

Программа первого семестра трёхсеместрового курса алгебры в НМУ.

Цели первого семестра:

- 1) Знакомство с алгебраическими структурами (группы, кольца, поля, алгебры).
- 2) Линейная алгебра: векторные пространства, системы линейных уравнений, линейные операторы.

Примерная программа:

1. Абелевы группы, кольца, поля. Гомоморфизмы и изоморфизмы. Примеры: целые, рациональные, действительные и комплексные числа, многочлены, кольца и поля вычетов, конечные поля, кольца и поля формальных степенных рядов.
2. Евклидовы кольца, НОД, алгоритм Евклида. Простые и неприводимые элементы. Основная теорема арифметики. Идеалы: простые, максимальные, главные. Факториальные кольца, кольца главных идеалов. Китайская теорема об остатках.
3. Векторные пространства: базис, размерность, подпространства, двойственное пространство, линейные преобразования, матрицы, определители, алгебры. Системы линейных уравнений, метод Гаусса. Собственные вектора и собственные значения, характеристический и минимальный многочлены, критерий диагонализируемости оператора, теорема Гамильтона-Кэли.
4. Многочлены: корни, неприводимые многочлены над \mathbb{R} и \mathbb{C} (основная теорема алгебры), неприводимые многочлены над \mathbb{Q} и \mathbb{Z} , лемма Гаусса. Симметрические многочлены, основная теорема о симметрических многочленах. Результант, дискриминант, теорема Безу.
5. Начала теории групп: смежные классы, теорема Лагранжа, нормальные подгруппы, фактор-группы, теорема о гомоморфизмах. Задание групп образующими и соотношениями. Группы симметрий. Действия групп на множествах, орбиты и стабилизаторы. Прямые и полупрямые произведения. Теоремы Силова. Теорема Жордана-Гёльдера, простые группы, расширения групп. Разрешимые и нильпотентные группы.

Список литературы

[Ви] Винберг Э.Б. *Курс алгебры*. М., Из-во МЦНМО, 2019.

[Го1] Городенцев А.Л. *Алгебра. Учебник для студентов-математиков. Часть 1*. «МЦНМО», 2013. [Ссылка](#)

[Го2] Городенцев А.Л. *Алгебра-1. Конспекты лекций*. Доступны [здесь](#).

[DF] D. Dummit, R. Foote *Abstract algebra*.