算法基础——搜索

邓丝雨

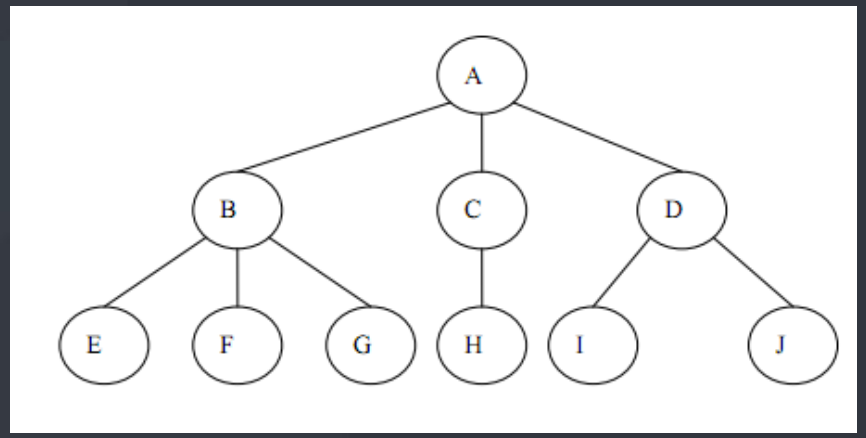
牛客竞赛
AC.NOWCODER.COM

复习：栈和队列的概念

- 栈是限定仅在表头进行插入和删除操作的线性表（先进后出）
- 队列是只允许在表的前端（front）进行删除操作，而在表的后端（rear）进行插入操作。

复习：树

- 树是一种数据结构，它是由n（n>=1）个有限节点组成一个具有层次关系的集合。把它叫做“树”是因为它看起来像一棵倒挂的树，也就是说它是根朝上，而叶朝下的。它具有以下的特点：
- 每个节点有零个或多个子节点
- 没有父节点的节点称为根节点
- 每一个非根节点有且只有一个父节点；除了根节点外，每个子节点可以分为多个不相交的子树



搜索

- 通过不停的试探去寻找解的一种算法。
- 与其说是一种算法，不如说是一种方法。
- 基础的方法有暴力的搜索法，深搜，广搜三种。
- 更高级的有IDDFS，DBFS，A*，IDA*等等

深搜

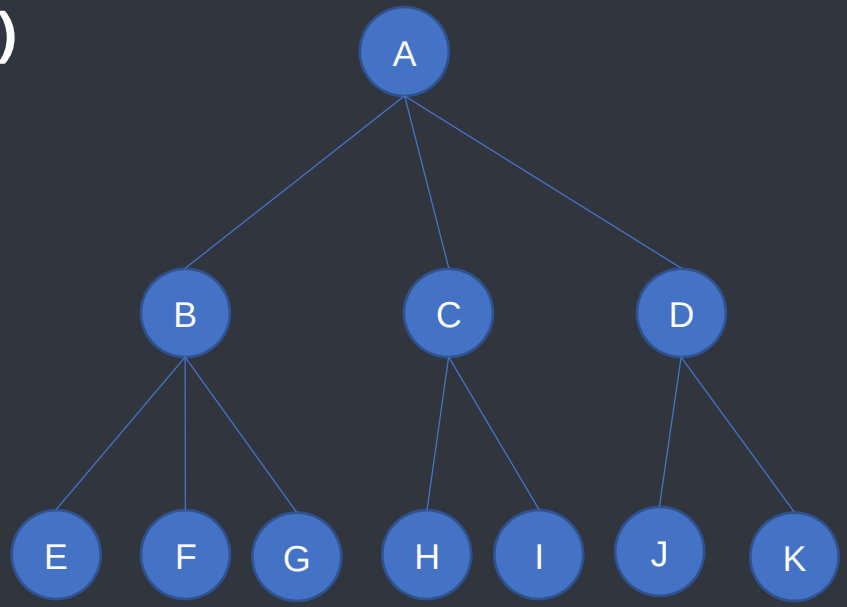
深度优先搜索（dfs）

“一条道走到黑”“走不了了再倒回去”

算法过程：

VOID DFS(状态 A)

