

习题课2

邓丝雨



牛客竞赛

AC.NOWCODER.COM

比赛题



A 古老的牛市，遗迹的天梯

- 牛市，一个拥有悠久历史的城市，2333年考古学家在牛市发现了一个神秘的遗迹，这些勇敢而智慧的古队员准备进入这个遗迹，但要进入这个遗迹就需要通过一段天梯。而登上天梯必须要按照它要求的方法，否则就无法登上。它要求的方法为：
 1. 可以直接登上比当前位置高1个单位高度的天梯。
 2. 可以从当前阶梯往下退一级天梯（第一级天梯除外）。
 3. 在连续退 k 步后，跳跃一次，跳跃的高度不超过 2^k 。比如说你现在位于第 i 级天梯，且之前从第 $i+k$ 级天梯退下来，此时你可以跳到高度不超过(当前高度+ 2^k)的任何一级天梯。每一次跳跃只算一次移动哦！
- 开始的时候考古小队在第一级天梯。请你计算出最少的移动步数以登上最高一级天梯。
- 为何考古搞得跟游戏历险一样？牛市一定是一个魔性的城市！
- $1 \leq N \leq 200$





B 几乎毁灭牛市的流星雨

- 根据遗迹中某个记载，当时先民们预报了一共有 M 颗流星 ($1 \leq M \leq 50,000$) 会坠落，他们将牛市划分成网格，他们预报其中第 i 颗流星会在时刻 T_i ($0 \leq T_i \leq 1,000$) 砸在坐标为 (X_i, Y_i) ($0 \leq X_i, Y_i \leq 300$) 的格子里。流星的力量会将它所在的格子，以及周围4个相邻的格子都化为焦土，在整个流星雨结束之前，这些格子都将无法行走站立。
- 现在有一个家族，在0时刻在0行0列的格子里，因为道路和建筑的原因，他们只能平行于坐标轴行动，每1个时刻，他们能移动到相邻的4个格子中的任意一个，当然这个格子要没有被撞击烧焦才行。（也就是说如果一个格子在时刻 t 被流星撞击或烧焦，那么他们只能在 t 之前的时刻在这个格子里出现。）
- 请你计算，这个家族是否在这场流星雨中幸存（移动到了一个没有被撞击或者烧焦的格子里一直待到流星雨结束），如果幸存，他们最少要花多少时间才移动到安全的格子里。





C 迁徙过程中的河流

- 牛市的幸存的先民在流星雨之后就忍痛离开了这片土地，选择迁徙，在迁徙的途中，他们需要渡过一条河。因为牛市的树木在流星雨中被严重破坏，所以他们只造出了一艘小船，船太小了，一次只能乘坐两人。

牛市的先民们每个人划船的速度都不尽相同，所以每个人都有一个渡河时间 T ，为了保证船的平衡，当穿上有两个人的时候，需要他们按照慢的那个人的速度划船，也就是说船到达对岸的时间等于船上渡河时间长的那个人的时间。

现在已知 N 个人的渡河时间 T ，请问最少要花费多少时间，才能使所有人都过河。

- $N \leq 100000$



D 牛牛去牛市旅游

- 牛市是一个古老而神秘的城市，有很多历史悠久的遗迹，这些遗迹在考古队考察之后很多都被开发成了景点。
- 牛牛去牛市旅游，牛市有N个景点，每两个景点之间都被一条无向的道路连接（即A和B之间有一条道路那么牛牛既可以从A走到B也可也从B走到A）。
- 牛牛想走完牛市的所有景点，他从一个景点开始旅游在另外某一个景点结束旅游，每个景点都会经过且只经过一次。
- 但是除了景点，景点与景点之间的某些道路也是很美丽的，所以有一些道路是牛牛一定要走的，现在告诉你了牛牛一定要走的道路，问他有多少种方法走完所有景点。
- $2 \leq N \leq 50$





E 牛牛的旅游纪念品

- 牛牛在牛市的旅游纪念商店里面挑花了眼，于是简单粗暴的牛牛决定——买最受欢迎的就好了。
- 但是牛牛的背包有限，他只能在商店的 n 个物品里面带 m 个回去，不然就装不下了。
- 并且牛牛希望买到的纪念品不要太相似，所以导购小姐姐帮助牛牛把纪念品全部排成了一行，牛牛只需要让选出来要买的 m 个物品中任意两个的位置差都大于等于 k 就行了。
- 现在告诉你这 n 个物品排成一行之后的受欢迎程度（可能是负数），求牛牛带回去的 m 个物品的最大欢迎度之和。
- $n \leq 10000, m \leq 100, m \leq n$ ，答案保证在int范围内，保证按照题目要求一定能取到 m 个物品



