Atomdurchmesser: 10^{-10}m Kerndurchmesser: 10^{-14}m Durchmesser Nukleon: 10^{-15}m

Gesamtenergie: $E=\sqrt{m_0^2c^4+p^2c^2}$, LHC: 14×10^{12} eV

Elektrondrift: 1 ms $\sim$ 5 cm, Flugstrecke relativistisches Teilchen: 1 ns $\sim$ 30 cm

relative Stärke Kräfte: Schwerkraft 10^{-41}, schwache WW (Quarks, Leptonen; wirkt auf Flavor): 10^{-4}, EM WW: 1, starke WW (Quarks, Gluonen, wirkt auf Farbladung): 60

Reichweite virtuelles Teilchen: Unschärfe: $\Delta E\Delta t>\frac{\hbar}{2}\Rightarrow\Delta E\Delta t\approx mc^2\Delta t>\frac{\hbar}{2}\Rightarrow$ Reichweite $\approx c\Delta t>\frac{\hbar}{2mc}$
EM WW (Photon): $m=0\Rightarrow$ Reichweite $=\infty$
schwache WW: $m_W=80\,\mathrm{GeV}/c_0{}^2, m_{Z_0}=91\,\mathrm{GeV}/c_0{}^2\Rightarrow$ Reichweite $=0.001$ fm
starke WW: Gluonen mit Selbst-WW, Reichweite ~ 0.5 fm
Starke Kraft: $m_{Pion}=140\,\mathrm{MeV}/c_0{}^2\Rightarrow$ Reichweite $\sim$ 1 fm

Auflösung Objekt mit Radius R mit Impuls p: Unschärfe: $p\cdot R>\frac{\hbar}{2}$, $\Delta p_{max}=2p\Rightarrow\Delta p_{max}\cdot R>\hbar$

$E=\sqrt{m_0^2c^4+p^2c^2}$, $P=\begin{pmatrix}E/c\\\vec p\end{pmatrix}$, $E=E_0+E_{kin}$, $E_0=m_0c^2$, $E=\gamma m_0c^2$, $\vec p=\gamma m_0\vec v$, $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\beta=\frac{v}{c}$

Invariante Masse: $P^2=\frac{E^2}{c^2}-\vec p^2=m_0^2c^2$

Schwerpunktsenergie $\sqrt{S}$: nutzbare Energie in der Reaktion; invariant unter Lorenzt-Trafo; $S=(P_1+P_2+\ldots)^2$
Stoßprozess: Summe der Viererimpuls bleibt erhalten

Lorentz-Trafo: Koordsyst. Strich bewegt sich mit Geschw. v gegenüber ungestrichenem Koordsyst. in z-Richtung
$P'=\begin{pmatrix}E'/c\\\vec p'\end{pmatrix}$, $P=\begin{pmatrix}E/c\\\vec p\end{pmatrix}$
$p'_x=p_x$, $p'_y=p_y$, $p'_z=\gamma p_z-\beta\gamma\frac{E}{c}$, $\frac{E'}{c}=-\beta\gamma p_z+\gamma\frac{E}{c}$

Strahlfluss: $J=n_a\cdot v_a=\frac{N_a}{F}$ mit n_a Teilchendichte, N_a Teilchen im Strahl, F Querschnittsfläche Strahl
Luminosität: $L=J\cdot N_b$ mit N_b Teilchen im Target
Reaktionsrate: $R=L\cdot\sigma_r$, mit σ_r Reaktionsquerschnitt: $\sigma_r=\int\frac{d\sigma}{d\Omega}\,d\Omega$
WK Wechselwirkung Strahlteilchen + Target:
$P=\frac{\sigma_{tot}N_b}{F}$, $\frac{N_b}{F}=n_bd$ mit Dicke d des Targets und N_b der Anzahl der Teilchen im Target mit Fläche F
Fermis goldene Regel: $\sigma_{i\to f}=\frac{R}{L}=\frac{2\pi}{\hbar v_a}\left|\mathcal{M}_{fi}\right|^2\cdot\rho\left(E_f\right)\cdot V$ mit $V=\frac{N_a}{n_a}$, $\rho\left(E_f\right)=\frac{dn\left(E_f\right)}{dE_f}=\frac{V\cdot4\pi p'^2}{v'\cdot(2\pi\hbar)^3}$
Dichte der Endzustände, $\mathcal{M}_{fi}=\langle\psi_f|\mathcal{H}_{WW}|\psi_i\rangle$

Kosmische Strahlung: Energien bis zu 10^{21}eV
Primärstrahlung: 85% Protonen, 14% α-Teilchen, 1% schwere Kerne; Supernovae, Sonnenwind
Sekundärstrahlung: Erzeugung von Myonen (> 95%), Protonen, Pionen (Promille-Bereich) $\Rightarrow$ Entdeckung Pion