1. 判断当前的状态是否合法。合法则继续执行，否则则回到上次调用。
2. 先下走一层，也就是调用DFS(状态 A + Δ)



例1：输出n个数的全排列

- 1,2,3 组成的全排列为：
- 123
- 132
- 213
- 231
- 312
- 321

- 可以写n重for循环
- 可以用stl里面的next_permutation

- 递归的来想这个问题，以1,2,3,4为例
- 如果第一个数固定为1的话
- 后面就跟着2,3,4的全排列—— 所以就相当于是原问题的子问题的求解
- 考虑用递归解决

- Void dfs（已经固定了前k-1个数剩下的数的全排列，是哪k-1个数通过标记该数字用没用过来显示，当前这一步的任务就是把第k个数放上去）
- {
  - 如果 已经求出来了 k>n 输出， 返回
  - 否则 i从1到n循环
  - 如果i没有用过，那么就将i固定在当前位置上，并调用 dfs（k+1）
  - 在调用完dfs（k+1）后需要将固定在当前位置上的i拿走
- }

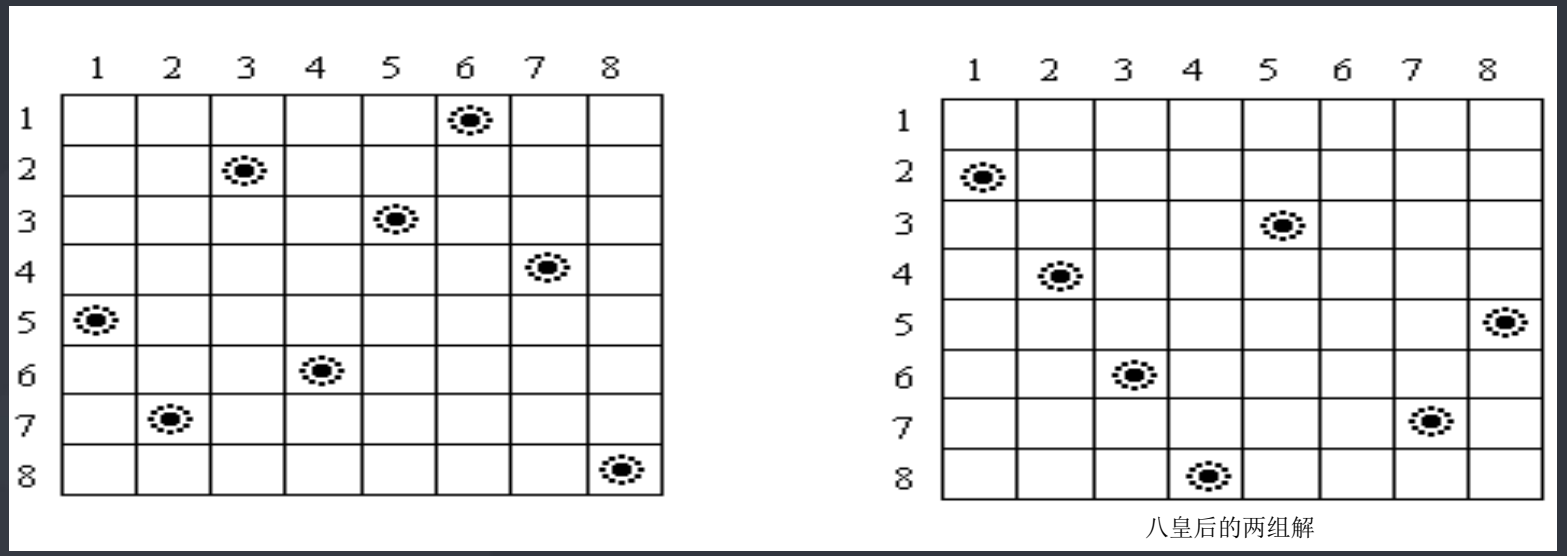
```
17  void dfs(int dep)
18  {
19      if (dep > n) {write(); return; }
20
21      for (int i = 1; i <= n; i++)
22      {
23          if (!vis[i])
24          {
25              vis[i] = 1;
26              a[dep] = i;
27              dfs(dep+1);
28              vis[i] = 0;
29          }
30      }
31  }
```

