附录 1　单位制及相关问题

一、关于单位制的引言

计量单位制的统一不仅是一个国家或者地区内部的事情，也是一个世界性的问题。目前在世界范围负责统一物理计量的国际机构是设在法国巴黎近郊布雷多依宫（Pavillon de Breteuil，Sèvres）的领地内的国际计量局（BIPM：*Bureau International des Poids et Mesures*，英文为：The International Bureau of Weights and Measures），在国际计量委员会（CIPM：*Comité International des Poids et Mesures*，英文为：The International Committee for Weights and Measures）直接监督下工作。国际计量的最高权利机构为每四年召开一次的国际计量大会（CGPM：*Conférence Générale des Poids et Mesures*，英文为：The General Conference on Weights and Measures）。

所谓单位制，就是按照（人为选择）给定的规则来确定一组彼此相关的量的计量单位。物理量是通过描述自然规律的方程式或者根据需要人为定义新量的方程式而相互联系的。为了制定单位制和引入量纲的概念，通常把某些量作为相互独立的量，即把它们当作基本量，而其它量则根据这些基本量来定义，或者用方程式来表示，这些量称为导出量。理论上，任何量都不比其它量更基本，各种量都是等价的。用多少或者用哪些量作为基本量，只是一个选择的问题，从而形成了很多种单位制。例如，在国际单位制（SI 单位制）中，选定长度、质量、时间、电流、热力学温度、物质的量和发光强度等 7 个物理量作为基本量，并分别以 L、M、T、I、Θ、N、J 来表示其量纲。所有的量（包括基本量和导出量）形式上都可以表示为：$\kappa \mathrm{L}^{\alpha}\mathrm{M}^{\beta}\mathrm{T}^{\gamma}\mathrm{I}^{\delta}\Theta^{\varepsilon}\mathrm{N}^{\zeta}\mathrm{J}^{\eta}$，其中，$\kappa$为量的数字因数，$\alpha$、$\beta$、$\gamma$、$\delta$、$\varepsilon$、$\zeta$和 η称为量纲指数，所有量纲指数都等于零的量，通常称为无量纲量。

1832 年高斯（Carl Friedrich Gauss）提出绝对单位制，即用力学中的三个基本量：长度、质量和时间来测量和表示电磁学量以及其它非力学量，从此整个科学技术领域告别了使用相对单位制的各自为战的时代。特别是 1875 年 05 月 20 日“国际米制公约”在法国巴黎签署以来，现有的各种单位制本质上都是以米制为基础建立的、与力学单位相统一的一贯单位制，包括电磁学 CGS 单位制和 SI 单位制。

当基本量选定之后，所有导出量的量纲指数也都确定下来。但是导出量的数字因数κ则取决于基本量的单位的选择，从实用的角度，我们显然希望所有导出量的数字因数都等于 1 比较方便，能够满足这种要求的单位制称为一贯单位制，简称一贯制。SI 单位制就是这种单位制，7 个基本量的一贯制单位和符号分别为：米（m）、千克（公斤）（kg）、秒（s）、安培（A）、开尔文（K）、摩尔（mol）和坎德拉（cd）。1960 年，CGPM 将平面角的单位弧度（符号为：rad）和立体角的单位球面度（符号为：sr）两个 SI 单位称为“辅助单位”；1980 年 CIPM 将这两个辅助单位归类为无量纲导出单位，但是，在很多情况下，使用它们原有的专门名称和符号则比较合适。

仍以 SI 单位制为例，即使采用一贯单位制单位，用 SI 单位制的 7 个基本单位表示一些导出量的单位时，书写仍然非常繁琐，例如电压的单位符号将为：$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$。因此，为了使用方便，在国际单位制中规定了 21 个（包括原来的 2 个辅助单位）具有专门名称用以代替由基本单位及辅助单位表示时书写比较繁琐的导出单位，与基本单位和辅助单位并行使用。

实践证明，SI 单位制是一种简洁、科学、完善而且实用的一贯单位制。所以，《中华人民共和国计量法》（中华人民共和国主席令第 28 号，1985 年 09 月 06 日第六届全国人民代表大会常务委员会第十二次会议通过）第一章第三条中以法律形式规定“国家采用国际单位制”。“国际单位制计量单位和国家选定的其它计量单位，为国家法定计量单位。国家法定计量单位的名称、符号由国务院公布。”

我们在实际工作中应该使用磁学量的国家法定计量单位。关于 SI 单位制的详细内容可以查阅下列相关国家标准。

GB 3100－93　　国际单位制及其应用；

GB 3101－93　　有关量、单位和符号的一般原则；

GB 3102.1－93　　空间和时间的量和单位；

GB 3102.2－93　　周期及其有关现象的量和单位；

GB 3102.3－93　　力学的量和单位；

GB 3102.4－93　　热学的量和单位；

GB 3102.5－93　　电学和磁学的量和单位；

GB 3102.6－93　　光及有关电磁辐射的量和单位；

GB 3102.7－93　　声学的量和单位；

GB 3102.8－93　　物理化学和分子物理学的量和单位；

GB 3102.9－93　　原子物理学和核物理学的量和单位；

GB 3102.10－93　　核反应和电离辐射的量和单位；

GB 3102.11－93　　物理科学和技术中使用的数学符号；

GB 3102.12－93　　特征数；

GB 3102.13－93　　固体物理学的量和单位。

二、电磁学单位制的分类

原则上，依据上述国家标准，只要使用磁学量相应的法定计量单位就可以了，完全没有必要再专门讨论磁学量的单位制。但是，由于种种原因，在实际工作中不可避免地会遇到多种单位制混用的现象，所以在大多数磁学著作中都会或多或少地讨论一些磁学量的单位制问题。

关于电磁学单位制的发展过程可以参阅《电磁学发展史（修订版）》（宋德生、李国栋著，广西人民出版社，1996 年）一书，这里不再赘述。关于磁学量的单位以及不同单位制

之间的换算关系，在很多磁学著作的附录中都可以查到。读者还可以从《计量测试技术手册·第 7 卷〈电磁学〉》(《计量测试技术手册》编辑委员会，中国计量出版社，1996 年)中获得更多的相关知识。在此仅从实用的角度，也为了便于理解和记忆单位换算关系，对电磁学单位制进行适当的展开讨论，并给出一些例子。

在绝对单位制中，建立电磁学单位制所依据的是三个基本量方程，分别为，将力学量与电学量相联系的电荷受力库仑定律、将力学量与磁学量相联系的磁极受力库仑定律（Charles-Augustin de Coulomb，1785 年）和将电学量与磁学量相联系的电流磁场毕奥－萨伐尔定律（Jean–Baptiste Biot 和 Felix Savart，1820 年）。这三个定律是建立各种电磁学单位制的共同基础，正是由于对这三个方程中的比例因子的选择规则不同，才出现了各种电磁学单位制。吴大猷先生在其所著的《理论物理第三册·电磁学》(科学出版社，1983 年)中对此有非常清晰透彻的论述，阅读此书将有益于理解电磁学及其单位制的精髓。

