

阵列信号处理的理论与应用（第2版）中仿真图

因为书的页数受限，所以书中一些仿真图放在光盘中。

目录

6.3 仿真结果（L 型阵列下 PARAFAC 二维波达方向估计）	2
6.7 仿真结果（均匀矩形阵中降维 MUSIC 的 2D-DOA 估计方法）	4
6.10.仿真结果（双平行均匀线阵中基于 PM 算法的二维 DOA 估计算法）	7
8.2. 仿真结果（角度和频率估计的 ESPRIT 算法）	11
8.4 仿真结果（基于 PM 的联合频率和角度估计）	13
8.6 仿真结果（基于四线性分解的阵列信号二维角度和频率联合估计算法）	16
9.5 仿真结果（基于双四元数理论的三分量矢量传感器阵列参量联合估计）	19
11.2 仿真结果(基于多不变 MUSIC 算法的声矢量传感器阵的 DOA 估计).....	23
11.3 仿真结果(基于 ESPRIT 算法的任意声矢量传感器阵列的二维波达方向估计).....	28
11.4 仿真结果(基于三线性分解的任意声矢量传感器阵列的二维波达方向估计).....	32
11.5 仿真结果(基于 PM 的声矢量传感器阵二维 DOA 估计算法).....	38
11.6 仿真结果（单快拍下声矢量传感器阵二维相干 DOA 估计算法）	41
11.7 仿真结果（声矢量传感器阵下非圆信号二维 DOA 估计算法）	44
11.8 仿真结果（声矢量传感器阵中基于级联 MUSIC 的二维 DOA 角度估计）	47
12.4 仿真结果（极化敏感阵列中基于降维 MUSIC 的盲 DOA 和极化估计）	51

6.3 仿真结果（L 型阵列下 PARAFAC 二维波达方向估计）

用Monte Carlo仿真来评估本节提出的算法的二维DOA估计的性能。Monte Carlo仿真的次数为1000。假设两个信号源入射到L型阵列上，它们的二维波达方向分别是(30°,30°)和(40°, 40°)。L型阵列有 $2M - 1$ 个阵元，阵列间距为信号半波长，快拍数 $L = 300$ 。

定义 $RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} [(\hat{\theta}_{k,n} - \theta_k)^2 + (\hat{\phi}_{k,n} - \phi_k)^2]}$ ， $\hat{\theta}_{k,n}$ 是蒙特卡罗第 n 次测验的仰角 θ_k 的估计。

$\hat{\phi}_{k,n}$ 是蒙特卡罗第 n 次测验的方位角 ϕ_k 的估计。

首先研究所提出的算法的收敛性。定义三线性拟合中平方残差和(SSR)为

$$SSR = \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{M-1} \sum_{l=1}^4 \left[\tilde{x}_{m,n,l} - \sum_{k=1}^K \hat{a}_{m,k} \hat{b}_{n,k} \hat{h}_{l,k} \right]$$

其中 $\tilde{x}_{m,n,l}$ 是含噪数据。定义 $DSSR = SSR_i - SSR_0$ ， SSR_i 是第 i 个迭代的 SSR ， SSR_0 是在收敛时 SSR 。

图6.3.2显示了有13个天线阵列、SNR=15dB的COMFAC的算法收敛特性。从图6.3.2中可以得知COMFAC需要较少迭代就可以达到收敛。

图6.3.3显示了所提出的算法在SNR=15dB时的二维DOA估计，提出了算法在信噪比24dB时的二维DOA估计。图6.3.3和图6.3.4所示为13个天线的L型阵列。从这两幅图中，可以发现，本节所提出的算法能有效地工作。

将本节的算法与ESPRIT[24,25]、传播算子和CRB来比较。它们的DOA估计性能比较在图6.3.5中已经给出，其中天线数为13。从图6.3.5中，可以看出本节算法的DOA估计性能优于ESPRIT和传播算子。

图6.3.6显示了本节算法在不同的阵列天线下的二维DOA估计性能。从图6.3.6中可以看出本节算法的二维DOA估计性能已经随着天线数的增加而改进。

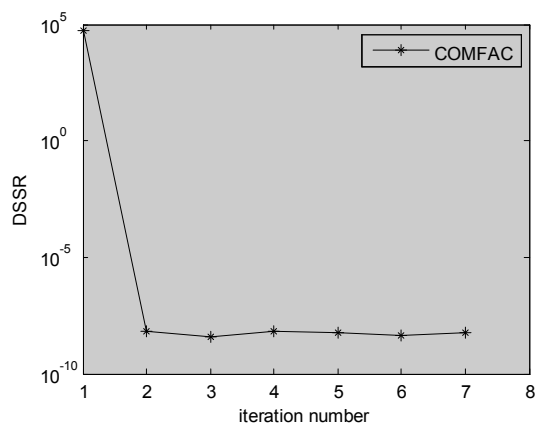


图6.3.2 算法收敛性能

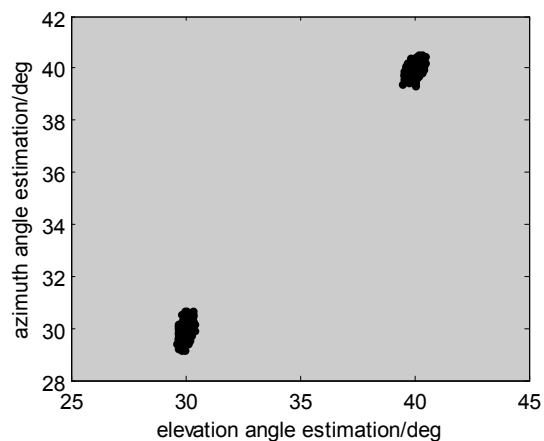


图6.3.3 SNR= 15dB时二维DOA估计的性能

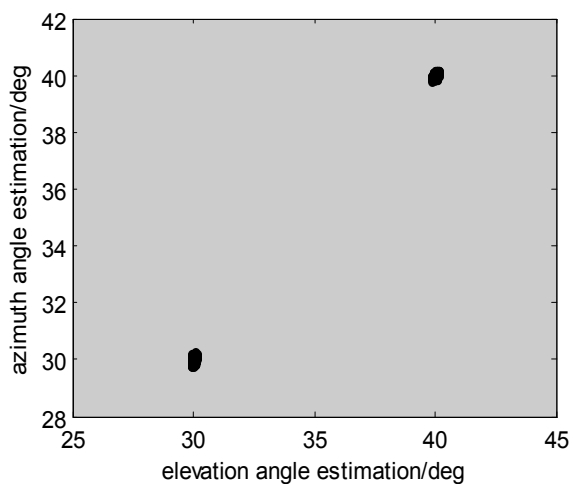


图 6.3.4 SNR= 24dB 时二维 DOA 估计的性能

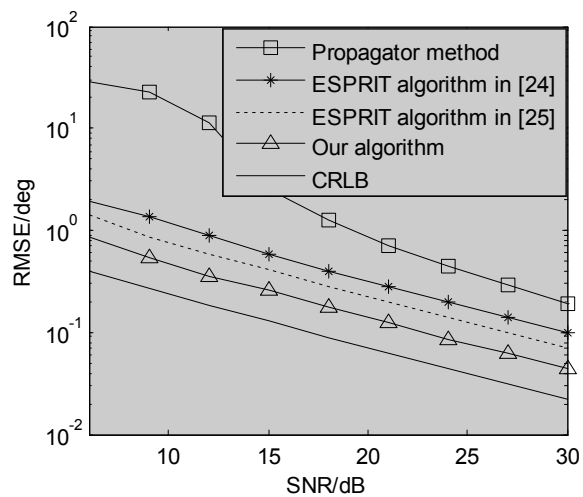


图 6.3.5 角度估计性能比较

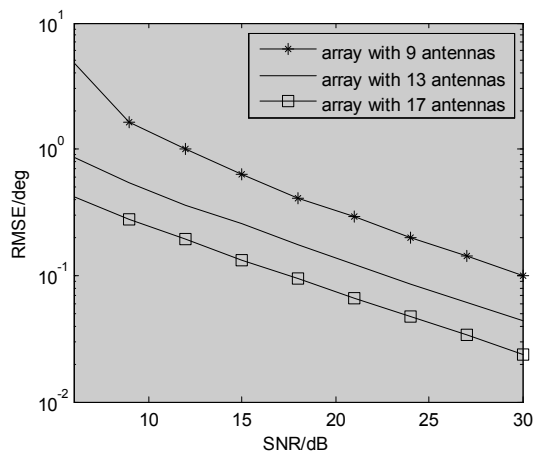


图6.3.6 不同阵列下的角度估计性能

6.7 仿真结果（均匀矩形阵中降维 MUSIC 的 2D-DOA 估计方法）

通过 1000 次 Monte Carlo 仿真评估本节算法的角度估计性能。定义均方根误差(root mean squared error, RMSE)为 $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} (\hat{\theta}_{k,n} - \theta_k)^2 + (\hat{\phi}_{k,n} - \phi_k)^2}$ ，其中 $\hat{\theta}_{k,n}$ 和 $\hat{\phi}_{k,n}$ 分别表示第 n 次蒙特卡洛仿真中 θ_k 和 ϕ_k 的估计值。在大部分情形下，一般采用均匀矩形阵，其中阵列参数为 $M=8, N=8$ ，以及 $d=\lambda/2$ ，假设有三个非相干信源，其 2D-DOA 分别为 $(\theta_1, \phi_1) = (10^\circ, 15^\circ)$ ， $(\theta_2, \phi_2) = (20^\circ, 25^\circ)$ ，以及 $(\theta_3, \phi_3) = (30^\circ, 35^\circ)$ 。

图 6.7.2 显示了三个信源情况下本节算法的角度估计结果，仿真参数为 $L=100$ 和 $\text{SNR} = 5\text{dB}$ ，从图中可以明显观察出信源的 2D-DOA。

图 6.7.3 显示了本节提出的算法，ESPRIT 算法，PARAFAC 算法和 2D-MUSIC 算法的 2D-DOA 估计性能以及与 CRB 的比较。图 6.7.3 说明本节算法的角度估计性能比 ESPRIT 算法和 PARAFAC 算法好，并且非常接近 2D-MUSIC 算法，2D-MUSIC 算法需要复杂度很高的二维全局搜索，而本节算法只需要一次一维局部搜索，大大降低了算法复杂度。

图 6.7.4 显示了不同快拍数 L 下本节算法的角度估计性能($M=N=8, K=3$)。从图中可以看出均匀矩形阵下角度估计性能随着快拍数 L 的增加而变好。

图 6.7.5 和图 6.7.6 分别给出了不同 M/N 下 2D-DOA 的估计性能。从图中可以明显看出本节算法的角度估计性能随着天线数的增加渐渐变好。因为多天线加强了分级增益而使得 2D-DOA 估计性能变好。

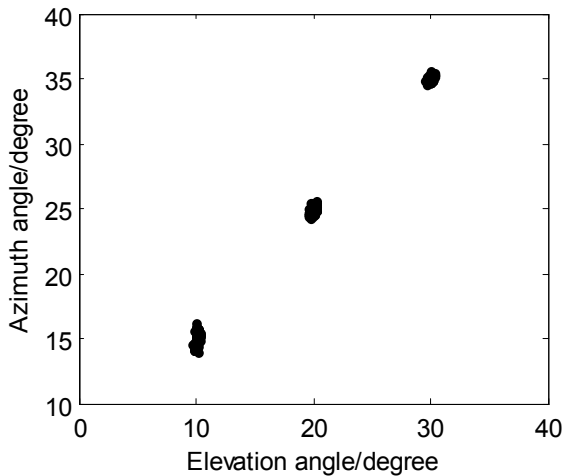


图 6.7.2. 三个信源下本节算法的角度估计性能

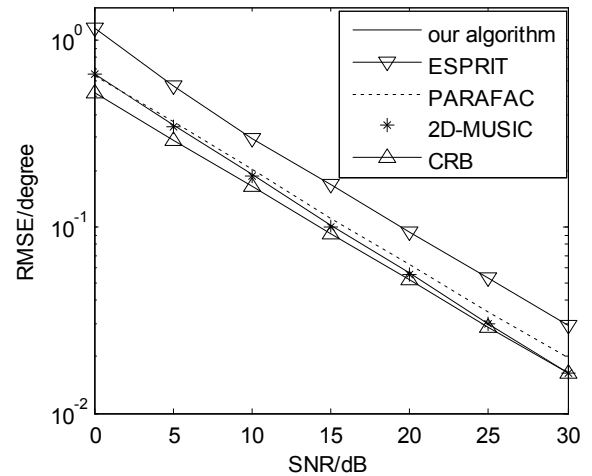


图 6.7.3. 2D-DOA 估计性能比较

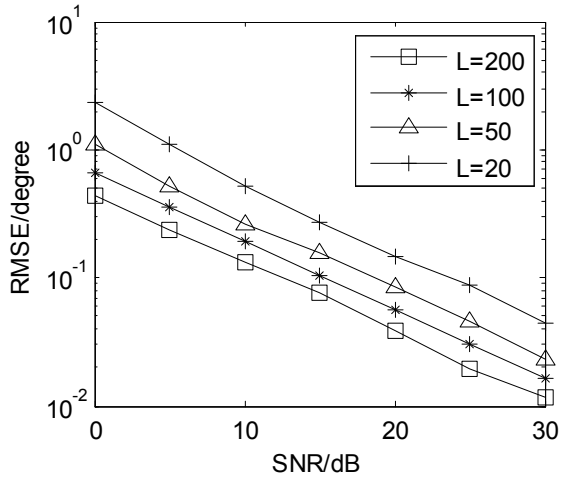


图 6.7.4. 不同 L 下 2D-DOA 的估计性能

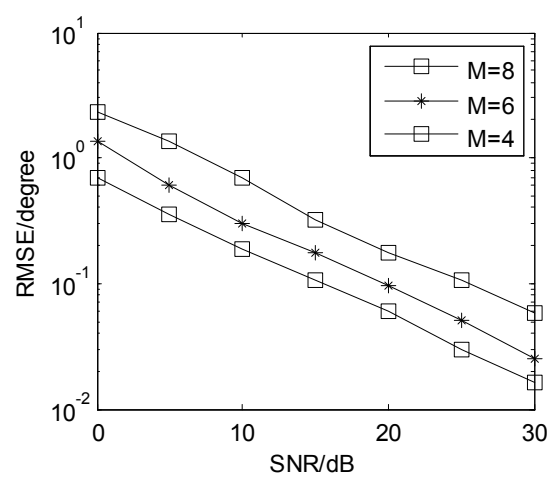


图 6.7.5. 不同 M 下 2D-DOA 的估计性能

图 6.7.7 研究了本节算法在不同信源数 K 下的角度估计性能，其中 $M=8, N=8, L=100$ 。从图 6.7.7 中我们发现本节算法的角度估计性能随着信源数 K 的增加而降低。

图 6.7.8 和图 6.7.9 显示了本节算法在两个信源有相同的仰角/方位角的情况下的角度估计性能其中 $M=8, N=8, L=100$ 。从图中我们发现，当包含仰角/方位角相同的信源时，本节算法可以有效工作。

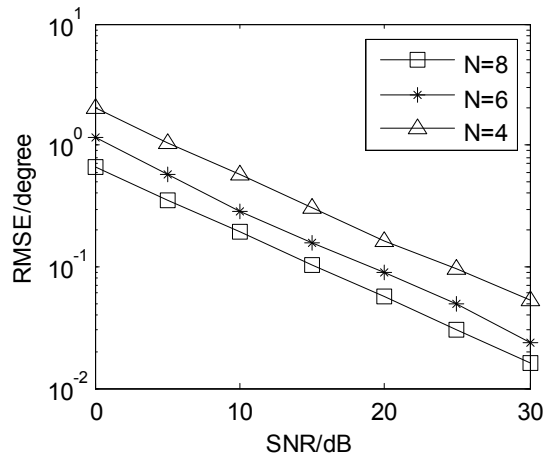


图 6.7.6. 不同 N 下 2D-DOA 的估计性能

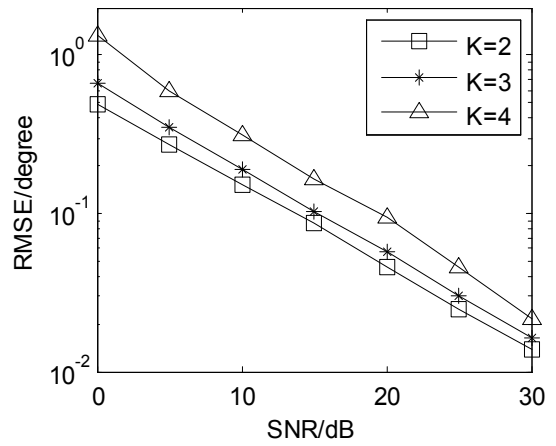


图 6.7.7. 不同信源数 K 下本节算法的 2D-DOA 估计性能

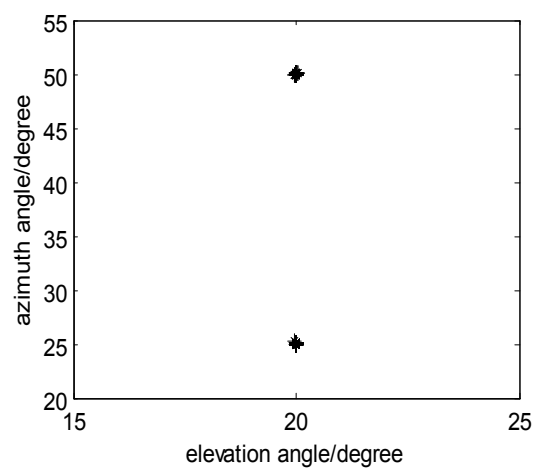


图 6.7.8.相同的仰角的情况下算法估计性能

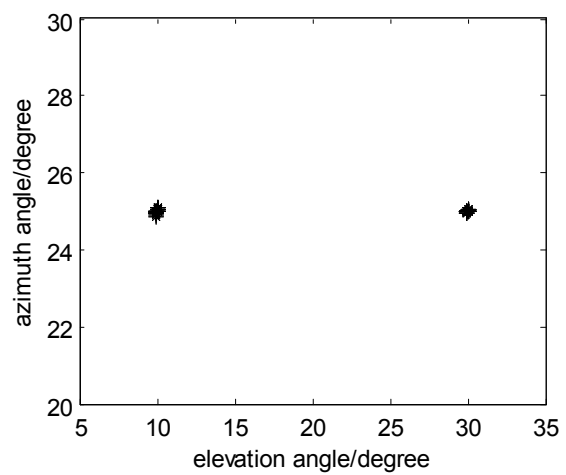


图 6.7.8.相同的方位角的情况下算法估计性能

6.10. 仿真结果（双平行均匀线阵中基于 PM 算法的二维 DOA 估计算法）

定义均方根误差(RMSE)为

$$RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{l=1}^{1000} (\hat{\beta}_{k,l} - \hat{\beta}_k)^2} \quad (6.10.36)$$

我们定义信噪比(SNR)为

$$SNR = \frac{\|\mathbf{AS}\|_F^2}{\|\mathbf{W}\|_F^2} \quad (6.10.37)$$

其中 $\hat{\beta}_{k,l}$ 是对第 l 次 Monte Carlo 试验的 θ_k / ϕ_k 的估计；我们假设有 $K=2$ 的信源，对应的波达方向为 $(\theta_1, \phi_1) = (10^\circ, -15^\circ)$, $(\theta_2, \phi_2) = (55^\circ, 40^\circ)$ 。在仿真中用到 $d = \lambda / 2$ 。

