Multiples et diviseurs d'un nombre entier – CORRECTION

- Effectuer une division euclidienne

EXERCICE 15 PAGE 16

1. La division euclidienne de 278 par 8 :

$$\begin{array}{r|l} 278 & 8 \\ \hline 38 & 34 \\ 6 & \end{array}$$

$q = 34$ et $r = 6$.
On peut donc écrire : $278 = 8 \times 34 + 6$.

2. La division euclidienne de 1 245 par 9 :

$$\begin{array}{r|l} 1245 & 9 \\ \hline 34 & 138 \\ 75 & \\ 3 & \end{array}$$

$q = 138$ et $r = 3$.
On peut écrire : $1\,245 = 9 \times 138 + 3$.

EXERCICE 10 PAGE 50

Il veut partager équitablement les timbres. On effectue la division euclidienne de 184 par 36. On peut la traduire par l'égalité suivante : $184 = 36 \times 5 + 4$
Il va donc utiliser 6 pages, avec 4 timbres dans la dernière page.

- Connaître et savoir utiliser les critères de divisibilité

EXERCICE 21 PAGE 17

1. 5 900, 1 548, 452 et 584 sont des multiples de 2. Ils sont tous pairs.
2. 1 548 et 123 sont des multiples de 3.
$1 + 5 + 4 + 8 = 18$ est un multiple de 3.
$1 + 2 + 3 = 6$ est un multiple de 3.
3. 5 900 et 485 sont des multiples. Ils se terminent par 0 ou par 5.

EXERCICE 23 PAGE 17

- On cherche d'abord les nombres divisibles par 4 : 48, 27 900, 63 672, 42 324 sont divisibles par 4 car 48, 00, 72 et 24 sont des multiples de 4.
- On cherche maintenant s'ils sont divisibles par 3 en calculant la somme de leurs chiffres.
  $4 + 8 = 12$; 12 est dans la table de 3, donc 48 est divisible par 3.

  $2 + 7 + 9 = 18$; 18 est dans la table de 3, donc 279 est divisible par 3.
  $6 + 3 + 6 + 7 + 2 = 24$; 24 est dans la table de 3, donc 23 672 est divisible par 3.
  $4 + 2 + 3 + 2 + 4 = 13$; 13 n'est pas dans la table de 3, donc 42 324 n'est pas divisible par 3.
- En conclusion, 48, 27 900, 63 672, 42 324 sont divisibles par 3 et par 4.

♦ Trouver tous les diviseurs d'un nombre entier

EXERCICE 11 PAGE 50

a. Les diviseurs de 128 sont :
1 2 4 8 16 32 64 128.
b. Les diviseurs de 56 sont :
1 2 4 7 8 14 28 56.
c. Les diviseurs de 78 sont :
1 2 3 6 13 26 39 78.

EXERCICE 13 PAGE 50

a. Non, $46 = 13 \times 3 + 7$. Le reste n'est pas nul.
b. Oui, $39 = 3 \times 13$.
c. Non, $263 = 13 \times 20 + 3$. Le reste n'est pas nul.

EXERCICE 15 PAGE 50

1. Les diviseurs de 34 sont : 1 2 17 34.
2. Les diviseurs de 85 sont : 1 5 17 85.
3. Le plus grand diviseur commun de 34 et 85 est 17. On le note PGCD (34 ; 85) = 17.

EXERCICE 22 PAGE 51

On analyse chaque proposition :
Il est divisible par 5, il se termine par 0 ou 5, mais il est pair, donc il se termine par 0.
Il est divisible par 11 ; on cherche donc parmi 110, 220 et 330 les nombres divisibles par 3.
C'est 330 ($3 + 3 + 0 = 6$ qui est divisible par 3.)

Nombre premier et décomposition d'un nombre entier – CORRECTION

♦ Reconnaître un nombre premier

EXERCICE 24 PAGE 51

a. Vrai.
b. Vrai.
c. Faux, 15 est impair mais il n'est pas premier.
d. Faux, 2 est premier mais il est le seul nombre pair premier.
e. Vrai.
f. Faux. Entre 13 et 17, il y a un écart de 4.

