



隐马尔可夫模型

邵研

2023年9月18日



邵研

- 高级工程师，之江实验室工程专家
- 2008.09-2012.07 北京大学 中国语言文学系应用语言学
- 2012.09-2014.09 乌普萨拉大学 Language Technology
- 2014.11-2018.06 乌普萨拉大学 Computational Linguistic
- 2018.8 – 2022.5 阿里巴巴达摩院算法专家
- 主要研究方向包括对话系统、基础自然语言处理、多语言处理、知识工程等。
- 邮箱: yan.shao@zhejianglab.com



- 课程总览
- 自然语言处理中的机器学习
- 自然语言处理基础技术
- 自然语言处理应用
- 自然语言处理前沿技术



- 课程总览
- 自然语言处理中的机器学习
- 自然语言处理基础技术
- 自然语言处理应用
- 自然语言处理前沿技术



- 自然语言处理中的机器学习
 - 隐马尔可夫模型
 - 线性模型
 - 对数线性模型
 - 神经网络
 - 图模型
 - 强化学习



- 自然语言处理中的机器学习

- 隐马尔可夫模型

- 线性模型

- 对数线性模型

- 神经网络

- 图模型

- 强化学习



统计机器学习

深度学习



- 《Speech and Language Processing : An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics and Speech Recognition》
-Daniel Jurafsky, James H. Martin
- 《Machine Learning Yearning》 -Andrew Ng
- 《深度学习和神经网络》 -邱锡鹏
- 《深度学习进阶：自然语言处理》 -斋藤康毅
- 《自然语言处理：基于预训练模型的方法》 -车万祥，郭江，崔一鸣
- 《自然语言处理》 -张岳
- <https://www.icourse163.org/course/0809WE001-1466082193>



- 自然语言处理中的机器学习
 - 隐马尔可夫模型
 - 线性模型
 - 对数线性模型
 - 神经网络
 - 图模型
 - 强化学习



目 录

- 一、HMM介绍
- 二、Viterbi算法
- 三、最大似然法
- 四、NLP应用实例



目 录

一、HMM介绍

二、Viterbi算法

三、最大似然法

四、NLP应用实例

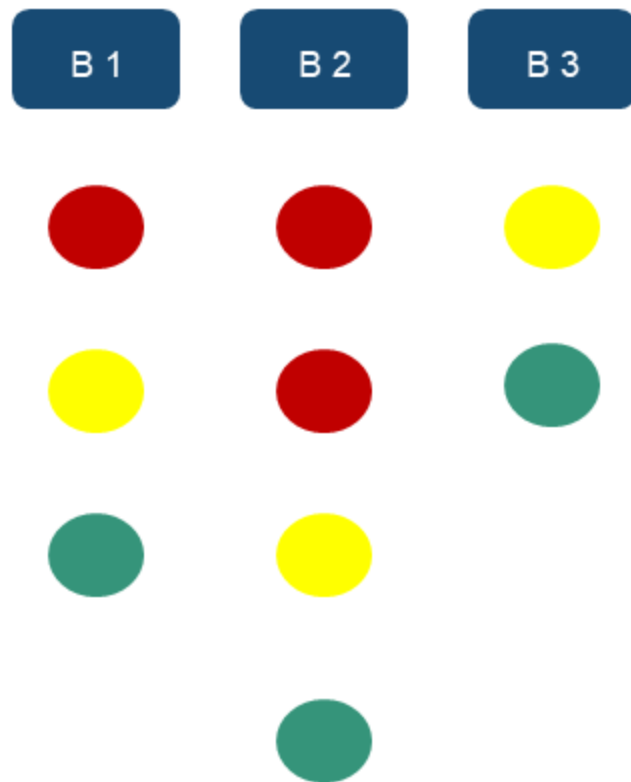


B 1

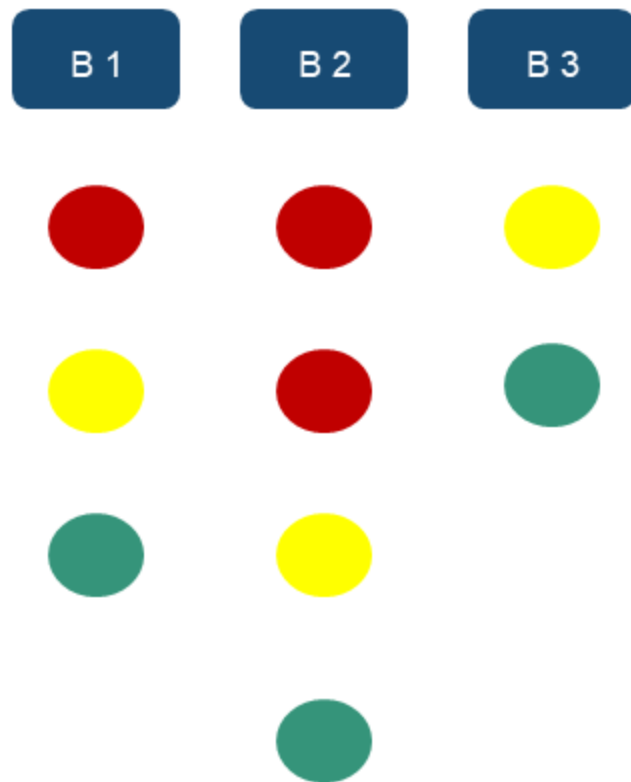
B 2

B 3

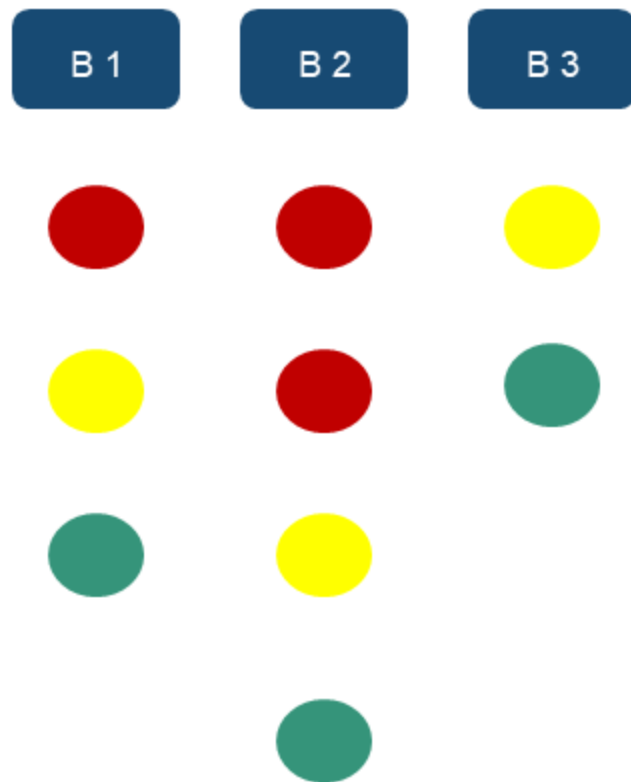




- 假设从每一个箱子拿球的概率相同，现在有一只红球，最可能是从哪个箱子里拿出来的？



- 假设从每一个箱子拿球的概率相同，现在有一只红球，最可能是从哪个箱子里拿出来的？
- B1: $\frac{1}{3}$
- B2: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$**
- B3: $\frac{0}{2}$