Elektrostatische Beschleuniger: $E_{kin}=qU$
Tandem van der Graaff: 1-fach negativ geladenes Ion beschleunigen $\Rightarrow$ n+1 e^- strippen $\Rightarrow$ n-fach positives Ion beschleunigen $\Rightarrow$ Gesamtenergie: $E_{kin}=(n+1)\cdot eU$
Beschleunigungsspannung MLL: ≈ 14 MV

Fokussierung: gekreuzte Quadrupolmagnete, da ein Magnet nur in eine Richtung fokussiert, aber in die andere defokussiert

Betatron: Nur für e^-. Teilchen werden durch Magnetfeld auf Bahn gehalten. Beschleunigung erfolgt durch zweites zeitlich veränderliches Magnetfeld (Induktion)
$F_L=qvB_H$, $v=\omega r$, $F_z=\frac{mv^2}{r}$
Im GG: $F_L=F_z\Rightarrow p=mv=\gamma m_0v=qB_Hr$
Umlaufdauer: $T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi\gamma m_0}{qB_H}$
Frequenz: $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{qB}{\gamma m_0}$, Zyklotronfrequenz: $\omega=\frac{eB}{m}$
Beschleunigung: E_B das vom zeitl. veränderl. Magnetfeld B erzeugte elektr. Feld
$U_{ind}=\int E_B\,ds=E_{B,\phi}\cdot2\pi R_0=-\frac{d}{dt}\int B\,dA=-\dot\Phi$
$\frac{d}{dt}p=F=eE_{B,\phi}=\frac{e\dot\Phi}{2\pi R_0}=\frac{d}{dt}eB_Hr=e\dot{B_H}r+eB_H\dot r=e\dot{B_H}R_0$
$\Rightarrow$ Haltefeld B_H steigt proportional zum Elektronenimpuls an
$R_0^2\dot{B_H}(R_0)=E_{B,\phi}\cdot R_0=\frac{d}{dt}\int_0^{R_0}R\cdot B(R)\,dR=\frac{d}{dt}\bar B\cdot\frac{R_0^2}{2}$
$\Rightarrow B_H(r=R_0)=\frac{1}{2}\bar B(r=R_0)$
Stabilisierung: F_L muss mit wachsendem R schwächer abfallen als $F_z\Rightarrow B_H\sim R^{-n}$, $0<n<1$, $n=-\frac{R}{B_{H,z}}\frac{dB_{H,z}}{dR}$
Rückstellkraft erzeugt Betatron-Schwingung: $\omega_r=\sqrt{1-n}\,\omega_0$, $\omega_z=\sqrt{n}\,\omega_0$, $\omega_r\neq\omega_z\neq\omega_0$
$E_{max}\approx 20-300$MeV

Zyklotron: nicht für e^-. Maximale Energie $E_{max}=\frac{p_{max}^2}{2m_0}=\frac{q^2r_{max}^2B^2}{2m_0}$
Für relat. Teilchen Frequenz abh. von Geschw.: $\omega=\frac{qB}{\gamma m_0}$

Phasenstabilität: optimaler Punkt vor Maximum des E-Felds $\Rightarrow$ zu späte Teilchen sehen größeres Feld, werden schneller; zu langsame Teilchen sehen kleineres Feld, werden weniger beschleunigt
$E_{max}\approx 1-100\mathrm{MeV}/u$

Synchrotron: Beschleunigung durch E-Feld, Halten auf Kreisbahn durch B-Feld
$B(t)=\frac{p(t)}{qr}$, $\omega_{Umlauf}=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi v}{S}=\frac{2\pi pc^2}{E_qS}$, mit S Länge der Sollbahn, E_q Energie der Teilchen
Synchrotronstrahlung: Verluste durch Strahlung: $\Delta E_{sync}\sim\frac{E_q^4}{m^4R}\Rightarrow$ für e^- bei gl. Energie um 10^{13} größer als bei Protonen
Fokussierung durch gekreuzte Quadrupolmagnete
Phasenstabilität führt zu Synchrotronfrequenz
$\omega_{Betatron}>>\omega_{Umlauf}>>\omega_{Synchrotron}$, Resonanz bei $\omega_{Betatron}=n\,\omega_{Umlauf}$ verhindern
$E_{max}\approx 100\,\mathrm{MeV}-3.5\,\mathrm{TeV}$

Nachteile Kreisbeschleuniger: Magnete teuer, Defokussierung wegen Magneten, Verluste durch Synchrotronstrahlung