为了以下叙述方便，这里也将这三个定律的一般表达式给出，如下：

电荷库仑定律：两电荷 e_1，e_2 之间的相互作用力 F_e

$$F_e = \frac{1}{C_1}\frac{e_1 \cdot e_2}{r^2} \qquad \text{（附录 1－1）}$$

磁极库仑定律：两磁极 m_1，m_2 之间的相互作用力 F_m

$$F_m = \frac{1}{C_2}\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad \text{（附录 1－2）}$$

电流磁场毕奥－萨伐尔定律：磁极 $\boldsymbol{m}$ 与电流元 $I\boldsymbol{dl}$ 的作用力 $\boldsymbol{dF}$

$$dF = \frac{1}{C_3}\frac{\vec{m} \times Id\vec{l}}{r^2} \qquad \text{（附录 1－3）}$$

方程式中，r 为两电荷或者两磁极或者与电流元之间的距离，C_1、C_2 和 C_3 为比例因子。

需要指出的是，对于由方程式（附录 1－1）用力学量定义电荷没有任何疑义，但是对于由方程式（附录 1－2）用力学量定义磁极则有一些争论，这里磁极是指磁体的两极，而不是磁单极。历史上，使用磁荷与磁极的概念早于电荷与电极，至于磁荷或者磁单极是否存在的问题，虽然有很多理论，但是至今仍然没有令人信服的实验证据（参见 Reports on Progress in Physics, 2006, Volume 69, 1637－1711）。随着方程式（附录 1－3）以及描述两电流之间相互作用力的安培定律（André Marie Ampère，1825 年）相继被发现，人们越来越倾向于使用电流而不是磁极或者磁荷来描述磁现象，特别是在 SI 单位制选择电流为基本量之后。至于毕奥－萨伐尔定律的具体表达式以及由于使用磁极或者电流来定义磁相互作用力所引发的关于磁场强度与磁感应强度哪一个是更为基本的量等问题，在很多电磁学专著中都有很详细的论述，已经超出这里所讨论的范围。从下文可知，一些磁学量的单位换算之所以比较复杂也与此有关。

这里仍采用《计量测试技术手册·第 7 卷〈电磁学〉》中的方法，方程式（3）可以理

解为磁极在电流元所产生的磁场中的受力，也可以理解为电流元在磁极所产生的磁场中的受力。

由于方程（1）和（2）通过方程（3）彼此相关，所以 C_1、C_2 和 C_3 不是相互独立的，不能任意选取，必须满足关系式：

$$\frac{C_3^2}{C_1C_2}=\left(\frac{r}{t}\right)^2 \tag{附录 1－4}$$

式中 t 为时间，因此 r/t 具有速度的量纲，由麦克斯韦（James Clerk Maxwell）方程式可知为电磁波在真空中的传播速度 c_0。利用真空介电常数 ε_0、真空磁导率 μ_0 和真空电磁波速度 c_0，通过引入 k_1、k_2、k_3 和 υ 等系数，将三个比例因子改写为：

$$C_1=k_1\varepsilon_0,\ C_2=k_2\mu_0,\ C_3=k_3\upsilon \tag{附录 1－5}$$

那么，由关系式（4）可得：

$$\upsilon^2=\varepsilon_0\mu_0c_0^2 \tag{附录 1－6}$$

和

$$k_3^2=k_1k_2 \tag{附录 1－7}$$

对于以力学单位为基础的电磁学单位制，基本单位选定之后，c_0 的单位就确定了。此时可以任意选择 ε_0、μ_0 和 υ 中的两个作为独立量（一般设定为 1），根据关系式（7）确定系数 k_1、k_2 和 k_3，使得相应公式的系数简化。当 k_1、k_2 和 k_3 均选取为 1 时，称为非有理单位制，当均选取为 4π时，则称为有理（rationalized）单位制（由 O. Heaviside 提出，1885 年）。

在表 1 中给出几种单位制中的三个基本量方程比例因子的选择，可以很容易看出各种单位制的差异，参见《计量测试技术手册·第 7 卷〈电磁学〉》（第 6 页，表 1－5）。

表 1　电磁学各种单位制的比例因子的选择

单　位　制	独立量	k_1、k_2、k_3	ε_0	μ_0	υ
CGS 静电制	ε_0、υ	1	1	$1/c_0^2$	1
CGS 电磁制	μ_0、υ	1	$1/c_0^2$	1	1
CGS 高斯制	ε_0、μ_0	1	1	1	c_0
MKSA 非有理单位制	μ_0、υ	1	$10^7/c_0^2$	10^{-7}	1
MKSA 有理单位制 SI 单位制	μ_0、υ	4π	$10^7/4\pi c_0^2$	$4\pi\times10^{-7}$	1

注：只有 CGS 高斯制的 υ 为 c_0（＝299 792.458 km·s^{-1}），其它单位制的 υ 则均为 1。

有理单位制的提出和使用是为了使整个科学技术领域中所使用的各种方程式多数都

具有简洁对称的形式和尽可能简化的系数，非有理单位制可能在电磁学中使用更加简洁，但是将使得其它学科领域的很多方程式变得复杂，缺乏对称美。有理单位制虽然使得电磁学的三个基本方程式都带有 4π因子，但是极大地简化了更多的其它方程式的形式。4π因子的出现主要源于库仑定律定义了磁极的受力以及高斯定理的使用。

电磁学 CGS 单位制是以力学单位厘米（cm）、克（g）和秒（s）为基本单位的三个基本量的非有理单位制，系数 k_1、k_2 和 k_3 均选取为 1；CGS 即为三个基本单位的英文缩写。SI 单位制是以四基本量（米、千克、秒、安培）MKSA 有理单位制为基础发展起来的有理单位制，系数 k_1、k_2 和 k_3 均选取为 4π， $\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}$，$\varepsilon_0=10^7/4\pi c_0^2\ \ \mathrm{F\cdot m^{-1}}$。

由表 1 可知，如果从电荷库仑定律出发，选取真空介电常数ε_0和υ为独立量时，则称为 CGS 静电制（esu），如果从磁极库仑定律出发，选取真空磁导率μ_0和υ为独立量时，则称为 CGS 电磁制（emu）。如果将由 CGS 静电制导出的电学量及其单位与由 CGS 电磁制导出的磁学量及其单位组成新的单位制，则称为 CGS 高斯制。在 CGS 高斯制中，真空介电常数ε_0和真空磁导率μ_0为独立量，均为无量纲的纯数 1；但是由于关系式（4）的限制，在毕奥－萨伐尔定律中将出现因子 c_0。由于电学量的 CGS 静电制使用不普遍，而磁学量的 CGS 静电制从未使用，所以现在所说的 CGS 单位制通常是指 CGS 高斯制。由于 CGS 高斯制的单位比较小，除了磁学之外，在其它领域并不实用，因此才发展了实用单位制、MKS(A)和 SI 单位制。

在 CGS 静电制中，所有量的单位都没有专门名称。同样，在 CGS 电磁制中，电学量的单位也没有专门名称，例如电荷，分别称为 1 cgs esu 的电荷和 1 cgs emu 的电荷（1 emu ＝3×10^{10} esu）。对于磁学量，CGS 电磁制和 CGS 高斯制给出了专门名称，例如，磁场强度单位：奥斯特（符号为：Oe），而不是 1 cgs emu 的磁场；磁感应强度单位：高斯（符号为：Gs）；磁通量单位：麦克斯韦（符号为：Mx）；磁通势单位：吉伯（符号为：Gb）。