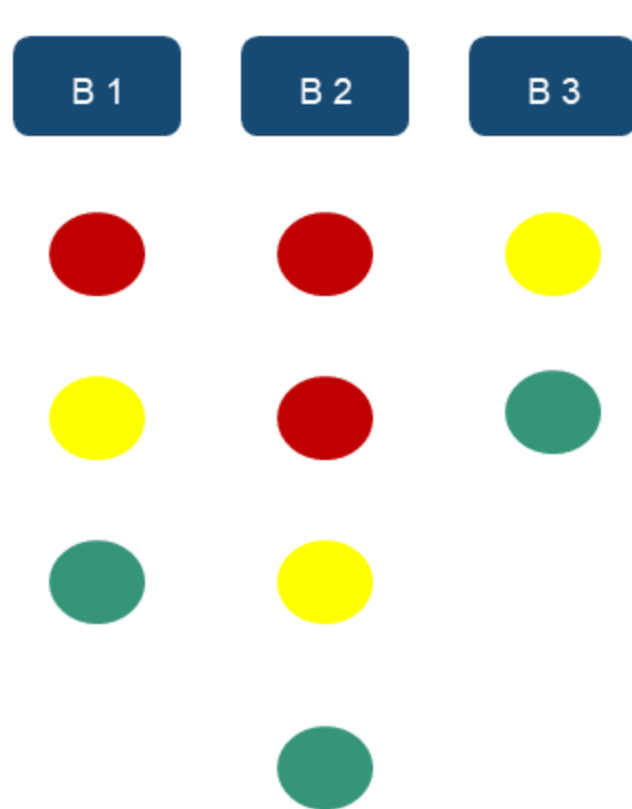


• 假设从每一个箱子拿球的概率相同，现在有一只红球，最可能是从哪个箱子里拿出来的？

• B1: $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

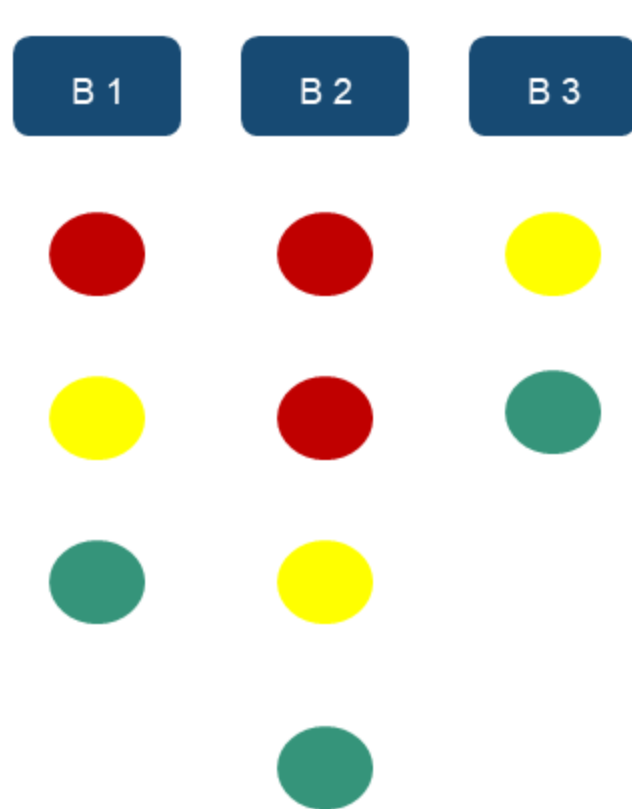
• B2: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

• B3: $\frac{0}{2} \times \frac{1}{3}$



| | B1 | B2 | B3 |
|------|-----|-----|-----|
| 【开始】 | 1/2 | 1/6 | 1/3 |

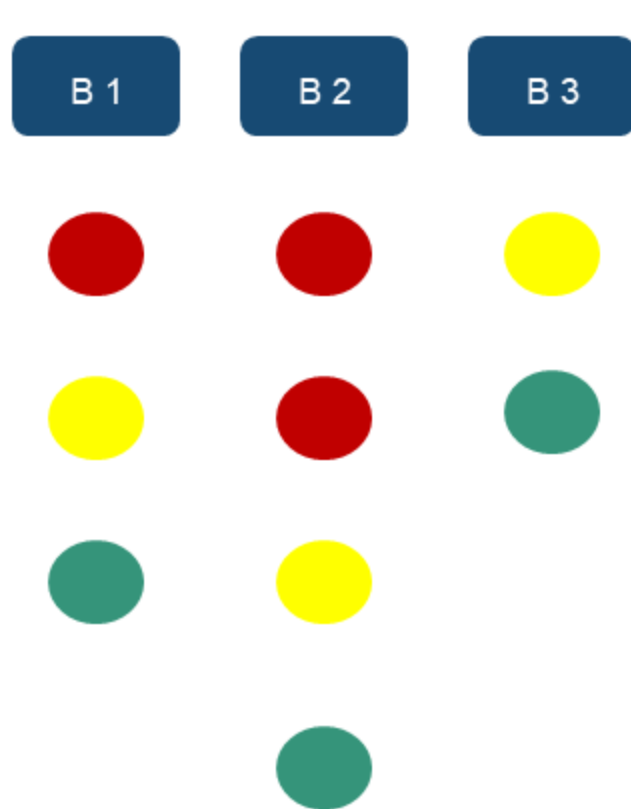
- 按照给定选择箱子的概率，现在有一只是红球，最可能是从哪个箱子里拿出来的？
- B1:** $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$
- B2:** $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$
- B3:** $\frac{0}{2} \times \frac{1}{3} = 0$



| | B1 | B2 | B3 |
|------|-----|-----|-----|
| 【开始】 | 1/2 | 1/6 | 1/3 |
| B1 | 1/3 | 1/3 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/3 | 1/3 |
| B3 | 1/3 | 1/3 | 1/3 |

按照给定选择箱子的概率，现在有一只红、绿球的序列，最可能是从哪些箱子里拿出来的？

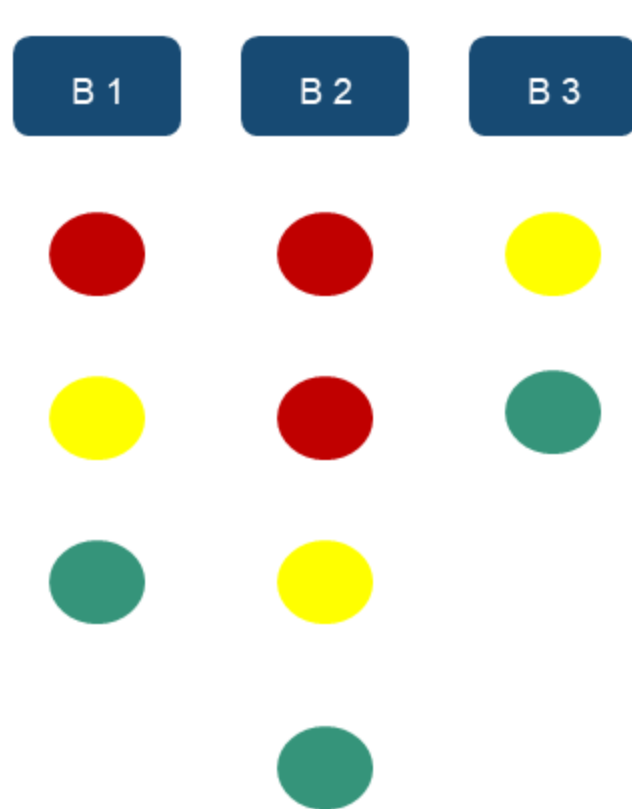
- $B1, B1: \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{54}$
 $B1, B2: \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{72}$
- $B2, B1: \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{108}$
 $B2, B2: \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{144}$
- $B1, B3: \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{36}$
 $B2, B3: \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{72}$
- (与B3相关的其他序列概率是0，这里就不算了)



| | B1 | B2 | B3 |
|------|-----|-----|-----|
| 【开始】 | 1/2 | 1/6 | 1/3 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 |

按照给定选择箱子的概率，现在有一只红、绿球的序列，最可能是从哪些箱子里拿出来的？

- $B1, B1: \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{75}$
 $B1, B2: \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{60}$
- $B2, B1: \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{108}$
 $B2, B2: \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{288}$
- $B1, B3: \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{30}$
 $B2, B3: \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{48}$
- (与B3相关的其他序列概率是0，这里就不算了)



| | B1 | B2 | B3 |
|------|-------|-------|-------|
| 【开始】 | $1/2$ | $1/6$ | $1/3$ |
| B1 | $1/5$ | $2/5$ | $2/5$ |
| B2 | $1/3$ | $1/6$ | $1/2$ |
| B3 | $1/5$ | $1/5$ | $3/5$ |

- 按照给定选择箱子的概率，现在有一只红、绿、黄球的序列，最可能是从哪些箱子里拿出来的？
- B1, B1, B1 B1, B1, B2 B1, B1, B3 B1, B2, B1 B1, B2, B2 B1, B2, B3
- B1, B3, B1 B1, B3, B2 B1, B3, B3 B2, B1, B1 B2, B1, B2 B2, B1, B3
- B2, B2, B1 B2, B2, B2 B2, B2, B3 B2, B3, B1 B2, B3, B2 B2, B3, B1
- (B3, B1, B1 B3, B1, B2 B3, B1, B3 B3, B2, B1 B3, B2, B2 B3, B2, B3
- B3, B3, B1 B3, B3, B2 B3, B3, B1)



B1

B2

B3



| | B1 | B2 | B3 |
|------|-----|-----|-----|
| 【开始】 | 1/2 | 1/6 | 1/3 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 |



| B1,B1,B1 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{1350}$ |
|----------|---|
| B1,B1,B2 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{900}$ |
| B1,B2,B1 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{540}$ |
| B1,B2,B2 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{1440}$ |
| B2,B1,B1 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{1620}$ |
| B2,B1,B2 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{1080}$ |
| B2,B2,B1 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2592}$ |
| B2,B2,B2 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6912}$ |
| ... | ... |



B 1

B 2

B 3



.....

| | B1 | B2 | B3 |
|------|-------|-------|-------|
| 【开始】 | $1/2$ | $1/6$ | $1/3$ |
| B1 | $1/5$ | $2/5$ | $2/5$ |
| B2 | $1/3$ | $1/6$ | $1/2$ |
| B3 | $1/5$ | $1/5$ | $3/5$ |



