

## Aufgabe 2

I)

$$A \times B = \{(\sigma, \Gamma), (\sigma, \Sigma), (\sigma, \Psi), (\sigma, \Delta), (\eta, \Gamma), (\eta, \Sigma), (\eta, \Psi), (\eta, \Delta)\}$$

$$A \times A = \{(\sigma, \sigma), (\sigma, \eta), (\eta, \sigma), (\eta, \eta)\}$$

$$B \times B = \{(\Gamma, \Gamma), (\Gamma, \Sigma), (\Gamma, \Psi), (\Gamma, \Delta), (\Sigma, \Gamma), (\Sigma, \Sigma), (\Sigma, \Psi), (\Sigma, \Delta), (\Psi, \Gamma), (\Psi, \Sigma), (\Psi, \Psi), (\Psi, \Delta), (\Delta, \Gamma), (\Delta, \Sigma), (\Delta, \Psi), (\Delta, \Delta)\}$$

II)

$$|B \times B| = 16$$

$$|B \times B \times B| = 64$$

Allgemeine Regeln:

für  $k > 0$  und  $n$  als Anzahl der Elemente in der Menge  $M$

$$|M^k| = n_M^k$$

$$|A^k| = 2^k$$

## Aufgabe 5

Behauptung:

Wenn  $a$  durch 3 teilbar ist, ist nicht die Quersumme von  $a$  durch 3 teilbar.

Da für jede durch 3 teilbare Zahl  $a_n$  gilt, dass  $a_{n+3}$  und  $a_{n-3}$  auch durch 3 teilbar sind, dürfen keine Zahlen, welche dieser Regel entsprechen, Quersummen von durch 3 teilbaren Zahlen sein.

Gegenbeweis:

für  $n = 12$  ( $3 \cdot 4$ ) ergeben:

$$a_{12} = 12 \text{ und } a_{12+3} = 15$$

trotzdem sind sowohl 12, als auch 15 Quersummen von Zahlen, die durch 3 teilbar sind:

$$QS(66) = 12$$

$$QS(69) = 15$$

Darum gilt für jedes  $a_{3n}$  mit  $n \in \mathbb{N}$ :

$$QS(a_{3n}) \% 3 = 0$$