Linearbeschleuniger: Röhren mit Wechselspannung, feldfrei innerhalb der Röhren
Länge n-te Röhre: $l_n=v\frac{T_{HF}}{2}=\frac{\pi v}{\omega_{HF}}=\sqrt{n\frac{2e}{m}U_0}\frac{\pi}{\omega_{HF}}$
relativistischer Grenzfall: Länge konstant
Elektronen Linac: Wanderwelle in Hohlleiter mit $v_{Welle}=v_{Elektron}\Rightarrow$ Runzelröhre
$E_{max}\approx 100\,\mathrm{keV}-50\,\mathrm{GeV}$

Collider, Fixed-Target: Maximale Schwerpunktsenergie bei Kollision im Gegensatz zu fixed Target, $\sqrt{S}=E_1+E_2$; LHC: pp-Colider: 7 TeV + 7 TeV
Bei Fixed-Target müssen erzeugte Teilchen noch durch Targetmaterial propagieren $\Rightarrow$ evtl. Streuung, Absorption
Fixed-Target haben höhere Luminositäten da Targetdichte größer
Einfacherer mechanischer Aufbau bei Fixed-Target $\Rightarrow$ günstiger

Bethe-Bloch-Formel:
$-\frac{dE}{dx}=4\pi N_0\frac{Z}{A}\frac{z^2e^4}{m_ev^2}\left[\ln\left(\frac{2m_ev^2}{I}\right)-\ln\left(1-\beta^2\right)-\beta^2-\frac{c_K}{Z}\right]$
mit z Ladung einfallendes Teilchen, Z Ladung des Kerns, $\frac{N_0}{A}$ Zahl der Kerne/Einheitsvolumen, I effekt. Ionisationspotential, c_K Korrekturfaktor für Bindung in K-Schale
Unabh. von Masse Teilchen, bei $\beta\gamma$ klein $\sim\frac{1}{\beta}$, bei großen Energien $\sim\ln\beta^2\gamma^2$, Minimum bei $\beta\gamma\approx 3$
Abschirmungseffekte bei großer Energie: Polarisierung der Atome entlang des Wegs des Teilchens, wichtiger bei dichten Materialien $\Rightarrow\delta$
Annahme, dass e^- in Ruhe in Bezug auf einfallendes Teilchen ist gilt bei kleiner Energie nicht mehr $\Rightarrow c_K$
Teilchen dereren mittlerer Energieverlust beim Minimum liegt heißen "Minimum Ionizing Particles" (MIP)

Schwankung Energieverlust: Gauß-verteilt
$P(\Delta E)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\lambda+e^{-\lambda}\right)}$, $\lambda=\frac{\Delta E-\Delta E_{mp}}{\xi}$, ξ ist materialabh. Konstante, ΔE_{mp} der wahrscheinlichste Wert für ΔE

Energieverlust e^-+e^+: Bethe-Bloch-Korrektur um Rückstoß und Spinabh.; zusätzlich: Bremsstrahlung
$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{tot}=\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{coll}+\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$, $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}\sim\frac{Z^2}{A}\frac{e^4}{m^2}E_0$
Kritische Energie: $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{coll}=\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$

Vielfachstreuung: $P(\vartheta)d\vartheta=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\vartheta}e^{-\frac{\vartheta^2}{2\vartheta_0^2}}\,d\vartheta$ mit ϑ_0 Breite der Gaußverteilung

Ionisationsnachweis: Geiger-Müller-Zählrohr
E-Feld des Drahts: $E(r)=\frac{E_0}{r\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$ mit r_2 Radius Zählrohr, r_1 Radius Draht
Es werden nicht die e^- gemessen, die auf den Draht kommen, sondern die langsame Induktion durch die Ionen, die sich der Röhre bewegen

Cherenkov-Strahlung: Tritt auf wenn Teilchen in Materie schneller sind als Lichtgeschwindigkeit in Medium
Licht wird unter Winkel $\vartheta=\arccos\frac{1}{n\beta}$ abgestrahlt $\Rightarrow$ Winkel messen $\Rightarrow\beta$, p messen $\Rightarrow m$ ist bestimmt

Szintillator: Ionisierendes Teilchen regt Material an $\Rightarrow$ Abregung durch Emission $\Rightarrow$ Photomultiplier
anorganisch: Abklingzeit $\sim$ ms, organisch: Abklingzeit $\sim$ ns
Wichtige Eigenschaften: hohe Umwandlungseffizienz der Energie in Licht, Emission in richtiger Wellenlänge, hohe Zählraten. Bsp.: NaI, BGO, Plastik