扩展：输出n个数中选M个的组合

- N=5 M=3
- 1 2 3
- 1 2 4
- 1 2 5
- 1 3 4
- 1 3 4
- 1 4 5
- 2 3 4
- 2 3 5
- 2 4 5
- 3 4 5

例2：N皇后（8皇后的升级版）

- 在N*N的棋盘上放置N(n<=13)个皇后而彼此不受攻击（即在棋盘的任一行，任一列和任一对角线上不能放置2个皇后），编程求解所有的摆放方法。



八皇后的两组解

基本思想

- 由于皇后的摆放位置不能通过某种公式来确定，因此对于每个皇后的摆放位置都要进行**试探**和**纠正**，这就是“回溯”的思想。
- 在N个皇后未放置完成前，摆放第i个皇后和第i+1个皇后的试探方法是相同的，因此完全可以采用**递归**的方法来处理。
- 由于皇后本身的特殊性质，即一行一列只能有一个皇后，所以我们所要做的就是，从第0行开始摆放，一直摆到第n – 1行为止。

关于判断当前皇后可不可以放：

- 我们是一行一行的放置皇后，所以不需要判断行冲突；
- 判断列冲突时，可以通过设置一个布尔数组，如果已经有皇后放在那里，就把布尔值设为1，如果可以放置并且没有冲突（即布尔值为0），就放置当前这个皇后，且设置为1；
- 判断对角线冲突时，有一个特殊的技巧：
- 由于每一条主对角线（x-y）的值是一定的，每一条副对角线（x+y）的值是一定的！！
- 所以就可以用(x + y)的值表示副对角线，(x - y)的值表示主对角线；
- （于是就和处理列的情况一样了！）
- 假设我们把第cur个皇后放在了pos[cur]（pos[cur]储存了这个值），那么只需判断所检查的从前往后数第k个皇后有没有冲突就行了。

```
22  void dfs(int dep)
23  {
24      if (dep > n) {write(); return; }
25
26      for (int i = 1; i <= n; i++)
27      {
28          if (!vis[i] && !l[i+dep] && !r[i-dep+n])
29          {
30              vis[i] = 1; l[i+dep] = 1; r[i-dep+n] = 1;
31              a[dep] = i;
32              dfs(dep+1);
33              vis[i] = 0; l[i+dep] = 0; r[i-dep+n] = 0;
34           }
35      }
36  }
```

例3：马踏棋盘

- 给一个5*5的国际象棋棋盘，国际象棋的马同样是走“日”字，如图：
- 然后：问，如果一个马，从第一个格子开始走，那么走遍整个5*5的棋盘的方案，有多少种？并且输出方案数。

如图：

思路：

1. 把问题抽象出来，就是有一只马要对整个图进行一次遍历，不重不漏。
2. 其次考虑这个马的走法（8种）
3. 接着如何去在程序里面表现出这个棋盘
4. 最后就是套用回溯法的主要结构

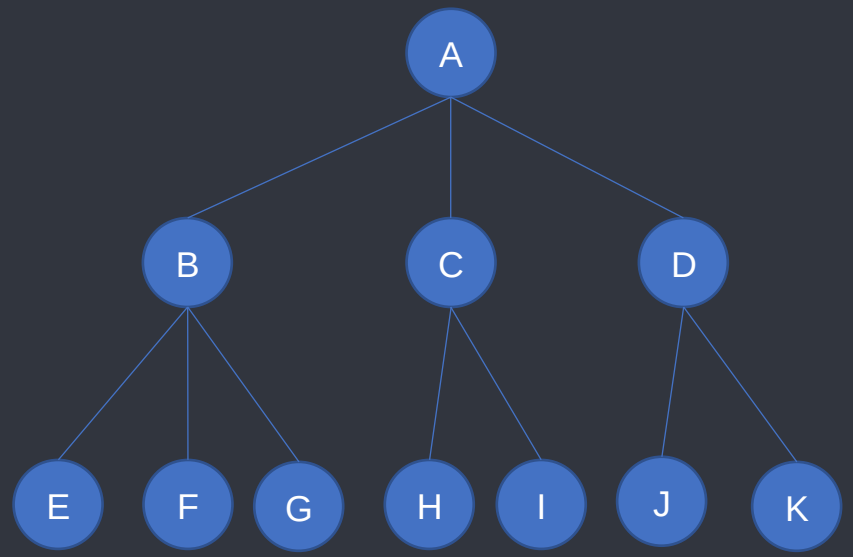
主要过程——DFS 大体框架

- 试探节点A
- A是否满足在这个图（或树）中
- 如果在，标记A如果已经被试探过的话，所影响的各种值；
- 紧接着，去试探所有的A可以达到的节点；
- 等待所有的都执行完之后，还原标记A