根据以上所述，尽管电磁学的 CGS 单位制与 SI 单位制都是以米制为基础，都以长度、质量和时间等力学量为基本量，但是两种单位制不仅所选择的基本单位不同，而且用于定义物理量的方程式系数的选择也截然不同，因此，CGS 单位制是非有理单位制，而 SI 单位制是有理单位制。此外，电流在 CGS 单位制中是导出量，而在 SI 单位制中是基本量；况且由于历史原因，两种单位制对同一磁学量的单位给予了完全不同的专门名称，使得单位换算变得更加烦杂，远不是仅仅相差 10 的倍数这么简单的问题。

三、磁学量的法定计量单位

磁学量的法定计量单位即磁学量的 SI 单位。在 SI 单位制中，各种磁学量均为导出量，磁学量的单位是导出单位，原则上都可以用国际单位制的 7 个基本单位导出并表示。有 3 个磁学量的单位具有专门名称，分别为磁通量、磁通量密度（或者磁感应强度、磁极化强度）和自感（或者互感）。其它磁学量的单位可以非常简洁地由国际单位制的基本单位和具有专门名称的导出单位表示。

为了方便读者查阅各个磁学量的量纲，在表 2 中列出了主要磁学量的法定计量单位及其符号，并在最后一列给出了用国际单位制的基本单位表示的磁学量的单位符号。

表 2　磁学量的法定计量单位（*括号内给出的是相应量的定义式）

序号	量的名称	单位名称	单位符号	用基本单位表示
1	磁通量	韦伯	Wb $(V\cdot s)^*$	$m^2\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-1}$
2	磁通势、磁动势 磁位差、磁势差	安培	A	A
3	磁通量密度 磁感应强度 磁极化强度	特斯拉	T $(Wb\cdot m^{-2})^*$	$kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-1}$
4	磁矢势	韦伯每米	$Wb\cdot m^{-1}$	$m\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-1}$
5	磁偶极矩	韦伯米	$Wb\cdot m$	$m^3\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-1}$
6	磁矩	安培平方米	$A\cdot m^2$	$m^2\cdot A$
7	比磁化强度	安培平方米每千克	$A\cdot m^2\cdot kg^{-1}$	$m^2\cdot kg^{-1}\cdot A$
8	磁化强度	安培每米	$A\cdot m^{-1}$	$m^{-1}\cdot A$
9	磁场强度 矫顽力	安培每米	$A\cdot m^{-1}$	$m^{-1}\cdot A$
10	磁能积	特斯拉安培每米	$T\cdot A\cdot m^{-1}$	$m^{-1}\cdot kg\cdot s^{-2}$
11	磁能量密度	焦耳每立方米	$J\cdot m^{-3}$	$m^{-1}\cdot kg\cdot s^{-2}$
12	磁晶各向异性常数	焦耳每立方米	$J\cdot m^{-3}$	$m^{-1}\cdot kg\cdot s^{-2}$
13	磁转矩	牛顿米	$N\cdot m$	$m^2\cdot kg\cdot s^{-2}$
14	自感 互感	亨利	H $(\Omega\cdot s)^*$ $(Wb\cdot A^{-1})^*$	$m^2\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-2}$
15	磁阻	每亨利	H^{-1}	$m^{-2}\cdot kg^{-1}\cdot s^2\cdot A^2$
16	磁导	亨利	H	$m^2\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-2}$
17	旋磁比	每秒特斯拉	$s^{-1}\cdot T^{-1}$	$kg^{-1}\cdot s\cdot A$
18	真空磁导率	亨利每米	$H\cdot m^{-1}$	$m\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-2}$
19	相对磁导率	—	—	—
20	磁化率	—	—	—
21	退磁因子	—	—	—
22	磁致伸缩常数	—	—	—

关于表 2，有两点说明，第一，虽然磁通量、磁通量密度和自（互）感的单位具有专

门名称，在具体使用时，如果有必要也可以采用表 2 中括号内的定义式；第二，其它磁学量的单位都是根据其定义给出的，不同书籍可能给出不同的表达式，即使在标准中给出建议的表达式，也可以针对具体的问题灵活使用。为了以后讨论单位制换算时节省篇幅，这里先举几个例子，进行较为详细的讨论。

（1）**磁能积** 按照定义为磁感应强度 B 与磁场强度 H 的乘积（BH），那么磁能积的单位为特斯拉安培每米（符号为：$T{\cdot}A{\cdot}m^{-1}$），与能量密度的单位焦耳每立方米（符号为：$J{\cdot}m^{-3}$）具有相同的量纲 $L^{-1}MT^{-2}$，所以使用更为简洁的 $J{\cdot}m^{-3}$ 作为磁能积的单位符号比较方便。

（2）**磁矩** 在国家标准中，其单位为安培平方米（符号为：$A{\cdot}m^2$），与焦耳每特斯拉（符号为：$J{\cdot}T^{-1}$）具有相同的量纲 L^2I。当进行磁转矩测量时，样品的磁矩单位采用焦耳每特斯拉则更方便，而且比较容易估算磁转矩信号的大小。

（3）**旋磁比 γ** 由 $\omega=\gamma B$ 定义，频率 ω 的单位为赫兹（符号为：Hz），磁感应强度 B（$=\mu_0{\cdot}H$）的单位为特斯拉（符号为：T），所以旋磁比 γ_B 的单位为赫兹每特斯拉或者每秒特斯拉（符号为：$Hz{\cdot}T^{-1}$ 或者 $s^{-1}{\cdot}T^{-1}$），这是很多磁学著作中采用的单位。当然，也可以采用磁场强度 H 的单位安培每米（符号为：$A{\cdot}m^{-1}$）来表示旋磁比，此时旋磁比 γ_H 的单位为米每安培秒（符号为： $m{\cdot}A^{-1}{\cdot}s^{-1}$），两者相差一个系数：$\gamma_H=\mu_0{\cdot}\gamma_B$，$\mu_0$ 为真空磁导率（$=4\pi\times10^{-7}$，单位：亨利每米，符号：$H{\cdot}m^{-1}$），在查阅和使用旋磁比参数时必须注意。

（4）**磁通势** 是相应电学中的电动势定义的，根据安培环路定理，磁通势的单位为安培匝数，在国际单位制中匝数是无量纲量，所以磁通势的单位为安培。建议以后不要再使用安（培）匝（数）（曾用符号：A·T）作为磁通势的单位。

（5）**磁阻** 形式上定义为磁通势与相应磁通量的比值，人们习惯采用定义式，即安培每韦伯（符号为：$A{\cdot}Wb^{-1}$）作为磁阻的单位。在国际单位制中，安培每韦伯即为每亨利，所以采用更为简洁的每亨利（符号为：H^{-1}）作为磁阻的（法定计量）单位。此外，不要把磁致电阻错误地简称为磁阻，两者具有完全不同的涵义。