WW von Photonen mit Materie:
kleine Energien $E_\gamma\geq E_{Bindung}\Rightarrow$ Photoeffekt, $\sigma_{ph}\sim\frac{Z^{4-5}}{E}$
mittlere Energien $E_{Bindung}\ll E_\gamma\leq 2m_ec^2\Rightarrow$ Comptonsteuung, $\sigma_C\sim Z(1-\varepsilon)$ für $\varepsilon\ll1$, $\sigma_C\sim Z\frac{1+2\ln(2\varepsilon)}{\varepsilon}$ für $\varepsilon\gg1$ mit $\varepsilon=\frac{E_\gamma}{m_ec^2}$
$\Delta\lambda=\lambda_C\left(1-\cos\varphi\right)$, $E'_\gamma=\frac{E_\gamma}{1+\frac{E_\gamma}{m_ec^2}\left(1-\cos\varphi\right)}$

$E'_e=E_\gamma-E'_\gamma$
Scharfe Kante bei maximaler Energie $E'_\gamma=E_\gamma$ hohe Energien $E_\gamma>2m_ec^2\Rightarrow$ Paarbildung, $\sigma_P\sim Z^2$

Detektorarten: Ortsmessung: GEM, Vieldrahtproportionalkammer, Driftkammer, Silizium-Mikrostreifen / -Pixeldetektoren
Geschwindigkeitsmessung: Flugzeitdetektor, Cherenkovdetektor
Energiemessung: Kalorimeter, Halbleiterdetektor (z.B. Ge)

Elastische Streuung: Bornsche Näherung: einfallendes und ausfallendes Teilchen sind ebene Wellen
$\Psi_i=\frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\mathbf{px}/\hbar}$, $\Psi_f=\frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\mathbf{p'x}/\hbar}$
$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{p'^2V^2}{v_av'4\pi^2\hbar^4}\left|\mathcal{M}_{fi}\right|^2$
Yukawa-Potential: $U(r)=\frac{g_0}{r}e^{-r/R}$, mit $R=\frac{\hbar c}{mc^2}$ für Austauschteilchen der Masse m
$\Rightarrow\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{4p'^2}{v_av'}\left(\frac{g_0g}{q^2+m^2c^2}\right)^2$ mit $\vec q=\vec p-\vec p'$ und Faktor g für jeden Vertex (bei Coulomb: $g=\sqrt{\alpha}\,\sqrt{\alpha}$)
$\mathcal{M}_{fi}=-\frac{e\hbar^2}{V|\vec q|^2}\int\rho\left(\vec x\right)e^{i\mathbf{qx}/\hbar}\,d^3x$
$\mathcal{M}_{fi}=-\frac{Ze^2\hbar^2}{V|\vec q|^2}\int f\left(\vec x\right)e^{i\mathbf{qx}/\hbar}\,d^3x$ mit $\rho\left(\vec x\right)=Z\cdot e\cdot f\left(\vec x\right)$
Formfaktor: $F\left(|\vec q|\right)=\int f\left(\vec x\right)e^{i\mathbf{qx}/\hbar}\,d^3x$

Rutherford-Streuung: Streuung an punktförmigem Atomkern $\Rightarrow\mathcal{M}_{fi}=-\frac{Z\alpha}{V|\vec q|^2}$
Kernrückstoß vernachlässigt $\Rightarrow$ kein Energieübertrag $E=E'$; kein Spin; $p'=p$, $v'=v$
$|\vec q|=2\left|\vec p\right|\sin\frac{\vartheta}{2}\Rightarrow\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth}}=\frac{Z^2\alpha^2}{4v^2|\vec p|^2\sin^4\frac{\vartheta}{2}}$

Mott-Steuung: Betrachtung des Spins gehorcht Helizitätserhaltung bei $\beta\to1$ (unterdrückt Rückwärtsstreuung)
$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*_{\text{Mott}}=\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth}}\left(1-\beta^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)$
* bedeutet Rückstoß des Kerns vernachlässigbar

Streuung an Ladungsverteilung:
$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ladungsverteilung}}=\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth}}\left|F\left(|\vec q|^2\right)\right|^2$
Betragsqudrat des Formfaktors gibt Abweichung des Wirkungsquerschnitts von dem einer punktförmigen Ladungsverteilung an

Kernradius: keine exakte Größe: abh. von Wechselwirkung, abh. von Experiment

Formfaktor vom Kern: Formfaktor als Fouriertransformierte nur näherungsweise korrekt, da Rückstoß vernachlässigt wurde. Eigentlich gilt $E'\neq E$.
Je ausgedehnter Ladungsverteilung, desto stärker fällt $F(q^2)$ mit q^2 ab. Je kleiner Objekt, desto langsamer fällt $F(q^2)$ mit q^2 ab (Punktladung: $F(q^2)=1$).
Betrachtung Kern als Kugel:
$F\left(|\vec q|\right)=\frac{3}{\alpha^3}\left(\sin\alpha-\alpha\cos\alpha\right)$ mit $\alpha=\frac{q\cdot R}{\hbar}$
Erstes Minimum bei $\frac{q\cdot R}{\hbar}\approx4.5\Rightarrow R=\frac{4.5\hbar}{q_{1.Min}}$

