

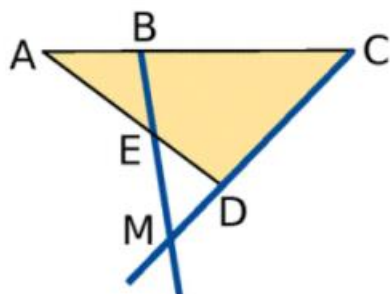
Le théorème de Thalès et sa réciproque

I. Le théorème de Thalès

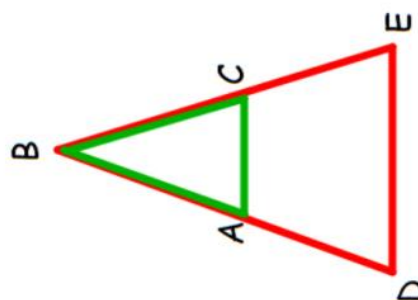
Activité d'introduction

Entourer les figures dans lesquelles, on peut utiliser le théorème de Thalès.

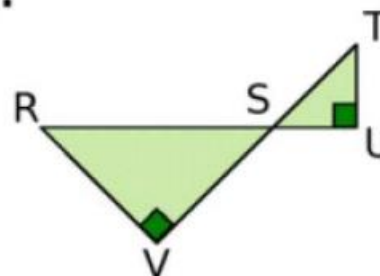
a.



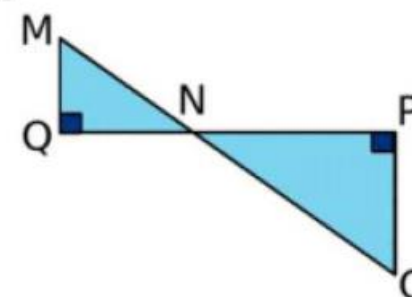
b.



c.

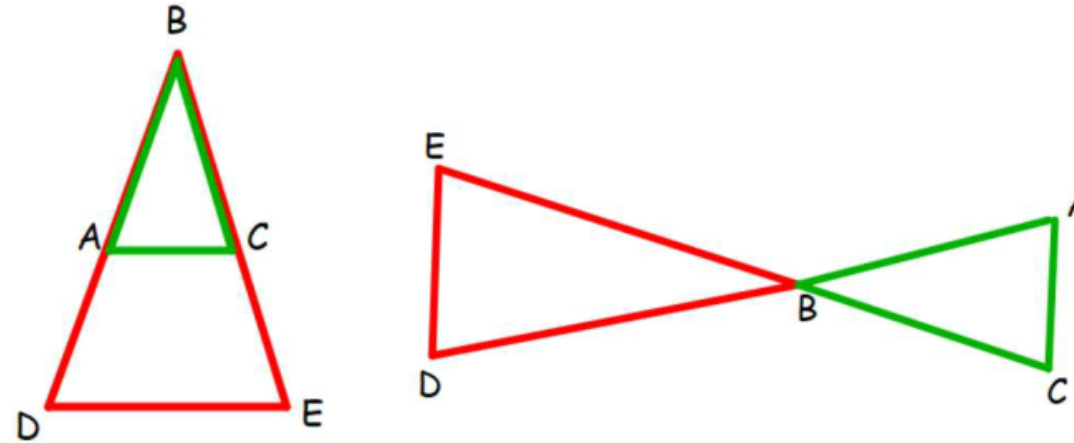


d.



I. Le théorème de Thalès

Voici les 2 configurations pour lesquelles on peut utiliser le théorème de Thalès sous réserve que les droites soient parallèles :



Théorème

Soient ABC un triangle quelconque non aplati.

Si les droites (BD) et (BE) sont sécantes en B et si la droite (AC) est parallèle à la droite (DE).