（6）**磁化率 χ 与磁导率 μ** 根据定义，磁化率为磁化强度与磁场强度的比值，因此没有绝对与相对之分，而磁导率为磁感应强度与磁场强度的比值，所以有相对与绝对之分。在国际单位制中，由于磁化强度与磁场强度的单位均为安培每米（符号为：$A{\cdot}m^{-1}$），所以磁化率为无量纲量；而磁感应强度的单位为特斯拉（符号为：T），所以磁导率的单位形式上为特斯拉米每安培，即亨利每米（符号为：$H{\cdot}m^{-1}$）。当采用亨利每米为磁导率单位时，就是所谓的绝对磁导率 $\mu_{绝对}$；如果用真空磁导率 μ_0 对磁导率进行约化：$\mu_{绝对}=\mu_0{\cdot}\mu_{相对}$，就得到所谓的相对磁导率 $\mu_{相对}$，是无量纲量。通过 $\mu_{相对}=1+\chi$ 这一关系式，磁化率与磁导率相关，但是没有必要将磁化率称为相对磁化率。一般来说，在工程中通常使用相对磁导率。

此外，在一些磁学著作中使用了相对磁化率这一术语，是因为采用了与上述不同的磁化率定义。如《铁磁性物理》（[日]近角聪信 著，葛世慧 译，张寿恭 校，兰州大学出版社，2002 年）一书中通过磁极化强度与磁场强度的关系来定义磁化率，由于磁极化强度与磁感应强度具有相同的单位特斯拉，所以，此时的磁化率同样具有磁导率的单位亨利每米，

仿照磁导率的处理方法，相应地，当然也可以区分为相对磁化率和绝对磁化率，相对磁化率也是无量纲量。而在《计量测试技术手册·第 7 卷〈电磁学〉》中，将相对磁化率定义为磁化率与真空磁导率的比，那么相对磁化率就不是无量纲量。可见，引入相对磁化率这一术语不但没有异常显著的物理意义，而且很容易引起混乱。

关于**退磁因子**详见本书的《附录 2－退磁效应》部分。退磁因子在不同单位制之间的换算问题在下面讨论。

四、磁学量的单位换算

这一部分的内容主要是关于 SI 单位制与 CGS 高斯制之间的单位换算。仅限于在必要的情况下使用。磁学量的单位换算之复杂，以与高斯（Gs）相关的单位为最。

关于各种磁学量的常用的单位换算关系，在很多书中都可以很容易查到，在此不作重复。还有一些与磁矩单位换算相关的问题在实际工作中经常会遇到，可能在一些文献资料中有所涉及，但在常用的书中很难查到，为了方便读者使用，这里汇集一些这方面的例子。为了全文的格式统一，下文中的单位符号均采用幂指数的形式。

4.1 磁场强度的单位换算

为了讨论与磁矩相关的单位换算问题，先说明磁场强度在 SI 单位制与 CGS 单位制之间的换算关系。磁场强度由电流磁场的毕奥－萨伐尔定律或者安培定律定义，在 SI 单位制中，磁场强度的单位没有专门名称，符号为：$A{\cdot}m^{-1}$；在 CGS 单位制中，磁场强度的单位具有专门名称奥斯特，符号为：Oe。由于单位制的原因，两者的换算关系中含有 4π因子，为：$1\ A{\cdot}m^{-1}=4\pi\times10^{-3}$ Oe，通常采用 $1\ kA{\cdot}m^{-1}=4\pi$ Oe 的形式，可见磁场强度的 SI 一贯单位比 CGS 一贯单位小。

4.2 与磁矩相关的单位换算

根据定义，磁矩为描述磁场源所特有的磁特性的量，一般，但不仅，用于平面电流回路：等于电流与回路面积的乘积，是一个矢量。许多基本粒子都具有磁矩。

在 CGS 单位制中，电流的单位没有专门名称，在 CGS 静电制中称为 1 cgs esu 的电流，量纲为 $L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$；在 CGS 电磁制（高斯制）中称为 1 cgs emu 的电流，量纲为 $L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$（Wilhelm Eduard Weber，1846 年）。在 SI 单位制中，电流为基本量，电流的单位为安培（A），量纲为 I，如果用力学单位表示其量纲则与 CGS 高斯制的相同。根据电流及其单位的定义，则有：$1\ A=3\times10^{9}$ cgs esu 的电流；或者 $1\ A=10^{-1}$ cgs emu 的电流。在此仅考虑常用的 CGS 高斯制。

同样，磁矩在 CGS 单位制中也没有专门名称，在 CGS 高斯制中称为 1 cgs emu 的磁矩，在不致引起歧义的情况下，象通常所使用的那样，将 CGS 高斯制中的磁矩单位简称为 emu，形式上为：1 cgs emu 的磁矩＝1 cgs emu 的电流$\cdot cm^{2}$。在 SI 单位制中，磁矩的单位为 $A{\cdot}m^{2}$。因此，磁矩单位在 SI 高斯制和 CGS 单位制之间的换算关系为：

$$
\begin{aligned}
1\ \mathrm{A\cdot m^2} &= （10^{-1}\ \text{cgs emu 的电流}）\cdot \mathrm{m^2} \\
&= （10^{-1}\ \text{cgs emu 的电流}）\cdot （10^4\ \mathrm{cm^2}） \\
&= 10^3\ \text{cgs emu 的磁矩} \\
&= 10^3\ \text{emu。}
\end{aligned}
$$

可见，磁矩的 SI 单位比 CGS 单位大，实事求是地说，在实际工作中 $\mathrm{A\cdot m^2}$ 并不比 emu 更实用，因此一些（尤其是美国生产的）磁矩测量仪器仍然在使用 emu 作为磁矩的单位；同时，也说明任何一种一贯单位制都有其优越的方面。

下面介绍一些从测量所得的以 emu 为单位的磁矩值出发所导出的磁学量的单位。由定义可知，磁矩是广延量，为了比较各种物质的磁矩大小，必须使用强度量。这些强度量可以是单位质量的磁矩、单位体积的磁矩、每摩尔磁矩或者每分子磁矩，等等。

4.2.1 单位质量的磁矩

根据定义，单位质量的磁矩称为**比磁化强度**。比磁化强度的单位没有专门名称，在 SI 单位制中符号为 $\mathrm{A\cdot m^2\cdot kg^{-1}}$，在 CGS 单位制中符号为 $1\ \mathrm{emu\cdot g^{-1}}$。所以，比磁化强度的单位换算非常简单，为：

$$1\ \mathrm{A\cdot m^2\cdot kg^{-1}} = 1\ \mathrm{emu\cdot g^{-1}}$$

与常见的格式 $1\ \mathrm{A\cdot m^2/kg}=1\ \mathrm{emu/g}$ 是等价的。在一般测量中，尤其是样品具有不规则形状的时候，容易测量样品的质量，所以使用比磁化强度比较方便。

4.2.2 与单位体积的磁矩值相关的量

有时，我们需要使用单位体积的磁矩值来表征样品的磁矩信号，如对于薄膜样品，测量样品的质量比测量样品的体积更困难一些；此外，当计算材料的磁化率、磁导率以及磁能积时也要用到单位体积的磁矩值。与单位体积的磁矩值相关的量包括磁化强度、磁极化强度、磁感应强度、磁能积、磁化率和磁导率，等等。

