Aufgabe 1
I)
Ein möglicher Name für S wäre Anteilsfunktion, da S jedes N_* als Anteil von N definiert.

II)
(IA) $c*S((a_1)) = c*a_1$
(IV) $c*S((a_1, ..., a_l)) = S((c*a_1, ..., c*a_n)) + c*a_{n+1}$
(IS) $c*a_n = c*a_{n+1} - c$

Beweis:
$c*a_n = c*a_{n+1} - c$ / :c
$a_n = a_{n+1} - 1$

deshalb:
$c*S((a_1, ..., a_l)) = S((c*a_1, ..., c*a_l)) + c*a_{l+1}$ / :c
$S((a_1, ..., a_l)) = S((a_1, ..., a_l)) + a_{l+1}$
da jedes $S((a_l*c, a_{l+1} *c, ..., a_{l+n} * c))$ um den gleichen Faktor verändert wird.

Aufgabe 2
I)
(a - a) mod m = 0
0 mod m = 0
0 = 0

Da m keinen Einfluss auf das Ergebnis der Gleichung hat, ist die gleichung für jedes a und jedes m gültig.

II)
Annahme:
Sei der Betrag von a - b und b - a identisch, so wäre (b, a) € Rm, wenn (a, b) € Rm ist.

Beweis:
$|b - a| = b - a$ für $b > a$
$|b - a| = -(b - a)$ für $a > b$

$|a - b| = a - b$ für $a > b$
$|a - b| = -(a - b)$ für $b > a$

Fall $b > a$:
$b - a = |a - b|$
$b - a = -(a - b)$
$b - a = -a + b$

Fall $a > b$:
$a - b = |b - a|$
$a - b = -(b - a)$
$a - b = -b + a$

Da der Betrag identisch ist, sind die Differenzen durch die gleichen m teilbar.

III)
Wenn für ein a € Z gilt $a \bmod m = 0$, dann gilt das als nächstes für Z_{a-m} und Z_{a+m}. Daraus folgt: Jede durch m teilbare Zahl ist ein vielfaches von m.
Da $a - c = (a - b) - (b - c)$ gilt, sind die drei Aussagen transitiv und ebenfalls teilbar.
$a - c = (a - b) - (b - c)$
$a - c = a - b + b - c$
$a - c = a - c$

Aufgabe 3
I)
Es werden bei beiden Formeln zwei Operationen ausgeführt: R und S werden invers und die Schnittmenge wird gewählt. Lediglich die Reihenfolge unterscheidet sich und diese ist irrelevant. Entweder werden beide Relationen invers und die Schnittmenge dieser Relationen wird gewählt, oder die gleiche Schnittmenge von R und S wird invers, womit sie die gleichen Elemente einschließen würden.

II)
$(R \vee S)^{-1} = S^{-1} \vee R^{-1}$