Mathematisches Beweisen These: Sei p>= eine Primzall, dann teilt 24 die Zall p2-1 glate. Beneis: p?-1=(p-1)(p+1) Pisteine Primzall=> ungerade

danit sind p-1 & p+1 gerade P.1 P. Pin Entreder p.1. oder p+1 sind durd 3 teilbar. Sonoll p. 1, als and p. 1 sind gerade Je de 4. Zahl ist durd 4 telbar. Bei Zwei geraden Zahlen muss eine dieser beiden diese Zahlsein. Danit ist p2-1= (p-1) (p+1) durch 2.3.4=24 teilbar. Einfache Tatsachen werden Axiome genanat. Peano - Axiome: 1) O ist eine natürliche Zahl 1) Dede natürliche Zahl nhat einen Nachfolger sch) 3) Aus s(h) = s(m) folgt h= m 4) O ist micht Nachfolger einer natailiden Zahl 5) Jede Menge, in der die o erhalten ist und für jedes n auch 5(h) enthält, umfässt alle natisilichen Zahlen. Dieses Axiom hird Inda tionsaxion genant

Der direkte Beweis Fürde Aussageform "wennp dann 4" wird pals Hapothese (Pramisse) bezeichnet und a als Konklasion (KonsequeLZ). Beispiel: Wenn eine Zahl a EIN durch 6 teilbar ist, dann ist a gerale Beweis: Wehn a durch 6-leilbar ist, muss ein ke EIN existieren, für welches gilt: a= 6 k a=2.3.4 =2(3k)a ist gerade.

Beweis durch Kontraposition Wir wissen: p-> 4 = 79 -> 1p (14)32 +7 ist darch 8 teilbar. (15) 3?(n+1) + 7 = 3? + ? 7 $= 9.3^{7} + 7$ =(3<sup>7</sup>h+7)+8·3<sup>7</sup>h

(1V) Vie(farkes von 8 [E1]  $a_1 = 2$ ;  $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$ ;  $a_n = \frac{n+1}{n}$ (15)  $a_{n+2} = 2 - \frac{1}{n+1} = 2 - \frac{n}{n+1} = \frac{2n+2-n}{n+1} = \frac{n+2}{n+1}$ 

							ര				,		,												_	-		-
							Δŧ	24	'ei	5 0	lu	rd	1	ч	//	dl	N S	PI	4	ch								_
		//																					_			_		-
	>0	U	P		J		q e	<b>4</b> 1	-g	t	w	2rd	en	15	0 /	t a	tni	٦	m	ah	F	u c	4	レ	<u> </u>	٩		
	0	/	/																						_	-		
	fe	97		V.	o r	96	? L	en	-																			_
	i)	A		1		_	$\lambda$	•	-	١,		/)					_ /					1_1				-		_
	-1)	/\	hh	ah	me	<u>'</u>	ט	18		79	P	せん	es	e	P	(	5 6		er	7 L	: 20	T	u.	n,	1 ~	9		_
						_	U	54	r	05.	Ej.	g 🕶			•										-	+ +		_
	11)	147			_	+,,							/	1.1		1			-			) /			_			_
		W	ae	rs	pro	1 UL	L	M	rd	6	Fl	SC	el	IT	•	( f	> //	7	9)	->	7	a ( 5	ė			-		_
	_/_				,					- 0									_/							-		_
			_			Λ		۱.	_ /	٠ /				1		•	_			_	٠,	•			-	-		_
	n()	W	Zhh		. p 1	77	7	$oxed{\square}$	1	·a (	54	<u> </u>	- A	/h}		(50	. /	m	LU;	5	d	, G			-			-
		1 1.	<u> </u>	٠.		. ,			, _				1												_	-		-
		UY	791	41	19L	1 C L	l	-1	16	0 ri	Q	W	2h	r S	-ધા	n,		a					_		_	+-+		_
Q	1/		_	1	-	-												4					_		_	-		_
اح تعل	e [ :			/(												$\overline{}$		/(	_	$\overline{}$					-			_
				11/		_	)					,			, (	,				, \					_			-
Beispi Seien	a,	, b	$\epsilon$	IĮV	ge	ra	A e	1	a a	nh	(	st	$\alpha \iota$	166		2 P	9	e <sub>r</sub>	o d	' ୧ .					_	-		-
R	•				<b>-</b>																					-		-
Dene	٠ ک :					_																				-		_
1						+						1					<b>L</b> .		-						_	+		
Augu	2 h ol	nm	en		a.	<b>b</b>	15	52	u	n of	21	aas	2	ur	\ A	a	ω.	そり	'. Ľ		JQ P	a	N	۷.	_			_
						1_			,			7		: .	,		/ 。			′	,		1	, [		-		-
Dank	gii	DE 1	25	e	h	<b>/</b> /	>	o U	.45	5	a :	= (1		77	-	a	,	_ /	5 (	. a	· 6	=	(1)	k D	91	? Y .	a Le	•
																												_
Da	16er	u·	6	W	a	t	ge	ro	n d	2	h i	d	u	n	ye	ro	·a	۲	51	hd	, ;	ru	55	a	1.6	-		_
								_	1																_	-		-
gera	TAR	36	1 h.		_/		4	(K	ן ש	-	/ 7 (	L (	M	m	er		بالإ	ro	rav	₹,						-		-
						_																				-		_
						_																			_	_		_
						-																			_	-		_
						_																			_	+		-
						-																				-		_
						-																	_		_	-		_
						-																			-	+		_
						+																						_
																												_
																												_
																												-

```
Aquivalenzen
Oft sollen Aussagen der Form p-> 9 gezeigt nerden.
Allerdings gibt es auch Aussagen perg.
Logisch: p <-> q = (p-> q) n(q->p)
Beispiel:
Sei a ∈ IN. Die Zahl a ist gerade genau dann, wehn a? gerade.
Wenn a gerade, dann ex. ein Ky sodass a=2k. Also a^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2), d.L. auch a^2 ist gerade.
 Es gilt a = a · a ist jerade. Angenommen a se; ungerade
     A = (7k+1)^{7} (7k+1)^{7} = 4k^{8} + 4k + 1
                             =4(4^{7}+4)+1
Da at fiir ein ungerades a ungerade ware, mussa gerade
Sein, damit à garade ist.
```