图 6.10.3 描述了 $N=10, J=100, SNR=15\text{dB}$ 下所提出的改进算法的角度估计结果。从图中我们可以清晰地观察仰角和方位角。

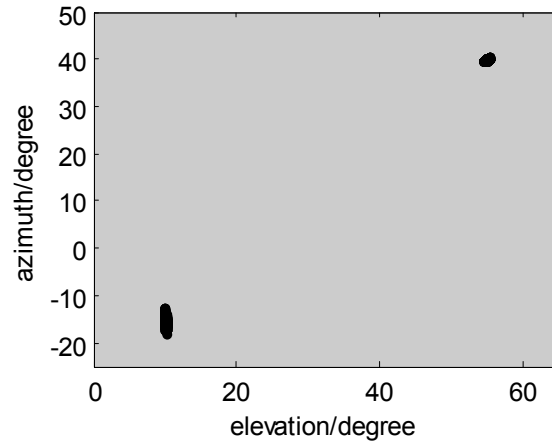


图 6.10.3. SNR=15dB 下二维角度估计性能

我们把提出的改进算法和 Wu 的算法进行比较。图 6.10.4-6.10.5 展示了算法的比较。由图中我们可以发现提出的算法的角度估计性能比 Wu 的算法更好。

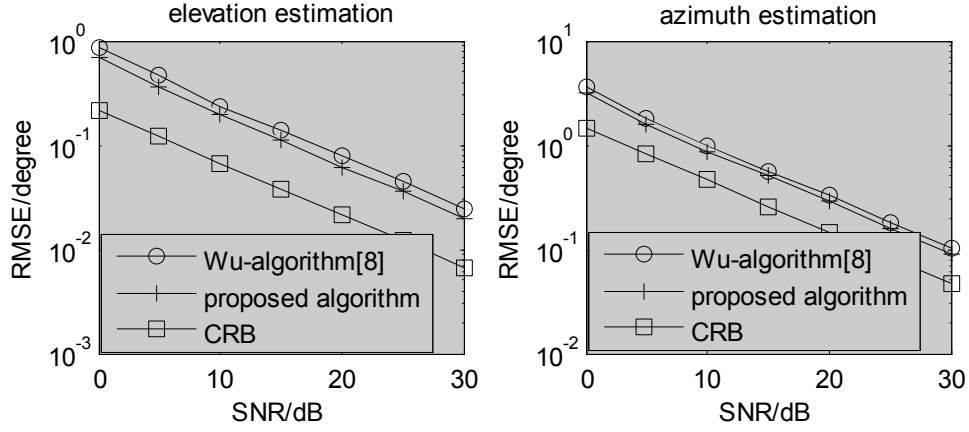


图 6.10.4. 角度估计性能对比 ($N=10, J=100, K=2$)

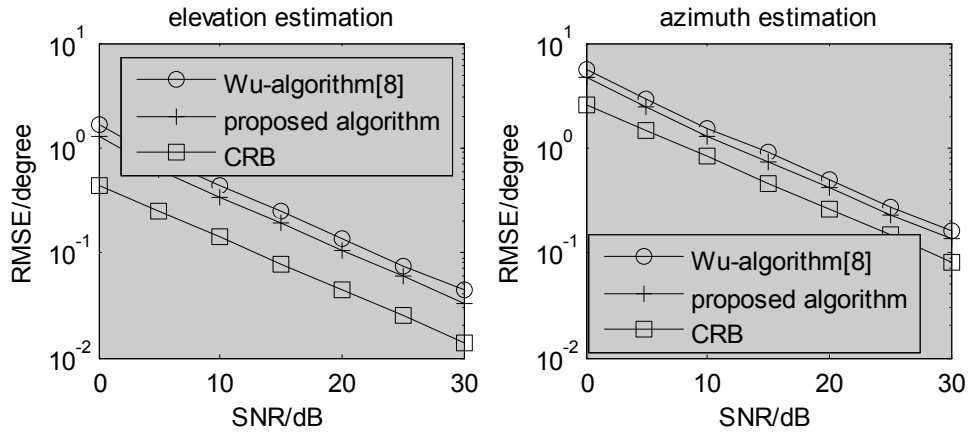


图 6.10.5. 角度估计性能对比($N=8, J=50, K=2$)

图 6.10.6 展示了在 $J=100, K=2$ 并且不同 N 的情况下提出的算法的角度估计性能。由图可知，算法的角度估计性能随天线数量的增加而提高。

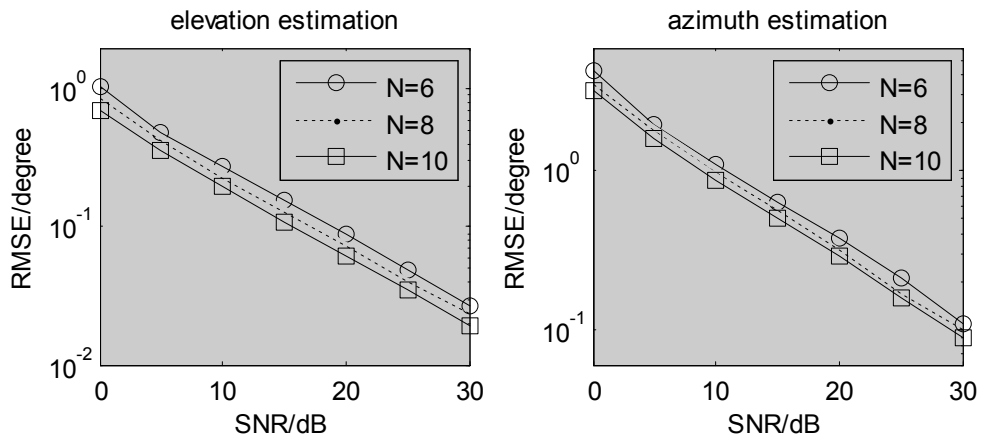


图 6.10.6. 不同 N 情况下的角度估计性能

图 6.10.7 展示了在 $N=10$ ，且 J 值不同的情况下提出的算法的角度估计性能。图 6.10.7 表明算法的角度估计性能随 J 的增加而提高。

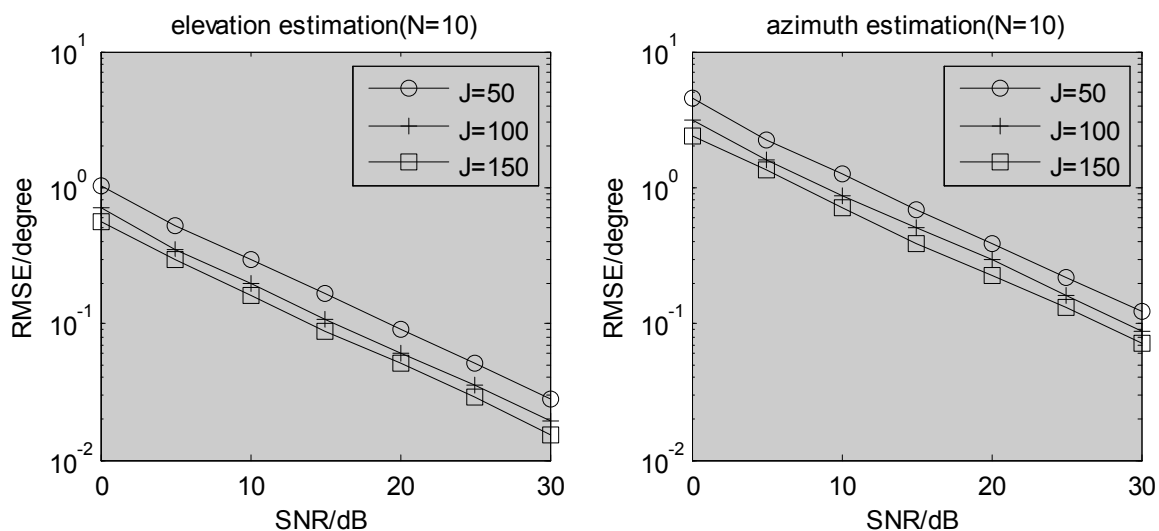


图 6.10.7. 不同 J 情况下的角度估计性能

图 6.10.8 展示了当 K 取更大的值时提出的算法的角度估计性能。我们假设 $K = 5$ (仰角: $[5^\circ, 25^\circ, 45^\circ, 65^\circ, 80^\circ]$, 方位角: $[-15^\circ, 40^\circ, 100^\circ, -45^\circ, -150^\circ]$), 并有 $N = 10, J = 100, \text{SNR} = 15\text{dB}$ 。如图所示仰角和方位角可以被清晰地观察。

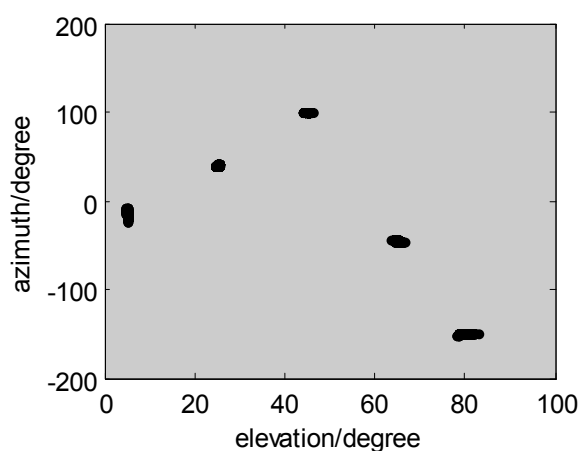


图 6.10.3. $\text{SNR}=15\text{dB}$ 下二维角度估计性能 (K 较大)

图 6.10.9 展示了在两个相近信源, 且波达方向为 $(\theta_1, \phi_1) = (10^\circ, 35^\circ)$, $(\theta_2, \phi_2) = (15^\circ, 40^\circ)$ 的情况下的算法比较。由图我们可以发现, 提出的算法比 Wu 的算法有更好的角度估计性能。

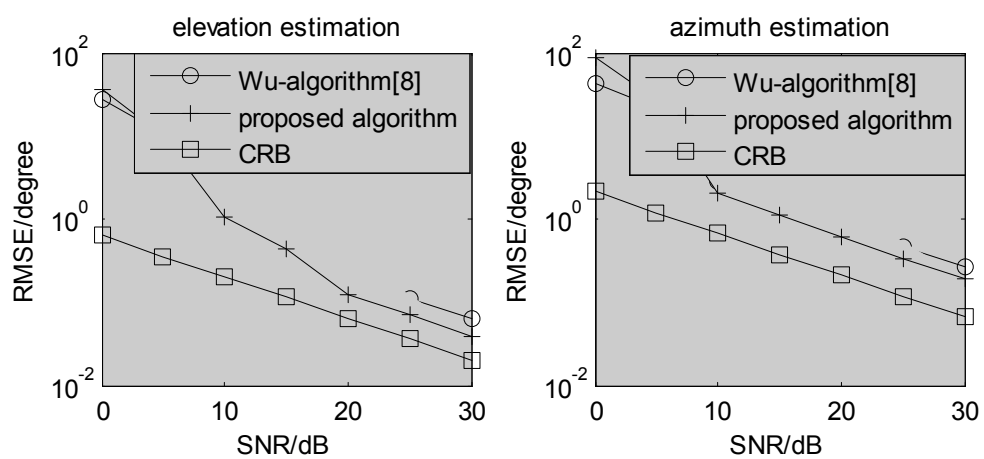


图 6.10.9. 相近信源情况下角度估计性能($N=10, J=100, K=2$)

8.2. 仿真结果（角度和频率估计的 ESPRIT 算法）

我们通过 1000 次 Monte Carlo 仿真来估计本算法的角度和频率的估计性能。下面仿真中 M 表示天线数； P 表示延时值； N 表示快拍数； K 表示信源数。

定义均方误差为： $RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{(1/1000) \sum_{m=1}^{1000} [a_{mk} - a_{0k}]^2}$ ，其中 a_{mk} 表示第 k 个估计出的角度/频率， a_{0k} 表示第 k 个角度/频率的真实值。

仿真 1: 在 $SNR = 0dB$ 的情况下将本节算法和文献[25]提出的 ESPRIT 算法（wang's ESPRIT）的估计性能做了比较，其中 $M=12$ ， $K=3$ ， $P=3$ 和 $N=400$ 。三个目标的 DOA 选择为 10° 、 20° 和 30° ；多普勒频率选择为 $500k$ 、 $700k$ 和 $900k$ 。从图 8.2.1 和图 8.2.2 中，我们发现本节中的算法能够实现参数的自动配对，而文献[25]提出的 ESPRIT 算法无法实现自动配对，所以本算法的性能更好。

仿真 2: 将本算法和文献[25]提出的 ESPRIT 算法的估计性能、克拉美罗界做了比较。仿真参数为 $M=12$ ， $K=3$ ， $P=3$ 和 $N=100$ 。从图 8.2.3 和图 8.2.4 中，我们发现与文献[25]提出的 ESPRIT 算法相比，本算法频率估计性能与之相同，而角度估计性能更好。

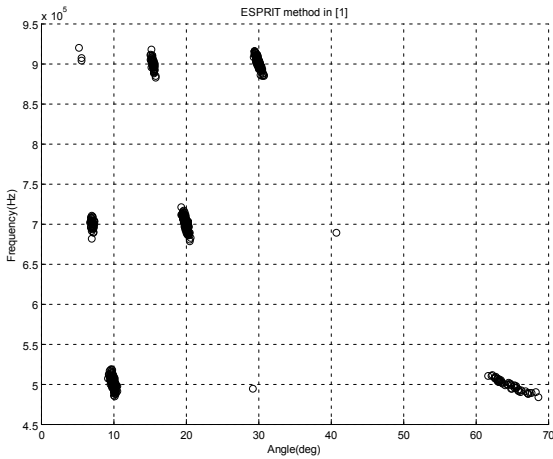


图 8.2.1 在 $SNR=0dB$ 下文献[25]提出的算法的散布图

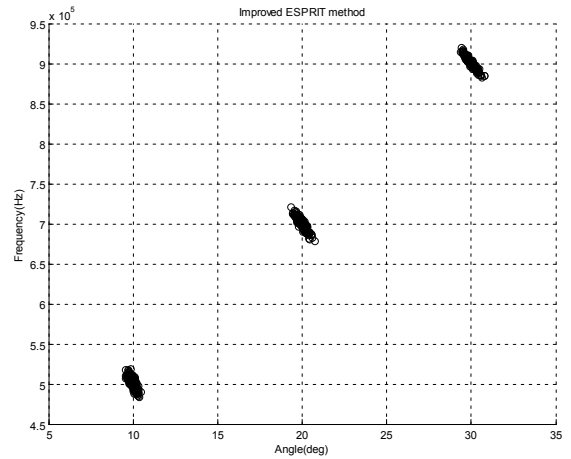


图 8.2.2 在 $SNR=0dB$ 下本算法的散布图

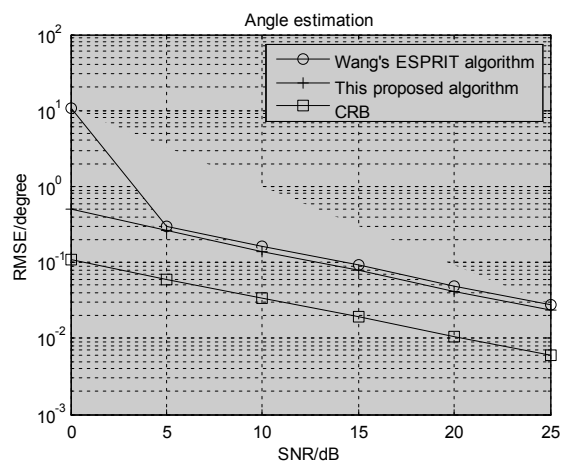


图 8.2.3 角度估计性能比较

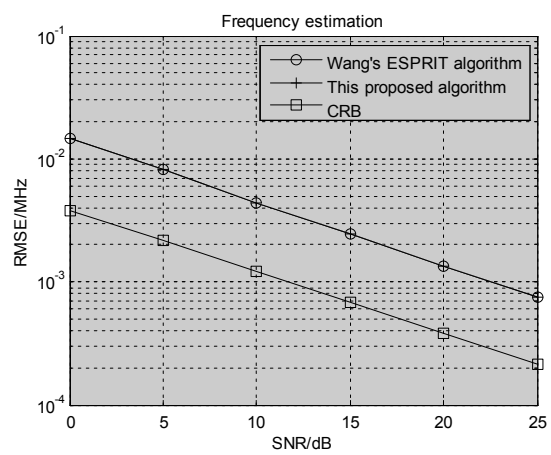


图 8.2.4 频率估计性能比较

8.4 仿真结果（基于 PM 的联合频率和角度估计）

采用 Monte Carlo 仿真来评估算法的角度和频率估计性能。Monte Carlo 试验次数为 2000。仿真中采用 8 天线的均匀线阵。 K 为信源数； M 为天线数； N 为快拍数。定义 RMSE：

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{2000} \sum_{m=1}^{2000} [a_m - a_0]^2}$$

其中， a_m 为第 m 次 Monte Carlo 仿真的角度或频率的估计值， a_0 为角度或频率的真实值。

仿真 1：研究改进 PM 算法联合角度和频率估计性能。取 $K=2$ ， $M=8$ ， $N=200$ 。DOA 分别为 10° ， 20° ，相应的载波分别为 0.5MHz，0.7MHz，图 8.4.2，图 8.4.3 分别给出了 $SNR=5dB$ 及 $10dB$ 时该算法角度和频率估计散布图。

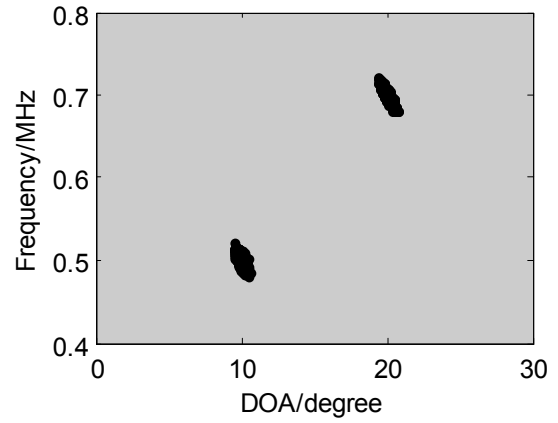
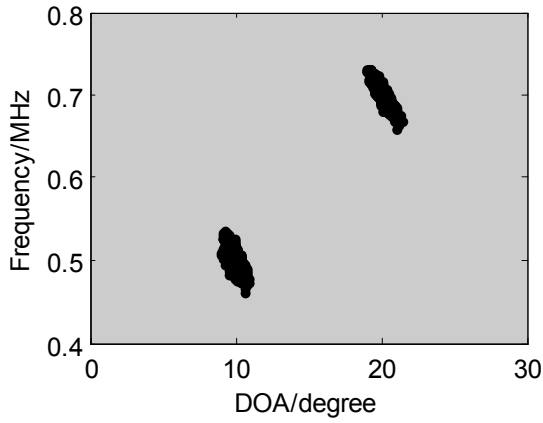


图 8.4.2 改进 PM 算法频率和角度散布图($SNR=5dB$) 图 8.4.3 改进 PM 算法频率和角度散布图($SNR=10dB$)

仿真 2：研究改进 PM 算法在不同信噪比下的性能。仿真参数同仿真 1，加入了同 PM 算法、ESPRIT 算法以及 CRB 的比较。从图 8.4.4 和图 8.4.5 可以看出，PM 算法性能最差，改进 PM 算法的角度和频率估计性能与 ESPRIT 算法几乎相同。

