d'un autre objet lorsque leurs longueurs sont **proportionnelles**. Le coefficient de proportionnalité est alors appelé **coefficient d'agrandissement** (ou de réduction).

Propriétés :

- 1) Si le coefficient de proportionnalité est strictement **supérieur à 1**, alors c'est un coefficient d'**agrandissement**.
- 2) Si le coefficient de proportionnalité est strictement **inférieur à 1**, alors c'est un coefficient de **réduction**.
- 3) Les agrandissements et les réductions conservent les **angles** (en particulier les **angles droits**)
- 4) Les agrandissements et les réductions conservent les **parallélismes**
- 5) Si les longueurs d'une figure sont multipliées par un nombre **k** (positif), alors l'aire est multipliée par **k²**
- 6) Si les longueurs d'une figure sont multipliées par un nombre **k** (positif), alors le volume est multiplié par **k³**

Exercice 1 :

On donne $a = \frac{2}{3}$; $b = -3$; $c = -\frac{3}{4}$

Exprimer sous forme fractionnaire :

$$a + b + c ; \quad a + b - c ; \quad -a - b + c ; \quad a + bc ; \quad abc ; \quad \frac{c}{a} ; \quad \frac{a-b}{c}.$$

Exercice 2 :

Pour son rayon de café de luxe, monsieur Robusta achète 168 kilogrammes de café vert. Après transformation, monsieur Robusta constate avec horreur que ce café perd $\frac{6}{35}$ de sa masse.

1. Vérifier que la masse perdue pendant la transformation est égale à 28, 8 kg.
2. Monsieur Robusta vend ce café transformé 9,30€ le kilogramme. Quelle somme d'argent Monsieur Robusta récupère-t-il si tout son café transformé est vendu ?
3. Le prix d'achat des 168 kilogrammes de café vert représente 55% de la somme obtenue par la vente. Combien ont coûté les 168 kg de café vert à Monsieur Robusta ?

Exercice 3 :

Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes en détaillant les étapes :

$$D = 5\,370 \quad S = 0,00092 \quad L = 52,1 \times 10^3 \quad B = \frac{24 \times 10^{-3} \times 5,5 \times (10^5)^{-2}}{8 \times 10^{-5} \times 10^{-19}}$$

Exercice 4 :

- 1) Développer et réduire :

$$A = 2x(7x + 8) ; \quad B = -7(5x - 8) - (4x^2 + 7x - 11) ;$$

$$C = (5x + 2)(2x - 3) ; \quad D = (3x - 6)^2$$

- 2) Résoudre les équations : $8x - 7 = 19$ et $14x + 28 = 3x + 7$

- 3) On considère l'expression $A = 4x^2 - 7x - 3$:

Calculer A pour $x = 3$ puis pour $x = -2$

Exercice 5 : Les questions suivantes sont indépendantes.

- 1) La distance entre la terre et le soleil est de 150 millions de kilomètres. La vitesse de la lumière est de 300 000 km/s. Un rayon part du soleil à 10h56min51s.
A quelle heure ce rayon arrivera-t-il sur terre ?
- 2) Votre salaire est de 1650 euros. Vous obtenez une augmentation de 8%.
Calculer votre nouveau salaire.
- 3) Un livre qui coûtait 33 € ne coûte plus que 23,10 €.
Calculer le pourcentage de réduction.
- 4) Un téléviseur est vendu 464 € avec une réduction de 20 %. Quel était le prix initial ?
- 5) L'entreprise Caniland emploie 1200 personnes dont 60 % de femmes. L'entreprise Zooplus emploie 800 personnes dont 70 % d'hommes.
Calculer le pourcentage de femmes lorsque les deux entreprises sont réunies.
- 6) En roulant à une vitesse moyenne de 108 km/h, calculer la distance parcourue en 49 minutes.
- 7) Trouver quatre nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 3 810. Justifier.

Exercice 6 :

Pour préparer son voyage à Marseille, Julien utilise un site Internet pour choisir le meilleur itinéraire. Voici le résultat de sa recherche :

Calculez votre itinéraire		59 000 Lille–13000 Marseille
Départ 59 000 Lille France		Coût estimé Péage 73,90 € Carburant 89,44 €
		Temps 8 h 47 dont 8 h 31 sur autoroute
Arrivée 13 000 Marseille France		Distance 1 004 km dont 993 km sur autoroute

- 1) Quelle vitesse moyenne, arrondie au km/h, cet itinéraire prévoit-il pour la portion de trajet sur l'autoroute ?
- 2) Sachant que la sécurité routière préconise au moins une pause de 10 à 20 minutes toutes les deux heures de conduite, quelle doit être la durée minimale que Julien doit prévoir pour son voyage ?
- 3) Sachant que le réservoir de sa voiture a une capacité de 60 L et qu'un litre d'essence coûte 1,42 € peut-il faire le trajet avec un seul plein d'essence en se fiant aux données du site internet ?