B1

B2

B3



| | B1 | B2 | B3 |
|------|-------|-------|-------|
| 【开始】 | $1/2$ | $1/6$ | $1/3$ |
| B1 | $1/5$ | $2/5$ | $2/5$ |
| B2 | $1/3$ | $1/6$ | $1/2$ |
| B3 | $1/5$ | $1/5$ | $3/5$ |



| B1,B1,B1 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{1350}$ |
|----------|---|
| B1,B1,B2 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{900}$ |
| B1,B2,B1 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{540}$ |
| B1,B2,B2 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{1440}$ |
| B2,B1,B1 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{1620}$ |
| B2,B1,B2 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{1080}$ |
| B2,B2,B1 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2592}$ |
| B2,B2,B2 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6912}$ |
| ... | ... |

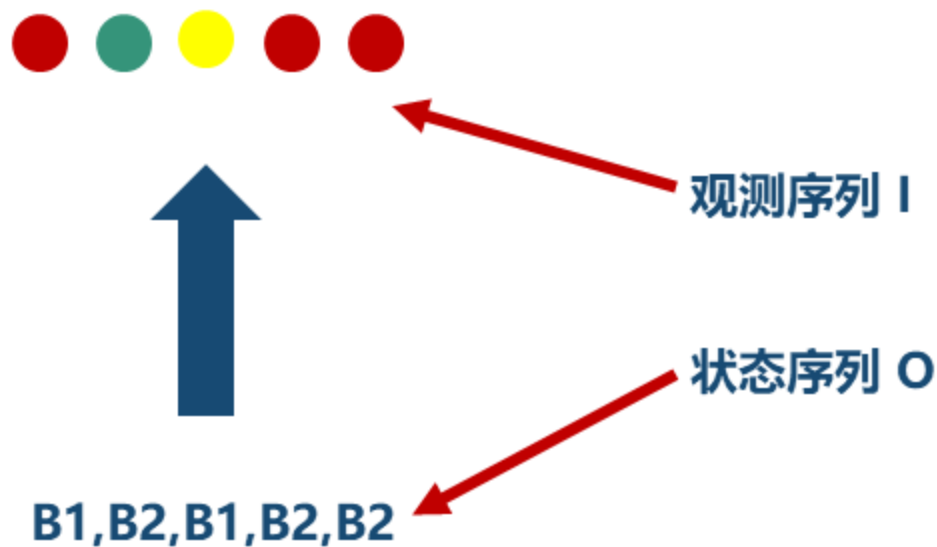


基本概念

隐马尔科夫模型是关于**时序的概率模型**，描述由一个**隐藏的马尔科夫链随机生成不可观测的状态随机序列**，再由各个状态生成一个观测从而产生观测随机序列的过程，隐藏的马尔科夫链随机生成的状态的序列，称为**状态序列**；每个状态生成一个规则，而由此产生的观测的随机序列称为**观测序列**。序列的每一个位置又可以看作是一个时刻。



| | B1 | B2 | B3 |
|------|-------|-------|-------|
| 【开始】 | $1/2$ | $1/6$ | $1/3$ |
| B1 | $1/5$ | $2/5$ | $2/5$ |
| B2 | $1/3$ | $1/6$ | $1/2$ |
| B3 | $1/5$ | $1/5$ | $3/5$ |





HMM 的形式定义如下:

- 状态集合 Q 和观测集合 V :

$$Q = \{q_1, q_2, \dots, q_N\}, V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$$

- $Q \rightarrow \{B1, B2, B3\}$
- $V \rightarrow \{\text{红, 绿, 黄}\}$

- I 是长度为 T 的状态序列, O 是对应的观测序列

$$I = (i_1, i_2, \dots, i_T), O = (o_1, o_2, \dots, o_T)$$

- A 是状态转移矩阵, B 是观测矩阵 (发射概率、生成概率)

$$A = [a_{ij}]_{N \times N} \quad B = [b_j(k)]_{N \times M}$$

$$b_j(k) = P(o_t = v_k | i_t = q_j), k = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N$$



| $P(\text{红} B1)=1/3$ | $P(\text{黄} B1)=1/3$ | $P(\text{绿} B1)=1/3$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/2$ | $P(\text{黄} B2)=1/4$ | $P(\text{绿} B2)=1/4$ |
| $P(\text{黄} B3)=1/2$ | $P(\text{绿} B3)=1/2$ | |



观测矩阵B

| | B1 | B2 | B3 |
|------|-----|-----|-----|
| 【开始】 | 1/2 | 1/6 | 1/3 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 |



状态转移矩阵A



一阶隐马尔可夫模型：

- 即假设隐藏的马尔科夫链在任意时刻 t 的状态只依赖于前一时间步 $t-1$ 的状态，与其他时刻的状态及观测无关，与观测时刻无关：

$$P(i_t | i_{t-1}, o_{t-1}, \dots, i_1, o_1) = P(i_t | i_{t-1}), \quad t = 1, 2, \dots, T$$

- 观测独立性假设，即假设任意时刻的观测只依赖于该时刻的马尔科夫链的状态，与其他观测以状态无关。
- 高阶隐马尔可夫模型：



利用HMM进行概率计算:



| | B1 | B2 | B3 |
|------|-----|-----|-----|
| 【开始】 | 1/2 | 1/6 | 1/3 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 |

| B1,B1,B1 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{1350}$ |
|----------|---|
| B1,B1,B2 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{900}$ |
| B1,B2,B1 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{540}$ |
| B1,B2,B2 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{1440}$ |
| B2,B1,B1 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{1620}$ |
| B2,B1,B2 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{1080}$ |
| B2,B2,B1 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2592}$ |
| B2,B2,B2 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6912}$ |
| ... | ... |



怎样才能有效利用HMM进行序列预测呢？



| | B1 | B2 | B3 |
|------|-----|-----|-----|
| 【开始】 | 1/2 | 1/6 | 1/3 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 |

| B1,B1,B1 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{1350}$ |
|----------|---|
| B1,B1,B2 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{900}$ |
| B1,B2,B1 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{540}$ |
| B1,B2,B2 | $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{1440}$ |
| B2,B1,B1 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{1620}$ |
| B2,B1,B2 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{1080}$ |
| B2,B2,B1 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2592}$ |
| B2,B2,B2 | $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6912}$ |
| ... | ... |



目 录

一、HMM介绍

二、Viterbi算法

三、最大似然法

四、NLP应用实例



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Max(B1) | 1 | | | | | |
| Max(B2) | 1 | | | | | |
| Max(B3) | 1 | | | | | |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 【开始】 | $1/2$ | $1/4$ | $1/4$ | 0 |
| B1 | $1/5$ | $2/5$ | $2/5$ | $1/3$ |
| B2 | $1/3$ | $1/6$ | $1/2$ | $1/3$ |
| B3 | $1/5$ | $1/5$ | $3/5$ | $1/3$ |



| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 【开始】 | $1/2$ | $1/4$ | $1/4$ | 0 |
| B1 | $1/5$ | $2/5$ | $2/5$ | $1/3$ |
| B2 | $1/3$ | $1/6$ | $1/2$ | $1/3$ |
| B3 | $1/5$ | $1/5$ | $3/5$ | $1/3$ |



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Max(B1) | 1 | | | | | |
| Max(B2) | 1 | | | | | |
| Max(B3) | 1 | | | | | |



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|-------------|-----|-----|-----|------|
| Max(B1) | 1 | $1/3 * 1/2$ | | | | |
| Max(B2) | 1 | $1/4 * 1/4$ | | | | |
| Max(B3) | 1 | $1/2 * 1/4$ | | | | |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 【开始】 | $1/2$ | $1/4$ | $1/4$ | 0 |
| B1 | $1/5$ | $2/5$ | $2/5$ | $1/3$ |
| B2 | $1/3$ | $1/6$ | $1/2$ | $1/3$ |
| B3 | $1/5$ | $1/5$ | $3/5$ | $1/3$ |



| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------|-----|-----|-----|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] | | | | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] | | | | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] | | | | |



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------|-----|-----|-----|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] | | | | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] | | | | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] | | | | |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------|-----|-----|-----|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] | | | | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] | | | | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] | | | | |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |

- T2 B1:
- B1 -> : $0.1667 * 1/3 * 1/5 = 0.01111$
- B2 -> : $0.0625 * 1/3 * 1/3 = 0.0006944$
- B3 -> : $0.1250 * 1/3 * 1/5 = 0.00833$



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------|--------------|-----|-----|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] | 0.0111 B1 | | | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] | | | | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] | | | | |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |

- T2 B1:
- **B1 -> : $0.1667 * 1/3 * 1/5 = 0.01111$**
- **B2 -> : $0.0625 * 1/3 * 1/3 = 0.0006944$**
- **B3 -> : $0.1250 * 1/3 * 1/5 = 0.00833$**



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------------|--------------|-----|-----|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | | | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | | | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] | | | | |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |

- T2 B2:
- **B1 -> : 0.1667 * 1/4 * 2/5 = 0.01667**
- **B2 -> : 0.0625 * 1/4 * 1/6 = 0.0002604**
- **B3 -> : 0.1250 * 1/4 * 1/5 = 0.00625**



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------------|--------------|-----|-----|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | | | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | | | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | | | |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |

- T2 B2:
- B1 -> : $0.1667 * 1/2 * 2/5 = 0.03334$
- B2 -> : $0.0625 * 1/2 * 1/2 = 0.01563$
- B3 -> : $0.1250 * 1/2 * 3/5 = 0.0375$



| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------|--------------|--------------|-----|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] | 0.0166 B1 | | | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] | 0.0375 B3 | | | |

- T3 B1:
- B1 -> : $0.0111 * 1/3 * 1/5 = 0.00074$
- B2 -> : $0.0166 * 1/3 * 1/3 = 0.00184$
- B3 -> : $0.0375 * 1/3 * 1/5 = 0.0025$



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------------|--------------|---------------|-----|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | | | |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |

- T3 B2:
- B1 -> : $0.0111 * 1/2 * 2/5 = 0.00111$
- B2 -> : $0.0166 * 1/2 * 1/6 = 0.00092$
- B3 -> : $0.0375 * 1/2 * 1/5 = 0.00375$



| | B1 | B2 | B3 |
|------|-----|-----|-----|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 |



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------------|--------------|---------------|-----|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | 0 - | | |

- T3 B3:
- B1 -> : $0.0111 * 0/2 * 2/5 = 0$
- B2 -> : $0.0166 * 0/2 * 1/2 = 0$
- B3 -> : $0.0375 * 0/2 * 3/5 = 0$



[开始] ● ● ● ● [结束]



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------------|--------------|---------------|---------------|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | 0.00031 B2 | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | 0 - | | |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |

- T4 B1:
- B1 -> : $0.0025 * 1/3 * 1/5 = 0.0001667$
- B2 -> : $0.00375 * 1/4 * 1/3 = 0.0003125$
- B3 -> : $0.0 * 1/2 * 1/5 = 0$



[开始] ● ● ● ● [结束]



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------------|--------------|---------------|---------------|------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | 0.00031 B2 | |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | 0.00033 B1 | |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | 0 - | 0.00047 B1 | |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |



[开始] ● ● ● ● [结束]



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | 0.00031 B2 | 0.00010 B2 |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | 0.00033 B1 | 0.00011 B1 |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | 0 - | 0.00047 B1 | 0.00015 B1 |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |



[开始] ● ● ● ● [结束]



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------------|--------------|---------------|---------------|-----------------------------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | 0.00031 B2 | 0.00010 B1 |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | 0.00033 B1 | 0.00011 B2 |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | 0 - | 0.00047 B1 | 0.00015 B3 |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |

B3



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------------|--------------|---------------|-----------------------|-----------------------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | 0.00031 B2 | 0.00010 B1 |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | 0.00033 B1 | 0.00011 B2 |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | 0 - | 0.00047 B1 | 0.00015 B3 |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |

B3



| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------|--------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | 0.00031 B2 | 0.00010 B1 |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | 0.00033 B1 | 0.00011 B2 |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] | 0.0375 B3 | 0 - | 0.00047 B1 | 0.00015 B3 |

B1 B3



| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|---------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | 0.00031 B2 | 0.00010 B1 |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | 0.00033 B1 | 0.00011 B2 |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | 0 - | 0.00047 B1 | 0.00015 B3 |

B3 B1 B3



| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|--|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | 0.00031 B2 | 0.00010 B1 |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | 0.00033 B1 | 0.00011 B2 |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | 0 - | 0.00047 B1 | 0.00015 B3 |

B1 B3 B1 B3



| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/2 | 1/4 | 1/4 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 1/3 |
| B2 | 1/3 | 1/6 | 1/2 | 1/3 |
| B3 | 1/5 | 1/5 | 3/5 | 1/3 |

[开始] ● ● ● ● [结束]



| | T 0 | T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | 【结束】 |
|---------|-----|--|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Max(B1) | 1 | 0.1667 [S] B1 | 0.0111 B1 | 0.0025 B3 | 0.00031 B2 | 0.00010 B1 |
| Max(B2) | 1 | 0.0625 [S] B1 | 0.0166 B1 | 0.00375 B3 | 0.00033 B1 | 0.00011 B2 |
| Max(B3) | 1 | 0.1250 [S] B3 | 0.0375 B3 | 0 - | 0.00047 B1 | 0.00015 B3 |

B3 B3 B1 B3



数学表示:

$$\begin{aligned}V_{1,k} &= P(y_1 | k) \cdot \pi_k \\V_{t,k} &= P(y_t | k) \cdot \max_{x \in S} (a_{x,k} \cdot V_{t-1,x})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_T &= \arg \max_{x \in S} (V_{T,x}) \\x_{t-1} &= \text{Ptr}(x_t, t)\end{aligned}$$

时间复杂度: $O(T \times |S|^2)$



小技巧:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \approx 5.48 \times 10^{-7}$$



$$\log \frac{1}{3} + \log \frac{1}{2} + \log \frac{1}{3} + \log \frac{1}{5} + \log \frac{1}{3} + \log \frac{1}{5} + \log \frac{1}{3} + \log \frac{1}{2} + \log \frac{1}{3} + \log \frac{1}{5} + \log \frac{1}{3} + \log \frac{1}{5} \approx -5.17146$$



B 1 B 2 B 3



| $P(\text{红} B1)=1/3$ | $P(\text{黄} B1)=1/3$ | $P(\text{绿} B1)=1/3$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/2$ | $P(\text{黄} B2)=1/4$ | $P(\text{绿} B2)=1/4$ |
| $P(\text{红} B3)=0/2$ | $P(\text{黄} B3)=1/2$ | $P(\text{绿} B3)=1/2$ |

观测矩阵B

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 【开始】 | $1/2$ | $1/4$ | $1/4$ | 0 |
| B1 | $1/5$ | $2/5$ | $2/5$ | $1/3$ |
| B2 | $1/3$ | $1/6$ | $1/2$ | $1/3$ |
| B3 | $1/5$ | $1/5$ | $3/5$ | $1/3$ |

状态转移矩阵A



B1

B2

B3



| $P(\text{红} B1)=?$ | $P(\text{黄} B1)=?$ | $P(\text{绿} B1)=?$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| $P(\text{红} B2)=?$ | $P(\text{黄} B2)=?$ | $P(\text{绿} B2)=?$ |
| $P(\text{红} B3)=?$ | $P(\text{黄} B3)=?$ | $P(\text{绿} B3)=?$ |

观测矩阵未知

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|----|----|----|------|
| 【开始】 | ? | ? | ? | ? |
| B1 | ? | ? | ? | ? |
| B2 | ? | ? | ? | ? |
| B3 | ? | ? | ? | ? |

状态转移矩阵未知



一阶隐马尔可夫模型：

- 即假设隐藏的马尔科夫链在任意时刻 t 的状态只依赖于前一时间步 $t-1$ 的状态，与其他时刻的状态及观测无关，与观测时刻无关：

$$P(i_t | i_{t-1}, o_{t-1}, \dots, i_1, o_1) = P(i_t | i_{t-1}), t = 1, 2, \dots, T$$

- 观测独立性假设，即假设任意时刻的观测只依赖于该时刻的马尔科夫链的状态，与其他观测以状态无关。
- 高阶隐马尔可夫模型：



目 录

- 一、HMM介绍
- 二、Viterbi算法
- 三、最大似然法
- 四、NLP应用实例



| $P(\text{红} \text{B1})=?$ | $P(\text{黄} \text{B1})=?$ | $P(\text{绿} \text{B1})=?$ |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| $P(\text{红} \text{B2})=?$ | $P(\text{黄} \text{B2})=?$ | $P(\text{绿} \text{B2})=?$ |
| $P(\text{红} \text{B3})=?$ | $P(\text{黄} \text{B3})=?$ | $P(\text{绿} \text{B3})=?$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|----|----|----|------|
| 【开始】 | ? | ? | ? | ? |
| B1 | ? | ? | ? | ? |
| B2 | ? | ? | ? | ? |
| B3 | ? | ? | ? | ? |





| $P(\text{红} B1)=?$ | $P(\text{黄} B1)=?$ | $P(\text{绿} B1)=?$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| $P(\text{红} B2)=?$ | $P(\text{黄} B2)=?$ | $P(\text{绿} B2)=?$ |
| $P(\text{红} B3)=?$ | $P(\text{黄} B3)=?$ | $P(\text{绿} B3)=?$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|----|----|----|------|
| 【开始】 | ? | ? | ? | ? |
| B1 | ? | ? | ? | ? |
| B2 | ? | ? | ? | ? |
| B3 | ? | ? | ? | ? |





