

矩阵与数值分析上机实习

1. 设 $S_N = \sum_{j=2}^N \frac{1}{j^2 - 1}$, 其精确值为 $\frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{N} - \frac{1}{N+1} \right)$.
 - (1) 编制按从大到小的顺序 $S_N = \frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{3^2 - 1} + \dots + \frac{1}{N^2 - 1}$, 计算 S_N 的通用程序
 - (2) 编制按从小到大的顺序 $S_N = \frac{1}{N^2 - 1} + \frac{1}{(N-1)^2 - 1} + \dots + \frac{1}{2^2 - 1}$, 计算 S_N 的通用程序
 - (3) 按两种顺序分别计算 $S_{10^2}, S_{10^4}, S_{10^6}$, 并指出有效位数 (编制程序时用单精度)
 - (4) 通过本上机题, 你明白了什么

2. 秦九韶算法。已知 n 次多项式 $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$, 用秦九韶算法编写通用的程序计算函数在 x_0 点的值, 并计算 $f(x) = 7x^3 + 3x^2 - 5x + 11$ 在 23 点的值.
(提示: 编写程序时, 输入系数向量和点 x_0 , 输出结果, 多项式的次数可以通过向量的长度来判断)

3. 分别用 Gauss 消元法和列主元消去法编程求解方程组 $Ax=b$, 其中

$$[A, b] = \begin{bmatrix} 31 & -13 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 & -15 \\ -13 & 35 & -9 & 0 & -11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27 \\ 0 & -9 & 31 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -23 \\ 0 & 0 & -10 & 79 & -30 & 0 & 0 & 0 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 & 57 & -7 & 0 & -5 & 0 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 & 47 & -30 & 0 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -30 & 41 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 27 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 0 & 0 & 0 & -2 & 29 & 10 \end{bmatrix}.$$

4. 编程求解题 3 中矩阵 A 的 LU 分解及列主元的 LU 分解 (求出 L, U 和 P), 并用 LU 分解的方法求 A 的逆矩阵及 A 的行列式
5. 编制程序求解矩阵 A 的 cholesky 分解, 并用程序求解方程组 $Ax=b$, 其中

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 7 \\ -1 & 2 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 1 & 11 \end{bmatrix}, \quad b = [13, -9, 6, 0]^T$$

6. 用追赶法编制程序求解方程组 $Ax=b$, 其中

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 10 \\ 5 \end{bmatrix}$$

7. 已知

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1/2 & 1/2 \\ -2 & 2 & 3/2 & 1/2 \\ -2 & 2 & -1/2 & 5/2 \end{bmatrix}.$$

编程求解矩阵 A 的 QR 分解;

8. 分别应用 Jacobi 迭代法和 Gauss-Seidel 迭代法求解如下方程组

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ 4x_1 + 8x_2 + x_3 = -21 \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = 15 \end{cases}$$

9. 分别应用 Newton 迭代法和割线法计算(1)非线性方程 $2x^3 - 5x - 1 = 0$ 在 $[1,2]$ 上的一个根;(2) $e^x \sin x = 0$ 在 $[-4,-3]$ 上的一个根。

10. 采用二分法计算非线性方程 $x \cos x - 2 = 0$, 查找区间为 $[-4,-2]$

11. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, 在 $[-5,5]$ 上分别取 2, 1, $\frac{1}{2}$, 为单位长度的

等距节点作为插值节点, 用 Lagrange 方法插值, 并把原函数图与插值函数图比较, 观察插值效果

12. 用三次样条插值上题中的插值节点, 并画图比较插值效果。

(提示: 原函数在两个端点-5,5 的导数值可作为边界条件)

13. 已知 $f(x) = x^2 \sin x$, 分别用复合梯形法和复合 Simpson 公式计算

积分 $\int_{-2}^2 f(x)dx$, 区间分为 20, 40, 80, 200 个小区间, 并计算其精确值, 比较计算精度情况。

14. 用 2 点, 3 点和 5 点 Gauss 积分法分别计算定积分, 并与真值作比较。

$$S = \int_0^{\pi/2} x^2 \cos x dx$$

15. 已知常微分方程

$$\begin{cases} \frac{du}{dx} = \frac{2}{x}u + x^2 e^x, \\ x \in [1,2], u(1) = 0 \end{cases}$$

分别用 Euler 法, 改进的 Euler 法, Runge-Kutta 法去求解该方程, 步长选为 0.1, 0.05, 0.01. 画图观察求解效果。

要求：1.考试前提交作业（word 形式提交，包括代码和实验结果），主题写“学号+姓名”。
发送至邮箱

张宏伟老师：zhuke_2015@163.com

孟兆良老师：xxdsh_meng_2014@163.com

程明松老师：mscheng19@163.com

董波老师：matrixanalysis2015@163.com

2.可用任何一种语言编程