Exercice 7 :

Mathilde et Paul saisissent sur leur calculatrice un même nombre. Voici leurs programmes de calcul :

Programme de calcul de Mathilde

- Saisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 9
- Soustraire 8 au résultat obtenu

Programme de calcul de Paul

- Saisir un nombre
- Multiplier ce nombre par -3
- Ajouter 31 au résultat obtenu

- 1) On considère la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde											
3	Paul											

- a) Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 puis étirer jusqu'à la cellule L2 pour obtenir les résultats obtenus par Mathilde ?
 - b) Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3 puis étirer jusqu'à la cellule L3 pour obtenir les résultats obtenus par Paul ?
- 2) Voici ce que la feuille de calcul fait apparaître après avoir correctement programmé les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde	-8	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82
3	Paul	31	28	25	22	19	16	13	10	7	4	1

Mathilde et Paul cherchent à obtenir le même résultat.

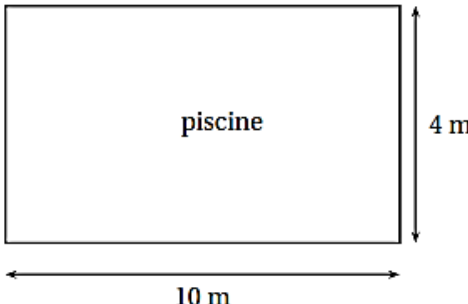
Au vu du tableau, quelle conjecture pourrait-on faire sur l'encadrement à l'unité du nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat ?

- 3) Déterminer par le calcul le nombre de départ à saisir par Mathilde et Paul pour obtenir le même résultat et vérifier la conjecture sur l'encadrement.

Exercice 8 : Voici les caractéristiques d'une piscine qui doit être rénovée :

Document 1 : informations sur la piscine

Vue aérienne de la piscine



piscine

10 m

4 m

Forme : pavé droit

Profondeur : 1,2 m

Document 2 : information relative à la pompe de vidange

Débit : $14 \text{ m}^3/\text{h}$

Document 3 : informations sur la peinture résine utilisée pour la rénovation

- seau de 3 litres
- un litre recouvre une surface de 6 m^2
- 2 couches nécessaires
- prix du seau : 69,99 €

- 1) Le propriétaire commence par vider la piscine avec la pompe de vidange. Cette piscine est remplie à ras bord. Sera-t-elle vide en moins de 4 heures ?
- 2) Il repeint ensuite toute la surface intérieure de cette piscine avec de la peinture résine. Quel est le coût de la rénovation ?

Exercice 9 :

Voici les effectifs et les salaires des employés d'une Petite et Moyenne Entreprise (PME) :

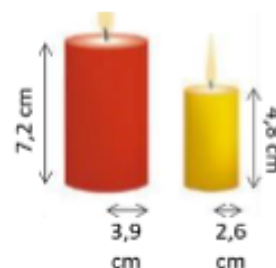
catégorie	Ouvrier simple	Ouvrier qualifié	Cadre moyen	Cadre supérieur	Dirigeant
Effectif	50	25	15	10	2
Salaire en euros	950	1300	1700	3500	8000

- 1) Quel est l'effectif de cette PME ?
- 2) Calculer le salaire moyen arrondi à l'unité.
- 3) Déterminer l'étendue des salaires.
- 4) Les dirigeants décident une augmentation de 8% du montant du salaire d'un ouvrier simple. Calculer le nouveau salaire de cet ouvrier. Quelle est la nouvelle moyenne ?
- 5) Déterminer, en expliquant, le salaire médian.

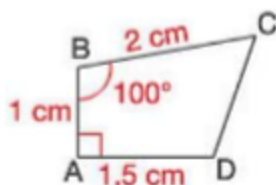
Exercice 10 :

- 1) ABCD et EFGH sont deux rectangles tels que : $AB = 4 \text{ cm}$; $BC = 3 \text{ cm}$; $EF = 6 \text{ cm}$ et $FG = 5 \text{ cm}$. EFGH est-il un agrandissement du rectangle ABCD ?

