大 连 理 工 大 学

课 程 名 称：计 算 方 法　试　卷：B　考试类型　闭卷

授课院（系）：数 学 系　考试日期：2009 年 1 月 8 日　试卷共 2 页

	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
标准分	34	15	15	10	10	10	6	/	/	/	100
得　分											

一、　填空，每题 2 分，共 34 分

1）1）已知近似值 $a = 246.00$ 有 5 位有效数字，则 a 的绝对误差界为________，a 的相对误差界为____________；

2）于 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，用 $y=a+bx$ 做 $f(x)=\sin x$ 最佳平方逼近，则法方程组为：________；

3）设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}7 & 10\\ 5 & 7\end{pmatrix}$，$\|\boldsymbol{A}\|_1=$______，$\mathrm{cond}_1(\boldsymbol{A})=$_______；

4）为了减少运算次数，应将表达式. $\dfrac{x^4+16x^2+8x-1}{16x^5-17x^4+18x^3-14x^2-13x-1}$

改写为__________________________；

5）已知 $f(0)=1$，$f(1)=3$，$f(2)=5$ 则均差 $f[0,1,2]=$______，对应于 $x_0=0$ 插值基函数 $l_0(x)=$__________；

6）此数值求积公式 $\int_0^1 e^{-x^2}dx \approx \frac{1}{6}\left(1+\frac{4}{\sqrt[4]{e}}+e^{-1}\right)$ 的代数精度为：_________；

7）求解 $u'=-u+t-e^{-1}$ 的隐式 Euler 公式：__________________________；

8）用二分法求方程 $f(x)=2x^3-5x-1=0$ 在区间 $[1,3]$ 内的根，进行一步后根所在区间为__________。

9）$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix}$ 的 $\mathbf{LL}^T$ 分解为：______________；

10）$[0,1]$ 上以 $\rho(x)=\ln\frac{1}{x}$ 权函数的正交多项式 $\phi_0(x)=$_____，$\phi_1(x)=$______。

11）$x=0$ 是 $f(x)=1-x-e^x=0$ 的根，则具有平方收敛的迭代公式为：

________________________________。

装

订

线

12）将向量 $\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$ 变换为向量 $\boldsymbol{y}=\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}$ 的正交矩阵 $\boldsymbol{H}$ 为______________；

二、计算题

1．（**15 分**）如下求解初值问题 $u'=f(t,u)$，$u(t_0)=u_0$ 的线性二步法

$$u_{n+2}=u_n+\frac{h}{2}(f_{n+1}+3f_n)$$

①确定出它的阶 p 、局部截断误差主项和收敛性，求出其绝对稳定区间；

②给出上述方法求解方程：$u'=-40u$ ，$u(0)=1$ ，的步长 h 的取值范围。

2.（15 分）确定 x_0， A_0， x_1， A_1 使得求积公式

$$\int_{-1}^{1} x^2 f(x)dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1)$$

的代数精度 m 达到最高，试问 m 是多少？取 $f(x) = e^{-x^2}$，利用所求得的公式计算出数值解。

3.（**10 分**）求下列矩阵的一个奇异值分解

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

4、（**10 分**）已知线性方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

（1） 给出求解上述方程组的 **Gauss-Seidel** 法分量形式迭代公式；

（**2**） 确定 a 的值，得到 **Gauss-Seidel** 迭代法收敛的充要条件；

5．（**10 分**）已知$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & -1 & 1 & -1\\ -1 & 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$，求出 $\boldsymbol{A}$ 的 **Jardan** 标准型。

三、证明题（**6 分**）设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶方阵，若 $\rho(\lambda)<1$, 则在 $\mathbf{C}^{n\times n}$ 中存在一种矩阵范数 $\|\cdot\|$ ，使得 $\|\boldsymbol{A}\|<1$。