| $P(\text{红} B1)=2/5$ | $P(\text{黄} B1)=1/5$ | $P(\text{绿} B1)=2/5$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=?$ | $P(\text{黄} B2)=?$ | $P(\text{绿} B2)=?$ |
| $P(\text{红} B3)=?$ | $P(\text{黄} B3)=?$ | $P(\text{绿} B3)=?$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|----|----|----|------|
| 【开始】 | ? | ? | ? | ? |
| B1 | ? | ? | ? | ? |
| B2 | ? | ? | ? | ? |
| B3 | ? | ? | ? | ? |





| $P(\text{红} B1)=2/5$ | $P(\text{黄} B1)=1/5$ | $P(\text{绿} B1)=2/5$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/6$ | $P(\text{黄} B2)=4/6$ | $P(\text{绿} B2)=1/6$ |
| $P(\text{红} B3)=?$ | $P(\text{黄} B3)=?$ | $P(\text{绿} B3)=?$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|----|----|----|------|
| 【开始】 | ? | ? | ? | ? |
| B1 | ? | ? | ? | ? |
| B2 | ? | ? | ? | ? |
| B3 | ? | ? | ? | ? |





| $P(\text{红} B1)=2/5$ | $P(\text{黄} B1)=1/5$ | $P(\text{绿} B1)=2/5$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/6$ | $P(\text{黄} B2)=4/6$ | $P(\text{绿} B2)=1/6$ |
| $P(\text{红} B3)=1/4$ | $P(\text{黄} B3)=3/4$ | $P(\text{绿} B3)=0/4$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|----|----|----|------|
| 【开始】 | ? | ? | ? | ? |
| B1 | ? | ? | ? | ? |
| B2 | ? | ? | ? | ? |
| B3 | ? | ? | ? | ? |





| $P(\text{红} B1)=2/5$ | $P(\text{黄} B1)=1/5$ | $P(\text{绿} B1)=2/5$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/6$ | $P(\text{黄} B2)=4/6$ | $P(\text{绿} B2)=1/6$ |
| $P(\text{红} B3)=1/4$ | $P(\text{黄} B3)=3/4$ | $P(\text{绿} B3)=0/4$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|----|----|----|------|
| 【开始】 | ? | ? | ? | ? |
| B1 | ? | ? | ? | ? |
| B2 | ? | ? | ? | ? |
| B3 | ? | ? | ? | ? |





| $P(\text{红} B1)=2/5$ | $P(\text{黄} B1)=1/5$ | $P(\text{绿} B1)=2/5$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/6$ | $P(\text{黄} B2)=4/6$ | $P(\text{绿} B2)=1/6$ |
| $P(\text{红} B3)=1/4$ | $P(\text{黄} B3)=3/4$ | $P(\text{绿} B3)=0/4$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结束】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/3 | 2/3 | 0/3 | 0 |
| B1 | ? | ? | ? | ? |
| B2 | ? | ? | ? | ? |
| B3 | ? | ? | ? | ? |



- Count ([开始])=3
- Count ([开始], B1)=1
- Count ([开始], B2)=2
- Count ([开始], B3)=0



| $P(\text{红} B1)=2/5$ | $P(\text{黄} B1)=1/5$ | $P(\text{绿} B1)=2/5$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/6$ | $P(\text{黄} B2)=4/6$ | $P(\text{绿} B2)=1/6$ |
| $P(\text{红} B3)=1/4$ | $P(\text{黄} B3)=3/4$ | $P(\text{绿} B3)=0/4$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结尾】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/3 | 2/3 | 0/3 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 0/5 |
| B2 | ? | ? | ? | ? |
| B3 | ? | ? | ? | ? |



- Count (B1)=5
- Count (B1, B1)=1
- Count (B1, B2)=2
- Count (B1, B3)=2
- Count (B1, [结束])=0



| $P(\text{红} B1)=2/5$ | $P(\text{黄} B1)=1/5$ | $P(\text{绿} B1)=2/5$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/6$ | $P(\text{黄} B2)=4/6$ | $P(\text{绿} B2)=1/6$ |
| $P(\text{红} B3)=1/4$ | $P(\text{黄} B3)=3/4$ | $P(\text{绿} B3)=0/4$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结尾】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/3 | 2/3 | 0/3 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 0/5 |
| B2 | 3/6 | 1/6 | 2/6 | 0/6 |
| B3 | ? | ? | ? | ? |



- Count (B2)=6
- Count (B2, B1)=3
- Count (B2, B2)=1
- Count (B2, B3)=2
- Count (B2, [结束])=0



| $P(\text{红} B1)=2/5$ | $P(\text{黄} B1)=1/5$ | $P(\text{绿} B1)=2/5$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/6$ | $P(\text{黄} B2)=4/6$ | $P(\text{绿} B2)=1/6$ |
| $P(\text{红} B3)=1/4$ | $P(\text{黄} B3)=3/4$ | $P(\text{绿} B3)=0/4$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结尾】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/3 | 2/3 | 0/3 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 0/5 |
| B2 | 3/6 | 1/6 | 2/6 | 0/6 |
| B3 | 0/4 | 1/4 | 0/4 | 3/4 |



- Count (B3)=4
- Count (B3, B1)=0
- Count (B3, B2)=1
- Count (B3, B3)=0
- Count (B3, [结束])=3



| $P(\text{红} B1)=2/5$ | $P(\text{黄} B1)=1/5$ | $P(\text{绿} B1)=2/5$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/6$ | $P(\text{黄} B2)=4/6$ | $P(\text{绿} B2)=1/6$ |
| $P(\text{红} B3)=1/4$ | $P(\text{黄} B3)=3/4$ | $P(\text{绿} B3)=0/4$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结尾】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/3 | 2/3 | 0/3 | 0 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 0/5 |
| B2 | 3/6 | 1/6 | 2/6 | 0/6 |
| B3 | 0/4 | 1/4 | 0/4 | 3/4 |





小技巧 (统计平滑, smoothing) :

| $P(\text{红} B1)=2/5$ | $P(\text{黄} B1)=1/5$ | $P(\text{绿} B1)=2/5$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| $P(\text{红} B2)=1/6$ | $P(\text{黄} B2)=4/6$ | $P(\text{绿} B2)=1/6$ |
| $P(\text{红} B3)=1/4$ | $P(\text{黄} B3)=3/4$ | $P(\text{绿} B3)=0/4$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结尾】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/3 | 2/3 | 0/3 | 0/3 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 0/5 |
| B2 | 3/6 | 1/6 | 2/6 | 0/6 |
| B3 | 0/4 | 1/4 | 0/4 | 3/4 |



小技巧 (统计平滑, smoothing) :

| $P(\text{红} B1)=(2+1)/(5+3)$ | $P(\text{黄} B1)=(1+1)/(5+3)$ | $P(\text{绿} B1)=(2+1)/(5+3)$ |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| $P(\text{红} B2)=(1+1)/(6+3)$ | $P(\text{黄} B2)=(4+1)/(6+3)$ | $P(\text{绿} B2)=(1+1)/(6+3)$ |
| $P(\text{红} B3)=(1+1)/(4+3)$ | $P(\text{黄} B3)=(3+1)/(4+3)$ | $P(\text{绿} B3)=(0+1)/(4+3)$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结尾】 |
|------|-----|-----|-----|------|
| 【开始】 | 1/3 | 2/3 | 0/3 | 0/3 |
| B1 | 1/5 | 2/5 | 2/5 | 0/5 |
| B2 | 3/6 | 1/6 | 2/6 | 0/6 |
| B3 | 0/4 | 1/4 | 0/4 | 3/4 |



小技巧 (统计平滑, smoothing) :

| $P(\text{红} B1)=(2+1)/(5+3)$ | $P(\text{黄} B1)=(1+1)/(5+3)$ | $P(\text{绿} B1)=(2+1)/(5+3)$ |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| $P(\text{红} B2)=(1+1)/(6+3)$ | $P(\text{黄} B2)=(4+1)/(6+3)$ | $P(\text{绿} B2)=(1+1)/(6+3)$ |
| $P(\text{红} B3)=(1+1)/(4+3)$ | $P(\text{黄} B3)=(3+1)/(4+3)$ | $P(\text{绿} B3)=(0+1)/(4+3)$ |

| | B1 | B2 | B3 | 【结尾】 |
|------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 【开始】 | $(1+1)/(3+4)$ | $(2+1)/(3+4)$ | $(0+1)/(3+4)$ | $(0+1)/(3+4)$ |
| B1 | $(1+1)/(5+4)$ | $(2+1)/(5+4)$ | $(2+1)/(5+4)$ | $(0+1)/(5+4)$ |
| B2 | $(3+1)/(6+4)$ | $(1+1)/(6+4)$ | $(2+1)/(6+4)$ | $(0+1)/(6+4)$ |
| B3 | $(0+1)/(4+4)$ | $(1+1)/(4+4)$ | $(0+1)/(4+4)$ | $(3+1)/(4+4)$ |