- 2) a) La bougie de droite est-elle une réduction de la bougie de gauche ?
b) Par combien doit-on multiplier le volume de la petite bougie pour obtenir celui de la grande bougie ?



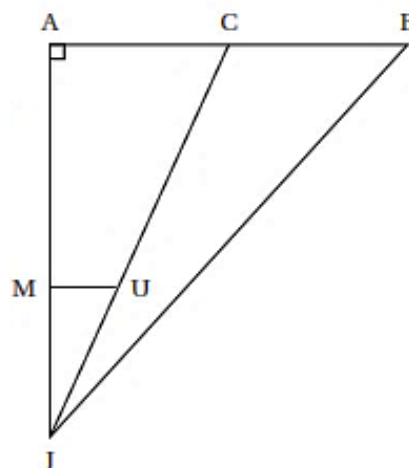
- 3) Construire un agrandissement de ABCD de rapport 1,8 :



Exercice 11 :

On considère la figure ci-contre qui n'est pas à l'échelle.

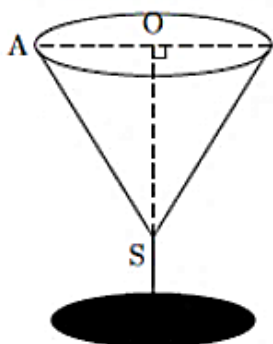
- Le triangle JAB est rectangle en A.
- Les droites (MU) et (AB) sont parallèles.
- Les points A, M et J sont alignés.
- Les points C, U et J sont alignés.
- Les points A, C et B sont alignés.
- $AB = 7,5$ m.
- $MU = 3$ m.
- $JM = 10$ m.
- $JA = 18$ m



- 1) Calculer la longueur JB.
- 2) Montrer que la longueur AC est égale à 5,4 m.
- 3) Calculer l'aire du triangle JCB.

Exercice 12 :

Un verre a une partie supérieure en forme de cône de révolution de sommet S, de hauteur [OS] telle que $OS = 9$ cm et de rayon [OA] tel que $OA = 4$ cm.



- 1) Montrer que le volume de ce verre, en cm^3 , est égal à 48π .
- 2) Avec un litre d'eau, combien de fois peut-on remplir entièrement ce verre ?

Rappel: 1 litre = $1 dm^3 = 1 000 cm^3$

Le volume d'un cône de hauteur h et de rayon R est $V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$

Exercice 13 :

Djamel et Sarah ont un jeu de société : pour y jouer, il faut tirer au hasard des jetons dans un sac. Tous les jetons ont la même probabilité d'être tirés. Sur chaque jeton un nombre entier est inscrit.

Djamel et Sarah ont commencé une partie. Il reste dans le sac les huit jetons suivants :

5 14 26 18 5 9 18 20

- 1) C'est à Sarah de jouer.
 - a) Quelle est la probabilité qu'elle tire un jeton « 18 » ?
 - b) Quelle est la probabilité qu'elle tire un jeton multiple de 5 ?
- 2) Finalement, Sarah a tiré le jeton « 26 » qu'elle garde. C'est au tour de Djamel de jouer.

La probabilité qu'il tire un jeton multiple de 5 est-elle la même que celle trouvée à la question 1. b. ?

Eléments de correction : « Cahier de vacances – Entrée en 3^e »

Exercice 1 :

$$a + b + c = -\frac{37}{12}; a + b - c = -\frac{19}{12}; -a - b + c = \frac{19}{12}; a + bc = \frac{35}{12}; abc = \frac{3}{2}; \frac{c}{a} = -\frac{9}{8}; \frac{a-b}{c} = -\frac{44}{9}$$

Exercice 2 : 1. $\frac{6}{35} \times 168 = 28,8 \text{ kg.}$

2. $(168 - 28,8) \times 9,30 = 1294,56\text{€}.$

3. $\frac{55}{100} \times 1294,56 = 712,0008.$ Ainsi, 168 kg de café vert ont coûté environ 712 €