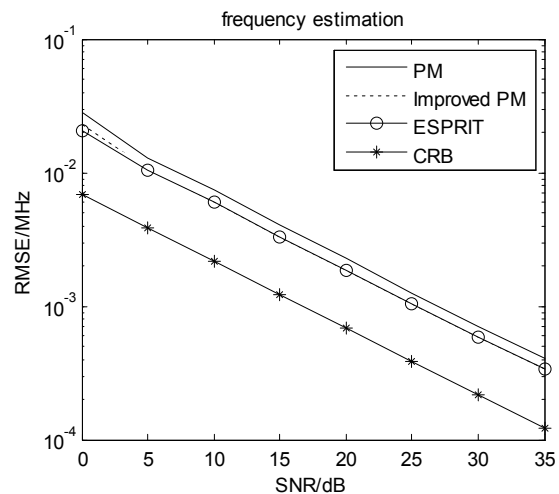
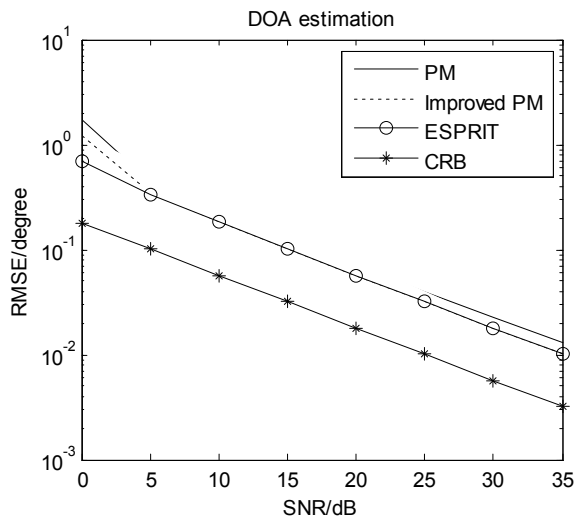


图 8.4.4 不同信噪比下的角度估计性能比较 图 8.4.5 不同信噪比下的频率估计性能比较

仿真 3: 研究不同的天线数时改进 PM 算法联合角度和频率估计性能, 取 $N=200$, $K=2$ 。 M 分别取 6, 8, 10。图 8.4.6, 8.4.7 可以看出随着天线数目的增加, 频率和角度估计性能变好, 表明该算法有较好的空间分集性能。

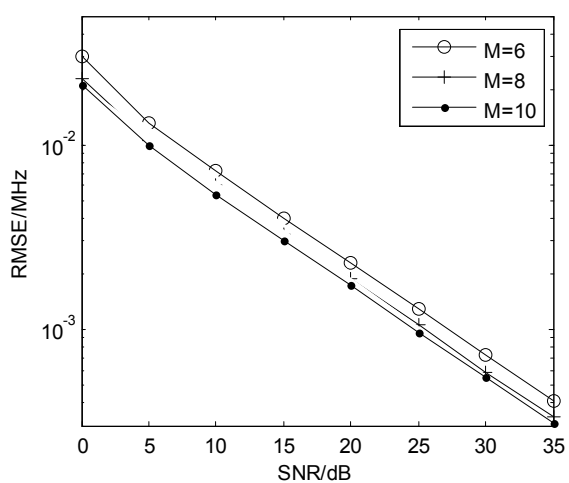
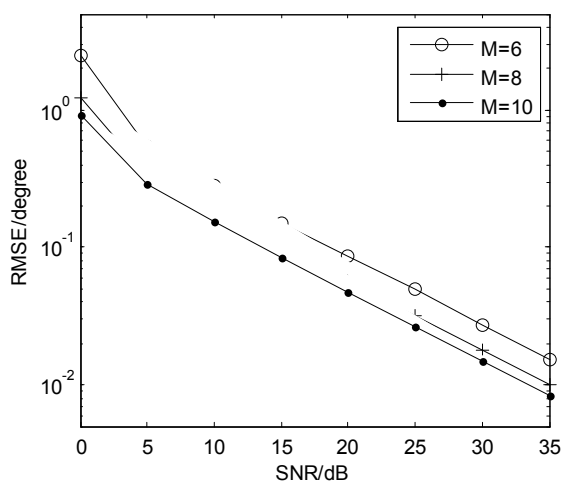


图 8.4.6 不同天线数下的角度估计性能比较 图 8.4.7 不同天线数下的频率估计性能比较

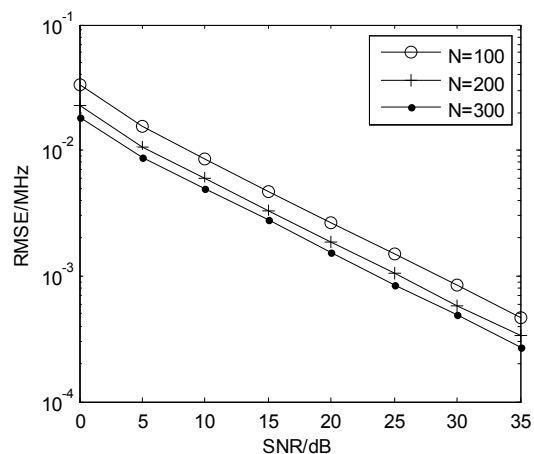
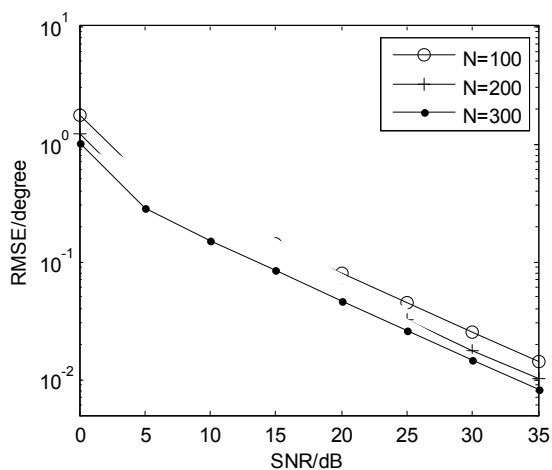


图 8.4.8 不同快拍数下的角度估计性能比较 图 8.4.9 不同快拍数下的频率估计性能比较

仿真 4: 研究不同的快拍数时改进 PM 算法联合角度和频率估计性能, 取 $M=8$, $K=2$ 。 N 分别取 100, 200, 300。图 8.4.8 和图 8.4.9 可以看出随着快拍数的增加, 频率和角度估计性能变好。

8.6 仿真结果（基于四线性分解的阵列信号二维角度和频率联合估计算法）

为了验证文中提出的算法的性能，采用 Monte Carlo 仿真来评估算法的 2 维角度和频率估计性能。假设噪声为加性高斯白噪声，仿真中采用图 3.1 所示的双平行线阵列。假设非相关窄带信号源数为 $K=3$ ，其 2 维 DOA 和频率分别为 $(15^\circ, 10^\circ, 1.2\text{MHz})$, $(25^\circ, 20^\circ, 1.5\text{MHz})$, $(35^\circ, 30^\circ, 1.8\text{MHz})$ ，阵元间距 $\Delta x = \Delta y = 75\text{m}$ ，快拍数 $L=500$ ，定义 RMSE： $RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{500} \sum_{m=1}^{500} (a_{mk} - a_{ok})^2}$ ，其中， a_{mk} 为第 k 个信源的第 m 个 Monte Carlo 仿真的角度或频率的估计值， a_{ok} 为第 k 个信源的角度或频率的真实值。

仿真 1: 仿真采用阵元数为 8×2 的双平行线阵列，进行了 50 次 Monte Carlo 仿真，数据长度为 $L=500$ 。图 8.6.2 给出了本节算法在 $SNR=10\text{dB}$ 时方位角和仰角的散布图及方位角和频率的散布图，从图 8.6.2 可以看出此算法具有较好的联合角度和频率估计性能。

仿真 2: 为了说明本节算法在不同信噪比下角度和频率参数联合估计性能，仿真参数同上，Monte Carlo 试验次数为 500，数据长度为 $L=500$ 。为了进行比较，ESPRIT 算法和基于三线性（trilinear）分解算法的结果一起在图(8.6.3)~图(8.6.5)中给出，分别为在不同信噪比条件下的频率和 2 维 DOA 估计值的 RMSE 曲线，可以看出，随着信噪比的提高，RMSE 变小，估计性能更好。同时可看出本节算法的性能优于其它两种算法，trilinear 分解又要优于 ESPRIT 算法。

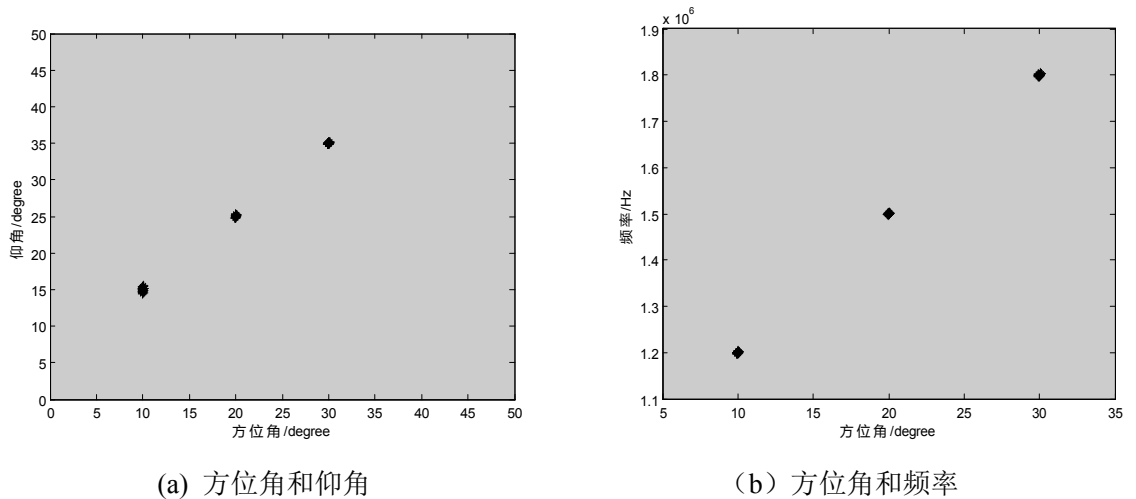


图 8.6.2 $SNR=10\text{dB}$ 的二维角度和频率散布图

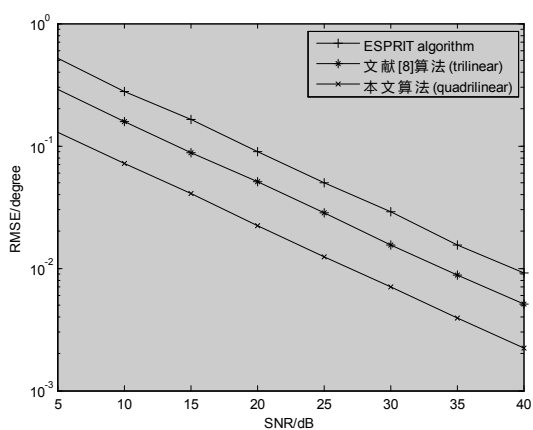


图 8.6.3 仰角随信噪比变化性能曲线

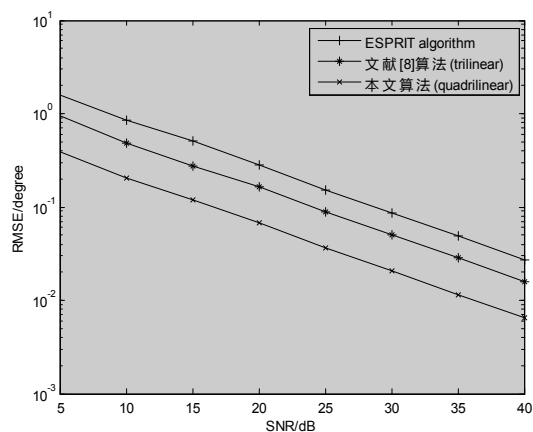


图 8.6.4 方位角随信噪比变化性能曲线

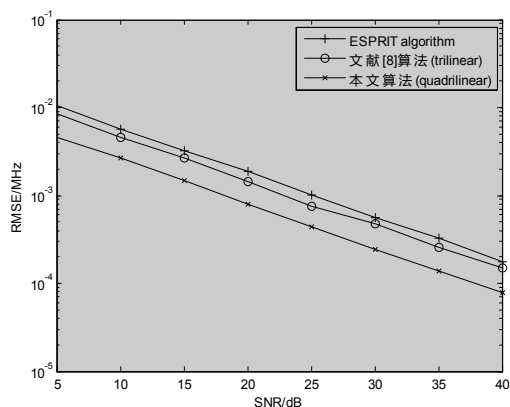


图 8.6.5 频率随信噪比变化性能曲线

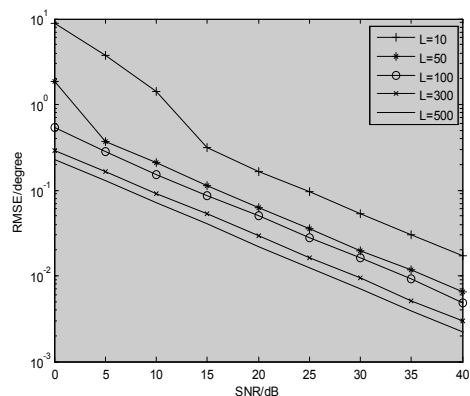


图 8.6.6 仰角在不同快拍数下性能曲线

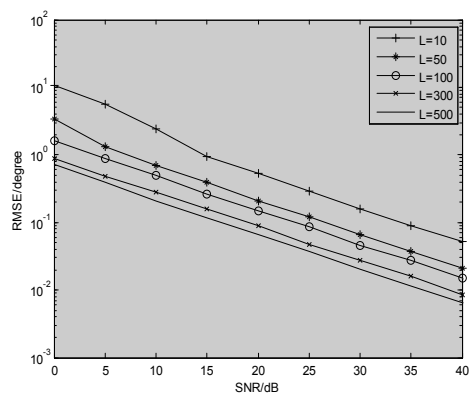


图 8.6.7 方位角在不同快拍数下性能曲线

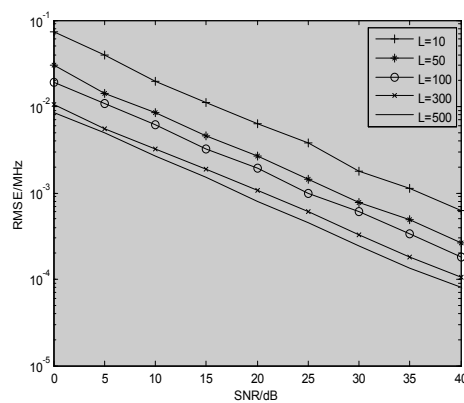


图 8.6.8 频率在不同快拍下性能曲线

仿真 3: 本节为了说明在不同快拍数下频率和 2 维角度联合估计的性能, 采用 3 个非相关窄带信号源, 快拍数分别设为 10, 50, 100, 300, 500。图 8.6.6, 8.6.7, 8.6.8 分别给出了角度和频率在不同快拍数下随信噪比变化的 RMSE 曲线, 从图中可以看出, 在快拍数很小的情况下, 性能较好, 随着快拍数的

增加，参数估计性能越来越好。从仿真中可知，该算法在小样本数下也能较好的工作。

9.5 仿真结果（基于双四元数理论的三分量矢量传感器阵列参量联合估计）

仿真分为两部分，第一部分是验证本文的方法，第二部分是与 Bihan 提出的方法对比。仿真中假设矢量传感器阵元个数是 4 个，阵元间距 $\Delta x = \lambda/2$ ，快拍数为 500，信源个数 $L = 2$ ，波达方向角分别为 30° 和 35° ，信源极化参量 $\rho_{11} \exp(j\alpha_{11}) = 0.6 \exp(j0.2)$ ， $\rho_{21} \exp(j\alpha_{21}) = 1.1 \exp(j0.9)$ ， $\rho_{12} \exp(j\alpha_{12}) = 0.7 \exp(j0.3)$ ， $\rho_{22} \exp(j\alpha_{22}) = \exp(j0.8)$ ，噪声为加性高斯白噪声， L 个谱峰搜索过程采用先粗搜索，再细搜索的策略，共做 100 次蒙特卡洛实验。

首先就本文方法，观察信源波达方向和极化参量随信噪比变化时估计值的均方根误差（RMS），如图 9.5.1、图 9.5.2 和图 9.5.3 所示。图 9.5.1 是方向角为 30° 的信源参量估计值的均方根误差，—○—代表归一化方向角估计的均方根误差，...◆...代表第二个分量和第一个分量（参考分量）的绝对值之比 $\rho_{11} = |\beta_{11}/\beta_{01}|$ ，-■-代表第二个分量和参考分量的相位差 $\alpha_{11} = \angle(\beta_{11}/\beta_{01})$ ，-◇-代表第三个分量和参考分量的绝对值之比 $\rho_{21} = |\beta_{21}/\beta_{01}|$ ，—★—代表代表第三个分量和参考分量的相位差 $\alpha_{21} = \angle(\beta_{21}/\beta_{01})$ ；图 9.5.2 是方向角为 35° 的信源参量估计值的均方根误差，图中线型代表的意义同图 9.5.1。图 9.5.3 所示为信源所有参量估计值的均方根误差的和的平均，--■--代表方向角为 30° 的信源，—★—代表方向角为 35° 的信源。

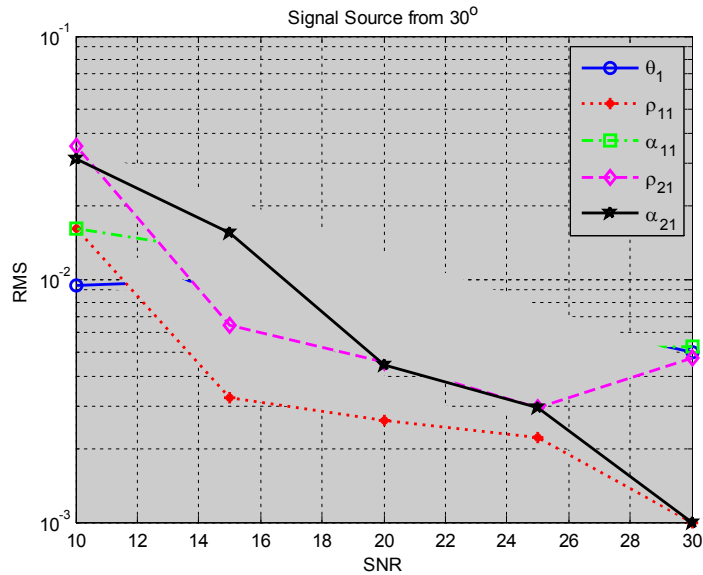


图 9.5.1 信源（ 30° ）各参量估计值随信噪比变化的均方根误差

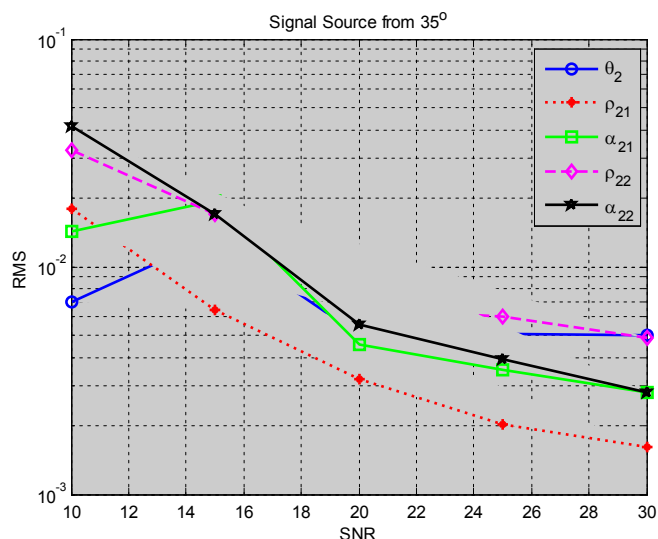


图 9.5.2 信源（35°）各参量估计值随信噪比变化的均方根误差

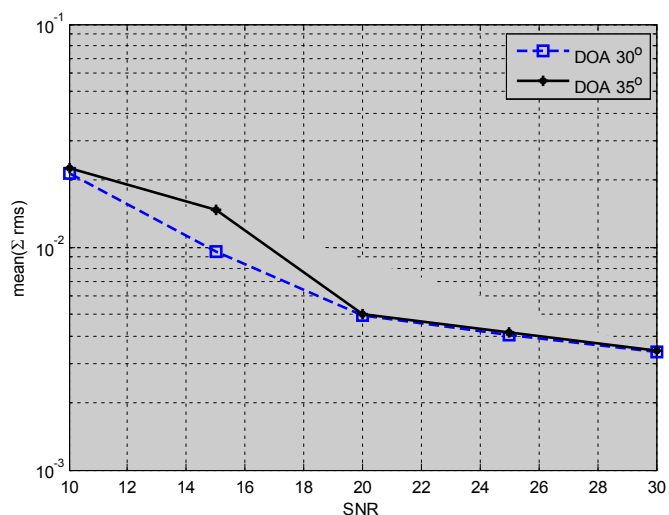


图 9.5.3 信源所有参量估计值的均方根误差的均值随信噪比的变化

当信噪比从 30dB 下降到 10dB 时，从图 9.5.3 可以看出，每个信源所有参量的均方根误差的平均是呈上升趋势的，这说明对信源的整体估计偏差是随着信噪比的降低而增加的。但是从图 9.5.1 和图 9.5.2 却可以看出，在局部，如 10dB 和 20dB 之间，单个估计值的误差会出现一些波动。这是因为子空间的正交性同时受到信源波达方向和极化参量的相互影响，所以信源所有估计值的总体偏差是随信噪比变化降低而增加的，但在局部会有些波动。