Elektronenstreuung: Streuung an Teilchen ohne Spin $\Rightarrow$ Mott-Wirkungsquerschnitt da e^- punktförmig mit Spin für $q\to0$ (wegen der räumlichen Ausdehnung des Kerns)
Annahme Teilchen in Ruhe, $P'^2=P^2$ und $p'^2=p^2\Rightarrow p\cdot P=p'\cdot P'=p'\cdot\left(p+P-p'\right)$
m_e vernachlässigbar, $E\approx\left|\vec p\right|c$
$\Rightarrow E'=\frac{E}{1+E/Mc^2\cdot(1-\cos\vartheta)}$, mit E' Energie gestr. e^-, M Masse Teilchen, E Energie e^- vor Streuung
Je größer $\frac{E}{Mc^2}$, desto mehr Rückstoß wird auf Target übertragen

Kernradius/Formfaktor: Entwickle $F(q^2)$ für $\frac{qR}{\hbar}\ll1$
$F(q^2)=\iint r^2f(r)\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{qr}{\hbar}\right)^2\cos^2\vartheta+\ldots\right)dr\,d\Omega$
Mittlerer quadratischer Radius: $\langle r^2\rangle=4\pi\int_0^\infty r^4f(r)\,dr$
$\langle r^2\rangle=-6\hbar^2\left.\frac{dF(q^2)}{dq^2}\right|_{q=0}$

Massenspektrometer: Kombination von E- und B-Feld
$\vec F_B=ze\vec v\times\vec B$, $\vec F_E=ze\vec E$
Für zylindrisches E-Feld: $E=\frac{Mv^2}{r_E}\Rightarrow\frac{M}{ze}=\frac{B^2r_B^2}{Er_E}$

Kern Daten: Bindungsenergie/Nukleon ≈ 8 MeV
Radius: $R=1.21\,\mathrm{fm}\cdot A^{1/3}$
Bindungsenergie: $B=c^2\left(Z(m_p+m_e)+n\cdot m_n-M(A,Z)\right)$
Massenformel: $M\left(A,Z\right)=Z\left(m_p+m_e\right)+(A-Z)\,m_n-\left[a_VA-a_SA^{2/3}-a_C\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}-a_A\frac{(Z-A/2)^2}{A}+\frac{\delta}{A^{1/2}}\right]$
Volumenterm: $\sim V\sim R^3\sim A$, kurzreichweitige Kernkraft, WW in etwa nur mit nächstem Nachbarn
Oberflächenterm: $\sim R^2\sim A^{2/3}$, Nukleonen an Oberfläche haben weniger Nachbarn
Coulomb-Term: $E_{Coul}\sim\frac{Z^2}{R}\sim\frac{Z^2}{A^{1/3}}$
Asymmetrieterm: Bei kleinen Massenzahlen sind Kerne mit gleicher Neutronen- und Protonenzahl bevorzugt. Bei schweren Kernen mehr Neutronen wegen Coulomb
Paarungsterm: Gerade Anzahl von Protonen und/oder Neutronen erhöht Stabilität des Kerns

Massenformel (Bethe-Weizsäcker): Alternative Schreibweise

$$
\begin{aligned}
M(A,Z) &= \alpha \cdot A - \beta \cdot Z + \gamma \cdot Z^2 + \frac{\delta}{A^{1/2}}, \\
Z_0 &= \beta/(2\gamma) \\
\alpha &= M_n - a_V + a_S A^{-1/3} + a_a/n \\
\beta &= a_a + (M_n - M_p + m_e) \\
\gamma &= a_a/A + a_C/A^{1/3} \\
\delta &= \begin{cases} \pm 11.2 MeV/c^2 (+\text{Z und N gerade}, \\ -\text{Z und N ungerade} \\ 0\text{A ungerade} \end{cases} \\
a_v &: Volumenanteil \\
a_C &: Coulomb-Abstossung \\
a_S &: Oberfl.anteil \\
a_a &: Symmetrieanteil \\
\delta &: \text{Paarungsanteil (Kerne mit geraden p und} \\
& \quad \text{n-Zahlen sind stabiler als ungerade Anteile} \\
a_C &\sim \alpha, a_c = \kappa\alpha
\end{aligned}
$$

Nuklide: Isobare: gleiche Massenzahl A, Isotope: gleiches Element, gleiches Z, Isotone: gleiche Neutronenzahl N, Isomere: metastabile Zustände (Anregungen) mit gleichem Z und N