Die Fallunterscheidung  $Da(q\rightarrow p) n(\neg q \Rightarrow p) \equiv (\neg q \cup p) n(q \cup p)$ Wenn für beide Falle = (7 q n q) up q und n q p gilt, donn = p gilt pinner. Beispiel: Sei a E IV, dann entsteht beim Teilen von a? durch 4 ent neder der Rest 1 oder O. Beweis: Es gelte q € ,, a ist gerade " Fall q: K EIN, a=2h  $a^2 = (7k)^7 = 4k^2 \Rightarrow a^2$  ist ein Vielfaches von 4, Fall 79: KEIN, a= 2k+1  $a^2 = (7k+1)^7 = 4k^7 + 4k + 1$ =4(k2+4)+1 => (a-1) ist ein Vielfacles von 4, womit stehts ein Rest Von 7 Verbleibt.

		Das		Ta	u be	45	ch	la	9 (	p r	ih:	₹if	)									
1:									-			7										
	Se r	45a	( e	m:	n	K	ih	d	er	•	w	er	d	en	0	i 6	4	4	7=	1-1	t	
_																						
er C	7/ ~	ppl		V	h	ı	mʻ	'n		8	L	en	te	۵,	La	60	m	m	· n	d	e S	44
an C	3(e	iche	n 7	19		G •	e b	4	£5	:+0	29	•										
4 × 7	\a/.	che	.ta	40		. h	7	,	lo a	ä	554		8	$\mathcal{P}_{a}$	) r	S-04	0.		î /.	<b>✓</b>	- 5	7
2 + 2 :	14	م و د د د	do	<i>J</i> .	9	- 8	7	/ =	9		,,,			/ E	-/ -	) 01	, C4,		(u			
			<i>ice</i>	~ ,		7			~	•												
<u>'</u>																						
	i4 :	# <i>1</i>	= 3		1		<i>a</i>	j bi	4	0 5	- /	·1_		)	+ 4	, <del>f</del>	د ء	Z 45	• ·	2.		(.
						6	7	(γ		ر <b>ب</b>			71		۰	. C.	, с			<u>C</u> 4		
	g	1 40		, , ,	•																	
e unge	erai	le	Za	41	w	er	de	n		ei i	<i>د</i> و	J	e r	4 A	R	41	, d	e i	٠ ۱	2	u	7
e nötig	j-t.	/ h	A	アル	~d	41	4E		Q 0	le l	r .	2	Za	Lle	4	94	r	a d	! e ,	, 0	de	27
																				-		
																						-
	verte  der.  (2:  er   an   an   c  ///   an   an   erte  der.	11:  ach Ser  verteit.  der.  (2:  an G(e)  nr 7 W.  erteit  (3:  C/// mit:  an me ge  e notigt.	11:  (ach Sernsa  Verteilt: d  der.  (2:  Croppe  an Gleiche  nr 7 Woche  erteilt wer  (3:  C/// mit # A  an me gerad  e ungerade  enotigt. In	1:  ach Sernsale  verteilt: dan  der.  (2:  cr Gruppe  am Gleichen i  nr 7 Wochenta  erteilt werde  (3:  C/// mit # A = 3  an me gerade  e ungerade Za  enötigt. In A	1:  Ach Sernsalem:  Verteilt: damit  der.  (2:  Croppe Vx  am Q(eichen Tag  ar 7 Wochentage  erteilt werden;  (3:  C/// mit #A=3, a  amme gerade ist  e ungerade Zahl  enötigt. In A Tiv	1:  ach Sernsalam: n  verteilt: damit s  der.  (2:  cr Groppe von  an Qleichen Tag  ar 7 Wochentage g  erteilt werden; l  (3:  C/// mit # A = 3, dan  an me gerade ist.  e ungerade Zahl w  enötigt. In A rind	Lach Jernsalem: n k  verteilt: damit sit:  der.  (2:  er Groppe von 1  am Gleichen Tag Ge  nr 7 Worhertage gib  erteilt werden; 1-2  f  (3:  C/// mit #A=3, dann  um me gerade ist.  e ungerade Zahl wer  e nötigt. In A rind ei	Lach Sernsalam: n Kin verteilt: damit sitze der. (2: er Groppe von mi am Gleichen Tag Geb ur 7 Wochentage gibt erteilt werden; T=7 (3: E/// mit #A=3, dann g un me gerade ist. e ungerade Zahl werde e notigt. In A rind ent	Lach Sernsalam: n Kind verteilt: damit sitzen der.  (2: er Gruppe von min om aleichen Tag Gebar ur 7 Wochentage gibt, erteilt werden; Tag T=  (3: E/// mit #A=3, dam gib an me gerade ist.  e ungerade Zahl werden enotigt. In A rind enter	1. 1:  Aach Jernsalem: N Kinder  Verteilt: damit sitzen a  der.  (2:  er Gruppe Von min.  am Gleichen Tag Gebarts  ur 7 Wochentage gibt, m  erteilt werden; 1 = 2  (3:  C// mit #A=3, dan gibt  un me gerade ist.  e ungerade Zahl werden  enotigt. In A zind entwed	19:  1 ach Sernsalem: n Kinder  Verteilt: damit sitzen am  der.  (7:  2r Greppe von min. 8  am Gleichen Tag Gebartste  ur 7 Worhentage gibt, mä  erteilt werden; 1 = 2.  (3:	1:  (ach Sernsalam: n Kinder w  verteilt: damit sitzen auf  der.  (2:  er Gruppe von min. 8 L  am Gleichen Tag Gebartstag  ur 7 Wochentage gibt, mässe  erteilt werden; T\frac{9}{7} = 2.  (3:  C/N mit # A=3, dam gibt es (  un me gerade ist.  e ungerade Zahl werden eine  enotigt. In A rind entweder	L1:  Lach Sernsalam: N Kinder wer  Vertei(t: damit sitzen auf hm.  der.  (2:  Ler Groppe von min. 8 Len  am Q(eichen Tag Gebartstag.  av 7 Wochentage gibt, mässen  erteitt werden; 1-37-2.  (3:  S-//V mit #A=3; dan gibt es in  mme gerade ist.  e ungerade Zahl werden eine ge  enotigt. In A rind entweder 2:	cach Sernsalam: n Kinder werd.  verteilt: damit sitzen auf min.  der.  (7:  er Groppe von min. 8 Lente am Gleichen Tag Gebartstag.  nv 7 Wochentage gibt, müssen 8  erteilt werden; 137 = 2.  (3:  Silv mit #A=3; dann gibt es (n A hanne gerade ist.  e ungerade Zahl werden eine ger enötigt. In A rind entweder 2 Za	Lach Sernsalam: n Kinder werden verteilt: damit sitzen auf min. e der.  (2:  er Gruppe von min. 8 Lenten am Aleichen Tag Gebartstag.  av 7 Worhentage gibt, mässen 8 Pe erteilt werden; 1 = 2 .  (3:  E/N mit # A = 3, dann gibt es in A summe gerade ist.  e ungerade Zahl werden eine gerade nötigt. In A zind entweder 2 Zahle	1:  (ach Sernsalam: N Kinder werden of verteilt: damit sitzen auf min. ein der.  (2:  er Groppe von min. 8 Lenten La am Qleichen Tag Gebartstag.  av 7 Wochentage gibt, mässen 8 Per.  erteilt werden; $\Gamma \frac{3}{4} 7 = 2$ .  (3:  [3:  [3:  [-]   mit # A=3, dan gibt es (n A steen me gerade ist.  e ungerade tahl werden eine gerade enötigt. In A Tind entweder 2 Zahlen	1. 