4.2.2.1 磁化强度

按照定义，单位体积的磁矩称为磁化强度。在 SI 单位制中，磁化强度的单位没有专门名称，符号为 $\mathrm{A\cdot m^{-1}}$。而在 CGS 单位制中，磁化强度的单位具有专门名称高斯，符号为：Gs，即 $1\ \mathrm{Gs}=1\ \mathrm{emu\cdot cm^{-3}}$。必须注意的是，在有些资料中甚至将磁化强度的 CGS 单位 Gs 用 $\mathrm{cm^{-3}}$ 代替，应理解为 $\mathrm{emu\cdot cm^{-3}}$ 的缩写。磁化强度在 SI 单位制与 CGS 单位制之间的单位换算关系，根据定义可得：

$$
\begin{aligned}
1\ \mathrm{A\cdot m^{-1}} &= 10^3\ \mathrm{emu\cdot m^{-3}} \\
&= 10^{-3}\ \mathrm{emu\cdot cm^{-3}} \\
&= 10^{-3}\ {}^{M}\mathrm{Gs}
\end{aligned}
$$

为了讨论方便，在上式中使用符号 ${}^{M}\mathrm{Gs}$ 表示磁化强度的 CGS 单位 Gs。在实际工作中，容易引起混乱的也正是 CGS 单位名称高斯（Gs）。例如，在 CGS 单位制中，**磁化强度**、

磁感应强度和**磁极化强度**的单位都使用相同的专门名称高斯（Gs），而在 SI 单位制中，**磁感应强度**和**磁极化强度**的单位也使用相同的专门名称特斯拉（T），但是进行单位换算时又各自遵循不同的换算关系。原因是这三个量从三个不同方面表征了磁场源的特性，所以尽管使用了相同的单位名称，但是定义不同（见表 3）。

表 3　磁化强度、磁感应强度与磁极化强度的单位换算关系的推导

	定义式	SI 单位	CGS 单位
磁化强度	$M=\frac{\sum m}{V}$	$1\ \frac{\text{A}}{\text{m}}=\frac{1\ \text{A}\cdot\text{m}^2}{1\ \text{m}^3}$ $=\frac{10^3\ \text{emu}}{10^6\cdot\text{cm}^3}$ $=10^{-3}\ {}^{M}\text{Gs}$	$1\ {}^{M}\text{Gs}=\frac{1\ \text{emu}}{1\ \text{cm}^3}$ emu 为磁矩单位
磁感应强度	$B=\frac{F}{q\cdot v}$	$1\ {}^{B}\text{T}=\frac{\text{N}}{\text{C}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$ $=\frac{10^5\cdot\text{dyn}}{10^{-1}\cdot\text{emu}\cdot10^2\cdot\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}}$ $=\frac{10^4\cdot\text{dyn}}{\text{emu}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}}$ $=10^4\ {}^{B}\text{Gs}$	$1\ {}^{B}\text{Gs}=\frac{1\ \text{dyn}}{1\ \text{emu}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}}$ emu 为电荷单位
磁极化强度	$J=\frac{\sum j_m}{V}=\mu_0 M$	$1\ {}^{J}\text{T}=\frac{\mu_0\cdot\text{A}\cdot\text{m}^{-1}}{4\pi\times10^{-7}}$ $=\frac{1\times10^{-3}\ {}^{J}\text{Gs}}{4\pi\times10^{-7}}$ $=\frac{10^4}{4\pi}\ {}^{J}\text{Gs}$	$1\ {}^{J}\text{Gs}=\frac{\mu_0\times1\ \text{emu}}{1\ \text{cm}^3}$ $=\frac{1\ \text{emu}}{1\ \text{cm}^3}$ $=1\ {}^{M}\text{Gs}$ emu 为磁矩单位

注：各单位的表达式保留了定义式的形式，未经整理；三个量的单位符号 Gs 由左上角的字母来区别。

4.2.2.2 磁感应强度

磁感应强度的定义为单位电荷（或者载流导体）以单位速度在垂直于磁场方向运动时所受到的力。磁感应强度也称为**磁通量密度**，定义为垂直穿过单位面积的磁通量。根据一贯制的单位要求，在 SI 单位制中，力的单位为 N，电荷单位为 C，磁感应强度的单位应为：

$$1\ {}^{B}\text{T} = 1\ \text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{C}^{-1}\cdot\text{m}^{-1},$$

在 CGS 单位制中，力的单位为 dyn，电荷单位为 emu，磁感应强度的单位应为：

$$1\ {}^{B}\text{Gs} = 1\ \text{dyn}\cdot\text{s}\cdot\text{emu}^{-1}\cdot\text{cm}^{-1}。$$

两者的换算关系为：$1\ {}^{B}\text{T}=10^4\ {}^{B}\text{Gs}$，具体的推导过程见表 3。

4.2.2.3 磁极化强度

磁极化强度的定义为单位体积的磁偶极矩（＝真空磁导率与磁矩的乘积），形式上，1 cgs emu 的磁偶极矩＝$4\pi\times10^{-10}$ Wb·m＝$\mu_0\times10^{-3}$ A·m^2。根据一贯制的单位要求，在 SI 单位制中，μ_0＝$4\pi\times10^{-7}$ H·m^{-1}，磁极化强度的单位应为：

$$4\pi\times10^{-7}\ {}^{J}\mathrm{T}\ =\ \mu_0\cdot\mathrm{A\cdot m^{-1}},$$

在 CGS 单位制中，μ_0＝1，磁矩单位为 emu，磁极化强度的单位应为：

$$\begin{aligned} 1\ {}^{J}\mathrm{Gs}\ &=\ 1\times1\ \mathrm{emu\cdot cm^{-3}} \\ &=\ 1\ {}^{M}\mathrm{Gs} \end{aligned}$$

两者的换算关系为：1 ^{J}T＝$10^4/4\pi$ ^{J}Gs，在表 3 中可见具体的推导过程。

4.2.2.4 关于 Gs 的讨论

在 SI 单位制中，磁感应强度 B 和磁极化强度 J 的一贯单位都是特斯拉（T），即 1 ^{B}T＝1 ^{J}T；与磁场强度 H 和磁化强度 M 的一贯单位 A·m^{-1} 的对应关系也非常简单，相同名称的单位之间具有相同的对应关系，比较简洁。

但是，在 CGS 单位制中，磁极化强度 J 的单位 Gs 的使用则是比较复杂甚至是混乱的，从表 3 可见一斑，说明**现行**的 CGS 单位制并不是非常完善。表面上，这是由于磁极化强度的定义引起的，通过下面的讨论可知，**本质上则是由于磁化强度 *M* 的定义不合理而引起的**。为了说明这个问题，在表 4 中给出 J 的定义及其与 M、H 和 B 的关系在 SI 单位制和**现行**的 CGS 单位制中的表达式，可以很清楚地看到问题的根源。在表 4 中同时给出改进 CGS 单位制的一个可行例子。

表 4　在 SI 单位制与 CGS 单位制中磁极化强度 J 的定义式

	SI 单位制	CGS 单位制
J 的定义式	$J=\dfrac{\sum j_m}{V}=\mu_0 M$	$J=\dfrac{\sum j_m}{V}=\mu_0 M=M$
J、H、B 的关系式	$B=\mu_0 H+\mu_0 M$ $=\mu_0 H+J$ $J=\mu_0 M$	$B=H+4\pi M$ $=H+J$ $J=4\pi M$
比例系数	$\mu_0=\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H·m^{-1}	$\mu_0=1\neq4\pi$
改进的例子	$M'=M$ $J=\mu_0 M$ $B=\mu_0 H+\mu_0 M$ $=\mu_0 H+J$	$M'=4\pi M$ $J=\mu_0 M'=M'$ $B=H+M'$ $=H+J$