Exercice 3 : Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes en détaillant les étapes :

$$D = 5\,370$$

$$S = 0,00092$$

$$L = 52,1 \times 10^3$$

$$D = 5,37 \times 10^3$$

$$S = 9,2 \times 10^{-4}$$

$$L = 5,21 \times 10^4$$

$$B = \frac{24 \times 10^{-3} \times 5,5 \times (10^5)^{-2}}{8 \times 10^{-5} \times 10^{-19}} = \frac{24 \times 5,5 \times 10^{-3} \times 10^{-10}}{8 \times 10^{-24}} = 16,5 \times \frac{10^{-13}}{10^{-24}} = 16,5 \times 10^{-13-(-24)} = 16,5 \times 10^{11} = 1,65 \times 10^1 \times 10^{11} = 1,65 \times 10^{12}$$

Exercice 4 :

1) $A = 2x(7x + 8) = 14x^2 + 16x;$

$$B = -7(5x - 8) - (4x^2 + 7x - 11) = -35x + 56 - 4x^2 - 7x + 11 = -4x^2 - 42x + 67;$$

$$C = (5x + 2)(2x - 3) = 10x^2 - 15x + 4x - 6 = 10x^2 - 11x - 6;$$

$$D = (3x - 6)^2 = (3x - 6)(3x - 6) = 9x^2 - 18x - 18x + 36 = 9x^2 - 36x + 36$$

2) $8x - 7 = 19$ a pour solution $x = 3,25$; $14x + 28 = 3x + 7$ a pour solution $x = -\frac{21}{11}$

3) Pour $x = 3$: $A = 12$; Pour $x = -2$: $A = 27.$

Exercice 5 : Questions indépendantes

1)

$$t = \frac{d}{v} = \frac{150\,000\,000}{300\,000} = 500$$

Le rayon met 500 secondes pour arriver sur Terre.

$$500s = 8\text{min}20s$$

$$10\text{h}56\text{min}51s + 8\text{min}20s = 11\text{h}05\text{min}11s$$

Le rayon arrivera sur Terre à 11h05min11s.

2)

$$1650 \times \frac{8}{100} = 132 \quad \text{et} \quad 1650 + 132 = 1782$$

Votre nouveau salaire sera de 1 782 euros.

3)

$$33 - 23,10 = 9,9 \quad \text{et} \quad \frac{9,9}{33} = 0,3 = \frac{30}{100} = 30\%$$

La réduction est de 30%.

4)

464 euros	80%
x	100%

$$x = \frac{464 \times 100}{80} = 580$$

Le prix initial était 580 euros.

Attention : si vous augmentez 464 euros de 20%, vous ne trouverez pas le prix de départ !

5)

$$1200 \times \frac{60}{100} = 720 \quad \text{Caniland emploie 720 femmes.}$$

$$800 \times \frac{30}{100} = 240 \quad \text{Zooplus emploie 240 femmes.}$$

$$720 + 240 = 960 \quad \frac{960}{1200+800} = \frac{960}{2000} = 0,48 = 48\% \quad \text{Lorsque les deux entreprises sont réunies, on compte 48% de femmes.}$$

6)

108 km	60 min
d	49 min

$$d = \frac{108 \times 49}{60} = 88,2 \quad \text{La distance parcourue en 49 minutes est de 88,2 kilomètres.}$$

7)

Soit x le premier des quatre nombres entiers consécutifs.

Mise en équation : $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 3\,810$

$$4x + 6 = 3\,810$$

$$4x = 3\,810 - 6$$

$$4x = 3\,804$$

$$x = \frac{3804}{4} \quad x = 951$$

Les 4 nombres sont 951 ; 952 ; 953 et 954.

Vérification : $951 + 952 + 953 + 954 = 3\,810$

Exercice 6 :

1)

Cet itinéraire prévoit de faire 993 km sur autoroute en 8 h 31 min soit en $8 \times 60 + 31 = 511$ minutes, donc pour calculer la vitesse moyenne, on calcule la distance parcourue en 1 h = 60 min :

Distance (km)	993 km	$d ?$
temps (minutes)	511 minutes	60 minutes

$$d = \frac{993 \times 60}{511} \approx 116,59 \text{ km}$$

La vitesse moyenne, arrondie au km/h, pour la portion de trajet sur autoroute est de

$$v = 117 \text{ km.h}^{-1}$$

2)

Il doit effectuer 4 pauses d'une durée minimale de 10 minutes. Son trajet sera donc de **8h 47min + 40min soit 9h 27min.**

3)

Le trajet prévoit un coût de 89,44 € pour le carburant. Or un litre d'essence coûte 1,42 € donc :

Volume essence (L)	$v ?$	1 litre
prix (€)	89,44 €	1,42 €

$$v = \frac{89,44 \times 1}{1,42} \approx 63 \text{ litres}$$

Sachant que le réservoir de sa voiture a une capacité de 60 L, **il ne pourra donc pas faire le trajet avec un seul plein d'essence.**

Exercice 7 : 1. Dans la cellule B2, il faut saisir la formule : **= 9 *B1-8**.