Elastische Streuung Nukleon: $Q^2 = -q^2$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Punkt, Spin}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left[1 + 2\tau \tan^2 \frac{\vartheta}{2}\right]$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M \left[\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1+\tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2 \frac{\vartheta}{2}\right]$$

Elektrischer Formfaktor: $G_E = F_1^2 - \frac{\kappa^2 Q^2}{4M^2} F_2^2$
Magnetischer Formfaktor: $G_M = F_1 + \kappa F_2$
$\tau = \frac{Q^2}{4M^2c^2}$, $F_{1,2}$ Dirac-Formfaktoren, $\kappa = \frac{g-2}{2}$
$Q \to 0$: Proton: $G_E = 1$, $G_M = 2.79$; Neutron: $G_M = -1.91$, $G_E(Q^2) = 0$
$G_E^p(Q^2) \approx G^{Dipol}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71(GeV/c)^2}\right)^{-2}$

Nukleonradius: $\langle r^2 \rangle = -6\hbar^2 \frac{dG^{Dip}}{dQ^2}\Big|_{Q=0} \approx 0.66 fm^2$

Quasielastische Streuung: Bei Streuung an Nukleonen ($\vec{P}$, $\vec{P}'$, M) muss die Bindungsenergie des Nukleons auch betrachtet werden
$\nu = E - E' = E_N' - E_N = (Mc^2 + \frac{\vec{P}'^2}{2M}) - (Mc^2 + \frac{\vec{P}^2}{2M} - S) = \frac{(\vec{P}+\vec{q})^2}{2M} - \frac{\vec{P}^2}{2M} + S = \frac{\vec{q}^2}{2M} + S + \frac{2|\vec{q}||\vec{P}|\cos\alpha}{2M}$
$\Rightarrow \nu$ verteilt sich um Mittelwert $\nu_0 = \frac{\vec{q}^2}{2M} + S$
Breite der Verteilung: $\sigma_\nu = \frac{|\vec{q}|}{M}\sqrt{\frac{1}{3}\langle \vec{p}_{Fermi}^2 \rangle}$

Inelastische Streuung: Anregung des Targets
Resonanzen: Lebensdauer $\Delta t = \frac{\hbar}{\Delta E} \sim 10^{-24} s$
Zerfall $\Delta^+ \to p + \pi^0$ / $\Delta^+ \to n + \pi^+$
Invariante Masse der Resonanz W: $W^2c^2 = P'^2 = (P+q)^2 = M^2c^2 + 2Pq + q^2 = M^2c^2 + 2M\nu - Q^2$ mit $\nu = \frac{Pq}{M}$ (lorentz-invariant)
Bjorken Variable: $x = \frac{Q^2}{2Pq} = \frac{Q^2}{2M\nu}$;
$x = 1$: elastische Streuung; $0 < x < 1$: inelastische Streuung
Wirkungsquerschnitt:
$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*_{\text{Mott}} \left[W_2(Q^2,\nu) + 2W_1(Q^2,\nu)\tan^2\frac{\vartheta}{2}\right]$
$F_1(x,Q^2) = Mc^2 W_1(Q^2,\nu)$, $F_2(x,Q^2) = \nu W_2(Q^2,\nu)$
Callan-Gross Beziehung: $y = \frac{Pq}{Pp} = 1 - \frac{E'}{E}$
$\frac{d^2\sigma}{dQ^2dx} = \frac{4\pi\alpha^2\hbar^2}{Q^4}\left[\left(\frac{1-y}{x} - \frac{My}{2E}\right)F_2(x,Q^2) + y^2 F_1(x,Q^2)\right]$
Messung ergibt $F_2(x,Q^2)$ unabh. von $Q \Rightarrow$ punktförmige Substruktur der Nukleonen
Es gilt $2xF_1(x) = F_2(x) \Rightarrow$ punktförmige Konstituenten haben Spin 1/2

Partonmodell: Nukleon besteht aus Partonen, Ruhemassen vernachlässigbar, Transversalimpulse vernachlässigbar, keine WW zwischen Partonen
Elastische Streuung an einzelnem Parton mit Anteil ξ des Protonimpulses: $p = \xi \cdot P$
Nach Streuung: $p' = p + q$
$\Rightarrow p'^2 = (p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2 = p^2 + 2\xi Pq - Q^2$
$\Rightarrow$ bei elast. Streuung $p' = p \Rightarrow \xi = x$
Photon überträgt keine Energie ($q = (0,\vec{q})$) $\Rightarrow x = \frac{|\vec{p}|}{|\vec{P}|}$
$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu} = \left(\frac{d\sigma}{dQ^2}\right)^*_{\text{Mott}} \frac{F_2(x)}{\nu}\left[1 + 2\tau\tan^2\frac{\vartheta}{2}\right]$
Valenzquarks: bestimmen Quantenzahlen; See-Quarks: virtuelle $q\bar{q}$-Paare von Gluonen erzeugt

