【定义1.1】设实数x为某个精确值，a为它的一个近似值，则称x-a为近似值a的**绝对误差**，简称为**误差**。当x!=0时，(x-a)/a称为a的**相对误差**

**【**定义1.2**】**设实数x为某个精确值，a为它的一个近似值，如果有常数ea,使得|x-a|<=ea,则称ea为a的**绝对误差界**，简称为**误差界**。称ea/|a|为a的**相对误差界**

【定义1.3】设实数x为某个精确值，a为它的一个近似值，写成a=土10k\*0.a1a2…an …, 它可以是有限或无限小数的形式，其中ai(i=1, 2, …)是0,1，…,9中的一个数字，a1!=0,k为整数，如果|x-a|<=0.5\*10k-n,则称a为x的具有n位有效数字的近似值

【定理1.1】设实数x为某个精确值，a为它的一个近似值，其表达形式为a=土10k\*0.a1a2…an … 如果a有n位有效数字，则|x-a|/|a|<=1/(2a1)\*101-n

如果|x-a|/|a|<=1/(2a1+1)\*101-n,则a有n位有效数字

【定义1.4】定义在Cn(n维复向量空间)上的一个非负实值函数，记为||.||，该函数满足以下三个条件：即对任意向量x和y以及任意常数α∈C(复数域)

(1) ||x||>=0，且||x||=0的充要条件是x=0 (非负性)

(2) ||αx|| = |α|||x|| (齐次性)

(3)||x+y||<=||x|| + ||y|| (三角不等式)

则称函数||.||为Cn上的一个**向量范数**

1-范数:绝对值的和 2-范数：平方和开方 无穷范数：绝对值的最大值

【定理1.2】设||.||α和||.||β为Cn上的任意两种向量范数，则存在两个与向量x无关的正常数c1和c2，使得下面的不等式成立

c1||x||β<=||x||α<=c2||x||β，其中对于任意x∈Cn

并称||.||α和||.||β为Cn上的**等价范数**

【定义1.5】定义在Cm\*n(m\*n复矩阵空间)上的一个非负实值函数，记为||.||，若对任意的A,B∈Cm\*n均满足以下条件：

(1) 对任意矩阵A均有||A||>=0，且||A||=0的充要条件是A=0 (非负性)

(2) ||αA|| = |α|||A|| α∈C (齐次性)

(3)||A+B||<=||A|| + ||B|| (三角不等式)

(4)||AB||<=||A||.||B|| A∈Cm\*l B∈Cl\*n,

则称||.||为Cm\*n上的矩阵范数

m1-范数：绝对值的和 F范数：平方和开方

【定义1.6】对于一种矩阵范数||.||M和一种向量范数||.||V,如果对任意m\*n矩阵A和任意n维向量x，满足||Ax||V<=||A||M||x||V

则称矩阵范数||.||M和向量范数||.||V是相容的

【定理1.3】Cn上的任意向量范数||x||均为x的连续函数

【定理1.4】已知Cm和Cn上的同类向量范数||.||V,A为m\*n矩阵，定义

||A||M=max||Ax||V/||x||V=max||Ax||V

则||A||M是一种矩阵范数，且与已知的向量范数相容

【定理1.5】 列范数||A||1=列元素绝对值和的最大值

谱范数||A||2=AHA的最大特征值

行范数||A||无穷=行元素绝对值和的最大值

【定理1.6】设||.||为Cm\*n矩阵空间的一种矩阵范数，则对任意的n阶方阵A均有

ρ(A)<=||A||

其中ρ(A)为方阵A的谱半径，特别的，当A为对称矩阵时，有

ρ(A)=||A||2

【定理1.7】对于任给ε<0,则存在Cn\*n上的一种算子范数||.||使得||A||<=ρ(A)+ε

【定理1.8】设A∈Cn\*n，如果有Cn\*n上的一种矩阵范数||.||使得||A||<1,则

1. 矩阵I+-A可逆
2. ||(I+-A)-1||<=||I||/(1-||A||)
3. ||A(I+-A)||<=||A||/(1-||A||)

【定义2.1】对于n阶方阵A,如果存在n阶单位下三角矩阵L和n阶上三角矩阵U,使得A=LU,则称其为矩阵A的**LU分解**，也称为Doolittle分解

【定理2.1】如果n阶矩阵A的各阶顺序主子式Dk(k=1,2,…,n-1)均不为零，则必有单位下三角矩阵L和上三角矩阵U,使得A=LU，而且LU是唯一的

【定理2.2】对任意n阶矩阵A,均存在置换矩阵P、单位下三角矩阵L和上三角矩阵U使得PA=LU

【定理2.3】对任意n阶对称正定矩阵A,均存在下三角矩阵L使A=LL T成立，称其为对称正定矩阵A的cholesky分解，进一步，如果规定L的对角元为正数，则L是唯一确定的

【定理2.4】设三对角矩阵满足条件|b1|>|c1|>0 |bn|>|an|>0 |bi|>=|ai|+|ci| 则可用追赶法求解，且解唯一

【定义2.2】如果线性方程组Ax=b中，A或b的元素的微小变化，会引起方程组解的巨大变化，则称方程组为“病态”方程组，称矩阵A为“病态”矩阵，否则，称方程组为“良态”方程组，矩阵A为“良态”矩阵

【定义2.3】设A为非奇异矩阵，||.||为矩阵的算子范数，则称cond(A)=||A||||A-1||为矩阵A的条件数

【定理2.6】设Ax=b，A为非奇异矩阵，b为非零向量，则