其次与 Bihan 提出的方法作比较，在假设信源的极化信息已知的情况下观察信源归一化方向角估计的均方根误差，如图 9.5.4 所示，其中，—○—和—●—分别代表 Bihan 方法和本文方法估计方向角 30° 信源归一化方向角时的估计均方根误差，—★—和—☆—分别代表 Bihan 方法本文方法估计方向角 35° 信源

归一化方向角时的估计均方根误差。

注意到当估计值的均方根误差接近于 0.015 时（图中用一条水平线标示），对应的实际角度估计误差已接近正负 1 度，此时估计值已经不能提供有效的方向角信息。因此，从图 9.5.4 看出，在上述假设条件下，Bihan 的方法在信噪比接近 25dB 左右时已经失效，所以，均方根误差值超过 0.015 的线条“—○—”和“—★—”的走势已经没有任何意义；而本文的方法则在接近 10dB 时才失效。如果增加阵列的阵元个数，则可以改善估计效果。

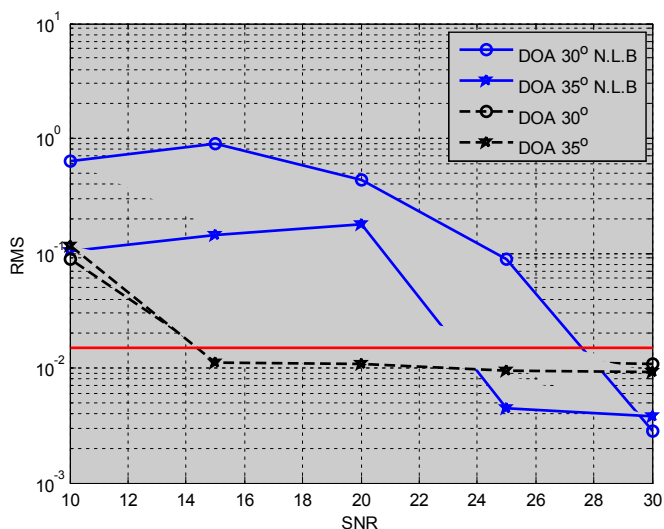


图 9.5.4 已知信源极化信息时，归一化方向角估计值随信噪比变化的均方根误差

图 9.5.5 和图 9.5.6 所示则是假设信源的极化信息已知的情况下，增加阵元个数到 8 时，在信噪比为 15dB 时的方向角估计效果。其中·····◆·····代表本文的方法，—★—代表 Bihan 的方法，图 9.5.5 是对方向角 30 度的信源的方向角估计，图 9.5.6 是对方向角 35 度的信源的方向角估计。

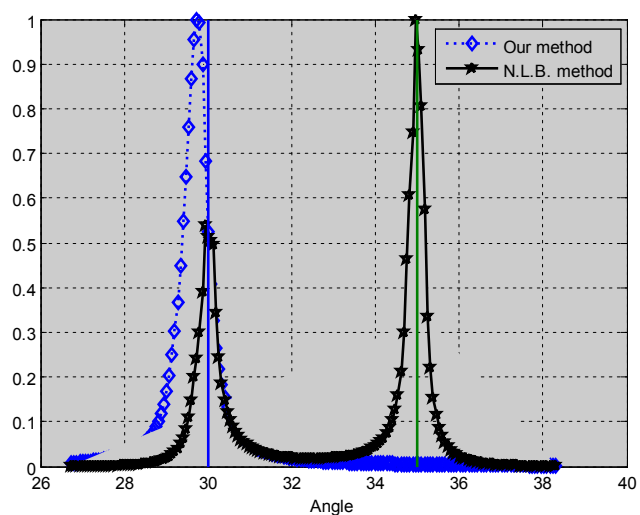


图 9.5.5 已知信源 (30°) 极化信息时, 信噪比为 15db, 8 阵元时方向角的估计图

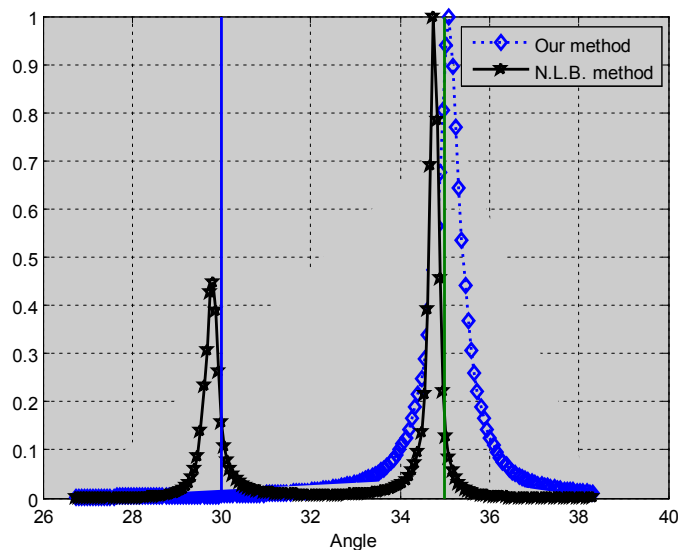


图 6 已知信源 (30°) 极化信息时, 信噪比为 15db, 8 阵元时方向角的估计图

从图 9.5.5 可以看出, 当已知 30° 信源极化信息时, 本文方法可以有效估计出信源的方向角, 但却得不到另一个信源的方向角估计值, 而 Bihan 的方法却能同时出现两个信源的方向角估计值。图 9.5.6 也是如此。这说明本文的模型和算法相对 Bihan 的方法是敏感于极化信息的, 也说明本文的方法相对 Bihan 的方法更适宜于信源角度与极化信息的联合估计。

11.2 仿真结果(基于多不变 MUSIC 算法的声矢量传感器阵的 DOA 估计)

为了能准确的估计出该算法的性能，我们将进行 Monte Carlo 仿真，设其仿真次数为 $n=1000$ 。定义

均方根误差(RMSE) 为 $RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} (\hat{\varphi}_k^n - \varphi_k)^2}$ ，其中， $\hat{\varphi}_k^n$ 是第 n 个 Monte Carl 仿真实验的

第 k 个信源 DOA φ_k 的估计值； φ_k 是第 k 个信源 DOA 的真实值； K 指接收的信源数。

在下面的仿真中，假定声矢量传感器阵由 M 个阵元构成线性阵列，阵元间距为半波长， M 指阵元数；信号噪声为加性高斯白噪声；快拍数为 L ；入射信号的波达角度分别为 10° ， 20° ， 30° 。DOA 估计性能如图 11.2.2 所示

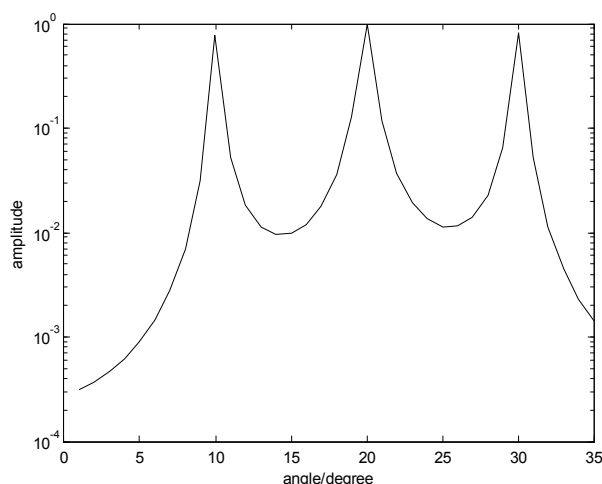


图11.2.2 SNR=20dB 情况下的 MI-MUSIC 算法 DOA 估计仿真

在这里我们将 ESPRIT 算法与 MI-MUSIC 算法进行估计性能对比，图11.2.3显示了两算法 DOA 估计性能的比较结果（其中设 $M=8$ ， $K=3$ ， $L=200$ ）。从图11.2.3中可以看出 MI-MUSIC 的性能较之 ESPRIT 算法更好些。

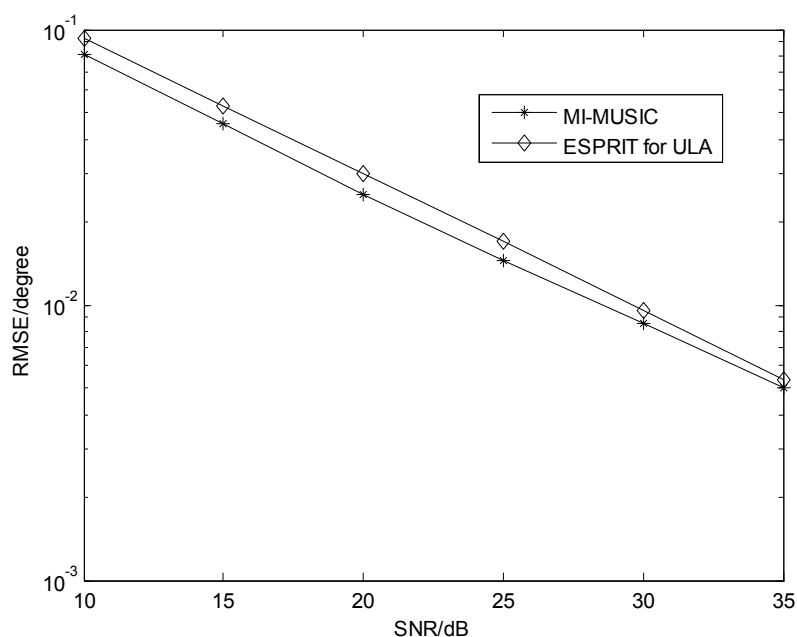


图 11.2.3 MI-MUSIC 算法和 ESPRIT 算法 DOA 估计性能比较

图11.2.4显示了阵元数 M 取不同值情况下 MI-MUSIC 算法的性能比较（此时取 $K=3$, $L=200$ ）。可以看出随着 M 值的增加，声矢量传感器阵的角度估计算法性能更好。同时，这一性质表明 MI-MUSIC 的角度估计性能随着阵元数的增加而更好，多阵元矢量阵因其分集增益而提高了角度估计性能。

图11.2.5比较了不同 M 值情况下 MI-MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的 DOA 估计性能（取 $K=3$, $L=200$ ）。从图11.2.5中两种算法的曲线，可以看出在相同条件下，MI-MUSIC 算法的估计性能明显优于 ESPRIT 算法的估计性能。当信噪比及阵元数都较大时，MI-MUSIC 算法地估计性能将达到最佳。

图11.2.6所示的是 MI-MUSIC 算法在不同 L 值情况下角度估计性能的比较（取 $M=8$, $K=3$ ）。图示表明 MI-MUSIC 算法的声矢量传感器阵 DOA 估计在 L 增加的情况下性能更好。

图11.2.7比较了不同 L 值情况下 MI-MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的 DOA 估计性能（取 $M=8$, $K=3$ ）。图3.12中两种算法的曲线很明显的显示：在相同条件下，MI-MUSIC 算法的估计性能明显优于 ESPRIT 算法的估计性能。

图11.2.8研究了入射信号之间的角度间隔不同时 MI-MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的估计性的比较（取 $M=8$, $K=3$, $L=200$ ）。这里设试验的入射信号分别是 $(10^\circ, 20^\circ, 30^\circ)$ 、 $(10^\circ, 17^\circ, 24^\circ)$ 和 $(10^\circ, 15^\circ, 20^\circ)$ 。从图11.2.8中的曲线不难看出，MI-MUSIC 算法和 ESPRIT 算法都可以对两个方位较近的目标进行分辨，随着入射信号之间角度差的减小，算法的估计性能不断下降。同时，图11.2.8中的曲线还显示：在相同条件下，MI-MUSIC 算法的估计性能明显优于 ESPRIT 算法的估计性能，但是也有特例，即在信噪比和角

度差都很小的时候，MI-MUSIC 算法的估计曲线因仅出现两个峰值而估计失效。

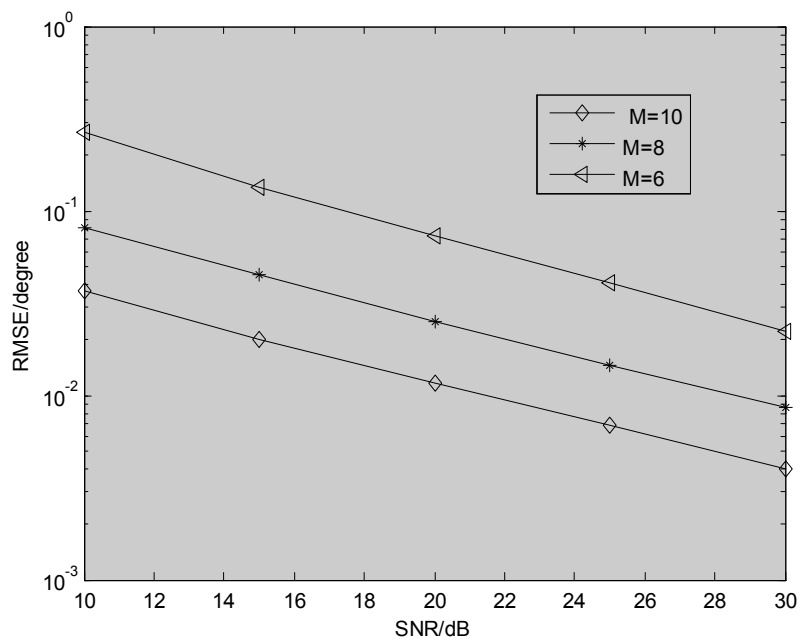


图 11.2.4 不同阵元数(M)时 MI-MUSIC 算法的估计性能比较

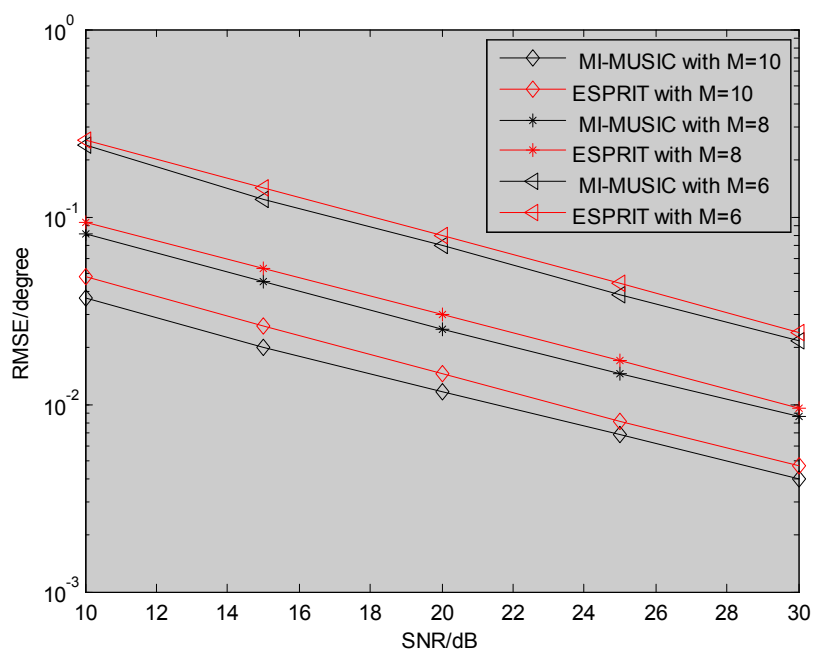


图 11.2.5 不同阵元数(M)时 MI-MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的估计性能比较

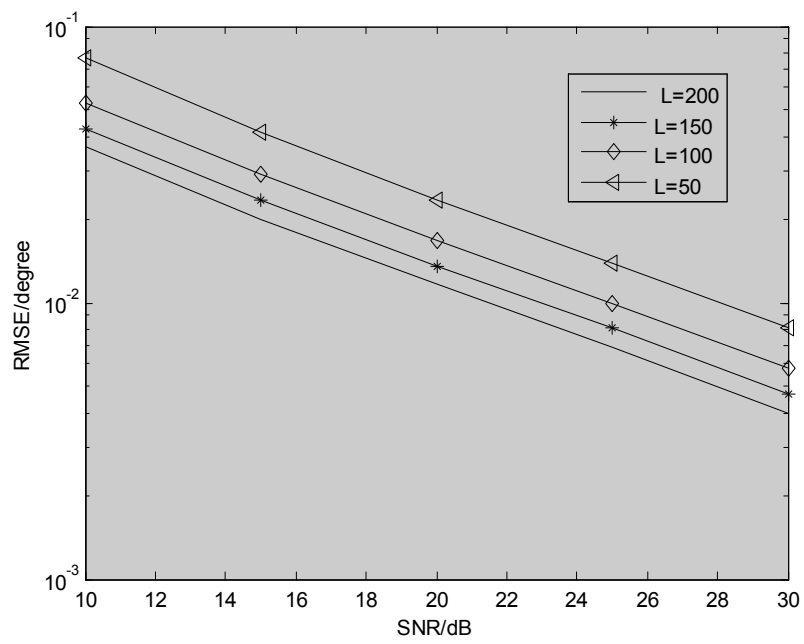


图 11.2.6 不同快拍数(L)时 MI-MUSIC 算法的 DOA 估计性能比较

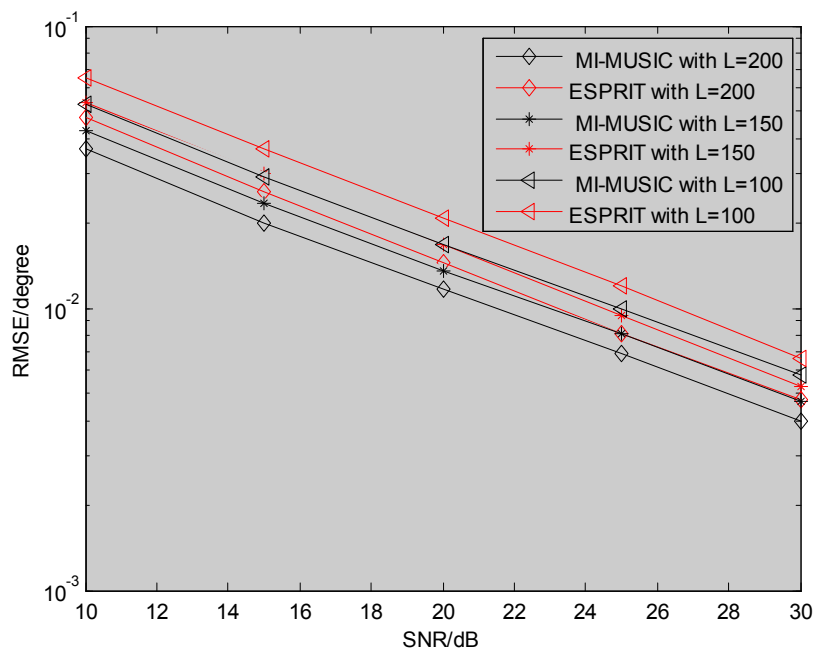


图 11.2.7 不同快拍数(L)时 MI-MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的估计性能比较