如果采用表 4 中的例子，只需将现行的 CGS 单位制的 $4\pi M$ 重新定义为磁化强度 M'，那么在 SI 单位制和 CGS 单位制中，M'、H、J 和 B 的关系式将使用统一的形式：$B=\mu_0 H+\mu_0 M'$ 和 $J=\mu_0 M'$，只是比例系数 μ_0 不同，在 SI 单位制中为 $4\pi\times10^{-7}$ $H\cdot m^{-1}$，在 CGS 单位制中则为 1。这样定义磁化强度 M' 不仅对麦克斯韦方程式的形式没有影响，而且使 J 的定义得以统一，从而所有与高斯（Gs）相关的量的单位及其换算关系也得到统一。例如，首先在 CGS 单位制中，M'、J 和 B 的单位将完全相同，可以统一使用 Gs，而且在数值上与磁场强度 H 的单位 Oe 相等；其次，在与 SI 单位进行换算时，不仅 J 和 B 的单位具有相同的换算关系：$1\ T=10^4\ Gs$，而且 M' 和 H 也有相同的单位换算系数：$1\ A\cdot m^{-1}=4\pi\times10^{-3}\ Gs=4\pi\times10^{-3}\ Oe$，而不是表 3 或者其它书中给出的复杂关系。此外，也简化了退磁因子和磁化率的单位换算关系。

实际上，在具体的工作中，人们已经有意或者无意地使用了上述例子中的单位关系，只是由于现行单位制的要求，不得不使用表 3 中的换算关系。只要使用现行的 CGS 单位制，这种现象就会一直存在。当然，我们也不能将磁极化强度从单位制中删除，因为磁极化强度是表征磁矩（或者磁化强度）对磁感应强度的贡献的本征量，如果删除这个量，在物理上和实际工作中都是不恰当的。

为此，在以下的内容中以及本书的其它部分中，磁（极）化强度这一术语将采用“磁（极）化强度 $4\pi M$”和“磁（极）化强度 M”这两种方式表示，而且“磁（极）化强度 $4\pi M$”的单位将不加区分地与磁感应强度 B 的单位采用相同的名称高斯（Gs），在数值上与 Oe 相等；而“磁（极）化强度 M”的单位高斯将使用符号 ^{M}Gs 表示，两者的关系为：1 ^{M}Gs $=4\pi$ Gs $=4\pi$ Oe。这样，表 3 中的单位换算关系仍然适用。

4.2.2.5 退磁因子

退磁因子 N 一般为张量，由方程式 $\overline{H}=-\overleftrightarrow{N}\overline{M}$ 定义。只考虑其单位，则形式上可以使用 $N=-H/M$。在 SI 单位制中，由于 H 和 M 的单位均为 $A\cdot m^{-1}$，显然，N 的单位为 1，是无量纲量，最大为 1，最小为 0；而在 CGS 单位制中，由于所使用的磁化强度存在上面已经讨论过的问题，所以相应的退磁因子数值也不同。如果使用定义“磁化强度 M”，那么退磁因子将具有形式上的单位：Oe/^{M}Gs，而且 Oe 和 ^{M}Gs 在数值上并不相等，所以 N 最大为 4π，最小为 0，以后将此退磁因子用 N' 表示；如果使用“磁化强度 $4\pi M$”，那么 N 的单位形式上将为：Oe/Gs，而且由于 Oe 和 Gs 在数值上是相等的，所以 N 最大为 1，最小为 0，与 SI 单位制中的相同，以后都使用 N 来表示。很显然，这两个退磁因子的换算关系应该是：$N'=4\pi N$。可见表 4 中的例子所给出的重新定义磁化强度的建议是比较合理的，同时简化了退磁因子的换算关系，本书中将使用 N 这一符号。

必须说明，退磁因子本应该是无量纲量。在 SI 单位制中 N 确实是无量纲量。但是在 CGS 单位制中，只有使用“磁化强度 $4\pi M$”时，虽然 Oe 和 Gs 的名称不同，但是量纲相同，所以 N 的单位也是 1，是无量纲量；而使用“磁化强度 M”时，不仅 Oe 和 ^{M}Gs 的名

称不同，数值上不同，而且量纲也不同，此时 N'的量纲为 4π，由于在单位制中并没有给 4π规定量纲，所以也认为 N'为无量纲量，严格来说并不是无量纲量。

4.2.2.6 磁能积

在 SI 单位制中，磁能积的一贯单位为 $1\ \mathrm{T\cdot A\cdot m^{-1}} = 1\ \mathrm{J\cdot m^{-3}}$，比较实用的单位为 $\mathrm{kJ\cdot m^{-3}}$ 或者 $\mathrm{MJ\cdot m^{-3}}$；在 CGS 单位制中，磁能积的一贯单位为 Gs·Oe（通常写为 GOe），比较实用的单位为 MGOe。换算关系可以简单推导如下：

$$\begin{aligned} 1\ \mathrm{J\cdot m^{-3}} &= 1\ \mathrm{T\cdot A\cdot m^{-1}} \\ &= (10^4\ \mathrm{Gs})\cdot(4\pi\times10^{-3}\ \mathrm{Oe}) \\ &= 40\pi\ \mathrm{GOe} \end{aligned}$$

其实，如果仅仅是进行磁能积的单位换算，还是比较简单的。由于很多磁强计都是在开启磁路的条件下进行测量，因此实际测量中得到的原始数据往往不是磁感应强度的数据，而是磁矩的数据。在由开启磁路测量的磁矩－磁场强度曲线计算磁能积以及磁化率和磁导率时，不仅需要将磁矩值换算为磁化强度值或者磁感应强度值，而且必须对磁场强度进行退磁效应修正。这里主要讨论如何从测量所得的磁矩值出发来计算磁能积的数值。

理论上，如果样品的有效退磁因子 N 已知，可以从开启磁路测量的磁矩－磁场关系曲线计算样品的磁能积。

如果测量所使用的仪器设备给出的磁矩值 m 的原始数据是以 emu 为单位，一般来说，磁场强度 H 的单位也将是 Oe。考虑到测量所使用的样品也比较小，体积 V 和质量 Q 以及质量密度ρ的单位分别采用 $\mathrm{cm^3}$、g 和 $\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$ 比较实用。那么，H、m、V、Q 和ρ均使用 CGS 单位来表示比较简洁，例如分别采用 Oe、emu、$\mathrm{cm^3}$、g 和 $\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$，并利用定义 $M=m/V=m\rho/Q$，则单位为 $\mathrm{J\cdot m^{-3}}$ 的 $^{\mathrm{SI}}(BH)$和单位为 GOe 的 $^{\mathrm{CGS}}(BH)$的数值可由下面的公式计算：

$$^{\mathrm{CGS}}(BH) = (H - N\cdot 4\pi M)\cdot\left[H + (1-N)4\pi M\right]$$

$$^{\mathrm{SI}}(BH) = \frac{1}{40\pi}\cdot(H - N\cdot 4\pi M)\cdot\left[H + (1-N)4\pi M\right]$$