Strukturfunktion Partonen:
$F_2(x) = x \cdot \sum_{i=u,d,s} z_i^2(q_i(x) + \bar{q}_i(x))$; z_i Quarkladung
$q(x) = q_v(x) + q_s(x)$ für u, d; $q(x) = q_s(x)$ für s
Aus Symmetrie folgt: $S(x) = s_s(x) = \bar{s_s}(x) \approx u_s(x) = \bar{u_s}(x) = d_s(x) = \bar{d_s}(x)$ und
$u(x) = u_v(x) + u_s(x)$, $d(x) = d_v(x) + d_s(x)$
$\Rightarrow \frac{1}{x}F_2^p = \frac{1}{9}(4u_v + d_v) + \frac{4}{3}S$
$\Rightarrow \frac{1}{x}F_2^n = \frac{1}{9}(u_v + 4d_v) + \frac{4}{3}S$
Da $\frac{F_2^n}{F_2^p} \to 1$ für $x \to 0$ dominiert $S(x)$ für $x \to 0$
Da $\frac{F_2^n}{F_2^p} \to \frac{1}{4}$ für $x \to 1 \Rightarrow$ Valenzquarks dominieren
Alle Quarks zusammen tragen nur 54% des Gesamtimpulses, den Rest machen die Gluonen aus

Quarkmasse: u: 4 MeV, d: 8 MeV, s: 150 MeV, c: 1.1 GeV, b: 4.2 GeV, t: 175 GeV

Starke WW: Gesamtflavor ist Erhaltungsgröße
$V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + kr$ mit $\alpha_s \to 0$ für $r \to 0$
Potential groß bei großen Abständen $\Rightarrow$ Confinement

Farbladung: Vergleich der Erzeugung von $q\bar{q}$ mit Bhabha-Streuung von $e^+ + e^-$
$R = \frac{\sigma\left(e^+e^- \to q\bar{q}\right)}{\sigma\left(e^+e^- \to \mu\mu^*\right)} = \sum_1^N \frac{\sum_{flavor} z_q^2 \sigma^{\mu^+ + \mu^-}}{\sigma^{\mu^+ + \mu^-}} = \sum_{fl}\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = \sum_{fl}\frac{2}{3}$
für die Quarks u, d, s. Man stellt stufenförmige Funktion fest. Bei gewisser Energie können weitere Quarks erzeugt werden $\Rightarrow$ weitere Terme in Summe über flavors. Durch Vgl mit Messung ergibt sich, dass es $N = 3$ Farben gibt.

Hadronisierung: Zwei Quarks mit Relativimpuls $p > 2m_q c$ können unter Abgabe von Energie Quarkpaare $q\bar{q}$ aus dem Vakuum erzeugen. Wird nur ein Teil der Energie vernwedet $\Rightarrow$ Jet-Produktion

Symmetrie: Noether-Theorem: Aus einer Invarianz der Bewegungsgleichung folgt Erhaltungsgröße
Translationsinvarianz $\Rightarrow$ Impulserhaltung
Zeitliche Translationsinvarianz $\Rightarrow$ Energieerhaltung
Rotation im Raum $\Rightarrow$ Drehimpulserhaltung
Spiegelung: $\vec{x} \to -\vec{x} \Rightarrow$ Paritätserhaltung
Parität in Kugelkoordinaten: $\vartheta \to \pi - \vartheta$, $\varphi \to \pi + \varphi$
$\Rightarrow P_{Bahn} = (-1)^l$, mit l Drehimpulsquantenzahl
Parität: $\vec{r} \to -\vec{r} \Rightarrow \vec{p} \to -\vec{p}, \vec{E} \to -\vec{E}, \vec{A} \to -\vec{A}$
$\vec{L}, \vec{\sigma}, \vec{B}$ invariant
Polare Vektoren haben EW -1, axiale Vekt. EW $+1$
Zeitumkehr: $t \to -t \Rightarrow \vec{p} \to -\vec{p}, \vec{L} \to -\vec{L}, \vec{\sigma} \to -\vec{\sigma}, \Psi(\vec{x},t) = e^{i(\mathbf{px}-Et)} \to \Psi^*$
Ladungskonjugation: $c\,|q\rangle = |\bar{q}\rangle$, $c\,|\bar{q}\rangle = |q\rangle$
Nur Teilchen mit Ladung $q = 0$ können Eigenzustände sein
$c\,|\gamma\rangle = -\,|\gamma\rangle$ da $c\vec{E} = -\vec{E}$ und $c\vec{B} = -\vec{B}$
G-Parität: Ladungskonjugation + Rotation im Isospin-Raum
$G = (-1)^{L+S+I}$
CPT-Theorem: Physik ist invariant unter Anwendung von CPT (Austausch Teilchen $\to$ Antiteilchen $\Rightarrow$ Inversion des Orts $\Rightarrow$ Inversion der Zeit)