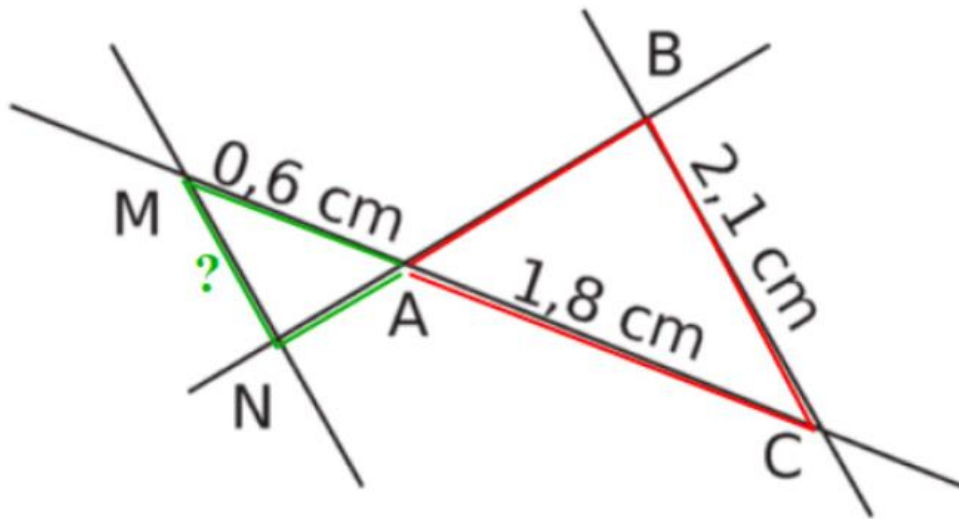
Alors on a l'égalité suivante :

$$\frac{BA}{BD} = \frac{BC}{BE} = \frac{AC}{DE} \quad \text{ou} \quad \frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC}$$

Exercice :

Dans la figure ci-dessous, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Calculer la longueur MN.



Résolution de l'exercice :

Dans

-
-

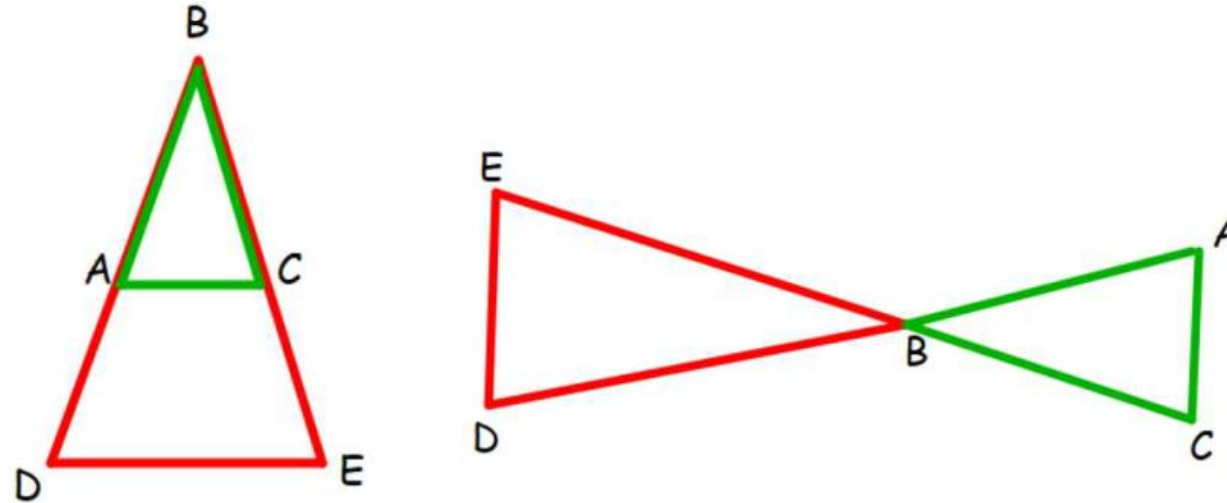
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Calcul de MN :

II. La réciproque du théorème de Thalès

On reprend les configurations précédentes, et on veut savoir si les droites (AC) et (DE) sont parallèles :