2. Dans la cellule B3, il faut saisir la formule : **= -3*B1+ 31**.

3. Au vu du tableau, on peut conjecturer que le nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat est compris entre 3 et 4.

Soit x le nombre saisi et tel que : $P_{\text{Mathilde}} = P_{\text{Paul}}$

$$9x - 8 = -3x + 31 \quad \text{ou} \quad 9x + 3x = 31 + 8$$

$$12x = 39 \quad \text{et enfin} \quad x = \frac{39}{12} = \frac{13}{4} = 3,25.$$

Programme de Mathilde : $9 \times 3,25 - 8 = 29,25 - 8 = 21,25$;

Programme de Paul : $-3 \times 3,25 + 31 = -9,75 + 31 = 21,25$.

Mathilde et Paul doivent choisir le nombre 3,25, la conjecture émise était correcte.

Exercice 8 :

1. $V_{\text{piscine}} = 10 \times 4 \times 1,2 = 48 \text{ m}^3$. Le volume de la piscine est de 48 m^3 .

On calcule alors : $\frac{48}{14} \approx 3,4 \text{ h}$ soit 3 h 24 min.

La piscine sera donc vide en moins de 4 heures.

2. On calcule la surface de la piscine :

$$A_{\text{piscine}} = 10 \times 4 + 2 \times (10 \times 1,2) + 2 \times (4 \times 1,2)$$

$$A_{\text{piscine}} = 40 + 24 + 9,6$$

$$A_{\text{piscine}} = 73,6 \text{ m}^2.$$

La surface de la piscine est de $73,6 \text{ m}^2$.

2 couches sont nécessaires pour peindre la piscine, il faut donc prévoir de la peinture pour une surface de : $2 \times 73,6 = 147,2 \text{ m}^2$.

On calcule la quantité de peinture nécessaire : $\frac{147,2}{6} \approx 24,53 \ell$.

Il faudra environ 24,53 litres de peinture.

$$\text{Or } \frac{24,53}{3} \approx 8,2.$$

Les seaux contiennent 3 litres de peinture, il faudra donc 9 seaux de peinture.

$$9 \times 69,99 = 629,91.$$

Le coût sera donc de 629,91 €.

Exercice 9 :

- 1) Effectif total : $50 + 25 + 15 + 10 + 2 = 102$

$$2) \text{ Salaire moyen : } \bar{m} = \frac{50 \times 950 + 25 \times 1300 + 15 \times 1700 + 10 \times 3500 + 2 \times 8000}{102} = \frac{156500}{102} \approx 1534 \text{ €}$$

$$3) \frac{75}{102} \times 100 \approx 76 \%. 44\% \text{ des employés gagnent moins de } 1500 \text{ €}.$$

$$4) 950 + \frac{8}{100} \times 950 = 1026 \text{ €}. \text{ Le nouveau salaire moyen d'un ouvrier simple est de } 1026 \text{ €}.$$

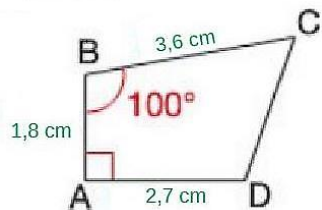
Exercice 10 :

$$1) \text{ On a : } \frac{EF}{AB} = \frac{6}{4} = 1,5 \text{ et } \frac{FG}{BC} = \frac{5}{3} \approx 1,67. \text{ EFGH n'est pas un agrandissement de ABCD.}$$

$$2) a) \text{ On a : } \frac{2,6}{3,9} = \frac{1}{3} \text{ et } \frac{4,8}{7,2} = \frac{1}{3}. \text{ Donc la petite bougie est une réduction de la grande bougie.}$$

$$b) \text{ On obtient le volume de la grande bougie en multipliant celui de la petite bougie par : } 3^3 = 27$$

c) Figure exacte laissée au lecteur :



Exercice 11 :

- 1) Calcul de la longueur JB : On sait que le triangle AJB est rectangle en A, donc d'après le théorème de

$$\text{Pythagore, on a : } JB^2 = JA^2 + AB^2 = 18^2 + 7,5^2 = 380,25 \quad \text{Donc, } JB = \sqrt{380,25} = 19,5 \text{ m}$$