Eigenschaften Hadronen: Nach außen farbneutral (R+B+G = Weiß)
Wellenfunktion: $\Psi = \varphi_{color}\Psi_{flav}\phi_{Spin}\Psi_{Ort}$ gehorcht Bose Symm. für Mesonen ($q\bar{q}$) und Fermi Symm. für Baryonen (qqq)

Baryonen: Gesamtwellenfkt antisymm. unter Vertauschung 2 Teilchen
Farbwellenfunktion ist antisymmetrisch, Ort+Spin+Flavour symmetrisch
z.B.: $S = \frac{3}{2} \Rightarrow |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$ und $L = 0 \Rightarrow$ Spin und Ort unter Vertausch symmetrisch $\Rightarrow$ Flavour symmetrisch; Existenz von $|\Delta^{++}\rangle = |uuu\rangle$ ist Hinweis auf Farbladung wegen Pauli-Verbot

Strangeness: s-Quark hat Quantenzahl $S = -1$
$Y = B + S =$ Baryonenzahl + Strangeness

Quarks: Übersicht

	Baryonenzahl B, Spin J, Isospin I, Strangeness S B	J	I	I_3	S	Q/e
u	+1/3	1/2	1/2	+1/2	0	+2/3
d	+1/3	1/2	1/2	−1/2	0	−1/3
s	+1/3	1/2	0	0	−1	−1/3
$\bar{u}$	−1/3	1/2	1/2	−1/2	0	−2/3
$\bar{d}$	−1/3	1/2	1/2	+1/2	0	+1/3
$\bar{s}$	−1/3	1/2	0	0	+1	+1/3

Vektormesonen

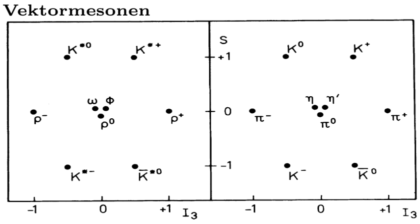

Abb. 14.1. Die leichtesten Vektormesonen ($J^P = 1^-$) *(links)* und pseudoskalaren Mesonen ($J^P = 0^-$) *(rechts)*, klassifiziert nach Isospin I_3 und Strangeness S

Baryonen, Nukleonen

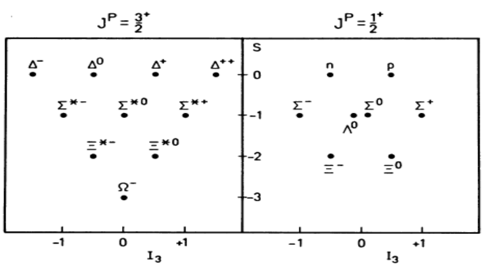

Abb. 15.4. Zustände des Baryonendekupletts mit $J^P = 3/2^+$ *(links)* und des Baryonenoktetts mit $J^P = 1/2^+$ *(rechts)* im I_3–S–Schema.

$$
\begin{aligned}
|p^\uparrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{18}}\{\, 2\,|u^\uparrow u^\uparrow d^\downarrow\rangle + 2\,|u^\uparrow d^\downarrow u^\uparrow\rangle + 2\,|d^\downarrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle - |u^\uparrow u^\downarrow d^\uparrow\rangle \\
&\quad - |u^\uparrow d^\uparrow u^\downarrow\rangle - |d^\uparrow u^\uparrow u^\downarrow\rangle - |u^\downarrow u^\uparrow d^\uparrow\rangle - |u^\downarrow d^\uparrow u^\uparrow\rangle - |d^\uparrow u^\downarrow u^\uparrow\rangle \,\}\,. \\
|n^\uparrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{18}}\{\, 2\,|d^\uparrow d^\uparrow u^\downarrow\rangle + 2\,|d^\uparrow u^\downarrow d^\uparrow\rangle + 2\,|u^\downarrow d^\uparrow d^\uparrow\rangle - |d^\uparrow d^\downarrow u^\uparrow\rangle \\
&\quad - |d^\uparrow u^\uparrow d^\downarrow\rangle - |u^\uparrow d^\uparrow d^\downarrow\rangle - |d^\downarrow d^\uparrow u^\uparrow\rangle - |d^\downarrow u^\uparrow d^\uparrow\rangle - |u^\uparrow d^\downarrow d^\uparrow\rangle \,\}\,.
\end{aligned}
$$