加法平滑/拉普拉斯平滑(Additive/Laplace Smoothing)

加法平滑，也称为拉普拉斯平滑或Lidstone平滑

$$P(w_i|y=k) = \frac{\text{在训练集某类样本中，同时又是}w_i\text{某个特征值得样本量}+\alpha}{\text{训练集中某类样本量}+k\alpha}$$

以类别 $y = 1$ 举例有：

$$P(w'|y=1) = \frac{0+\alpha}{n_1+k'\alpha}$$

- k' ：指的是 类别数量，在此是二分类所以， $k' = 2$
- n_1 ：指的是 $y = 1$ 时的样本量，在此假设 $n_1 = 500$
- α ：指的平滑参数，一般为1
- w' ：指的是，在二进制词袋向量中， $w' = 1 \text{ or } 0$

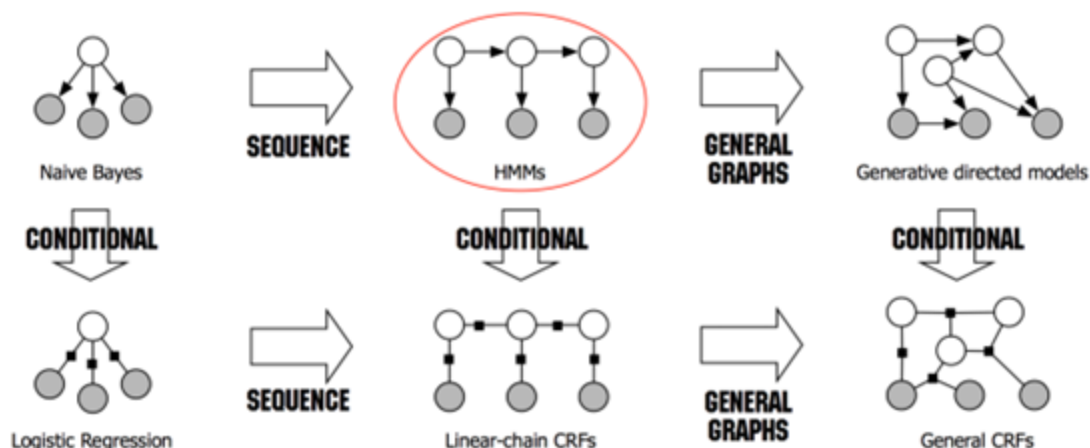


目 录

- 一、HMM介绍
- 二、Viterbi算法
- 三、最大似然法
- 四、NLP应用实例**

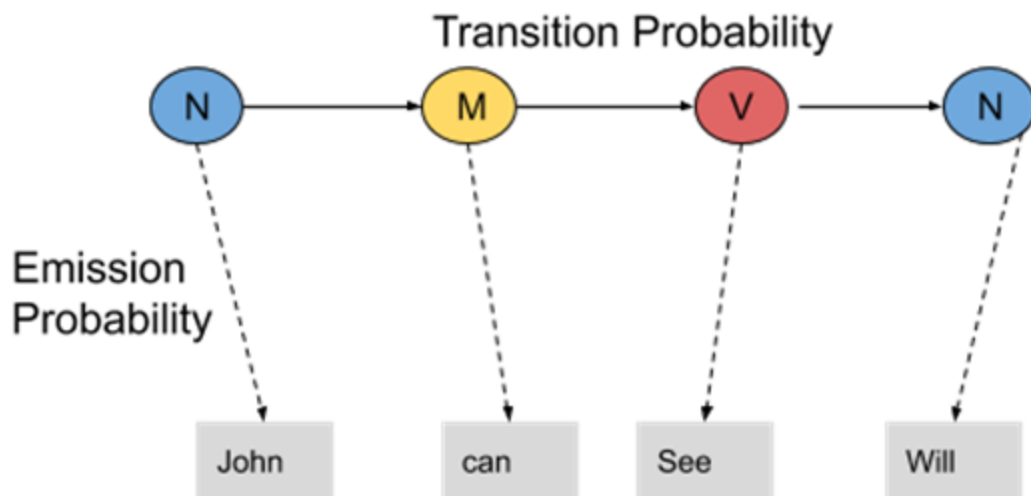


- 隐马尔可夫模型在语音识别，自然语言处理，模式识别等领域得到广泛的**应用**。
- 在自然语言处理中，被广泛应用于中文分词、词性标注、命名实体识别等任务，几乎所有序列标注任务都可以用HMM模型进行建模。





利用HMM实现词性标注(POS tagging):



参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



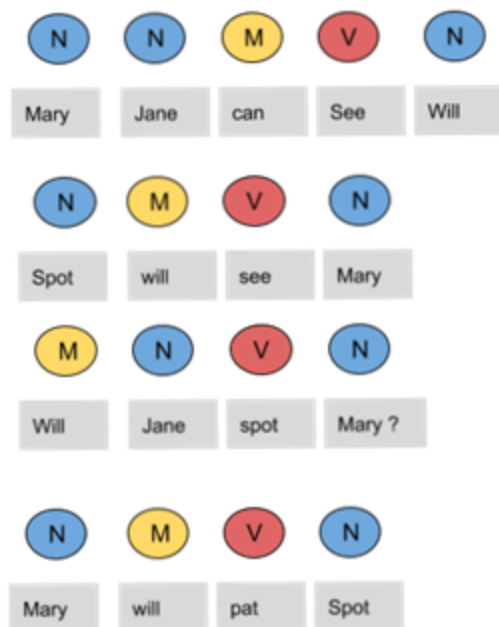
利用HMM实现词性标注(POS tagging):



参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):

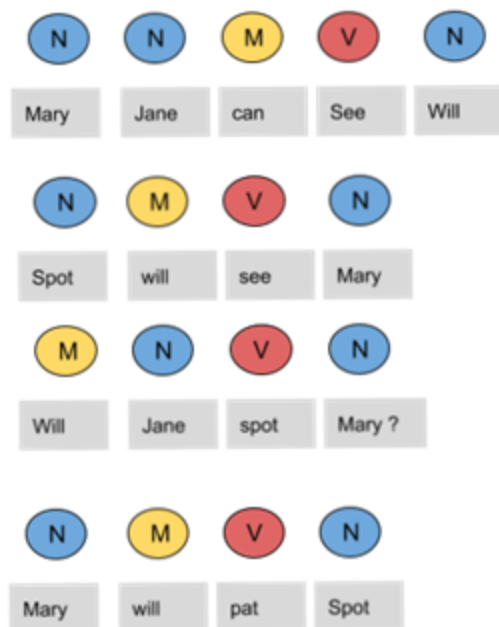


| Words | Noun | Model | Verb |
|-------|------|-------|------|
| Mary | 4 | 0 | 0 |
| Jane | 2 | 0 | 0 |
| Will | 1 | 3 | 0 |
| Spot | 2 | 0 | 1 |
| Can | 0 | 1 | 0 |
| See | 0 | 0 | 2 |
| pat | 0 | 0 | 1 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):

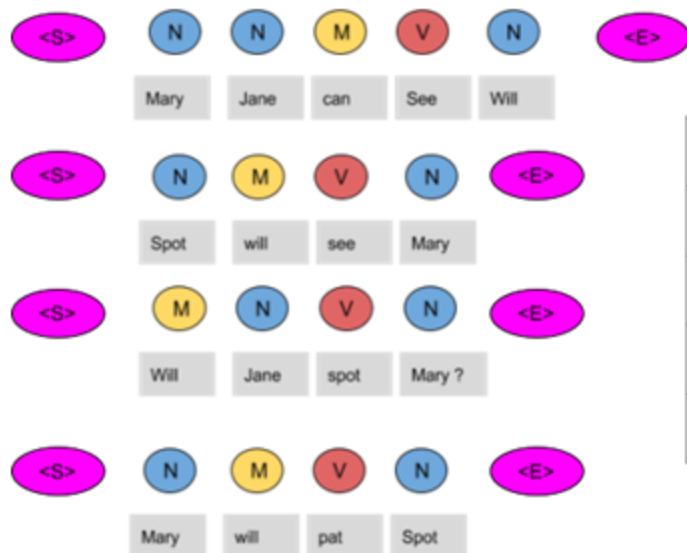


| Words | Noun | Modal | Verb |
|-------|------|-------|------|
| Mary | 4/9 | 0 | 0 |
| Jane | 2/9 | 0 | 0 |
| Will | 1/9 | 3/4 | 0 |
| Spot | 2/9 | 0 | 1/4 |
| Can | 0 | 1/4 | 0 |
| See | 0 | 0 | 2/4 |
| pat | 0 | 0 | 1 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):

