

Computação Experimental - Lista 2

Antônio Henrique de Moura Rodrigues, Yan Victor dos Santos, Samuel Andrade do Couto, Victor Neves Martorelli¹

Professor: Genáina Nunes Rodrigues²

26 de junho de 2018

Questão 1

Considere que seu trabalho é comparar o desempenho de dois algoritmos (A e B) de computação gráfica, que usam métodos diferentes para geração de faces humanas realistas. São sistemas complexos cuja execução leva tempos longos para geração das faces. O sistema A foi testado 8 vezes e o sistema B apenas 5, onde em cada experimento utilizou-se o mesmo padrão de resultado a obter. Os tempos de teste dos algoritmos estão na tabela a seguir. Com base nesses resultados, pede-se que se determine qual algoritmo teve melhor desempenho.

Experimento	Algoritmo A (seg)	Algoritmo B (seg)
1	1011	894
2	998	963
3	1113	1098
4	1008	982
5	1100	1046
6	1039	-
7	1003	-
8	1098	-

Resposta:

Diferença das médias: $1046.25 - 996.60 = 49.65$;

Desvio padrão: $\sqrt{(2425.64/8) + (6147.8/5)} = 39.15$;

Grau de liberdade: $4.007 = 4$;

Grau de liberdade < 30 : $(-33.82, 133.12)$;

¹ ahmoura@live.com, yanvictor_ds@hotmail.com, samuelcoouto@hotmail.com, victormartorelli@outlook.com

² genaina@cic.unb.br

O intervalo contém o 0, logo não podemos concluir nada.

Questão 2

Considere que num conjunto de servidores de uma máquina de busca, um servidor tem a probabilidade de falhar no período noturno igual 0.25 (i.e., a probabilidade de qualquer servidor ter falhado ao amanhecer é 25%). Para dois servidores, desenhe os gráficos da pmf e CDF da variável aleatória X , onde $P[X = x] = P[x \text{ servidores falharam}]$. Determine a média, a variância e o coeficiente de variação de X . Assuma que as falhas são independentes e identicamente distribuídas. Repita o processo para n servidores.

Resposta:

n servidores, prob. falha = 0.25;

$n = 2$:

$$P[X=0] = (1-0.25) * (1-0.25) = 0.5625;$$

$$P[X=1] = (1-0.25) * 0.25 + 0.25 * (1-0.25) = 0.375;$$

$$P[X=2] = 0.25 * 0.25 = 0.0625.$$

$$\text{Média: } 1 * 0.375 + 2 * 0.0625 = 0.50.$$

$$\text{Variância: } 1^2 * 0.375 + 2^2 * 0.0625 - 0.5^2 = 0.3757.$$

Para uma quantidade n de servidores, é necessário o uso da binomial:

$$p(x) = P[X = k] = \binom{n}{k} * p^k (1 - p)^{n-k}$$

Questão 3

Considere um “switch” de N portas de entrada e N portas de saída ($N \times N$). O sistema opera com o tempo dividido em intervalos (“time slots”). Um pacote chega em qualquer “time slot” numa porta de entrada com probabilidade p , independente de outros “time slots” e das outras portas de entrada. Assuma uma probabilidade de roteamento uniforme (i.e., um pacote que chegou em uma dada porta de entrada vai para qualquer porta de saída com probabilidade igual - igualmente provável). Qual é a probabilidade de exatamente n ($n < N$) pacotes irem para uma porta de saída qualquer num “time slot”.

Resposta:

A chegada (ou não) de um pacote pode ser visto como um processo de Bernoulli. Logo, a probabilidade é:

$$P(X = x) = \binom{N}{n} * \left(\frac{p}{N}\right)^n * \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{(N-n)}, n = 0, 1, \dots, N.$$

Questão 4

Considere um sistema constituído de n tarefas sequenciais. Cada tarefa X_i ($i = 1 \dots n$) executa em um tempo exponencial com média de $10 \cdot i$ segundos.

a. Se o sistema termina execução somente quando todas as tarefas terminarem, qual a média e o desvio padrão do tempo de execução do sistema?

