

Aufgabe 1

$$f(x) = \cos(x)$$

$$f^{-1}(x) = \arccos(x)$$

Im Intervall $[-(\pi/2), \pi]$

$$f^{-1}(x) = - (1 / (1-x^2)^{1/2})$$

Aufgabe 2

$$\sinh(x) = 0,5(e^x - e^{-x}) \text{ und } \cosh(x) = 0,5(e^x + e^{-x})$$

a)

$$\begin{aligned} 0 &= 0,5(e^0 - e^{-0}) \\ &= 0,5 * 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &= 0,5(e^0 + e^{-0}) \\ &= 0,5 * 2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

b)

$$\sinh(x) = y$$

$$\sinh(-x) = -y$$

$$\begin{aligned} \sinh(1) &= 0,5 (e - e^{-1}) \\ &= 1,175 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sinh(-1) &= 0,5 (e^{-1} - e) \\ &= -1,175 \end{aligned}$$

Positiver Wert wird mit negativem Wert getauscht: Vorzeichen des Funktionswertes ist vom Vorzeichen des x-Werts abhängig, der Betrag des Funktionswertes aber gleich.

$$\cosh(x) = y$$

$$\cosh(-x) = y$$

$$\begin{aligned} \cosh(1) &= 0,5(e + e^{-1}) \\ &= 1,543 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cosh(-1) &= 0,5(e^{-1} + e) \\ &= 1,543 \end{aligned}$$

Gleicher Funktionswert da Reihenfolge von positiv und negativ bei Summen egal ist (Kommutativgesetz).

c)

$$\begin{aligned} 1 &= \cosh(x)^2 - \sin(x)^2 \\ &= (0,5e^x + 0,5e^{-x} + 0,5e^x - 0,5e^{-x}) * (0,5e^x + 0,5e^{-x} - 0,5e^x + 0,5e^x) \\ &= e^x * e^{-x} \\ &= e^x * (1 / e^x) \\ &= 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

a) $f'(x) = 0,5(e^x + e^{-x})$

b) $f'(x) = 0,5(e^x - e^{-x})$

c) $f'(x) = (\sin(x) * (-\sin(x)) - \cos(x)^2) / \sin(x)^2$

d) $f'(x) = 1,5x^{0,5} * 5e^{5x}$

e) $f'(x) = ((x^2 - 3x + 1) * (5(x-5)^4) - (x - 5)^5 * 2x - 3) / (x^2 - 3x + 1)^2$

f) $f'(x) = 0,5\sin(x^2)^{-0,5} * \cos(x^2) * 2x$

g) $f'(x) = 4/x$

h) $f'(x) = 1 / (\cos(\arcsin(5x)))$

i) $f'(x) = -21 / x^8$