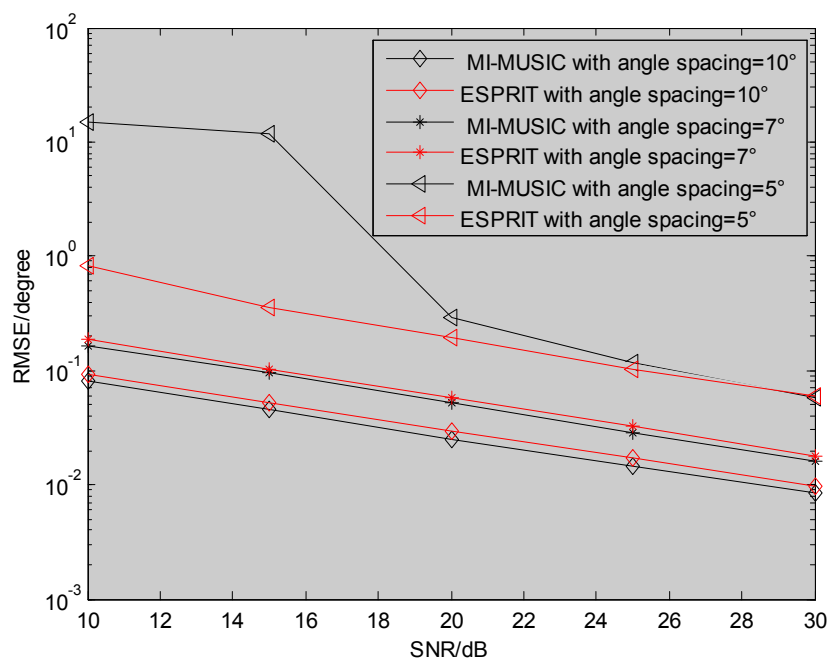


图 11.2.8 信源较近时，MI-MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的估计性能比较

11.3 仿真结果(基于 ESPRIT 算法的任意声矢量传感器阵列的二维波达方向估计)

我们将采用 Monte Carlo 仿真来评估出该算法的角度估计性能,假设 Monte Carlo 仿真次数为 $n=1000$, 噪声为加性高斯白噪声。定义均方根误差(RMSE) 为:

$$RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} (\hat{\varphi}_k^n - \varphi_k)^2}$$

其中, $\hat{\varphi}_k^n$ 是第 n 个 Monte Carlo 仿真实验的第 k 个信源 DOA 估计值; φ_k 是第 k 个信源 DOA 的真实值; K 是信源数。

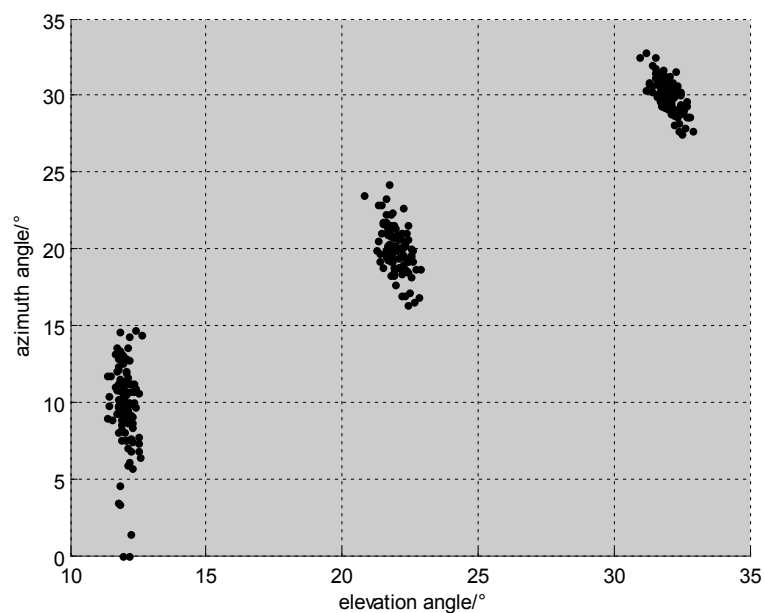


图 11.3.1 SNR=15dB 时 ESPRIT 算法的 DOA 估计

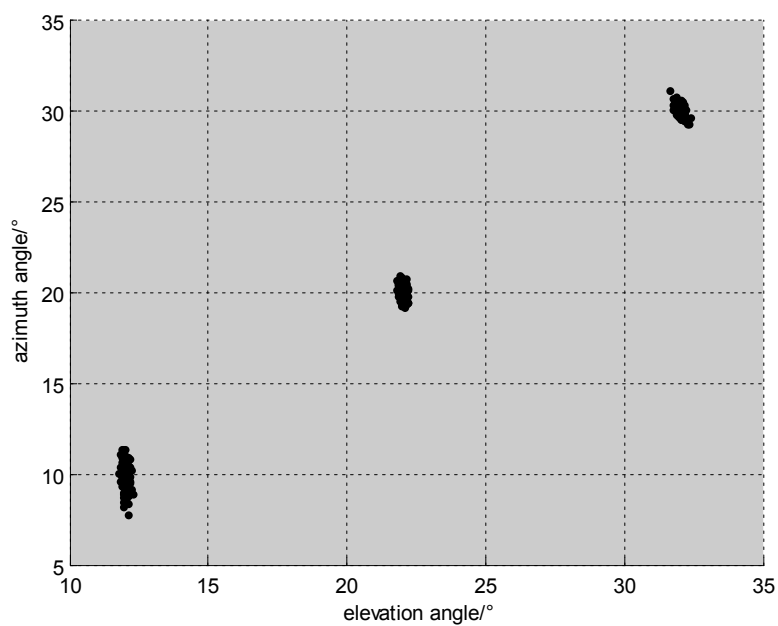


图 11.3.2 $SNR=25dB$ 时 ESPRIT 算法的 DOA 估计结果

在下面的仿真中，假定声矢量传感器阵由空间任意排列的 M 个阵元构成，阵元间距为半波长， M 指阵元数；快拍数为 L ；除了图 11.3.6 以外，其它仿真图中入射信号的 DOA 分别为 $(12^\circ, 10^\circ)$ ， $(22^\circ, 20^\circ)$ 和 $(32^\circ, 30^\circ)$ 。

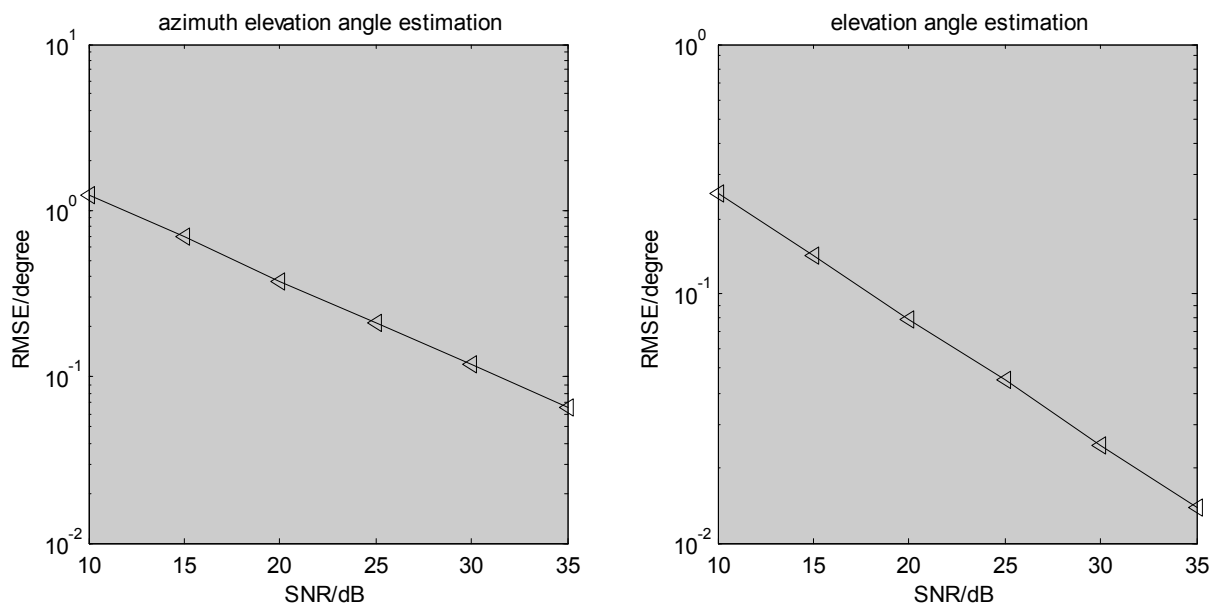


图 11.3.3 ESPRIT 算法各角度的估计性能

图 11.3.2 可见，基于 ESPRIT 算法的声矢量传感器阵的 DOA 估计的精度和准确度较好。在中等信噪

比条件下，具有较好的估计精度。比较图 11.3.1 和图 11.3.2 不难看出，在信噪比不同的情况下，随着信噪比的增加，算法估计值越来越接近，性能越来越好。

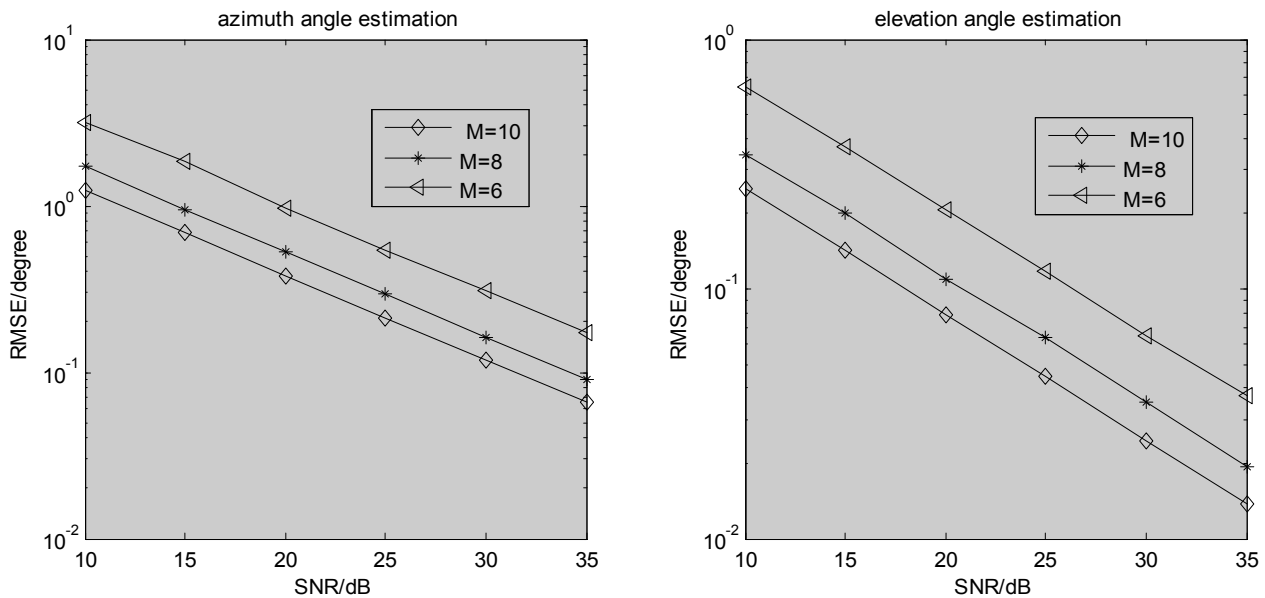


图 11.3.4 不同阵元三数(M)时，ESPRIT 算法的性能比较

图 11.3.3 显示了基于 ESPRIT 算法的任意声矢量传感器阵的 DOA 估计性能（其中设 $M=8$ ， $K=3$ ， $L=200$ ），图 11.3.3 同时显示了仰角和方位角的估计曲线，不难看出随着信噪比的增加，RMSE 越来越小。

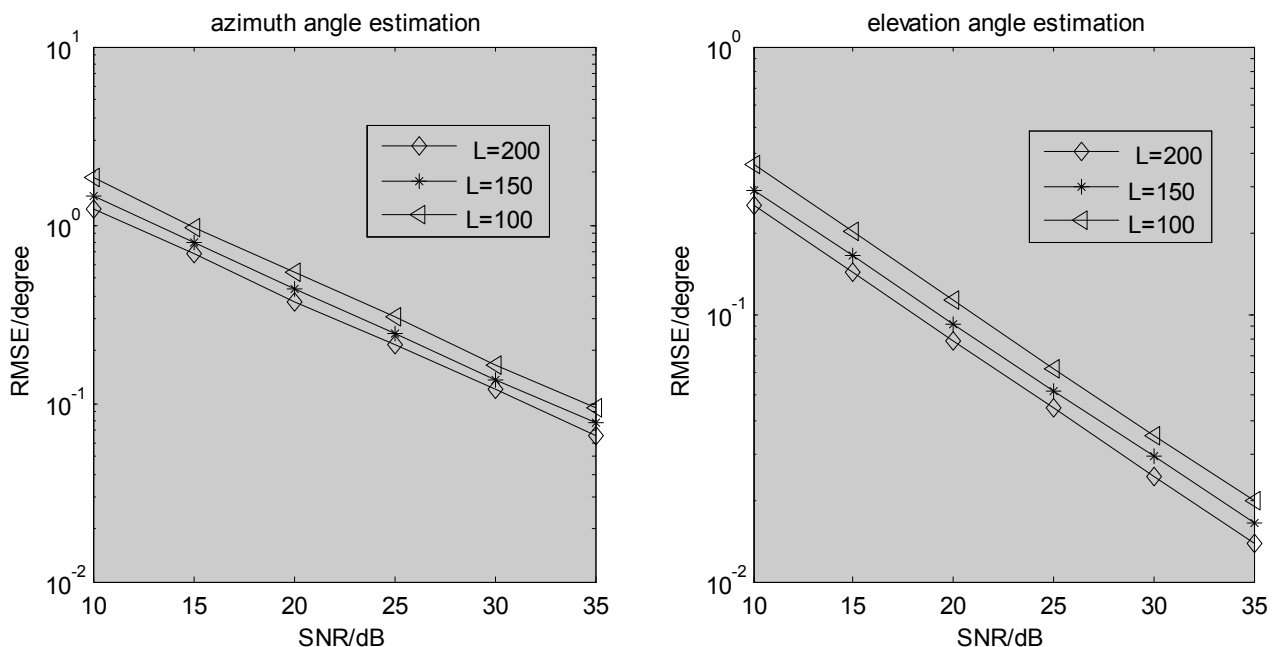


图 11.3.5 不同快拍数(L)时，ESPRIT 算法的性能比较

图11.3.4显示了阵元数 M 取不同值情况下 ESPRIT 算法的性能比较（此时取 $K=3$ ， $L=200$ ）。不难发现无论是仰角还是方位角，其估计值都随着 M 值的增加，声矢量传感器阵的角度估计算法性能更好，即随

随着阵元数的增加 ESPRIT 的角度估计性能越好。

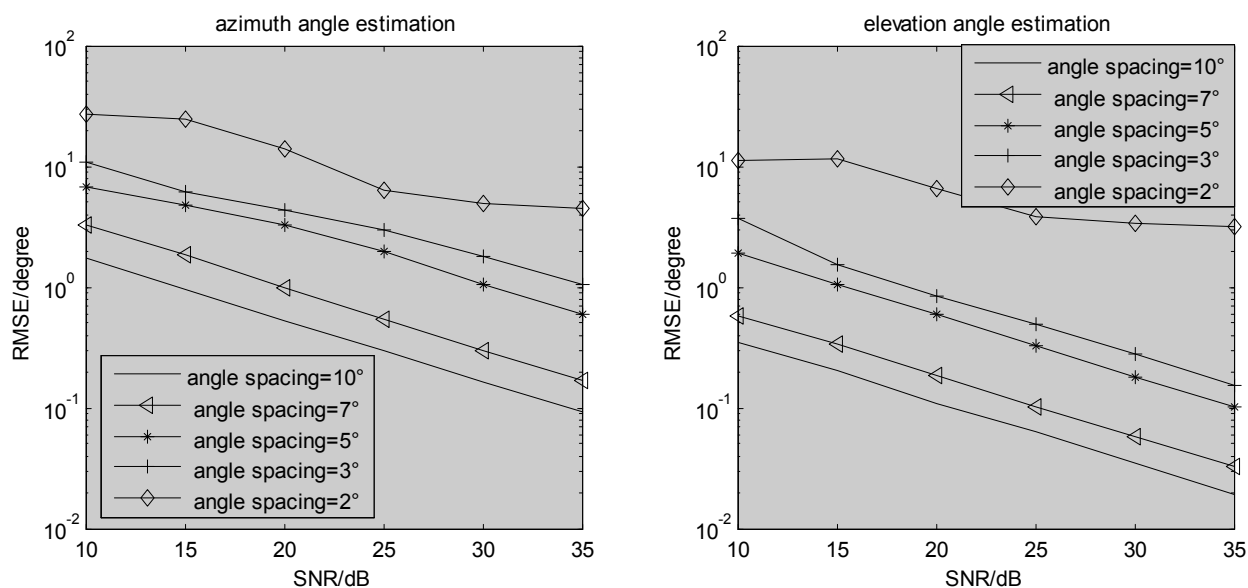


图 11.3.6 信源较近时，ESPRIT 算法的性能比较

图11.3.5所示的是 ESPRIT 算法在不同 L 值情况下角度估计性能的比较（取 $M=10, K=3$ ）。图示表明 ESPRIT 算法的声矢量传感器阵 DOA 估计在 L 增加的情况下性能更好。

图11.3.6研究了入射信号之间的角度间隔不同时 ESPRIT 算法的估计性的比较(取 $M=8, K=3, L=200$)。这里设试验的入射信号分别是 $[(10^\circ, 12^\circ), (20^\circ, 22^\circ), (30^\circ, 32^\circ)]$ 、 $[(10^\circ, 12^\circ), (15^\circ, 17^\circ), (20^\circ, 22^\circ)]$ 、 $[(10^\circ, 12^\circ), (17^\circ, 19^\circ), (24^\circ, 26^\circ)]$ 、 $[(10^\circ, 12^\circ), (13^\circ, 15^\circ), (16^\circ, 18^\circ)]$ 和 $[(10^\circ, 10^\circ), (12^\circ, 12^\circ), (14^\circ, 14^\circ)]$ 。从仰角和方位角的估计曲线不难看出：任意声矢量阵的情况下，ESPRIT 算法也可以对两个方位较近的目标进行分辨，随着入射信号之间角度差的减小，算法的估计性能不断下降。尤其在入射信号角度差只有 3° 的时候，算法仍具有较好的估计性能，但是当入射信号太过接近，例如角度差只有 2° 时，算法估计几乎失效，需要寻找更加精确的估计算法

11.4 仿真结果(基于三线性分解的任意声矢量传感器阵列的二维波达方向估计)

为了能准确的估计出该算法的性能，我们将进行 Monte Carlo 仿真，设其仿真次数为 $n=1000$ 。定义

均方根误差(RMSE) 为 $RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} (\hat{\varphi}_k^n - \varphi_k)^2}$ ，其中， $\hat{\varphi}_k^n$ 是第 n 个 Monte Carl 仿真实

验的第 k 个信源 DOA φ_k 估计值； φ_k 是 DOA 的真实值； K 是信源数。

在下面的仿真中，我们假定声矢量传感器阵由 M 各阵元构成，阵元间距为半波长， M 指阵元数；快拍数为 L ；入射信号的角度分别为 $(15^\circ, 10^\circ)$ ， $(25^\circ, 20^\circ)$ 和 $(35^\circ, 30^\circ)$ ；非相干信源数为 $K=3$ 。

图 11.4.1 是信源数为 3 时该算法的角度估计 ($M=8$ ， $L=200$ ， $SNR=0\text{dB}$)，接着在其它参数条件不变的情况下，改变信噪比的大小再次对角度进行估计。图 11.4.2 和图 11.4.3 显示了信噪比分别为 $SNR=15\text{dB}$ 和 $SNR=30\text{dB}$ 时该算法的角度估计结果。从中我们可以看出该算法可以很准确的估计出到达角。