Resposta:

Dado $Z = \sum_{i=1}^n x_i$ como tempo de execução:

$$\text{Média: } E(Z) = \sum_{i=1}^n E(x_i) = 10 \cdot \sum_{i=1}^n i = 10 \cdot \frac{n(n+1)}{2} = 5n(n+1)$$

$$\text{Variância: } Var(Z) = \sum_{i=1}^n Var(x_i) = \sum_{i=1}^n (10 \cdot i)^2 = 100 \sum_{i=1}^n i^2$$

$$Var(Z) = 100 \sum_{i=1}^n i^2 = 100 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$Stddev(Z) = \sqrt{Var(Z)} = 10 \cdot \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

b. Se o sistema for revisado de tal maneira que as tarefas executem em paralelo, qual a probabilidade do sistema executar por mais de z minutos? Calcule a probabilidade para $z=1$ minuto e $n = 3$? Dica: $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Resposta:

$$P(Z \leq 60) = P(\max(x_i) \leq 60) = P(x_1 \leq 60 \cap x_2 \leq 60 \cap x_3 \leq 60)$$

$$P(Z \leq 60) = (1 - e^{-\frac{1}{10}60}) \cdot (1 - e^{-\frac{1}{20}60}) \cdot (1 - e^{-\frac{1}{30}60})$$

$$P(Z \leq 60) = 1 - P(Z > 60)$$

$$P(Z > 60) = 1 - P(Z \leq 60)$$

Questão 5

O número de operações de I/O realizadas por um conjunto de programas foi medido e obteve-se: 23, 33, 14, 15, 42, 28, 33, 45, 23, 34, 39, 21, 36, 23, 34. Responda:

a. Quais são o 10th e o 90th percentis da amostra?

Resposta:

14, 15, 21, 23, 23, 28, 33, 33, 34, 36, 39, 42, 45;

$$10^{th} : 1 + 14 * 0.1 = 15$$

$$90^{th} : 1 + 14 * 0.9 = 43$$

b. Qual o número médio de operações de I/O realizadas por um programa?

Resposta:

$$\frac{\sum_{i=1}^{15} x_i}{15} = 29.53$$

c. Qual é o IC de 90% para este número? Se você assumir que o número médio de operações de I/O realizadas pelos programas de mesma classe é igual à média da amostra, qual o maior erro que você pode incorrer, assumindo uma confiança de 90%?

Resposta:

$$\bar{x} \pm t_{\frac{1-\alpha}{2}, n-1} \left(\frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

Intervalo de confiança de dois lados: $1 - \frac{\alpha}{2} = 0.95$

Grau de liberdade: $n - 1 = 14$

$$t_{\frac{1-\alpha}{2}, 14} = t_{0.95, 14} = 1.761$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 9.43$$

$$29.53 \pm 1.761 \left(\frac{9.43}{\sqrt{15}} \right) = (25.2423, 33.8177)$$

Maior erro: $c_2 - (1 + e)\bar{x} \rightarrow 33.8177 = (1 + e) * 29.53$

$$e = \left(\frac{33.8177}{29.53} \right) - 1 = 0.145$$

Erro: 14.5% (no máximo).

d. Qual é a porcentagem de programas que fazem no máximo 25 operações de I/O? Você pode dizer, com 90% de confiança, que menos que 50% dos programas realizam no máximo 25 operações de I/O? E menos que 60%? Utilize a fórmula de IC para proporção dada em sala mesmo embora $np < 10$.

Resposta:

$$\frac{6}{15} = 40$$

Para $np < 10$:

Intervalo de confiança: $-\infty, p + z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

$$-\infty, 0.40 + 1.282 \sqrt{\frac{0.4 * 0.6}{15}} = (-\infty, 0.562)$$

e. Suponha que o número de operações medido corresponde ao número de I/Os realizados por segundo por cada programa. Suponha ainda que o mix de programas acima deve executar (em paralelo) em um determinado sistema. O sistema A consegue suportar, em média, no máximo 450 operações de I/O por segundo. O sistema A ira suportar a execução simultânea do mix de programas acima?

Resposta:

Soma total do I/O/s = $C = (14 + 15 + \dots) = 443$

Determinando o intervalo de confiança para C:

$$c \pm t_{\frac{1-\alpha}{2}, n-1} s_c \text{ ou } (-\infty, c + t_{\frac{1-\alpha}{2}, n-1} s_c)$$

Assumindo $Var(x_1) = Var(x_2) = \dots = Var(X_n)$

$$Var(C) = n * Var(X)$$

$$s_c = s\sqrt{n} = 9.43\sqrt{15} = 36.52$$

Intervalo de confiança de 90% de um lado para C:

$$-\infty, c + t_{1-\alpha, n-1} s_c = -\infty, 443 + 1.345 * 36.52 = (-\infty, 492.12)$$

Não se pode dizer que o sistema A aguentaria uma carga com 90% de confiança, uma vez que o intervalo inclui 450.