EXERCICE 27 PAGE 51

a. 217 n'est pas premier. Il est divisible par 7. $217 = 7 \times 31$
b. 289 n'est pas premier. Il est divisible par 17. $289 = 17 \times 17$
c. 439 est premier. $\sqrt{439} \approx 20,9$. Il n'est pas divisible par 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 et19.

- <u>Trouver la décomposition en produit de facteur premier d'un nombre entier</u>

EXERCICE 32 PAGE 51

$$A = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 4 \times 9 \times 5 = 180$$
$$B = 3 \times 2^3 \times 5 = 3 \times 8 \times 5 = 120$$
$$C = 2 \times 3 \times 5^2 = 2 \times 3 \times 25 = 150$$

EXERCICE 34 PAGE 51

a.
$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$
$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

b.
$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$$75 = 3 \times 5 \times 5 = 3 \times 5^2$$

c.
$$\begin{array}{r|l} 164 & 2 \\ 82 & 2 \\ 41 & 41 \\ 1 & \end{array}$$
$$164 = 2 \times 2 \times 41 = 2^2 \times 41$$

EXERCICE 35 PAGE 51

a.
$$\begin{array}{r|l} 630 & 2 \\ 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$
$$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

b.
$$\begin{array}{r|l} 5\,005 & 5 \\ 1\,001 & 7 \\ 143 & 11 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$
$$5\,005 = 5 \times 7 \times 11 \times 13$$

c.
$$\begin{array}{r|l} 3\,192 & 2 \\ 1\,596 & 2 \\ 798 & 2 \\ 399 & 3 \\ 133 & 7 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array}$$
$$3\,192 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 19 = 2^3 \times 3 \times 7 \times 19$$

- <u>Savoir utiliser le PGCD à travers plusieurs exercices</u>

EXERCICES DE LA FEUILLE 1

EXERCICE 1 : Trouver le PGCD de 72 et de 84 à l'aide de la liste des diviseurs de chacun.

- **<u>Avec la liste des diviseurs :</u>**

1 x 72
2 x 36
3 x 24
4 x 18
6 x 12
8 x 9

Les diviseurs de 72 sont : **<u>1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6</u>** ; 8 ; 9 ; **<u>12</u>** ; 18 ; 24 ; 36 ; 72

1 x 84
2 x 42
3 x 28
4 x 21
6 x 14
7 x 12

Les diviseurs de 84 sont : **<u>1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6</u>** ; 7 ; **<u>12</u>** ; 14 ; 21 ; 28 ; 42 ; 72

Lorsque l'on regarde les deux listes de diviseurs et que l'on regarde seulement ceux en commun, le plus grand est 12 ! Donc PGDC(72 ; 84) = 12.

- **Avec la décomposition en produit de facteurs premiers :**

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

Donc $72 = \mathbf{2} \times \mathbf{2} \times 2 \times \mathbf{3} \times 3$

Donc $72 = 2^3 \times 3^2$

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

Donc $84 = \mathbf{2} \times \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times 7$

Donc $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

Dans les deux décompositions on regarde les facteurs en commun et on les multiplie pour trouver le PGCD.

On a donc PGCD (72 ; 84) = 2 x 2 x 3 = 12.

EXERCICE 2 : Un pâtissier dispose de 450 framboises et de 315 fraises.

1) 315 : 21 = 15 et $450 \div 21 \approx 21{,}4$

On peut faire 21 tartelettes par contre il restera encore des framboises après.

2) Pour savoir combien de tartelettes au maximum ce pâtissier peut faire en utilisant cette fois tous les fruits, il faut trouver le PGCD (le plus grand diviseur commun).

Avec la décomposition en produit de facteurs premiers :

450	2
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

Donc $450 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

315	3
105	3
35	5
7	7
1	

Donc $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$

Dans les deux décompositions on regarde les facteurs en commun et on les multiplie pour trouver le PGCD.