广搜

广度优先搜索（Bfs）

- 一层一层的走！
- 广搜总是每次都把离上一状态最近的状态用一个队列记录下来；
- 记录之后，检查队列是否为空，如果不为空，就讲队首元素弹出，并且以这个状态为“根节点”进行广度优先搜索。
- 直到整个队列为空为止。

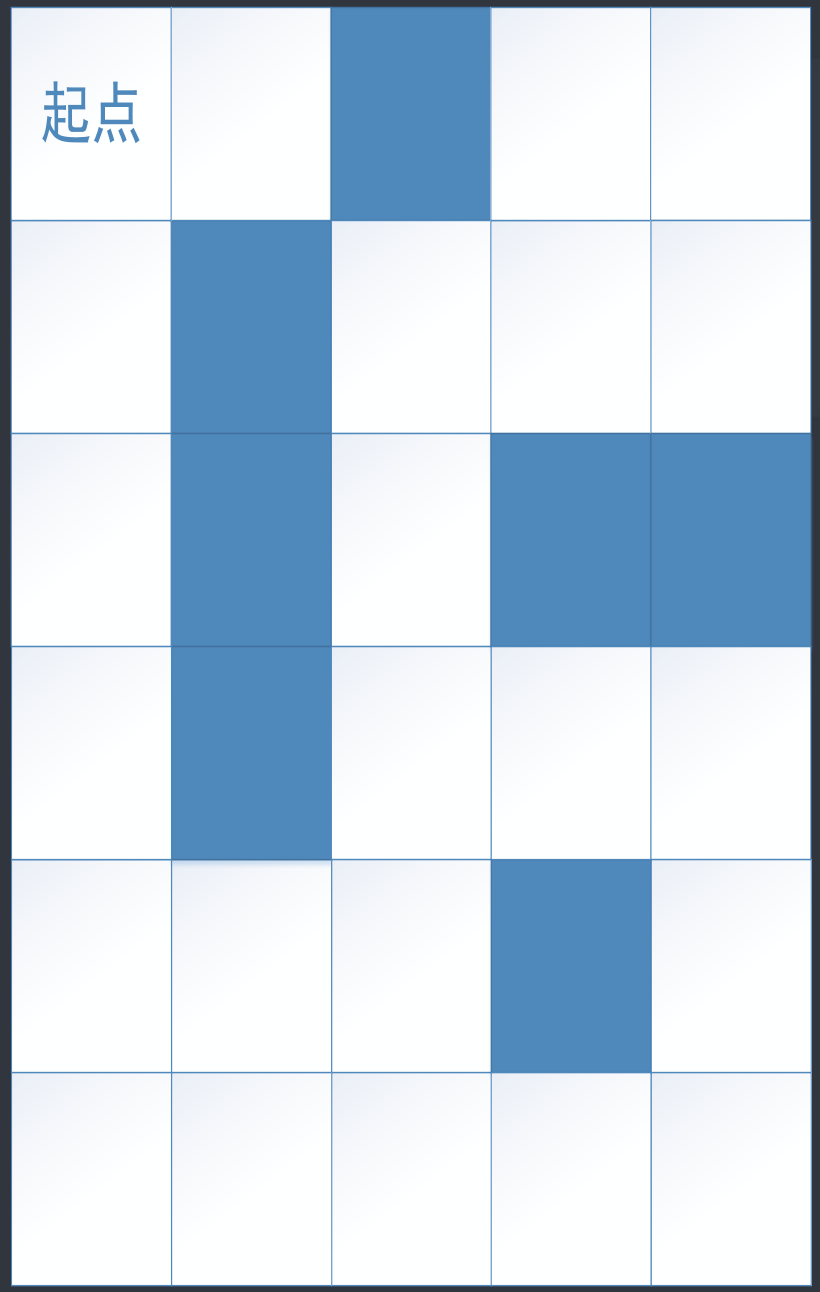


例1：走迷宫

- 设有一个n*m方格的迷宫，即n行m列的迷宫。
- 迷宫格子中分别放有0和1，1表示可通，0表示不能，
- 从某点开始，有上下左右四个方向可走，输入起终点坐标问能否走出去