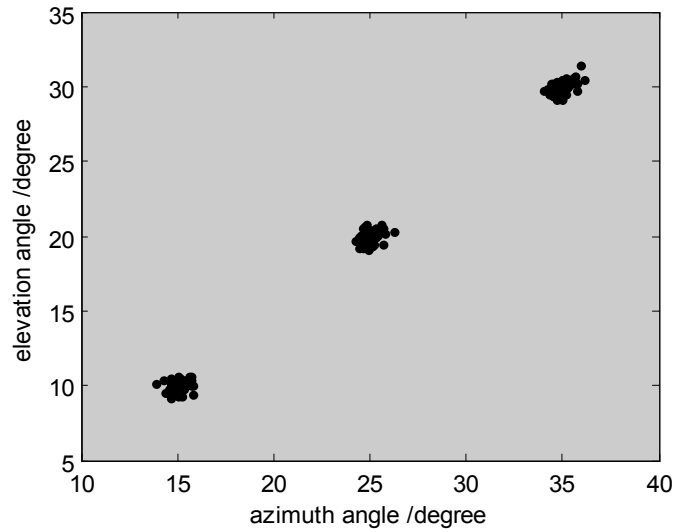


图11.4.1. 三信源情况下二维角度估计性能， $SNR=15\text{dB}$

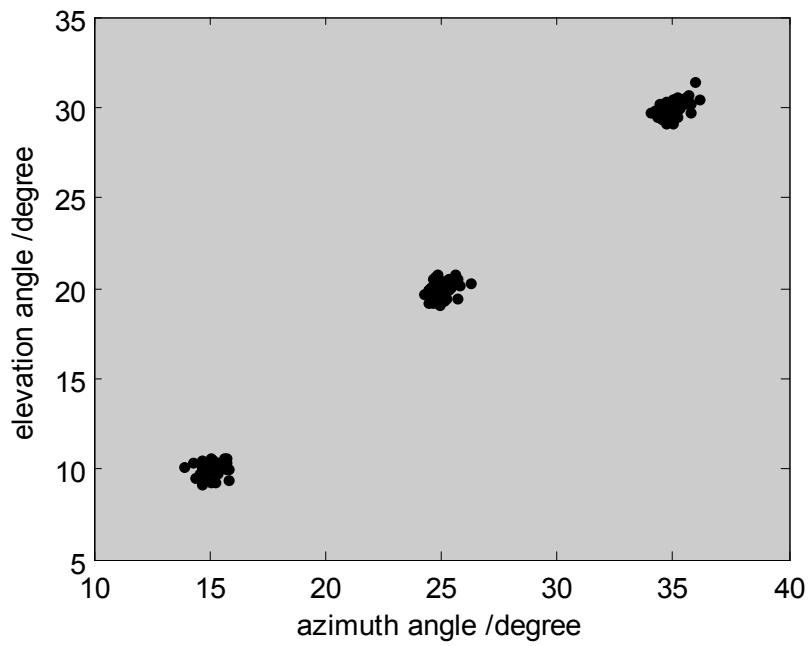


图 11.4.2 PARAFAC 算法的角度估计， $SNR = 15dB$

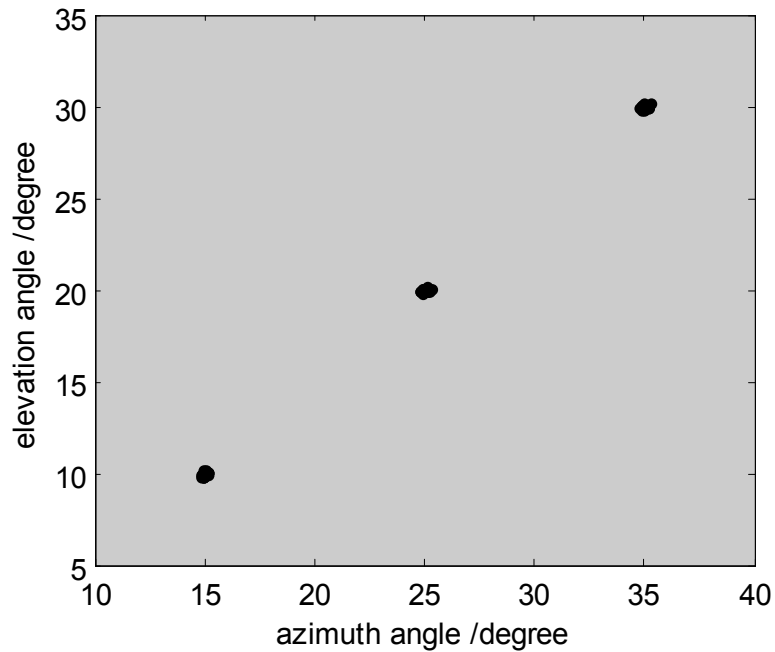


图 11.4.3 PARAFAC 算法的角度估计， $SNR = 30dB$

将该算法和 ESPRIT 算法做性能比较，图 11.4.4 和图 11.4.5 分别显示了快拍数 L 不同时，这两种算法仰角和方位角的估计性能比较 ($M=8$, $K=3$)。从图 11.4.4 和图 11.4.5 中我们可以看出 PARAFAC 算法和 ESPRIT 算法的估计性能都随着快拍数 L 的增加而越来越好，而且通过比较可知，相同快拍数时 PARAFAC 算法的性能较 ESPRIT 算法好很多。尤其在 $L=5$ 且高信噪比的情况下，PARAFAC 算法的估计

性能要比 ESPRIT 算法高出 2dB。

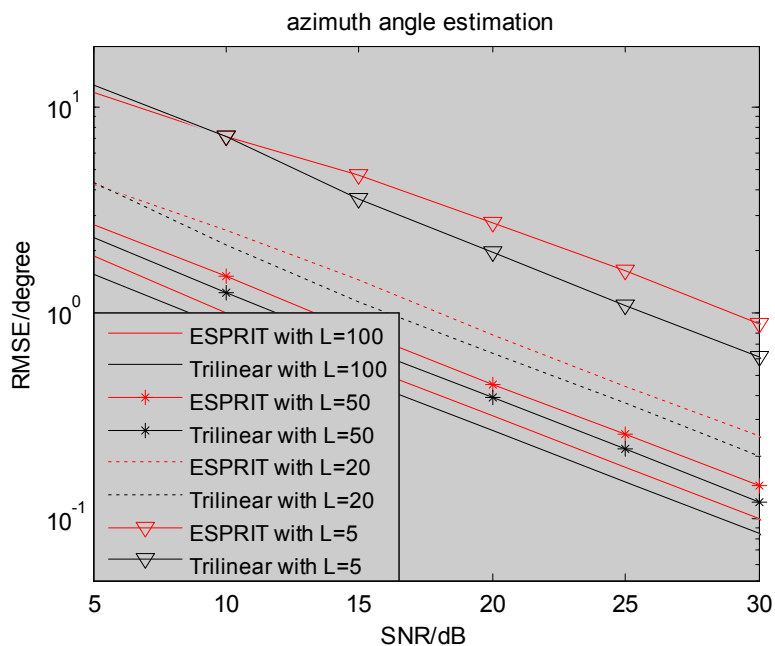


图 11.4.4 不同快拍数(L)时方位角的估计性能比较

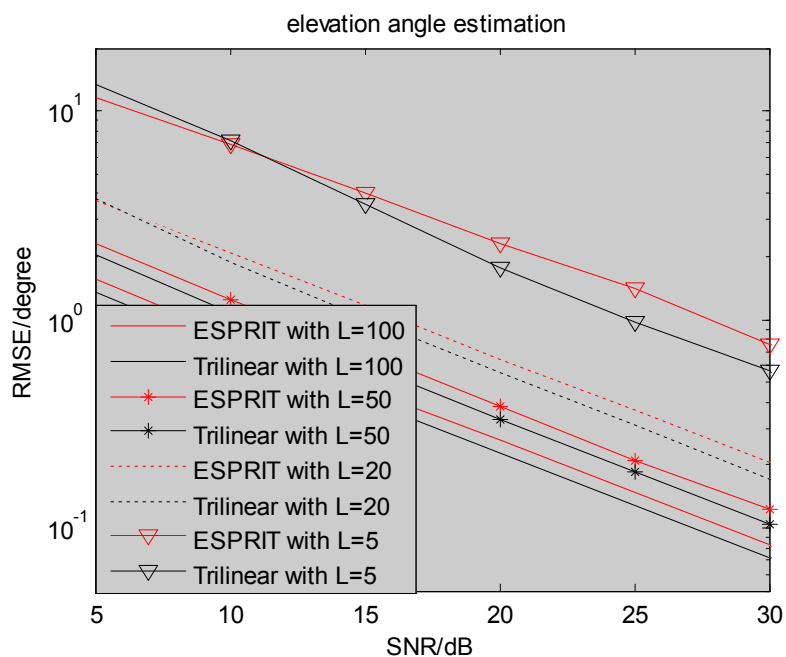


图 11.4.5 不同快拍数(L)时仰角的估计性能比较

图 11.4.6 和图 11.4.7 改变了阵元数 M 值，再次分别比较了该算法和 ESPRIT 算法的仰角和方位角的估计性能 ($L=100, K=3$)。从图 11.4.6 和图 11.4.7 中很明显地可看出，随着阵元数的增加 PARAFAC 算

法和 ESPRIT 算法的估计性能越来越好。多阵元数由于分集增益的原因可以改进角度估计的性能。同时，比较图 11.4.6 和图 11.4.7 中两个算法的性能曲线可以发现，相同阵元数情况下三线性分解算法的估计性能至少要比 ESPRIT 算法 1dB。

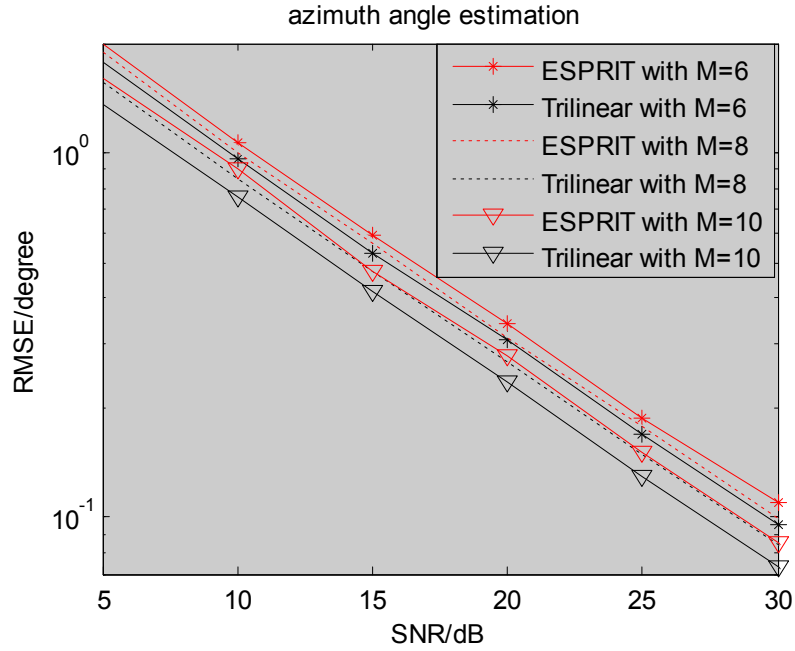


图 11.4.6 不同阵元数(M)时方位角的估计性能比较($L = 100$)

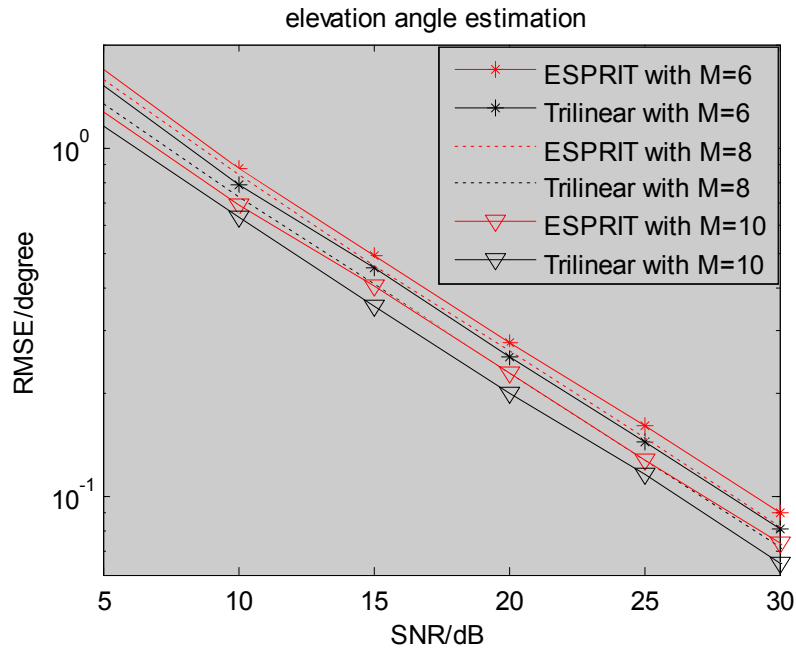


图 11.4.7 不同阵元数(M)时仰角的估计性能比较($L = 100$)

图 11.4.8 和图 11.4.9 则分别比较了不同信源数 K 的情况下，该算法和 ESPRIT 算法的仰角和

方位角的估计性能 ($L=100$, $M=8$)。从图 11.4.8 和图 11.4.9 我们可以推断出随着信源数的增加 PARAFAC 算法和 ESPRIT 算法的估计性能在不断降低, 相比较而言, 相同信源数条件下 PARAFAC 算法的估计性能要比 ESPRIT 算法要好, 而且随着信源数 K 值的不断增加, PARAFAC 算法和 ESPRIT 算法的估计性能之间的差距也越来越大。当 $K=5$ 时, ESPRIT 算法的方位角估计性能已然恶化, 而 PARAFAC 算法仍然还具有很好的估计性能。

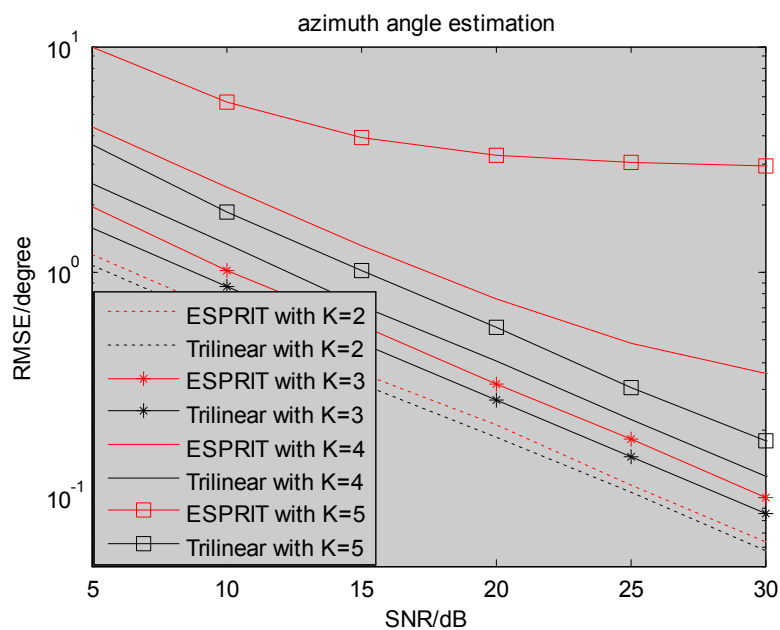


图 11.4.8 不同信源数(K)时方位角的估计性能比较($M=8$, $L=100$)

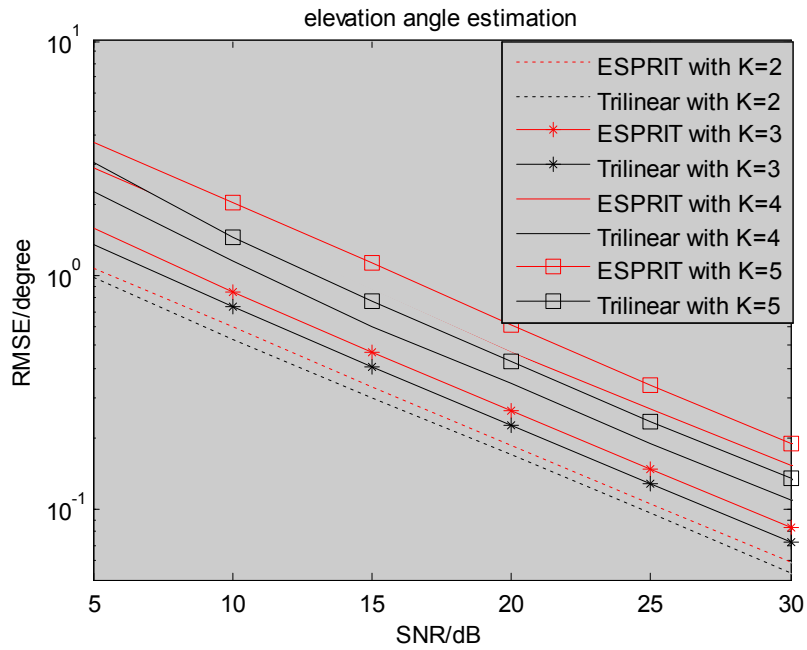


图 11.4.9 不同信源数(K)时仰角的估计性能比较($M=8, L=100$)

总的来说，从图可以得出结论：不同参数值情况下 PARAFAC 算法的估计性能一般比 ESPRIT 法的估计性能至少要高出 0.5dB。这是由于在 PARAFAC 算法中在高斯白噪声的情况下能够使三线性分解中的 TALS 方法最优化。

11.5 仿真结果(基于 PM 的声矢量传感器阵二维 DOA 估计算法)

定义均方根误差 (RMSE) 为

$$RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{l=1}^{1000} (\hat{\beta}_{k,l} - \beta_k)^2} \quad (11.5.15)$$

其中 $\hat{\beta}_{k,l}$ 是 ϕ_k, φ_k 的第 l 次 Monte Carlo 仿真的估计值；假设有 3 个信源分别来自 $(\phi_1, \varphi_1)=(10^\circ, -10^\circ)$, $(\phi_2, \varphi_2)=(30^\circ, 30^\circ)$ 和 $(\phi_3, \varphi_3)=(40^\circ, 50^\circ)$ 。为了和 ESPRIT 算法进行比较，我们采用相同的阵列流型。

图 11.5.1 显示了本节算法在 $M=10, L=100, \text{SNR}=10\text{dB}$ 和 $M=10, L=100, \text{SNR}=20\text{dB}$ 情况下的仿真结果，我们可以清晰地观察到 3 个信源的角度。

图 11.5.2 和图 11.5.3 描绘了本节提出的算法与 ESPRIT 算法和 CRB 之间的比较。从图 11.5.2-11.5.3 我们可以清楚地看出在信噪比大于等于 10dB 时，本节算法的性能是接近于 ESPRIT 算法的。

图 11.5.4 显示了本节算法在 $L=100, K=3$ 和不同 M 值之间的性能比较。从图 11.5.4 我们可以看出，当 M 值增大时，角度估计性能是逐渐变好的。

图 11.5.5 展示了本节算法在 $M=10, K=3$ 和不同 L 值之间的性能比较。从图 11.5.5 我们可以看出，当 L 值增大时，角度估计性能也是逐渐变好的。

