大 连 理 工 大 学

课 程 名 称：<u>计算方法</u>　　试卷：<u>A</u>　考试形式：<u>闭卷</u>

授课院（系）：<u>数学系</u>　　考试日期：<u>2005 年 12 月 12</u> 日　　试卷共 <u>7</u> 页

	一	二	三	四	五	六	七			总分
标准分										
得　分										

装

一、填空（共 30 分，每空 1.5 分）

（1）误差的来源主要有__________、__________、__________、__________.

（2）要使 $\sqrt{60}=7.7459666\cdots$ 的近似值 a 的相对误差限不超过 10^{-3}，应至少取____位有效数字，此时的近似值 a =__________.

订

（3）设 $A=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 2 & -4\end{pmatrix}$，则 $\|A\|_1=$_____，$\|A\|_2=$_____，$\|A\|_\infty=$_____，$\|A\|_F=$_____，

谱半径 $\rho(A)=$_____，2-条件数 $cond_2(A)=$_____，奇异值为__________.

线

（4）设 $A\in C^{4\times 4}$，特征值 $\lambda_1=\lambda_2=2,\lambda_3=\lambda_4=3$，特征值 2 是半单的，而特征值 3 是亏损的，则 A 的 Jordan 标准型 $J=$

____________________.

（5）已知 $f(x)=x^2-3x$，则 $f[-1,0,1]=$________，$f[-1,0,1,3]=$________.

（6）求 $f(x)=x^3+x-1=0$ 在 $x=0.5$ 附近的根 α 的 Newton 迭代公式是：

______________________________，其收敛阶____________.

（7）计算 $u'=-5u\quad(0\le t\le 1)$，$u(0)=1$ 的数值解的 Euler 求解公式为________________. 为使计算保持绝对稳定性，步长 h 的取值范围________.

二、（12 分）求矩阵 $A=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ 的 Doolittle 分解和 Cholesky 分解，并求解 $Ax=\begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix}$.

三、（6 分）求矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 9 & 2\\ 2 & 2 & 6\end{pmatrix}$ 的 QR 分解（Q 可表示为两个矩阵的乘积）.

四、（12 分）根据迭代法 $x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + f$ 对任意 $x^{(0)}$ 和 f 均收敛的充要条件为 $\rho(B) < 1$，证明若线性方程组 $Ax = b$ 中的 A 为严格对角占优矩阵，则 Jacobi 法和 G-S 法均收敛.

五、（12 分）求满足下列插值条件的分段三次多项式（$[-3,0]$ 和 $[0,1]$），并验证它是不是三次样条函数. $f(-3)=-27$，$f(-2)=-8$，$f(-1)=-1$，$f(0)=0$，$x\in[-3,0]$；

$f(0)=0$，$f'(0)=0$，$f(1)=0$，$f'(1)=1$，$x\in[0,1]$.

六、（10 分）证明线性二步法$u_{n+2}+(b-1)u_{n+1}-bu_n=\frac{h}{4}[(3+b)f_{n+2}+(3b+1)f_n]$，当$b\neq -1$时为二阶方法，$b=-1$时为三阶方法，并给出$b=-1$时的局部截断误差主项.

七、（18 分）求$[-1,1]$上以$\rho(x)\equiv 1$为权函数的标准正交多项式系$\psi_0(x)$，$\psi_1(x)$，$\psi_2(x)$，并由此求 x^3 $(x\in[-1,1])$ 的二次最佳平方逼近多项式，构造 Gauss 型求积公式 $\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1)$，并验证其代数精度.