比如这样一个迷宫：

- 6 5
- 1 1 0 1 1
- 1 0 1 1 1
- 1 0 1 0 0
- 1 0 1 1 1
- 1 1 1 0 1
- 1 1 1 1 1



手工算法

- 从第一节点开始，逐步计算
- 怎么算?
- 建立一个等待处理的节点的队列。
- 先把一步以内能够走到的节点加进来。
- 然后对这个队列的元素进行处理：即从队列中删除这个节点A，然后再把这个节点A的能够一步走到的节点加入队列。
- 直到这个队列空为止。

- 对于坐标的处理方法
- 本来是用两个数来表示的坐标(x, y)，可以用一个数来表示。
- 为什么要这样？简便呗！
- 第i行第j列的格子编号为i*m+j
- （横纵坐标的起点都是0）
- 反之，编号为u的节点，其行号和列号分别为u / m; u % m

例2：马的遍历

- 有一个n*m的棋盘(1<n,m<=400)，在某个点上有一个马,要求你计算出马到达棋盘上任意一个点最少要走几步

搜索剪枝

优化搜索的思路：

- 核心：减小搜索树的大小
- 方法：
- 一、改变搜索顺序
- 二、剪枝： 最优化剪枝 & 可行性剪枝

例1：

- N*M的迷宫中给定你起点S，和终点D，问你是否能在 T 时刻恰好到达终点D。

- S.X.
- ..X.
- ..XD

例2：小木棍

- 乔治拿来一组等长的木棒，将它们随机地砍断，使得每一节木棍的长度都不超过50个长度单位。然后他又想把这些木棍恢复到为裁截前的状态，但忘记了初始时有多少木棒以及木棒的初始长度。请你设计一个程序，帮助乔治计算木棒的可能最小长度。每一节木棍的长度都用大于零的整数表示。
- 小木棍的数量<=64

- 枚举最终小木棍的长度， 搜索能不能拼出K根
- 但是会超时……

- 将所有题目给的棍子的长度按照从大到小的顺序排列，然后按照此顺序进行深搜。

- 如果第i个棍子不能拼成假设的长度，则和第i个棍子相同长度的棍子也是不可能的，所以可以直接跳过去的！

- 替换第i根棍子的第一根木棒是没用的

- 如果某次拼接选择长度为S 的木棒，导致最终失败，则在同一位置尝试下一根木棒时，要跳过所有长度为S 的木棒。

```
24  bool dfs(int num, int len, int rest)
25  {
26      if((rest == 0) && (num == 0)) return true;
27      if (rest == 0) rest = len;
28      for(int i = 0; i != n; i++)
29      {
30          if (v[i]) continue;
31          if (a[i] > rest) continue;
32          v[i] = true;
33          if(dfs(num - 1, len, rest - a[i])) return true;
34          v[i] = false;
35          if((a[i] == rest) || (len == rest)) break;
36          while (a[i] == a[i + 1]) i++;
37      }
38      return 0;
39  }
```

一点点思考

搜索究竟是解决的什么问题?

- 在某一个空间里寻找目标
- 空间指的是解空间
- 目标指的是目标状态
- 那么你就要问我了：解空间和目标状态又是什么?

- 解空间：也就是如果把一个问题的解抽象成一个数学上的向量，那么包含这个向量空间，也就是解空间。
- 状态：用于描述问题或者问题的解的一些量（我是谁？我在哪？）

- 以四皇后为例：
- 解空间**可以**为一个四维的空间，每一维的取值为 0 到 3 ……
- （可以的意思就是，对于问题来说，解空间往往不是唯一的，我如果把这个加一维，他依然是这个问题的解空间）
- 状态则是指的是（a，b，c，d）所表示四个的皇后分别放在（0,a）（1，b）（3，c）（4，d）四个位置

4皇后