姓名：__________

学号：__________

院系：__________

_____ 级_____ 班

授课教师：_______

大 连 理 工 大 学

课 程 名 称：矩阵与数值分析　　试卷：统一　　考试形式：闭卷

授课院（系）：数学学院　　考试日期：2014 年 12 月 22 日　　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	44	8	20	8	8	8	4				100
得　分											

得分	

一、（44 分）选择和填空（每空 2 分）

1）设 x 为精确值，a 是其近似值，且 $\frac{|x-a|}{|a|}\le\frac{1}{2}\times10^{-4}$，则 $\left|\frac{\sqrt[5]{x}-\sqrt[5]{a}}{\sqrt[5]{a}}\right|\le$ ____________。

2) 下列函数为三次样条函数的是________。

(A) $\begin{cases}x^3+x^2 & -1\le x<0\\ x^3 & 0\le x\le1\end{cases}$；**(B)** $\begin{cases}x^3+x^2 & -1\le x<0\\ 2x^3+x^2 & 0\le x\le1\end{cases}$；**(C)** $\begin{cases}x^3+x^2 & -1\le x<0\\ 2x^3-x^2 & 0\le x\le1\end{cases}$

3) 已知方程 $f(x)=x^3-5x-3=0$ 在区间[-2,3]上有三个实根，其各个单根区间为：

________________________**求解此方程的 Newton 的迭代法为：**_________________________，

其收敛阶为：______；

4)已知 $A=\begin{pmatrix}1 & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$，**则其谱半径** $\rho(A)=$________；$\mathrm{cond}_\infty(A)=$_________________

5）$\{\phi_k(x)\}_{k=0}^{n}$ 为[-1,1]上权函数 $\rho(x)=|x|$ 的正交多项式族，

则 $\phi_2(x)=$__________________，$\int_{-1}^{1}|x|\cdot\phi_1(x)\cdot(2x^2-1)\mathrm{d}x=$________

6） 已知 $f(x)=\frac{1}{5-x}$，且 **x_i=0,1,2 则：**

一阶均差 $f[0,1]=$________________、二阶均差 $f[0,1,2]=$________________

$f(x)$以 0, 1, 2 为节点的二阶 Newton 插值多项式:

$p_2(x)=$____

7）已知 $\boldsymbol{s}=\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{s}\boldsymbol{s}^T=$__________，$\left(\dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{s}^T\boldsymbol{s}}\right)^k=$__________，$\sum\limits_{k=1}^{\infty}\boldsymbol{A}^k=$__________，

8) 已知多项式求值的秦九韶表达式为 $(((5x+4)x+3)x+2)x+1$，则原多项式的表达式为：

__________________________；

9） 设 $\boldsymbol{A}$ 为实对称矩阵，则存在 $\boldsymbol{n}$ 阶酉阵 $\boldsymbol{U}$ 及____________________，使得 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{URU}^{\boldsymbol{H}}$ 。

10） 矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3&4\\4&6\end{pmatrix}$ 的 $\boldsymbol{LL}^T$ 分解中 $\boldsymbol{L}$=_______________；$\boldsymbol{QR}$ 分解中 $\boldsymbol{Q}$=_______________；

11） 计算 $\int_0^1 x\cdot f(x)\mathrm{d}x$（其中 $\rho(x)=x$ 为权函数）的具有两个等距求积节点的数值求积公式为

__________________________________；

12) 设初值问题 $u'=\cos\sqrt{u(t)},\ u(0)=1$，则梯形公式为：______________________________；

其绝对稳定区间为________________。

得分	

二、（8 分） 根据如下离散数据，请用最小二乘法拟合出形如 $y=\dfrac{x}{ax+b}$ 的曲线。

x_i	1	1/2	1/3	1/4	1/5
y_i	1/2	1/4	5/32	1/8	5/43

得分	

三、（20 分）

①用 **Doolittle** 方法求解如下线性方程组$\begin{cases} x_1 + 4x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 10 \\ 3x_2 + 2x_3 = 11 \end{cases}$；

②利用①中所得到的 $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{LU}$ 分解求出 $\boldsymbol{A}^{-1}$；

③讨论用 **Gauss-Seidel** 法求解上述线性方程组的收敛性，并对给定的初始向量 $\boldsymbol{x} = (0, 0, 0)^T$，迭代法求出 $\boldsymbol{x}^{(3)}$；

得分	

四、（8）设求解初值问题 $u' = f(t, u), u(a) = u_0$ 的线性二步法 $u_{n+2} = u_n + 2hf(t_{n+1}, u_{n+1})$，

①讨论此格式的收敛性，给出局部截断误差主项；

②讨论此格式的绝对稳定性。

得	
分	

五、（8 分）求矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ 的满奇异值分解、计算 $\|\boldsymbol{A}\|_2$，$\|\boldsymbol{A}\|_F$。

得 分	

六、（8 分）已知 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$，求 $\boldsymbol{A}$ 的 **Jordan** 标准型及计算 $e^{t\boldsymbol{A}}$。

得	
分	

七、（4 分） 证明求解线性方程组的迭代法 $\boldsymbol{x}^{(k+1)}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}^{(k)}+\boldsymbol{f}$，当 $\rho\left(\boldsymbol{B}\right)=0$ 时，迭代法最多在有限步 ***k*=*n***（***n*** 为方程组的阶数）时得到方程组的精确解。