Aufgabe 1
I) $R_1 = \{ (x, y) \ni \mathbb{Z}^2 \mid x + y \bmod 3 = 0\}$

Ist reflexiv.

Ist symmetrisch durch das Kommutativgesetz.

Ist transitiv, da jedes x und y ein Vielfaches von drei ist. Somit ist auch jede Summe ein Vielfaches von drei, somit trifft das auf alle möglichen x, y und z zu.

II) $\{ (x, y) \ni \mathbb{Z}^2 \mid x + y \bmod 2 = 1\}$

Ist nicht reflexiv, da gilt $4 + 25 \bmod 2 = 1$

Ist nicht transitiv, da immer eine gerade und eine ungerade Zahl eine weitere ungerade Zahl ergeben und man bei drei Zahlen min. einmal zwei gerade oder zwei ungerade Zahlen hat.

III) $\{ (x, y) \ni \mathbb{Z}^2 \mid x * y \bmod 2 = 0\}$

Ist nicht reflexiv, da immer mindestens ein Wert gerade sein muss und das bei zwei gleichen Werten nicht stimmen kann.

Ist symmetrisch durch das Distributivgesetz.

Ist transitiv.

Aufgabe 2
Die Relation kann nicht reflexiv sein, da $x = x$ ein Widerspruch zu $x \mathrel{!=} x$ ist.
Die Relation ist symmetrisch, da $x + y = y + x$ für $|x| = y$ und $x < 0$, oder umgekehrt gilt.

Die Relation ist jedoch nicht transitiv. Wenn $a \mathrel{!=} b$ und $b \mathrel{!=} c$, dann ist nicht gesagt, dass auch $a \mathrel{!=} c$ ist, da lediglich der Wert von b von den Werten von a und c unterschieden wurde.

Aufgabe 3
Da l von n abhängt und n und n-1 verschiedene Werte für l vorraussetzen, können A^n und A^{n-1} nicht injektiv sein.