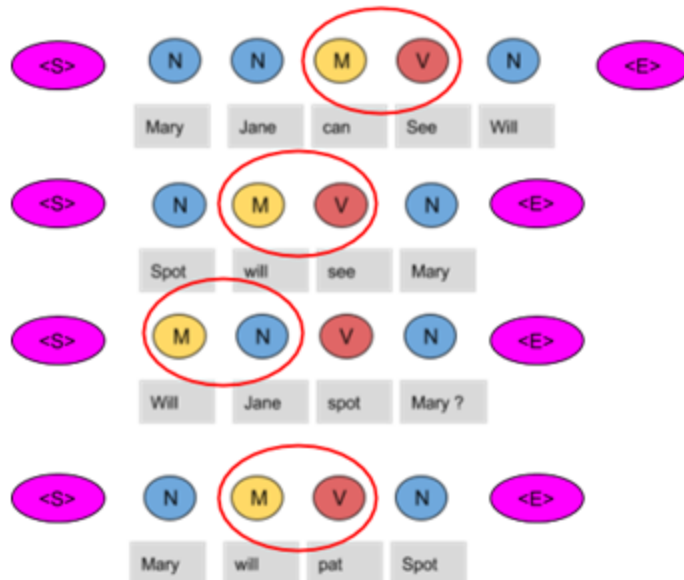


| | N | M | V | <E> |
|-----|---|---|---|-----|
| <S> | 3 | 1 | 0 | 0 |
| N | 1 | 3 | 1 | 4 |
| M | 1 | 0 | 3 | 0 |
| V | 4 | 0 | 0 | 0 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):

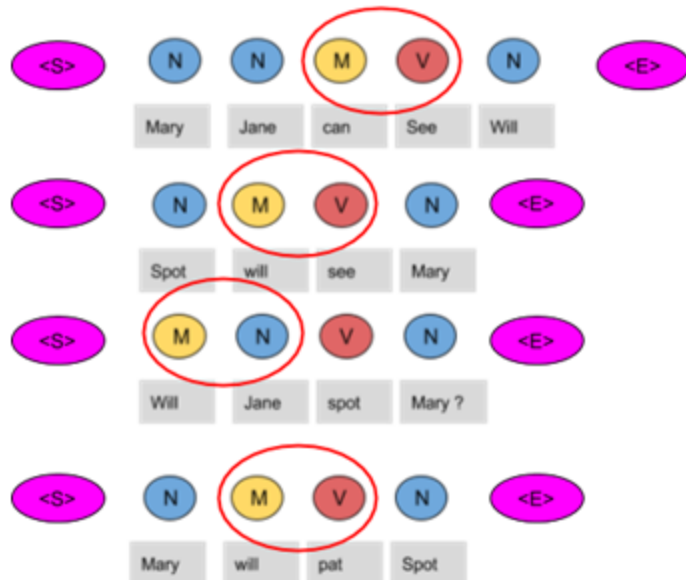


| | N | M | V | <E> |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| <S> | 3/4 | 1/4 | 0 | 0 |
| N | 1/9 | 3/9 | 1/9 | 4/9 |
| M | 1/4 | 0 | 3/4 | 0 |
| V | 4/4 | 0 | 0 | 0 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):

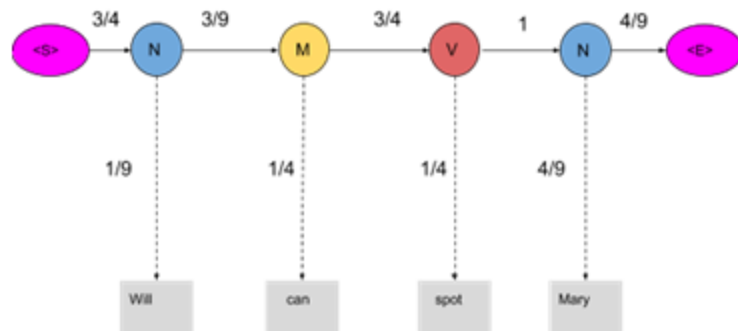


| | N | M | V | <E> |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| <S> | 3/4 | 1/4 | 0 | 0 |
| N | 1/9 | 3/9 | 1/9 | 4/9 |
| M | 1/4 | 0 | 3/4 | 0 |
| V | 4/4 | 0 | 0 | 0 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):



$$3/4 * 1/9 * 3/9 * 1/4 * 3/4 * 1/4 * 1 * 4/9 * 4/9 = 0.00025720164$$

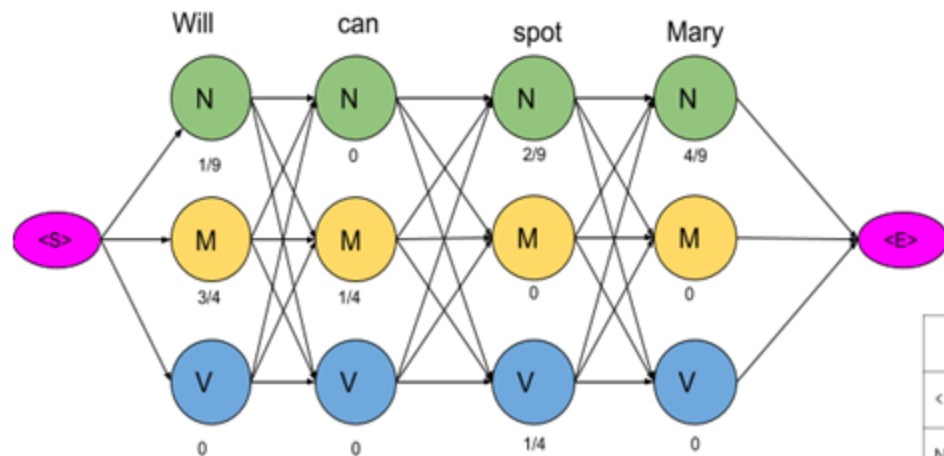
| Words | Noun | Model | Verb |
|-------|------|-------|------|
| Mary | 4/9 | 0 | 0 |
| Jane | 2/9 | 0 | 0 |
| Will | 1/9 | 3/4 | 0 |
| Spot | 2/9 | 0 | 1/4 |
| Can | 0 | 1/4 | 0 |
| See | 0 | 0 | 2/4 |
| pat | 0 | 0 | 1 |

| | N | M | V | <E> |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| <S> | 3/4 | 1/4 | 0 | 0 |
| N | 1/9 | 3/9 | 1/9 | 4/9 |
| M | 1/4 | 0 | 3/4 | 0 |
| V | 4/4 | 0 | 0 | 0 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):



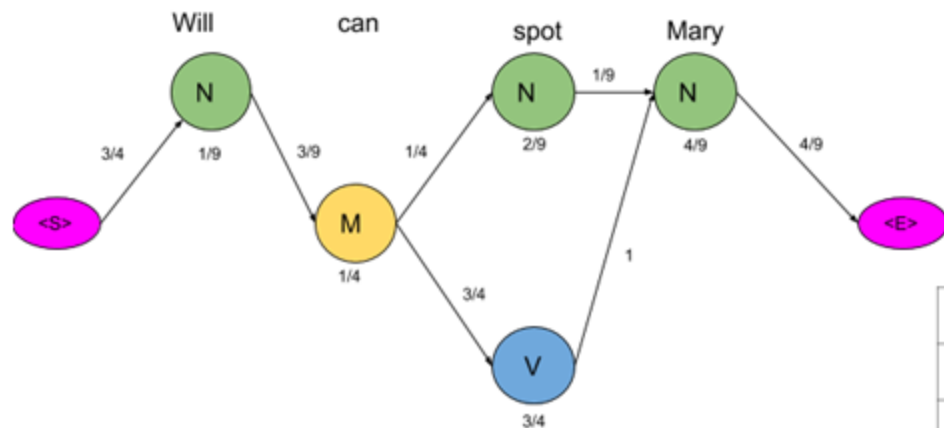
| Words | Noun | Model | Verb |
|-------|------|-------|------|
| Mary | 4/9 | 0 | 0 |
| Jane | 2/9 | 0 | 0 |
| Will | 1/9 | 3/4 | 0 |
| Spot | 2/9 | 0 | 1/4 |
| Can | 0 | 1/4 | 0 |
| See | 0 | 0 | 2/4 |
| pat | 0 | 0 | 1 |

| | N | M | V | <E> |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| <S> | 3/4 | 1/4 | 0 | 0 |
| N | 1/9 | 3/9 | 1/9 | 4/9 |
| M | 1/4 | 0 | 3/4 | 0 |
| V | 4/4 | 0 | 0 | 0 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):