- 2) Montrons que la longueur AC est égale à 5,4 m : On sait que les points A, M, J d'une part et C, U, J d'autre part sont alignés. On sait de plus que les droites (MU) et (AB) sont parallèles. Donc d'après

$$\text{le théorème de Thalès : } \frac{JM}{JA} = \frac{JU}{JC} = \frac{MU}{AC} \text{ ou } \frac{10}{18} = \frac{JU}{JC} = \frac{3}{AC}$$

$$\text{On en déduit : } AC = \frac{18 \times 3}{10} = 5,4 \text{ m}$$

- 3) Calcul de l'aire des triangle JAC et JAB :

$$A_{JAC} = \frac{JA \times AC}{2} = \frac{18 \times 5,4}{2} = 48,6 \text{ m}^2 \text{ et } A_{JAB} = \frac{JA \times AB}{2} = \frac{18 \times 7,5}{2} = 67,5 \text{ m}^2$$

$$\text{Calcul de l'aire du triangle JCB : } A_{JCB} = A_{JAB} - A_{JAC} = 67,5 - 48,6 = 18,9 \text{ m}^2$$

Exercice 12 :

1) $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 9 = 48\pi \text{ cm}^3$. Le volume d'un verre est bien égal à $48\pi \text{ cm}^3$.

2) $1L = 1000 \text{ cm}^3$ et $\frac{1000}{48\pi} \approx 6.63$ donc on peut remplir entièrement 6 verres.

Exercice 13 :

1. a. La probabilité que Sarah tire un jeton « 18 » est de $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$

b. Il y a 3 jetons multiples de 5, la probabilité que Sarah tire un jeton multiple de 5 est donc de $\frac{3}{8} = 0,375$

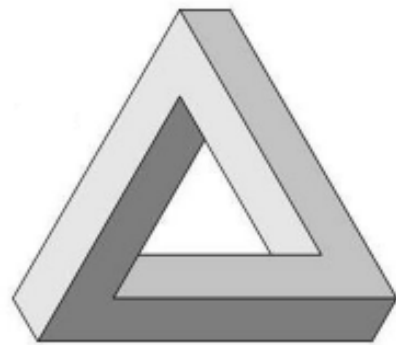
2. Si Sarah garde le jeton tiré, il n'y a plus que 7 jetons dans le sac dont 3 multiples de 5, la probabilité que Djamel tire un jeton multiple de 5 est de $\frac{3}{7} \neq \frac{3}{8}$.

Une jolie construction pour finir ... et pour le plaisir !

Le triangle de Penrose est un objet impossible conçu par le mathématicien Roger Penrose dans les années 1950.

En regardant ce solide de plus près, on remarque des perspectives impossibles à obtenir dans la réalité.

Cette figure a été source d'inspiration pour plusieurs artistes et notamment M. C. Escher.



Programme de construction : *Utiliser un crayon de papier bien taillé et ne pas trop appuyer.*

1. Trace au centre de ta feuille un triangle ABC équilatéral de 6 cm de côté.
2. a. Sur la demi-droite $[AC)$ place le point D tel que $AD = 8$ cm.
b. De même, sur la demi-droite $[CB)$ place le point E tel que $CE = 8$ cm.
c. Enfin, sur la demi-droite $[BA)$ place le point F tel que $BF = 8$ cm.
3. a. Trace la droite parallèle à (CE) passant par le point D . Placer le point G tel que $DG = 12$ cm.
b. De même, trace la droite parallèle à (BF) passant par le point E . Placer le point H tel que $EH = 12$ cm.
c. Enfin, trace la droite parallèle à (AD) passant par le point F . Placer le point I tel que $FI = 12$ cm.
4. a. Trace la droite parallèle à (DG) passant par le point I .
b. De même, trace la droite parallèle à (EH) passant par le point G .
c. Enfin, trace la droite parallèle à (FI) passant par le point H .
5. a. Trace « le petit morceau » de droite parallèle à (AB) passant par le point I .
b. De même, trace « le petit morceau » de droite parallèle à (AC) passant par le point G .
c. Enfin, trace « le petit morceau » de droite parallèle à (BC) passant par le point H .
6. Gomme proprement les lettres et les éventuels tracés en trop et tu obtiens ton triangle de Penrose.

Bonnes vacances !