式中，退磁因子 N 采用 4.2.2.5 中的定义，其值为 0～1。

如果测量所使用的仪器设备采用 SI 单位制，磁能积的计算将更加简单。H、m、V、Q 和ρ的单位分别为 $\mathrm{A\cdot m^{-1}}$、$\mathrm{A\cdot m^2}$、$\mathrm{m^3}$、kg 和 $\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$，则磁能积 $^{\mathrm{SI}}(BH)$的数值为：

$$^{\mathrm{SI}}(BH) = 4\pi\times10^{-7}\cdot(H - N\cdot 4\pi M)\cdot\left[H + (1-N)4\pi M\right]$$

4.2.3 与单位数目有关的磁矩值

通常情况下，使用每单位质量和每单位体积的磁矩值就可以表征某种物质所具有的磁场源的特性；但在某些特定的情况下，还需要用每单位数目的磁矩值来比较不同物质的磁场源的特性，如单个粒子的磁矩、每摩尔磁矩、每分子磁矩，等等。

4.2.3.1 单个粒子的磁矩

许多基本粒子都具有磁矩。最初以带有负电荷的电子作圆周运动为例定义了现在用来作为原子磁矩的单位的玻尔磁子μ_B，相应地以带有正电荷的质子为例定义了原子核磁矩的单位核磁子μ_N。后来发现磁矩与电荷并不直接相关，例如电中性的中子也具有磁矩，电子还具有自旋磁矩，并且自旋磁矩在空间只有的两个可能的量子化方向的分量恰好等于一个（实际上是约等于 1.001）玻尔磁子μ_B。所以质量与电子相近的基本粒子，如轻子族中的电子、正电子、μ介质以及中微子等的磁矩一般都以玻尔磁子μ_B 为单位来表示；而质量与质子相近的基本粒子，如强子族中的质子、中子以及夸克等的磁矩则一般以核磁子μ_N 为单位来表示。但是这只是习惯的问题，并没有严格的规定；而且，在很多物理学常数表中，都同时分别给出某一基本粒子的磁矩相对于玻尔磁子μ_B 和核磁子μ_N 的数据。

当然关于基本粒子的磁性研究以及有关磁单极的理论和实验方面的探索，仍然是非常活跃的研究课题。

玻尔磁子μ_B 作为基本常数，可以很容易查到。只是在 SI 单位制中，需要注意μ_B 是指磁矩 $\dfrac{e\hbar}{2m_e}$ 还是指磁偶极矩 $\dfrac{\mu_0 e\hbar}{2m_e}$，因为两个常数的数值不同。

1 μ_B（SI 磁矩）＝（$9.274\,009\,49 \pm 0.000\,000\,80$）$\times 10^{-24}$ A·m^2，

1 μ_B（SI 磁偶极矩）＝（$1.165\,406\,40 \pm 0.000\,000\,10$）$\times 10^{-29}$ Wb·m。

1 μ_B（CGS 磁矩、磁偶极矩）＝（$9.274\,009\,49 \pm 0.000\,000\,80$）$\times 10^{-21}$ emu。

同样，核磁子μ_N 也是如此，

1 μ_N（SI 磁矩）＝（$5.050\,783\,43 \pm 0.000\,000\,43$）$\times 10^{-27}$ A·m^2，

1 μ_N（SI 磁偶极矩）＝（$6.347\,001\,65 \pm 0.000\,001\,54$）$\times 10^{-33}$ Wb·m；

1 μ_N（CGS 磁矩、磁偶极矩）＝（$5.050\,783\,43 \pm 0.000\,000\,43$）$\times 10^{-24}$ emu。

以上数据采用 CODATA 的 2002 年推荐值，与目前的国家标准以及较早的一些书中的数值略有差别。

顺便提及一点，虽然玻尔磁子μ_B 使用了电子的电荷和质量，但是并不意味着电子自旋磁矩的分量μ_e 严格等于μ_B，因为电子自旋磁矩的分量$\mu_e = g_e m_J \mu_B$，$m_J = 1/2$，为磁量子数，g_e 称为朗德因子（Alfred Landé，1923 年），理论上等于 2，实验测量值为$-2.002\,319\,304\,371\,8 \pm 0.000\,000\,000\,007\,5$，即

$\mu_e/\mu_B = -1.001\,159\,652\,185\,9 \pm 0.000\,000\,000\,003\,8$。

同样质子磁矩μ_p 和中子磁矩μ_n 也不等于核磁子μ_N，分别为：

$\mu_p/\mu_N = 2.792\,847\,351 \pm 0.000\,000\,028$；

$\mu_n/\mu_N = -$（$1.913\,042\,73 \pm 0.000\,000\,45$）。

在有些领域使用玻尔磁子μ_B 和核磁子μ_N 时可能会采用不同的单位，为此在表 5 中给出一些常用的数据。这些数据同样取自 2002 CODATA 推荐的数值。

各种物理化学常数的最新推荐数值可以在相关的网页中查到，例如美国国家标准局（NIST）的网站：http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html、或者 CODATA 的网站：

http://www.codata.org/，等等。

表 5　玻尔磁子 μ_B 和核磁子 μ_N 的常用数据

单 位	数　　值	
	μ_B	μ_N
$A\cdot m^2$ 或 $J\cdot T^{-1}$	$(9.274\ 009\ 49 \pm 0.000\ 000\ 80) \times 10^{-24}$	$(5.050\ 783\ 43 \pm 0.000\ 000\ 43) \times 10^{-27}$
$eV\cdot T^{-1}$	$(5.788\ 381\ 804 \pm 0.000\ 000\ 039) \times 10^{-5}$	$(3.152\ 451\ 259 \pm 0.000\ 000\ 021) \times 10^{-8}$
$Hz\cdot T^{-1}$	$(1.399\ 624\ 58 \pm 0.000\ 000\ 12) \times 10^{10}$	$(7.622\ 593\ 71 \pm 0.000\ 00065) \times 10^{6}$
$m^{-1}\cdot T^{-1}$	$46.686\ 450\ 7 \pm 0.000\ 004\ 0$	$(2.542\ 623\ 58 \pm 0.000\ 000\ 22) \times 10^{-2}$
$K\cdot T^{-1}$	$0.671\ 713\ 1 \pm 0.000\ 001\ 2$	$(3.658\ 263\ 7 \pm 0.000\ 006\ 4) \times 10^{-4}$

4.2.3.2 每摩尔磁矩

用测量所得的样品磁矩值除以相应的摩尔数值就是样品的每摩尔磁矩。在 SI 单位制和 CGS 单位制中，每摩尔磁矩的单位均没有专门名称，单位符号分别为 $A\cdot m^2\cdot mol^{-1}$ 和 $emu\cdot mol^{-1}$。很显然 $1\ A\cdot m^2\cdot mol^{-1} = 10^3\ emu\cdot mol^{-1}$。

4.2.3.3 每分子磁矩

计算每分子磁矩（以 $\mu_{f.u.}$ 表示）可以判断该化学分子式中每个原子对磁矩的贡献，这里的分子也包括由单原子组成的分子。每分子磁矩一般由玻尔磁子 μ_B 表示。根据上面的讨论，由实验中测量的样品磁矩值 m 除以相同单位的玻尔磁子 μ_B 的数值，就可以得到以玻尔磁子 μ_B 为单位的样品整体的磁矩值。然后，只要计算出测量所用的样品中含有的分子数，即可得到该样品的每分子磁矩值。与样品中含有的分子数目相关的是样品的摩尔数，利用阿伏加德罗常数（Amedeo Avogadro，1811 年）$N_A = (6.022\ 141\ 5 \pm 0.000\ 001\ 0) \times 10^{23}\ mol^{-1}$（2002 CODATA 推荐值），可以计算出样品中所含有的分子数目。

