

Calcul littéral

Table des matières

1 Définitions et conventions	3
1.1 Expression littérale	3
1.2 Types de lettres	3
1.3 Conventions d'écriture	3
1.4 Expression algébrique	3
2 Réduction	4
3 Développement	5
3.1 Distributivité	5
3.2 Double distributivité	5

Liste des exercices liés au manuel

- Définitions et conventions : Activité sur le tricerle de MOHR
- Réduction : 24 à 53 pages 35, 36 et 37.
- Développement : activité 7 page 28. Exercices 54 à 77 page 37 et 38.
- Problèmes : 105, 106 page 41. 114 à 118 page 42. 121 page 43.

1 Définitions et conventions

1.1 Expression littérale

Définition :

On appelle **expression littérale** une expression dans laquelle les nombres sont représentés par des lettres.

Exemples :

- Formule pour énoncer le périmètre d'un cercle : $\mathcal{P} = 2\pi r = \pi D$.
- Règle de calcul : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

1.2 Types de lettres

Il y a deux types de lettres utilisées dans les expressions littérales :

1. Les **variables**, qui représentent un nombre qui peut prendre une valeur quelconque dans un ensemble de nombre.
2. Les **constantes**, auxquelles on attribue une valeur connue et qui est toujours la même.

Exemple : Dans la formule $\mathcal{P} = 2\pi r = \pi D$ on a :

1. π qui est une constante. Sa valeur ne change pas.
2. r et D sont des variables, à valeur quelconque parmi les nombres décimaux positifs.

1.3 Conventions d'écriture

Pour alléger les écritures, on utilise les règles suivantes :

- Le signe de la multiplication (\times) disparaît :
 - entre deux lettres : $a \times b$ devient donc ab
 - entre un nombre et une lettre : $a \times 3$ et $3 \times a$ deviennent $3a$
 - combiné : $4 \times a \times (2x + 1)$ devient $4a(2x + 1)$
- Les facteurs ont un ordre de priorité pour s'écrire :
 - (a) Les nombres, puis les lettres, par ordre alphabétique : $a \times 2 \times b$ devient $2ab$
 - (b) Les parenthèses : $a \times (x + 2) \times (-5) \times b$ devient $-5ab(x + 2)$
- On conserve les parenthèses et le signe \times dans les cas particuliers tels que $5 \times (-8)$ et 4×35 .
- $1 \times a$ s'écrit a ; $(-1) \times a$ s'écrit $(-a)$; $\frac{a}{1}$ s'écrit a

1.4 Expression algébrique

Définition :

On appelle **expression algébrique** une expression contenant à la fois des termes littéraux et des termes numériques.

Exemple :

$$A = 5 + a - 2b + (4a - 2) \times (19 + b) - 2 + 10a$$

2 Réduction

Définition :

Réduire une expression c'est regrouper tous les termes de même nature afin d'éviter la répétition.

Exemple 1 : $B = 5 + a + 2b - 2 + 3a - b - 7 + 5a + 10a$ est une somme algébrique qui comporte trois sortes de termes :

- 4 termes exprimant un nombre a : $+a$; $+3a$; $+5a$; $+10a$
- 2 termes exprimant un nombre b : $+2b$ et $-b$
- 3 termes numériques : 5 ; -2 ; -7

Ainsi :

- $+a + 3a + 5a + 10a = 19a$
- $+2b - b = b$
- $5 - 2 - 7 = -4$

Et donc on peut déduire l'expression réduite $E = 19a + b - 4$.

Exemple 2 : $C = 3 \times 5x \times 2x$ est une expression algébrique ne comportant que des multiplications. Sa forme réduite est $C = 30x^2$ car on peut effectuer les multiplications dans n'importe quel ordre.

Propriété 1 :

Lorsque des parenthèses sont précédées d'un signe “+” sans être suivies du signe “ \times ” ou “ \div ”, alors on peut supprimer les parenthèses.

Propriété 2 :

Soient a et b deux nombres relatifs. Alors

$$-(a + b) = (-1) \times (a + b) = -a - b$$

Exemple : 63 page 37

3 Développement

Définition :

Développer, c'est transformer un produit en une somme.

3.1 Distributivité

Propriété :

Soient a , b et k trois nombres relatifs.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b = ka + kb$$

Exemple : Développer $D = -3x(4x - 5)$

$$D = -3x \times 4x + (-3x) \times (-5)$$

$$D = -12x^2 + 15x$$

3.2 Double distributivité

Propriété :

Soient a , b , c et d quatre nombres relatifs.

$$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d = ac + ad + bc + bd$$

Exemple : Développer puis réduire $E = (-2x + 3)(4x - 5)$

$$E = (-2x) \times 4x + (-2x) \times (-5) + 3 \times 4x + 3 \times (-5)$$

$$E = -8x^2 + 10x + 12x - 15$$

$$E = -8x^2 + 22x - 15$$