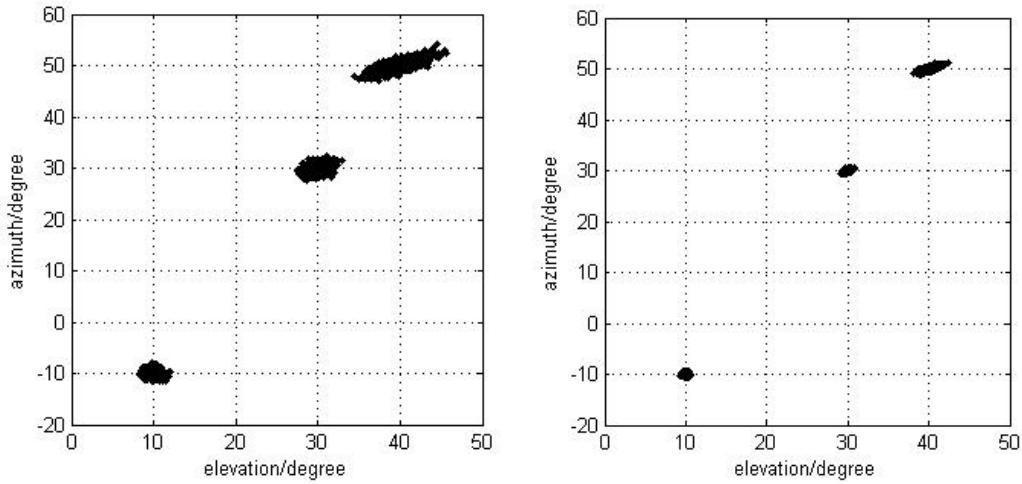


图 11.5.1 SNR=10dB 和 SNR=20dB 时的角度估计

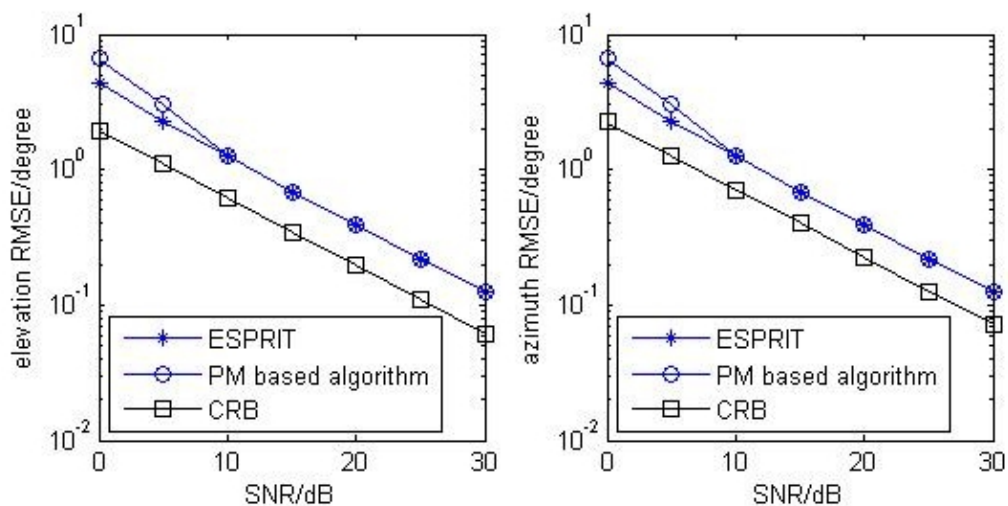


图 11.5.2 角度估计性能比较($M=8$, $L=100$, $K=3$)

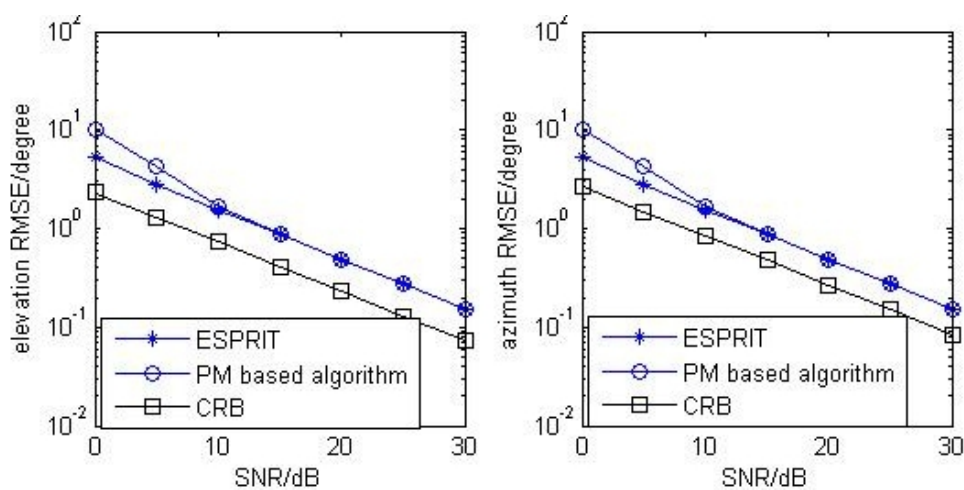


图 11.5.3 角度估计性能比较($M=10$, $L=50$, $K=3$)

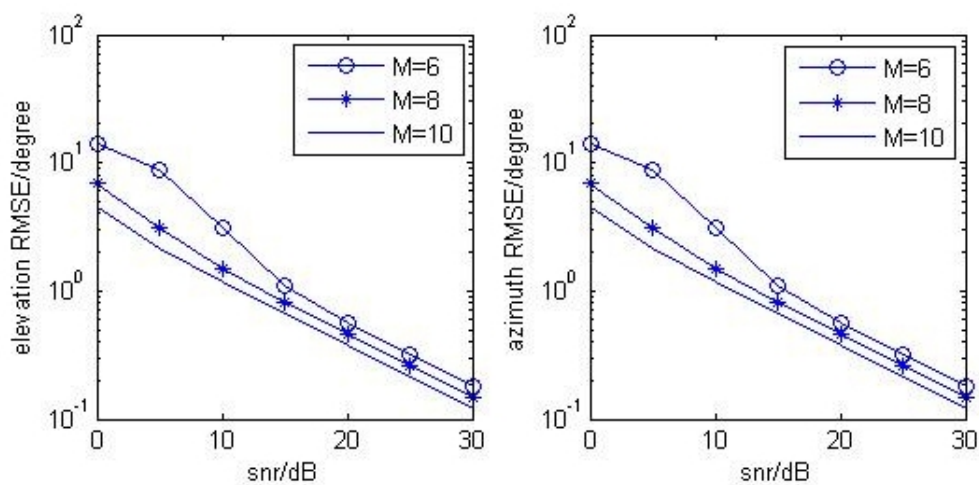


图 11.5.4 不同 M 值下的角度估计性能比较

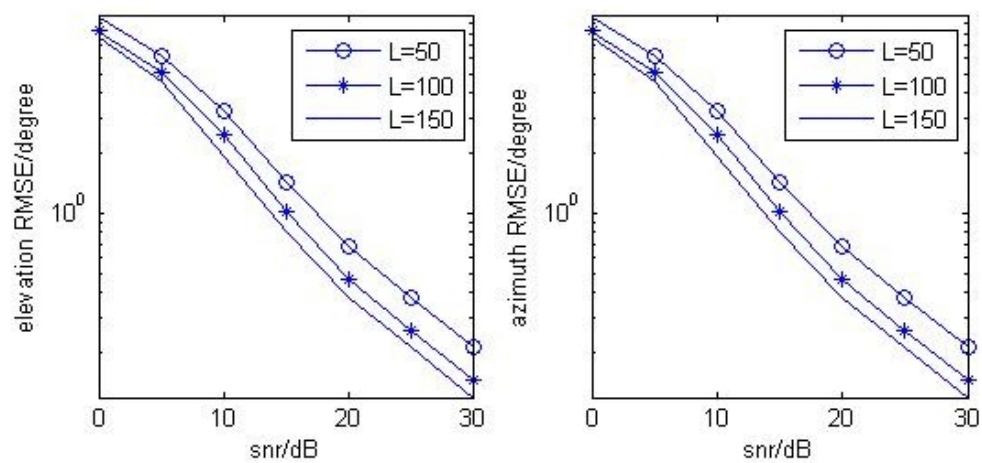


图 11.5.5 不同 L 值下的角度估计性能比较

11.6 仿真结果（单快拍下声矢量传感器阵二维相干 DOA 估计算法）

定义均方根误差（RMSE）为

$$RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L [(\hat{\phi}_{k,l} - \phi_k)^2 + (\hat{\varphi}_{k,l} - \varphi_k)^2]}$$

其中 $\hat{\phi}_{k,l}, \hat{\varphi}_{k,l}$ 是 ϕ_k, φ_k 的第 l 次 Monte Carlo 仿真的估计值。

在实验一中，我们假设有 2 个相干信源分别来自 $(\phi_1, \varphi_1) = (20^\circ, 30^\circ)$ 和 $(\phi_2, \varphi_2) = (50^\circ, 60^\circ)$ 。

图 11.6.2 和图 11.6.3 描绘了本节提出的算法在单快拍下，SNR= 15dB 和 25dB 时的仿真结果，其中阵元数 $M=17$ 。从图 11.6.2-11.6.3 我们可以清晰地观察到 2 个信源的角度。

图 11.6.4 显示了本节算法与空间平滑 PM 和空间平滑 ESPRIT 算法和 CRB 之间的比较。从图 11.6.4 我们可以看出，本节算法的角度估计性能是优于空间平滑 PM 和空间平滑 ESPRIT 算法的。

图 11.6.5 展示了本节算法在单快拍下不同 M 值之间的性能比较。从图 11.6.5 我们可以看出，当 M 值增大时，角度估计性能也是逐渐变好的。

在实验二中，我们假设有 3 个相干信源分别来自 $(\phi_1, \varphi_1) = (20^\circ, 30^\circ)$ ， $(\phi_2, \varphi_2) = (40^\circ, 50^\circ)$ 和 $(\phi_3, \varphi_3) = (60^\circ, 70^\circ)$ ，其中第一个和第二个信源是相干的，并且都与第三个信源不相干。

图 11.6.6 显示了本节算法与空间平滑 PM 和空间平滑 ESPRIT 算法和 CRB 之间的比较，其中阵元数 $M=31$ 。从图 11.6.6 我们可以看出，空间平滑 PM 和空间平滑 ESPRIT 算法在此情况下是完全失效的，而本节算法依旧可以工作。

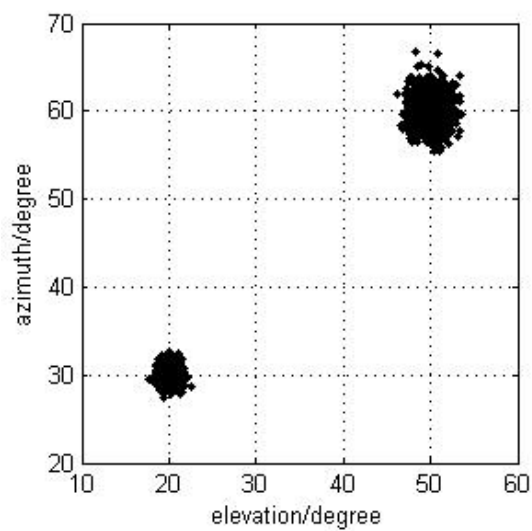
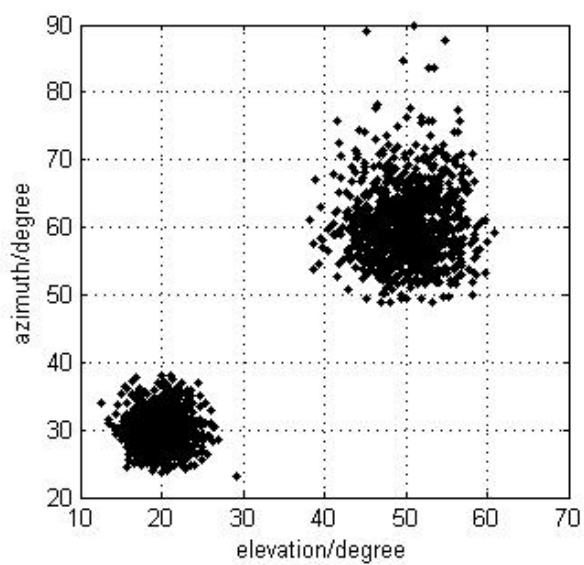


图 11.6.2 SNR=15dB 时的角度估计 图 11.6.3 SNR=25dB 时的角度估计

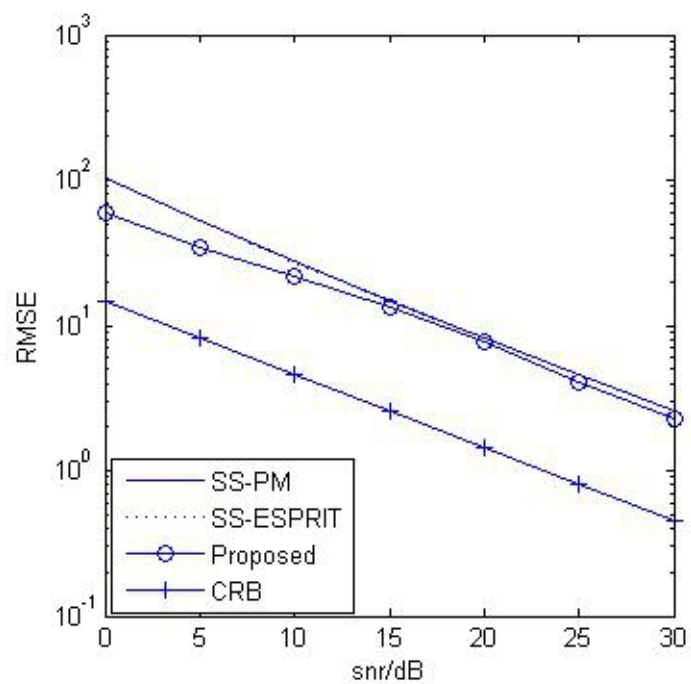


图 11.6.4 角度估计性能比较(2 个信源)

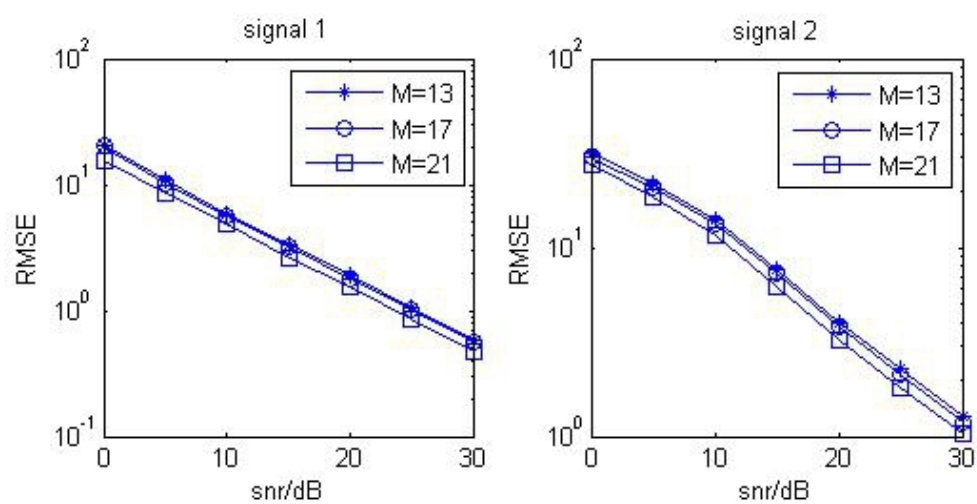


图 11.6.5 不同 M 值下的角度估计性能比较(2 个信源)

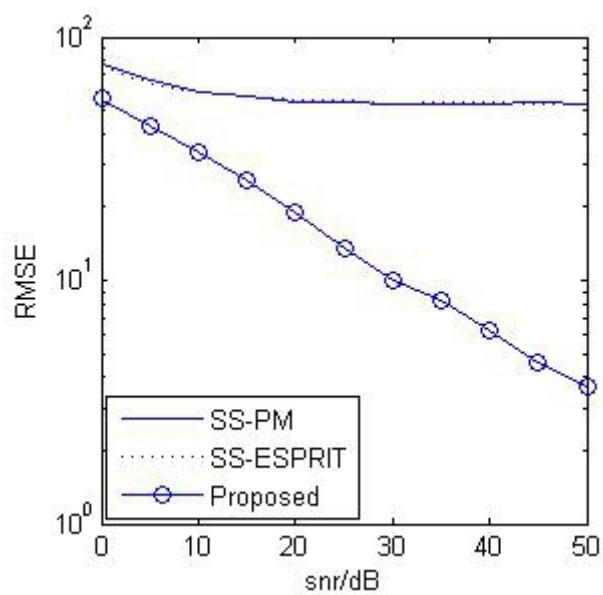


图 11.6.6 角度估计性能比较(3 个信源)

11.7 仿真结果（声矢量传感器阵下非圆信号二维 DOA 估计算法）

定义均方根误差（RMSE）为

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L [(\hat{\phi}_{k,l} - \phi_k)^2 + (\hat{\varphi}_{k,l} - \varphi_k)^2]} \quad (11.7.17)$$

其中 $\hat{\phi}_{k,l}, \hat{\varphi}_{k,l}$ 是 ϕ_k, φ_k 的第 l 次 Monte Carlo 仿真的估计值；我们假设有 3 个信源分别来自 $(\phi_1, \varphi_1) = (10^\circ, -10^\circ)$, $(\phi_2, \varphi_2) = (30^\circ, 30^\circ)$ 和 $(\phi_3, \varphi_3) = (40^\circ, 50^\circ)$ 。为了和 ESPRIT 算法进行比较，我们采用相同的阵列流型。

图 11.7.1 显示了本节算法在 $M=10, L=200, \text{SNR}=0\text{dB}$ 和 $M=10, L=100, \text{SNR}=20\text{dB}$ 情况下的仿真结果，我们可以清晰地观察到 3 个信源的角度。

图 11.7.2 和图 11.7.3 描绘了本节算法与传统 PM 算法和 CRB 之间的比较。从图 11.7.2-11.7.3 我们可以清楚地看到本节算法的角度估计性能是优于传统 PM 算法的。

图 11.7.4 展示了本节算法在 $M=10, K=3$ 和不同 L 值之间的性能比较。从图 11.7.4 我们可以看出，当 L 值增大时，角度估计性能是逐渐变好的。

图 11.7.5 显示了本节算法在 $L=100, K=3$ 和不同 M 值之间的性能比较。从图 11.7.5 我们可以看出，当 M 值增大时，角度估计性能也是逐渐变好的。