一般可以用样品的质量 Q（单位为 g）除以每摩尔分子量 A（单位为 $g\cdot mol^{-1}$）得到样品的摩尔数。那么，如果测量所得的样品磁矩 m 以 emu 为单位，则以玻尔磁子 μ_B 为单位的每分子磁矩可由下式计算：

$$\mu_{f.u.} = \frac{m\cdot A}{\mu_B \cdot Q \cdot N_A}\cdot \mu_B = 1.790\ 529\ 6\times 10^{-4}\cdot \frac{m\cdot A}{Q}\cdot \mu_B$$

有效位数将根据其它量的有效数字位数由修约规则最终确定。每分子磁矩的单位为 μ_B，有时，习惯使用 μ_B/f.u.表示，不过并没有必要。

4.2.4 磁化率

与退磁因子 N 和磁导率μ一样，磁化率χ一般也是张量。只考虑其单位，则形式上可以使用$\chi = M/H$。在 SI 单位制中，由于 M 和 H 的单位均为 $A\cdot m^{-1}$，显然，χ的单位为 1，是无量纲量；从对称的角度考虑，磁化率在 SI 单位制和 CGS 单位制中都应该是无量纲量。但是，由于所使用的“磁化强度”概念的问题，导致两种单位制之间的单位换算具有比较复杂的关系，正如很多书中通常所给出的那样。

在 CGS 单位制中，磁化率的单位与退磁因子的情况相似。如果使用术语“磁化强度 M”，那么磁化率将具有形式上的单位：^{M}Gs/Oe，而且 Oe 和 ^{M}Gs 在数值上并不相等，以后将此磁化率用χ'表示；如果使用术语“磁化强度 $4\pi M$”，那么χ的单位形式上将为：Gs/Oe，而且由于 Oe 和 Gs 在数值上是相等的，所以磁化率的数值和单位与 SI 单位制中的完全相同，以后都使用χ来表示。这两个磁化率的关系是：$\chi = 4\pi\chi'$。χ的量纲为 1，是无量纲量，而χ'的量纲严格意义上应为 $1/4\pi$。参见 4.2.2.5 关于退磁因子的量纲的讨论。

当然，也可以使用**比磁化强度**与磁场强度的比值来定义磁化率，一般在科技文献中常见，这里以符号${}^{\sigma}\chi$表示。在 SI 单位制中，${}^{\sigma}\chi$的一贯单位为 $m^3\cdot kg^{-1}$，与质量密度的倒数具有相同的量纲，比较实用的单位为 $cm^3\cdot g^{-1}$；在 CGS 单位制中，${}^{\sigma}\chi$的一贯单位为 $emu\cdot g^{-1}\cdot Oe^{-1}$，与 SI 单位的换算关系为 $1\ emu\cdot g^{-1}\cdot Oe^{-1} = 4\pi\times10^{-3}\ m^3\cdot kg^{-1}$。必须说明，虽然单位符号 $cm^3\cdot g^{-1}$ 中的 cm 和 g 也是 CGS 单位制的基本单位，但是 $cm^3\cdot g^{-1}$ 仅仅是在 SI 单位制中${}^{\sigma}\chi$的一个比较实用的单位；不应该将 SI 单位的符号 $cm^3\cdot g^{-1}$ 与 CGS 单位的符号（如 g、emu、Oe、Gs 等）放在一起混用，如，$1\ emu = 4\pi\cdot(1\ cm^3\cdot g^{-1})\cdot(1\ g)\cdot(1\ Oe)$。如果是为了便于计算和数据处理，应该加以特别说明，如美国量子设计（Quantum Design）公司对其使用的钯（Pd）参考样品（PALLADIUM Reference Samples）所作的说明。

由于磁导率是磁感应强度与磁场强度的关系，不涉及磁化强度，所以在 SI 单位制与 CGS 单位制之间进行单位换算时关系非常简单，这里不进行特别讨论。

五、关于单位制的小结

通过以上讨论，可以看出 SI 单位制是一种非常完善的单位制。虽然对于磁学量来说，直接使用一贯单位（如磁矩的 $A\cdot m^2$、磁化强度与磁场强度的 $A\cdot m^{-1}$、磁能积的 $J\cdot m^{-3}$，等）并不是非常方便，但是，在实际工作中可以灵活运用 SI 词头，如使用 $mA\cdot m^2$、$kA\cdot m^{-1}$ 或者 $MA\cdot m^{-1}$、$kJ\cdot m^{-3}$ 或者 $MJ\cdot m^{-3}$，所以，应该使用 SI 单位制。

尽管对于磁学量来说，直接使用 CGS 单位制的一贯单位可能比较方便，但是，由于使用相同的单位名称高斯（Gs）作为磁化强度、磁极化强度和磁感应强度的单位，以及对磁极化强度的重复定义，导致与 SI 单位换算时必须使用不同的换算关系，而且即使在 CGS 单位制内部 Gs 的使用也比较混乱。因此，在实际工作中，首先不要使用 CGS 单位制；其次，在与采用 CGS 单位的数据进行比较时，必须注意相应量的定义，尤其是涉及单位体积磁矩值的量，如磁化强度、磁极化强度、磁化率和退磁因子等；最后建议采用表 4 中的例

子所给出的“磁化强度 $4\pi M$”，以简化目前常用的比较复杂的磁学量单位换算方法。

参考资料

关于电磁学及其单位的发展史：

《电磁学发展史（修订版）》，宋德生、李国栋 著，广西人民出版社，1996 年。

《计量测试技术手册 • 第 7 卷 〈电磁学〉》，《计量测试技术手册》编辑委员会，中国计量出版社，1996 年。

《理论物理第三册 • 电磁学》，吴大猷 著，科学出版社，1983 年。

《Electromagnetic Theory》，［美国］Julius Adams Stratton, 1941 年。中文版，何国瑜 译，宋丽川 校，北京航空学院出版社，1986 年。虽然此书使用了电荷单位库仑作为第 4 个基本单位，但是并不影响该书的经典地位，尤其是该书的体例别具一格，值得一读。

关于磁学量法定计量单位：

国家标准 GB 31××－93 系列，如《中华人民共和国国家标准 GB 3100～3102－93，量和单位》，中国计量出版社，1994 年。

关于物理学常数：

最新的数值请查阅 CODATA 推荐的数值。

CODATA：The Committee on Data for Science and Technology，中文译为“国际科技数据委员会”，是国际科学联合会 ICSU（The International Council for Science）于 1966 年组建的一个跨学科的科学委员会，负责保证整个科学技术领域所使用的重要常数的可靠性（to promote and encourage, on a world-wide basis, the compilation, evaluation and dissemination of reliable numerical data of importance to science and technology）。中国在 1984 年以中国科学院的名义正式加入 CODATA。CODATA 的网址为：http://www.codata.org/。