1) Vereinfachen Sie folgende Verknüpfungsfunktionen mit den Rechenregeln:

$$A\cdot B+A\cdot\overline{B}=A\cdot(B+\overline{B})=A\cdot 1=A$$

$$A+A\cdot B=A\cdot(1+B)=A\cdot 1=A$$

$$A\cdot(A+B)=A+A\cdot B=A$$

$$(A+\overline{B})\cdot B=A\cdot B+\overline{B}\cdot B=A\cdot B+0=A\cdot B$$

$$A\cdot\overline{B}+B=(A+B)\cdot(\overline{B}+B)=(A+B)\cdot 1=A+B$$

$$(A+\overline{B})\cdot(A+B)=A\cdot A+A\cdot B+\overline{B}\cdot A+\overline{B}\cdot B=A+0+A\cdot(B+\overline{B})=A+A\cdot 1=A+A=A$$

$$(A+\overline{C}\cdot D)\cdot(B+\overline{C})+\overline{A}\cdot B=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{C}\cdot D\cdot B+\overline{C}\cdot D\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B=B\cdot(A+\overline{A})+\overline{C}\cdot D(B+1)+A\cdot\overline{C}$$
$$=B+\overline{C}\cdot D+A\cdot\overline{C}=B+\overline{C}\cdot(D+A)$$

2) Invertieren Sie mit dem Shannonschen Inversionssatz (weitere Vereinfachungen sind nicht erforderlich):

$$\overline{A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{B}\cdot\overline{C}}=\overline{(A\cdot B)+(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C)+(\overline{B}\cdot\overline{C})}=(\overline{A}+\overline{B})\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(B+C)$$

$$\overline{A+\overline{B+C}}=\overline{A+\overline{(B+C)}}=\overline{A}\cdot(\overline{\overline{B}\cdot\overline{C}})=\overline{A}\cdot(B+C)$$

$$\overline{A\cdot(B\cdot\overline{C}+D\cdot E\cdot F)+C\cdot\overline{F}}=\overline{(A\cdot((B\cdot\overline{C})+(D\cdot E\cdot F)))+(C\cdot\overline{F})}=(\overline{A}+((\overline{B}+C)\cdot(\overline{D}+\overline{E}+\overline{F})))\cdot(\overline{C}+F)$$

3) Realisieren Sie ein EXOR-Gatter nur mit NAND-Bausteinen.

$$Y=A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B=\overline{\overline{A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B}}=\overline{\overline{(A\cdot\overline{B})}\cdot\overline{(\overline{A}\cdot B)}}$$

4) Wandeln Sie die Funktion Y so um, dass sie einmal nur mit NAND- und einmal nur mit NOR-Gattern realisiert wird. Skizzieren Sie die Schaltungen.

$$Y=(A+B)\cdot(C+A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B})=\overline{\overline{\overline{\overline{(A+B)}}\cdot(\overline{\overline{C+\overline{\overline{A\cdot B}}+\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}}}})}}=\overline{\overline{(\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}})\cdot(\overline{\overline{C}\cdot\overline{A\cdot B}\cdot\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}})}}$$

$$Y=(A+B)\cdot(C+A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B})=\overline{\overline{(A+B)\cdot(C+A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B})}}=\overline{\overline{(A+B)}+\overline{(C+\overline{\overline{A\cdot B}}+\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}})}}=$$

$$=\overline{\overline{(A+B)}+\overline{(C+\overline{\overline{A}}+\overline{\overline{B}}+\overline{A+B})}}$$

5) Stellen Sie von der Funktion unter 4) die Wahrheitstabelle auf.
Bilden Sie ausgehend von der Wahrheitstabelle die disjunktive und die konjunktive Normalform.

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

DNF: $Y=\overline{A}\cdot B\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot C$

KNF: $Y=(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+C)$

6) Realisieren Sie die Funktionen $Y=\overline{A\cdot B\cdot C\cdot D}$ und $Z=A+B+C$ <u>nur</u> mit NAND-Gattern mit zwei Eingängen.

$Y=\overline{A\cdot B\cdot C\cdot D}=\overline{(A\cdot B)\cdot(C\cdot D)}=\overline{\overline{\overline{(A\cdot B)}}\cdot\overline{\overline{(C\cdot D)}}}$ 5x NAND-Gatter mit 2 Eingängen

$Z=A+B+C=\overline{\overline{A+B+C}}=\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}}=\overline{(\overline{A}\cdot\overline{B})\cdot\overline{C}}=\overline{\overline{\overline{(\overline{A}\cdot\overline{B})}}\cdot\overline{C}}$ 6x NAND-Gatter mit 2 Eing.