1:  (ach Serusalam: N Kinder werden ach verteilt: damit sitzen auf hmin. einen der.  (2:  (2:  (3:  (4)  (4)  (5)  (5)  (6)  (7)  (8)  (9)  (9)  (10)  (11)  (12)  (13)  (13)  (14)  (14)  (15)  (15)  (16)  (17)  (18)  (18)  (19)  (19)  (19)  (10)  (10)  (10)  (11)  (11)  (12)  (13)  (14)  (15)  (15)  (16)  (17)  (18)  (18)  (19)  (19)  (19)  (10)  (10)  (10)  (11)  (11)  (11)  (12)  (13)  (14)  (15)  (15)  (16)  (17)  (17)  (18)  (18)  (19)  (1	1. 1:  (ach Serusalam: N Kinder werden auf verteilt: damit sitzen auf min. einem der.  (2:  (2:  (2:  (3:  (4)  (4)  (4)  (5)  (5)  (6)  (7)  (7)  (8)  (9)  (9)  (10)  (11)  (12)  (13)  (14)  (14)  (15)  (15)  (16)  (17)  (18)  (18)  (19)	1. 1:  Aach Sernsalam: n Kinder werden auf he verteilt: danit sitzen auf hnih. einem Scher.  (2:  Ler Gruppe von min. 8 Lenten Laben man auf Geichen Tag Gebartstag.  Ar 7 Wochentage gibt, mässen 8 Personen auf erteilt werden; $\Gamma = \frac{3}{7} = 2$ .  (3:  EIN mit # A=3, dann gibt es in A stets zum and en gerade ist.  e ungerade Zahl werden eine gerade und en onotigt. In A rind entweder 2 Zahlen gerade	1. 1:  Aach Sernsalam: N Kinder werden auf k=  Verteilt: danit sitzen auf hnih. einem St  der.  (2:  Ler Groppe von min. 8 Lenten Laben min  am aleichen Tag Gebartstag.  hr 7 Wochentage gibt, müssen 8 Personen au  Lerteilt werden; 1-3/7 = 2.  (3:  E/N mit #A=3, dann gibt es in A stets zwei  umme gerade ist.  e ungerade Zahl werden eine gerade und eine  enotigt. In A zind entweder 2 Zahlen gerade,	1. 1:  Aach Jerusalem: N Kinder werden auf h=17  verteilt: damit sitzen auf min. einem Stul  der.  (2:  er Gruppe von min. 8 Lenten Laben min & am aleichen Try Gebartstag.  ar 7 Worhentage gibt, müssen 8 Personen auf  erteilt werden; T=7=2.  (3:  E/N mit #A=3, dan gibt es in A stets zwe: 8a hume gerade ist.  e ungerade Zahl werden eine gerade und eine e nötigt. In A zind entweder 2 Zahlen gerade, o	1. 1:  Nach Sernsalem: N Kinder werden auf k=1.7  Verteilt: damit sitzen auf min. einem Stuhl  Ner.  (2:  er Gruppe von min. 8 Lenten haben min des  am Aleichen Try Gebartstag.  av 7 Worhertage gibt, mässen 8 Personen auf 7  erteilt werden; 1-37 = 2.  (3:  E/N mit #A=3, dann gibt es (n A stets zwei Zah  umme gerade ist.

Induktion um dinduktive Definitionen

Beispiel:

(IV) 2+an für a. EIN gilt 1 = an, = 2

 $\frac{(15)}{2+(a_{1}+1)} = \frac{3+a_{1}}{1+(a_{1}+1)} = \frac{3+a_{1}}{2+a_{1}}$ 

Da (3+ a.) > (7+a.), kann and nie

kleiner als 1 sein. Da der Zähler

nicht größer als 2x der Nenner sein

Konn, ist es unmöglich, dass and größer

als 2 wird.