

11 月 5 日 7-4

2024-11-05

目次

1 2 項分布	1
---------------	---

1 2 項分布

$X \sim \text{Bin}(n, p)$ とする。

p の推定量 $\hat{p} = \frac{X}{n}$ は $E_p[\hat{p}] = \frac{E_p[X]}{n} = \frac{np}{n} = p$ より不偏推定量である。

推定量の分散は $\text{Var}[\hat{p}] = \frac{\text{Var}[X]}{n^2} = \frac{p(1-p)}{n}$ である。

2 項分布の確率変数 $f(x, p) = p^x(1-p)^{n-x} \binom{n}{x}$ の対数を p で微分すると

$$\begin{aligned}\ell'(p, x) &= \frac{\partial}{\partial p} \left(x \log p + (n-x) \log(1-p) + \log \binom{n}{x} \right) \\ &= \frac{x}{p} + \frac{-(n-x)}{1-p} = \frac{x-np}{p(1-p)}\end{aligned}$$

となる。従ってフィッシャー情報量は

$$I(p) = E[\ell'(p, X)^2] = \frac{E[(X-np)^2]}{(p(1-p))^2}$$