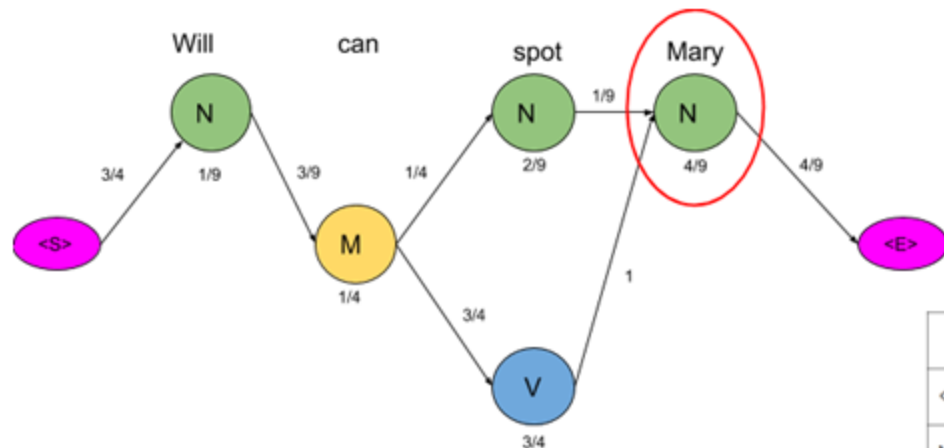
| Words | Noun | Model | Verb |
|-------|------|-------|------|
| Mary | 4/9 | 0 | 0 |
| Jane | 2/9 | 0 | 0 |
| Will | 1/9 | 3/4 | 0 |
| Spot | 2/9 | 0 | 1/4 |
| Can | 0 | 1/4 | 0 |
| See | 0 | 0 | 2/4 |
| pat | 0 | 0 | 1 |

| | N | M | V | <E> |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| <S> | 3/4 | 1/4 | 0 | 0 |
| N | 1/9 | 3/9 | 1/9 | 4/9 |
| M | 1/4 | 0 | 3/4 | 0 |
| V | 4/4 | 0 | 0 | 0 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):



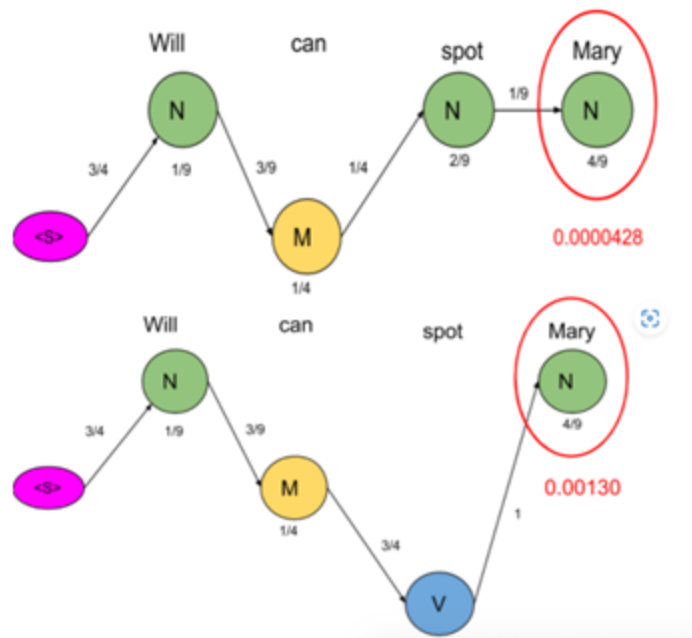
| Words | Noun | Model | Verb |
|-------|------|-------|------|
| Mary | 4/9 | 0 | 0 |
| Jane | 2/9 | 0 | 0 |
| Will | 1/9 | 3/4 | 0 |
| Spot | 2/9 | 0 | 1/4 |
| Can | 0 | 1/4 | 0 |
| See | 0 | 0 | 2/4 |
| pat | 0 | 0 | 1 |

| | N | M | V | <E> |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| <S> | 3/4 | 1/4 | 0 | 0 |
| N | 1/9 | 3/9 | 1/9 | 4/9 |
| M | 1/4 | 0 | 3/4 | 0 |
| V | 4/4 | 0 | 0 | 0 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):



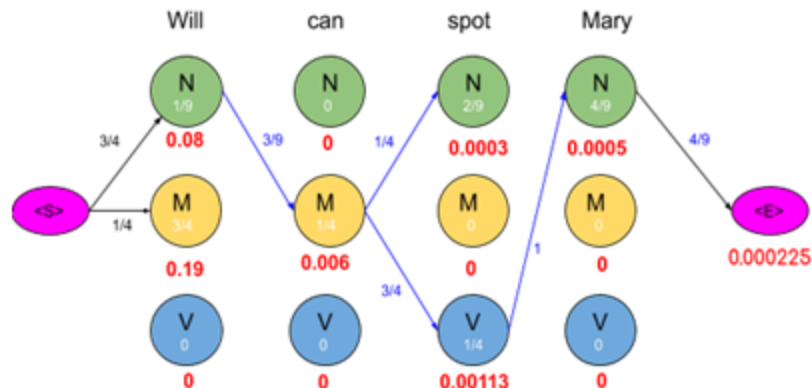
| Words | Noun | Model | Verb |
|-------|------|-------|------|
| Mary | 4/9 | 0 | 0 |
| Jane | 2/9 | 0 | 0 |
| Will | 1/9 | 3/4 | 0 |
| Spot | 2/9 | 0 | 1/4 |
| Can | 0 | 1/4 | 0 |
| See | 0 | 0 | 2/4 |
| pat | 0 | 0 | 1 |

| | N | M | V | <E> |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| <S> | 3/4 | 1/4 | 0 | 0 |
| N | 1/9 | 3/9 | 1/9 | 4/9 |
| M | 1/4 | 0 | 3/4 | 0 |
| V | 4/4 | 0 | 0 | 0 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):



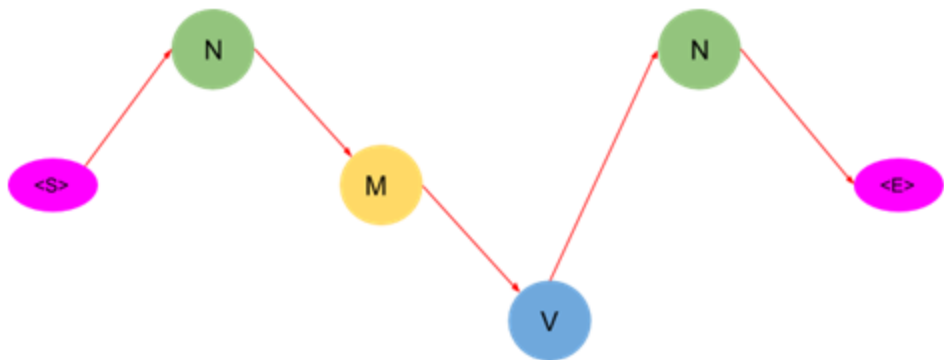
| Words | Noun | Model | Verb |
|-------|------|-------|------|
| Mary | 4/9 | 0 | 0 |
| Jane | 2/9 | 0 | 0 |
| Will | 1/9 | 3/4 | 0 |
| Spot | 2/9 | 0 | 1/4 |
| Can | 0 | 1/4 | 0 |
| See | 0 | 0 | 2/4 |
| pat | 0 | 0 | 1 |

| | N | M | V | <E> |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| <S> | 3/4 | 1/4 | 0 | 0 |
| N | 1/9 | 3/9 | 1/9 | 4/9 |
| M | 1/4 | 0 | 3/4 | 0 |
| V | 4/4 | 0 | 0 | 0 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



利用HMM实现词性标注(POS tagging):



| Words | Noun | Model | Verb |
|-------|------|-------|------|
| Mary | 4/9 | 0 | 0 |
| Jane | 2/9 | 0 | 0 |
| Will | 1/9 | 3/4 | 0 |
| Spot | 2/9 | 0 | 1/4 |
| Can | 0 | 1/4 | 0 |
| See | 0 | 0 | 2/4 |
| pat | 0 | 0 | 1 |

| | N | M | V | <E> |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| <S> | 3/4 | 1/4 | 0 | 0 |
| N | 1/9 | 3/9 | 1/9 | 4/9 |
| M | 1/4 | 0 | 3/4 | 0 |
| V | 4/4 | 0 | 0 | 0 |

参考材料: <https://www.mygreatlearning.com/blog/pos-tagging/>



- HMM原理介绍：
 - 生成式序列模型，生成概率、转移概率；
- Viterbi算法：
 - 动态规划算法，时间复杂度；
- 最大似然法：
 - 统计方法，拉普拉斯平滑；
- NLP应用举例
 - 词性标注任务。



- HMM为什么叫隐马尔可夫模型？它与马尔可夫链有什么关系？
- 一阶HMM为什么要做独立性假设？高阶HMM会有什么问题？
- HMM有哪些局限性？
- 如果没有已知的标注数据，如何用无监督的方式得到HMM模型的参数？
- 哪些任务适合用HMM来做建模？哪些不适合？



- 自然语言处理中的机器学习

- 隐马尔可夫模型

- 线性模型

- 对数线性模型

- 神经网络

- 图模型

- 强化学习



问题?