On a donc PGCD (450 ; 315) = 3 x 3 x 5 = 45

Le pâtissier peut donc confectionner au maximum 45 tartelettes en utilisant tous les fruits.

450 : 45 = 10 et 315 : 45 = 7

Dans chaque tartelette, il y aura 10 framboises et 7 fraises.

EXERCICE 3 : Un fleuriste a reçu 1 756 roses blanches et 1 317 roses rouges.

1) Pour savoir combien de tartelettes au maximum ce pâtissier peut faire en utilisant cette fois tous les fruits, il faut trouver le PGCD (le plus grand diviseur commun).
Avec la décomposition en produit de facteurs premiers :

1 756	2
878	2
439	439
1	

Donc $1\,756 = 2 \times 2 \times \mathbf{439}$

1 317	3
439	439
1	

$1\,317 = 3 \times \mathbf{439}$

Dans les deux décompositions on regarde les facteurs en commun et on les multiplie pour trouver le PGCD.

On a donc PGCD (1 756 ; 1 317) = 439.

Donc, le fleuriste peut composer 439 bouquets en utilisant toutes les fleurs.

2) 1 756 : 439 = 4 et 1 317 : 439 = 3

Chaque bouquet sera composé de 4 roses blanches et de 3 roses rouges.

- Exercices type – Brevet

EXERCICE 65 PAGE 55

Vive la mariée !

1. $3\,003 = 20 \times 150 + 3$ et $3\,731 = 20 \times 186 + 11$
On fait donc 20 corbeilles avec 150 dragées au chocolat et 186 dragées aux amandes dans chacune et il reste $3 + 11 = 14$ dragées non utilisées.

2. a. $3\,003 = 90 \times 33 + 33$
$3\,731 = 90 \times 41 + 41$
La proposition d'Emma de faire 90 ballotins ne convient pas car il restera des dragées.

b. Diviseurs de 3 003 :
1 3 7 11 13 21 33 39 77 91 143 231 273 429 1 001 3 003
Diviseurs de 3 731 : 1 7 13 41 91 287 533 3 731
91 est le plus grand diviseur commun à 3 003 et 3 731. Ils pourront donc faire au maximum 91 ballotins.
$3\,003 \div 91 = 33$ et $3\,731 \div 91 = 41$
Il y aura donc 33 dragées au chocolat et 41 dragées aux amandes dans chaque ballotin.

EXERCICE 66 PAGE 55

Les ballons

1. S'il reste 37 ballons, c'est que le reste de la division des 428 ballons par le nombre d'enfants est 37.
$428 - 37 = 391$ et on cherche les diviseurs de 391 : 1 17 23 391.
Si l'on considère qu'il n'y avait pas qu'un seul enfant à la fête, il y avait 17 ou 23 ou 391 enfants à cette fête.

2. Il ne reste pas de ballon, ce qui signifie que la division de 828 par le nombre d'enfants est un nombre entier.
$828 \div 17 \approx 48{,}7$
$828 \div 23 = 36$
$828 \div 391 \approx 2{,}1$
826 est divisible par 23. Il y avait donc 23 enfants présents.

EXERCICE 68 PAGE 55

Programme de calcul

On peut d'abord faire tester le programme avec des nombres simples et voir si la conjecture semble vraie.
Par exemple, si on choisit 1 :
$(1 + 3) \times 7 + 3 \times 1 - 21 = 4 \times 7 + 3 - 21$
$= 28 + 3 - 21 = 31 - 21 = 10$
Cela semble vrai, puis on peut tester avec d'autres nombres.
Cela ne suffisant pas à prouver que cela fonctionne pour n'importe quel nombre entier, on effectue le programme de calcul avec x comme nombre de départ.

Pour x comme nombre de départ, le résultat est :
$(x + 3) \times 7 + 3x - 21 = 7x + 21 + 3x - 21 = 10x$.
L'affirmation est donc vraie : on obtient toujours un multiple de 10.