装

订

线

大 连 理 工 大 学

课 程 名 称：计算方法　　　试卷：A　考试形式：闭卷

授课院（系）：数学系　　考试日期：2006 年 12 月 11 日　　试卷共 8 页

	一	二	三	四	五	六	七	八		总分
标准分										
得　分										

一、填空（共 30 分，每空 2 分）

（1）误差的来源主要有______________________________.

（2）按四舍五入的原则，取 $\sqrt{22}=4.69041575\cdots$ 具有四位有效数字的近似值

$a=$__________，则绝对误差界为__________，相对误差界为__________.

（3）矩阵算子范数 $\|A\|_M$ 和谱半径 $\rho(A)$ 的关系为：____________________，

和______________________________.

（4）设 $A\in C^{4\times4}$,特征值 $\lambda_1=\lambda_2=2,\lambda_3=\lambda_4=3$,特征值 2 是半单的，而特征值 3 是亏损的，则 A 的 Jordan 标准型 $J=$

____________________.

（5）已知 $f(x)=x^2-3x$，则 $f[0,1]=$__________，$f[-1,0,1]=$__________.

（6）求 $f(x)=x^3+x-1=0$ 在 $x=0.5$ 附近的根 α 的 Newton 迭代公式是：

______________________________.

（7）使用 Aitken 加速迭代格式 $x_k=\varphi(x_{k-1})$ 得到的 Steffensen 迭代格式为：

______________________________，对幂法数列 $\{m_k\}$ 的加速公式为：

______________________________.

（8）$n+1$点的 Newton-Cotes 求积公式$I_n(f)=\sum_{k=0}^{n}A_k f(x_k)$的最高代数精度为

____.

（9）计算$u'=-7u\ (0\le t\le 1)$，$u(0)=1$的数值解的 Euler 求解公式为__________________，为使计算保持绝对稳定性, 步长h的取值范围__________.

二、（10 分） 设$A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ -2 & -4\end{pmatrix}$, 计算$\|A\|_1,\|A\|_2,\|A\|_\infty,\|A\|_F$，谱半径$\rho(A)$, 2-条件数$cond_2(A)$，和奇异值.

三、（10 分）求矩阵 $A=\begin{pmatrix}4&1&0\\1&5&2\\0&2&8\end{pmatrix}$ 的 Doolittle 分解和 Cholesky 分解.

四、（4 分）求 Householder 变换矩阵将向量 $x=\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ 化为向量 $y=\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}$.

五、（12 分）写出解线性方程组的 Jacobi 法，G-S 法和超松弛（SOR）法的矩阵表示形式，并根据迭代法 $x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + f$ 对任意 $x^{(0)}$ 和 f 均收敛的充要条件为 $\rho(B) < 1$，证明若线性方程组 $Ax = b$ 中的 A 为严格对角占优矩阵，则超松弛（SOR）法当松弛因子 $\omega \in (0,1]$ 时收敛.

六、（12 分）求满足下列插值条件的分段三次多项式（$[-3,0]$ 和 $[0,1]$），并验证它是不是三次样条函数. $f(-3)=-27$，$f(-2)=-8$，$f(-1)=-1$，$f(0)=0$，$x\in[-3,0]$；

$f(0)=0$，$f'(0)=0$，$f(1)=0$，$f'(1)=1$，$x\in[0,1]$.

七、（12 分）证明区间$[a,b]$上关于权函数$\rho(x)$的 Gauss 型求积公式$I_n(f)=\sum_{k=0}^{n}A_k f(x_k)$中的系数$A_k=\int_a^b \rho(x)l_k(x)dx$，其中$l_k(x)$为关于求积节点$x_0,x_1,\cdots x_n$的$n$次 Lagrange 插值基函数，$k=0,1,\cdots n$．另求$[-1,1]$上以$\rho(x)\equiv 1$为权函数的二次正交多项式$\psi_2(x)$，并由此构造 Gauss 型求积公式$\int_{-1}^{1}f(x)dx\approx A_0 f(x_0)+A_1 f(x_1)$．

八、（10 分）证明线性二步法$u_{n+2}+(b-1)u_{n+1}-bu_n=\frac{h}{4}[(3+b)f_{n+2}+(3b+1)f_n]$，当$b\neq -1$时为二阶方法，$b=-1$时为三阶方法，并给出$b=-1$时的局部截断误差主项.