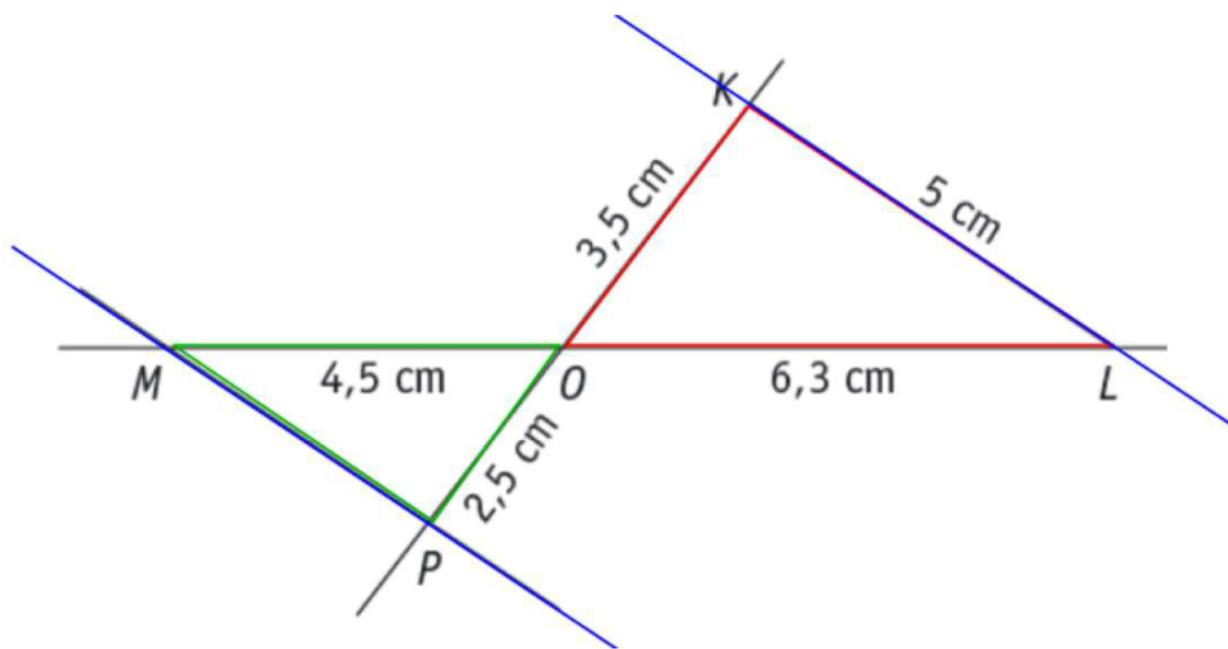


Réciproque

Si les points B, A et D sont alignés dans le même ordre que les points B, C et E et $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{BE}$ alors (AC)//(DE).

Exercice 1 :

Les droites (MP) et (LK) sont-elles parallèles ?



Résolution de l'exercice 1 :

Les points M, O et L sont alignés dans le même ordre que les points P, O et K.

On va vérifier l'égalité de Thalès :

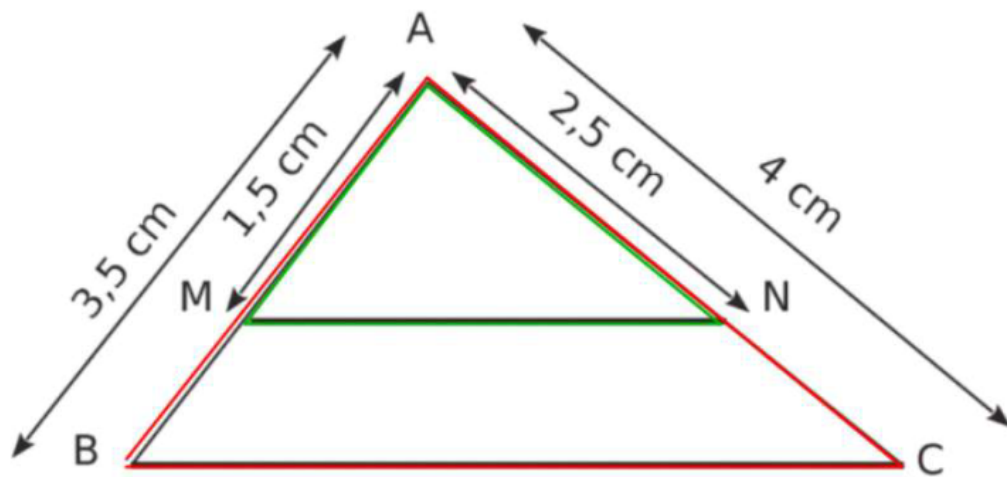
$$\text{D'une part, } \frac{MO}{OL} = \frac{4,5}{6,3} = \frac{45}{63} = \frac{5}{7}$$

$$\text{D'autre part, } \frac{PO}{OK} = \frac{2,5}{3,5} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

On constate que $\frac{MO}{OL} = \frac{PO}{OK}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MP) et (LK) sont parallèles.

Exercice 2 :

Montrer que 2 droites ne sont pas parallèles.



Résolution de l'exercice 2 :

Les points A, M et B sont alignés dans le même ordre que les points A, N et C.

On va vérifier l'égalité de Thalès :

D'une part, $\frac{AM}{AB} = \frac{1,5}{3,5} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$

D'autre part, $\frac{AN}{AC} = \frac{2,5}{4} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$

On constate que $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$.

L'égalité du théorème de Thalès n'est donc pas vérifiée, les droites (MP) et (KL) ne sont pas parallèles.