其他题



例1：最大全0子矩形

- 在一个0,1方阵中找出其中最大的全0子矩阵。
- 010010
- 100010
- 001000
- 111000





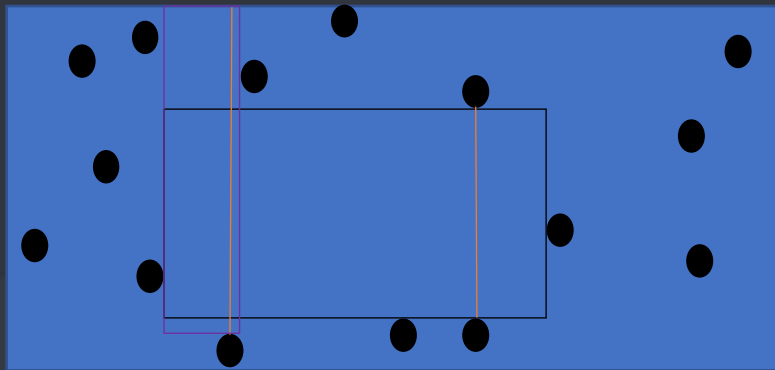
例1：最大全0子矩形

- 解法一：枚举上下左右四个边界，判断中间有没有1
- 解法二：枚举左右边界，对处在边界内的1按y排序，每两个相邻的点和左右边界组成一个矩形





- 悬线法:



```
20 for(int i = 1; i <= n; i++)
21 {
22     for(int j = 1; j <= n; j++)
23     {
24         if(a[i][j]) h[i][j] = l[i][j] = 0;
25         else
26         {
27             h[i][j] = h[i-1][j] + 1;
28             l[i][j] = l[i][j-1] + 1;
29         }
30     }
31     for(int j = n; j > 0; j--)
32     {
33         if(a[i][j]) r[i][j] = 0;
34         else r[i][j] = r[i][j+1] + 1;
35     }
36 }
37 for (int i = 1; i <= n; i++)
38 for (int j = 1; j <= n; j++)
39 {
40     if (h[i][j] > 1)
41     {
42         l[i][j] = min(l[i][j], l[i-1][j]);
43         r[i][j] = min(r[i][j], r[i-1][j]);
44     }
45     ans = max(ans, (r[i][j] + l[i][j] - 1) * h[i][j]);
46 }
```



牛客竞赛

AC.NOWCODER.COM



变形1：最大全0子正方形





变形2：棋盘制作

- 国际象棋是世界上最古老的博弈游戏之一，和中国的围棋、象棋以及日本的将棋同享盛名。据说国际象棋起源于易经的思想，棋盘是一个 $8*8$ 大小的黑白相间的方阵，对应八八六十四卦，黑白对应阴阳。
- 而我们的主人公小Q，正是国际象棋的狂热爱好者。作为一个顶尖高手，他已不满足于普通的棋盘与规则，于是他跟他的好朋友小W决定将棋盘扩大以适应他们的新规则。
- 小Q找到了一张由 $N*M$ 个正方形的格子组成的矩形纸片，每个格子被涂有黑白两种颜色之一。小Q想在这种纸中裁减一部分作为新棋盘，当然，他希望这个棋盘尽可能的大。
- 不过小Q还没有决定是找一个正方形的棋盘还是一个矩形的棋盘（当然，不管哪种，棋盘必须都黑白相间，即相邻的格子不同色），所以他希望可以找到最大的正方形棋盘面积和最大的矩形棋盘面积，从而决定哪个更好一些。
- 于是小Q找到了即将参加全国信息学竞赛的你，你能帮助他么？





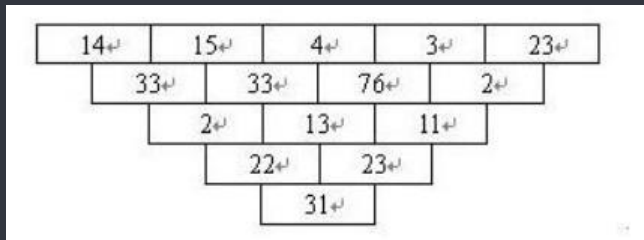
- 法1：修改转移条件（前一个状态和自己颜色不同时转移）
- 法2：棋盘黑白染色颠倒01





例2：敲砖块

- 在一个凹槽中放置了 n 层砖块、最上面的一层有 n 块砖，从上到下每层依次减少一块砖。每块砖
- 都有一个分值，敲掉这块砖就能得到相应的分值，如下图所示。
- 如果你想敲掉第 i 层的第 j 块砖的话，若 $i=1$ ，你可以直接敲掉它；若 $i>1$ ，则你必须先敲掉第 $i-1$ 层的第 j 和第 $j+1$ 块砖。你现在可以敲掉最多 m 块砖，求得分最多能有多少。
- $N \leq 50$ $m \leq 500$





- 14 15 04 03 23
- 33 33 76 02
- 02 13 11
- 22 23
- 31



例3: Substring

- 给你一个序列，给出Q个查询，问对于每一个长度W的序列的不同元素的个数和。
- for example:
- 序列1 1 2 3 4 4 5
- $w = 3$ 时，substring为:(1,1,2),(1,2,3),(2,3,4),(3,4,4),(4,4,5)
- 不同元素个数分别为:2 3 3 2 2
- 所以 $w = 3$ 时， 答案是: 12



- $f[i]$ 子串长度为 i 的时候的答案
- 怎么从 $f[i-1]$ 推到 $f[i]$?
- (1 1 2) 3 4 4 5
- 112 会变成 1123 +1
- 123 会变成 1234 +1
- 234 会变成 2344 不变
- 344 会变成 3445 +1
- 445没有了 -2





- $f[i]$ 子串长度为 i 的时候的答案
- 怎么从 $f[i-1]$ 推到 $f[i]$?
- $F[i] = f[i+1] + \text{delta}[i] - \text{different}[i-1]$
- Different 为最后 $i-1$ 个数中不同数的个数





- Delta怎么求?
- 考虑每一个元素都作出了贡献没有!
- 只有与上一个相同元素间隔 $\geq i$ 时, 才会在从 $i-1$ 到 i 的转移中贡献1



Thanks