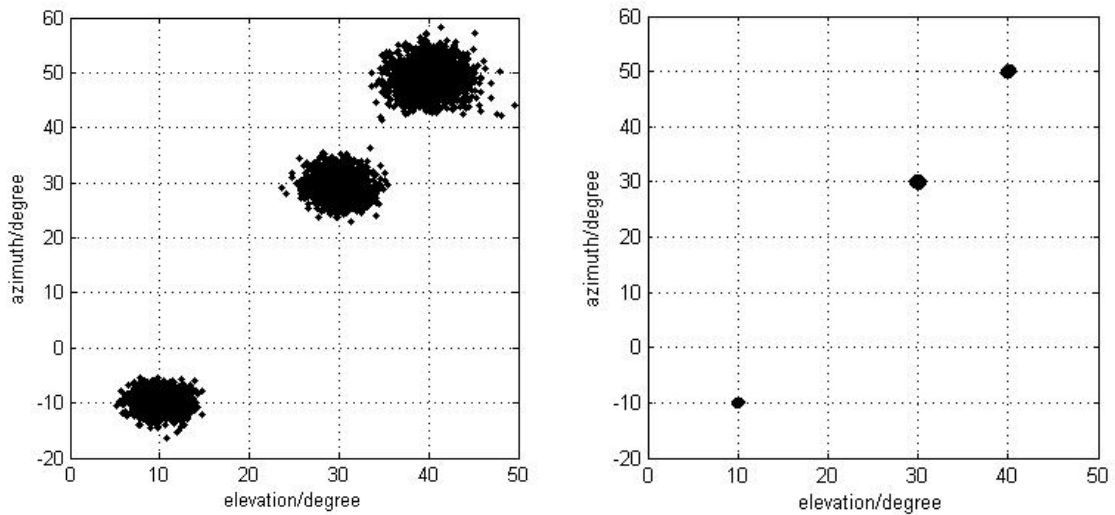


图 11.7.1 SNR=0dB 和 SNR=20dB 时的角度估计

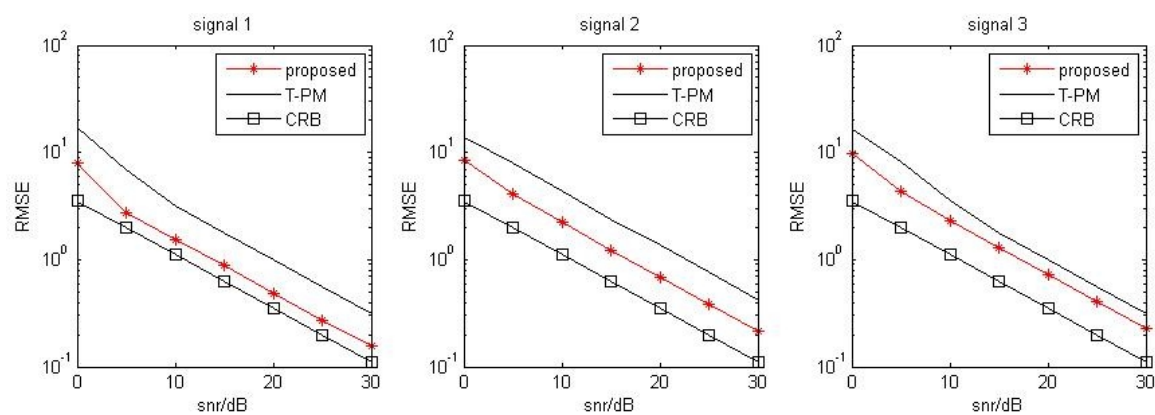


图 11.7.2 角度估计性能比较($M=6$, $L=50$, $K=3$)

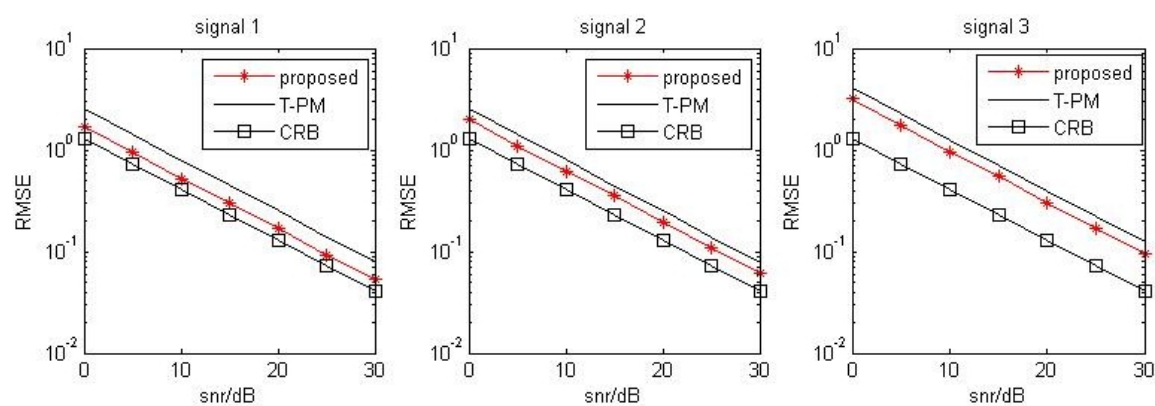


图 11.7.3 角度估计性能比较($M=10$, $L=200$, $K=3$)

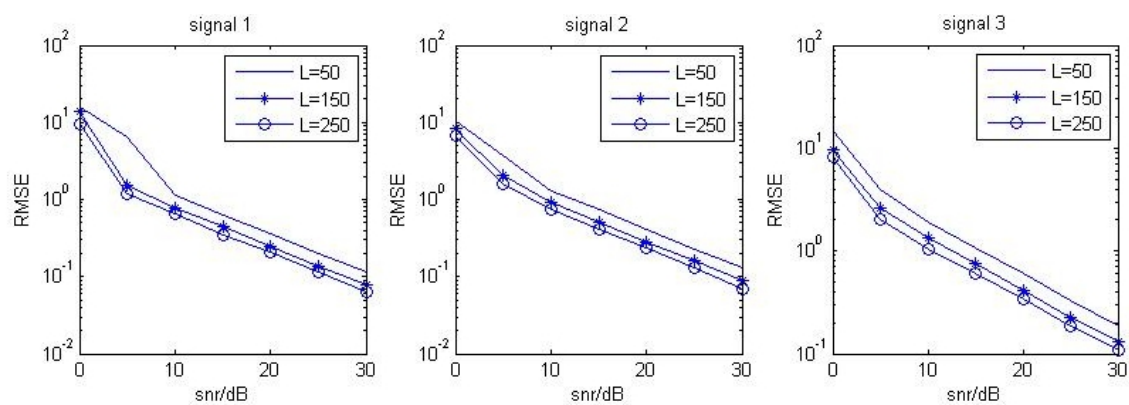


图 11.7.4 不同 L 值下的角度估计性能比较

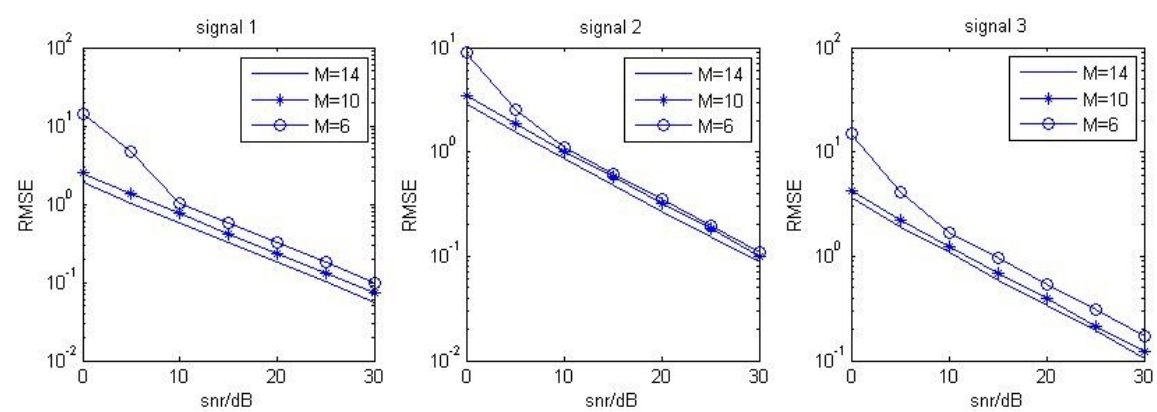


图 11.7.5 不同 M 值下的角度估计性能比较

11.8 仿真结果（声矢量传感器阵中基于级联 MUSIC 的二维 DOA 角度估计）

为了评估本节算法的角度估计性能，我们呈现 Monte Carlo 仿真并设定其试验次数为 1000。定义均方根误差(root mean squared error, RMSE) 为

$$RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{l=1}^{1000} \left[\left(\hat{\phi}_{k,l} - \phi_k \right)^2 + \left(\hat{\varphi}_{k,l} - \varphi_k \right)^2 \right]} \quad (11.8.38)$$

其中 $\hat{\phi}_{k,l}$ 是第 l 次 Monte Carlo 仿真中 ϕ_k 的估计值， $\hat{\varphi}_{k,l}$ 是第 l 次 Monte Carlo 试验中 φ_k 的估计值。 L 是快拍次数; M 阵元数。

在下列仿真中（除了图 11.8.8），非相干信源数 $K=2$ 。信源信号照射到声矢量传感器阵列上，其角度参数分别为 $(\phi_1, \varphi_1) = (15^\circ, 10^\circ)$ ， $(\phi_2, \varphi_2) = (35^\circ, 20^\circ)$ 。在多数场合下，采用非均匀线阵的分布为 $[d_1, d_2, \dots, d_M] = [0, 1, 1.7, 2.5, 3.4, 4.2, 5.2, 6.1, 7, 7.6] \times 0.5\lambda$ 。

图 11.8.2 显示了本节算法的角度估计结果，其信源数为 3，Monte Carlo 仿真次数为 1000， $M=8, L=200$ ， $SNR=5\text{dB}$ 。图 11.8.3 显示了 $M=8, L=100, SNR=15\text{dB}$ 下的角度估计结果。从图 11.8.2–图 11.8.3，我们可以看出本节算法可以有效地估计出 DOA，并且可以在低信噪比下工作。

图 11.8.4–图 11.8.5 显示了本节算法与 PM 算法、ESPRIT 算法、2D-MUSIC 算法、三线性分解算法和 CRB 的角度估计性能比较。从图 11.8.4–图 11.8.5 可以看出相对于 PM 算法、ESPRIT 算法和三线性分解算法，本节算法有着更优的角度估计性能。而且，本节算法的角度估计性能非常接近二维 MUSIC 算法。

图 11.8.6 显示了本节算法在不同快拍数 L 下的角度估计性能($M=8$)。可以看出本节算法的角度估计性能随着 L 的增加而变优。

图 11.8.7 显示了本节算法在不同 M 下的角度估计性($L=100$)。很明显地看出本节算法的角度估计性能随着传感器数目 M 的增加而提高。多传感器由于分集增益而提高角度估计性能。

图 11.8.8 显示了方位角相同的两个信源的角度估计性能。信源信号照射到声矢量传感器阵列上，其角度参数分别为 $(\phi_1, \varphi_1) = (15^\circ, 10^\circ)$ ， $(\phi_2, \varphi_2) = (15^\circ, 20^\circ)$ 。图 8 中 $M=8, L=100$ 。从图 11.8.8，我们可以看出本节的算法可以有效地工作在信源方位角相同的情况下。

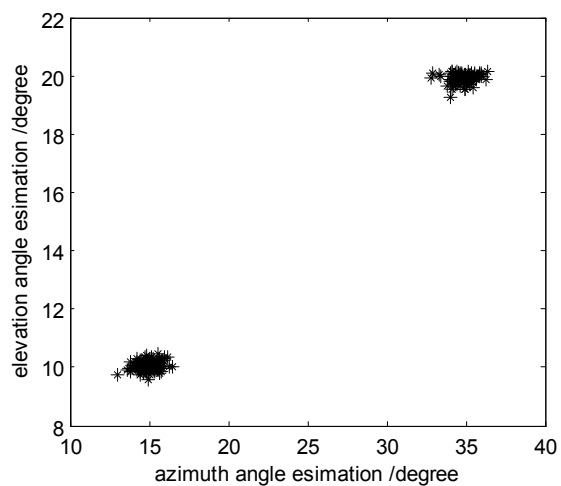


图 11.8.2 SNR=5dB 下本节算法的 DOA 估计

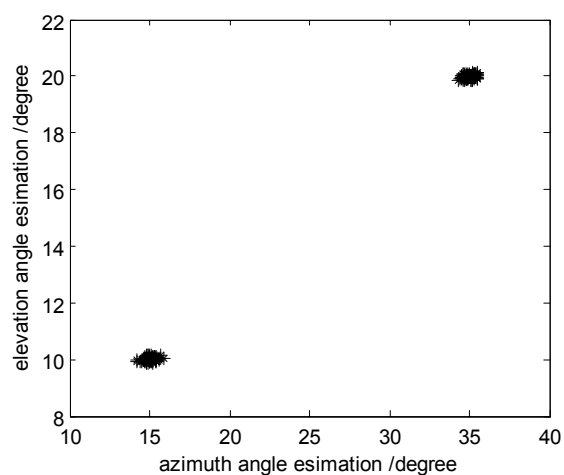


图 11.8.3 SNR=15dB 下本节算法的 DOA 估计

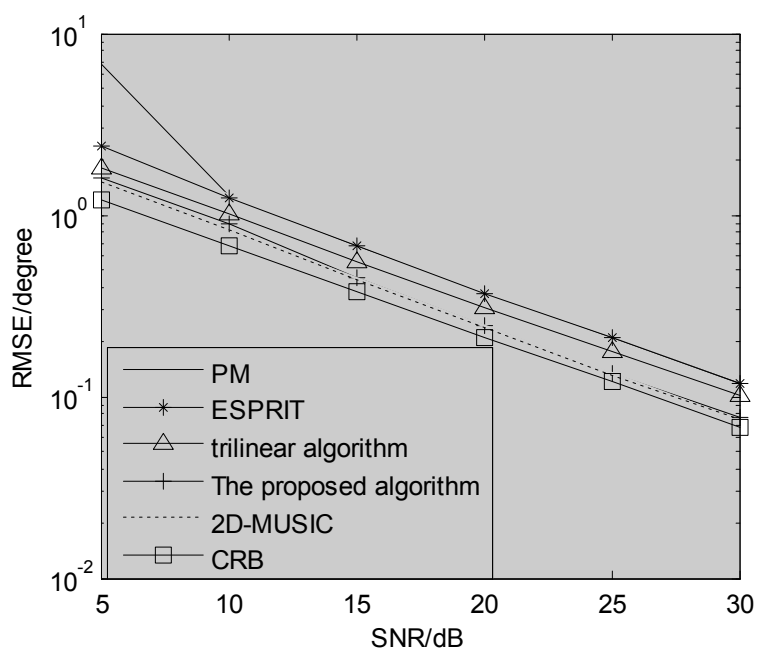


图 11.8.4 $M=6, L=100$ 下的 DOA 估计性能比较

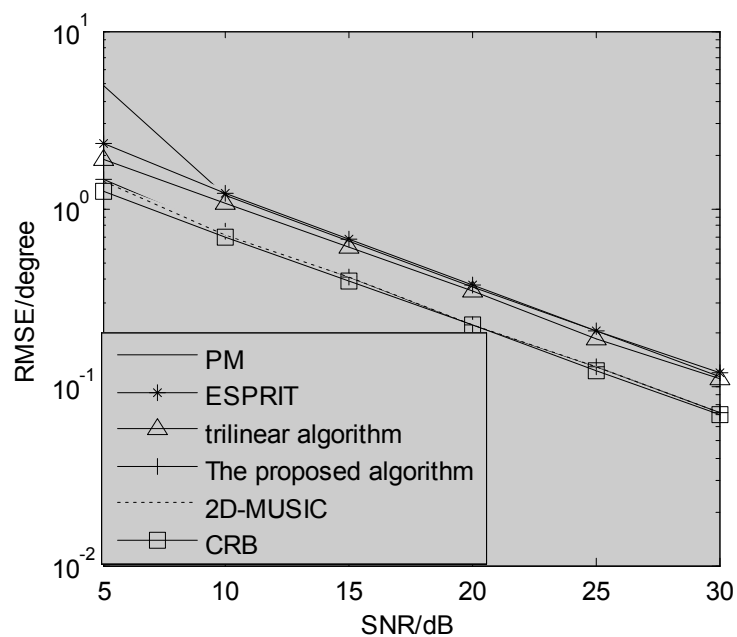


图 11.8.5 $M=8, L=50$ 下的 DOA 估计性能比较

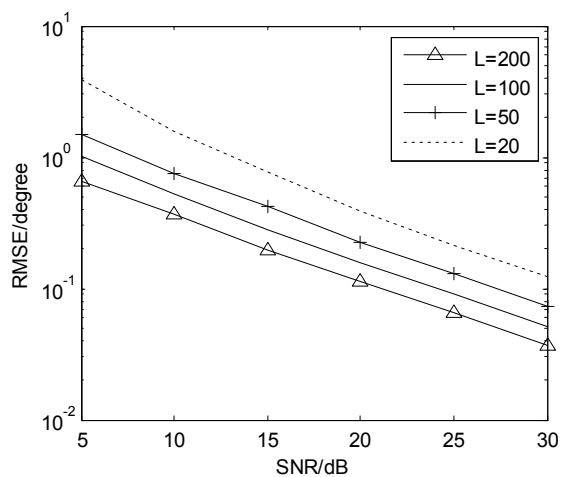


图 11.8.6 不同 L 下的角度估计性能

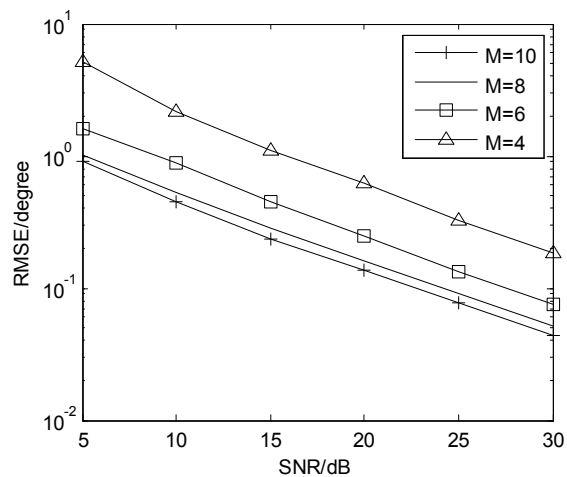


图 11.8.7 不同 M 下的角度估计性能

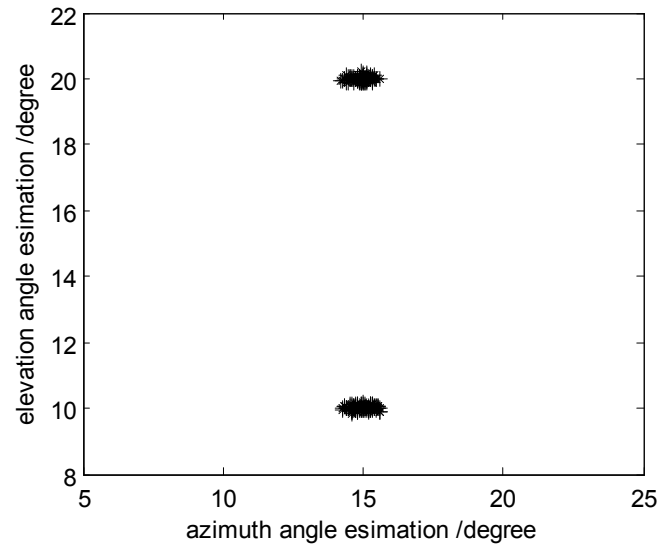


图 11.8.8 具有相同方位角的两个信源的角度估计性能

12.4 仿真结果（极化敏感阵列中基于降维 MUSIC 的盲 DOA 和极化估计）

进行 L 次快拍，我们可得到有噪声的接收信号为 $\mathbf{X}=[\mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}(t_L)]$ ，它还可以表示为

$\mathbf{X}=[\mathbf{A} \circ \mathbf{S}]\mathbf{B} + \mathbf{N}$ ，其中 $\mathbf{B}=[\mathbf{b}(t_1), \mathbf{b}(t_2), \dots, \mathbf{b}(t_L)]$ ， $\mathbf{N}=[\mathbf{n}(t_1), \mathbf{n}(t_2), \dots, \mathbf{n}(t_L)]$ 。我们定义 SNR 为

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{\|[\mathbf{A} \circ \mathbf{S}]\mathbf{B}\|_F^2}{\|\mathbf{N}\|_F^2} \text{dB}$$

为了评估本节算法的 DOA 和极化估计性能，我们呈现 Monte Carlo 仿真并设定其试验次数为 1000。

定义均方根误差(root mean squared error, RMSE) 为 $\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} (\hat{\theta}_{k,n} - \theta_k)^2}$ ，其中 $\hat{\theta}_{k,n}$ 表示为第 n 次 Monte Carlo 试验中 DOA/ 极化参数 θ_k 的估计值。

在大多数仿真试验中, 8个双极化天线的均匀线阵。这些天线可以被看作是完全极化天线。现有三个非相干信源，它们的DOA角度分别是 10° , 20° 和 30° ，其相对应的极化参数 (γ, η) 分别为 $(7^\circ, 15^\circ)$, $(17^\circ, 25^\circ)$ 和 $(27^\circ, 35^\circ)$ 。其中 K, M 和 L 分别为信源个数，阵元数和快拍数。

图12.4.2 显示了本节算法的DOA和极化估计结果，其中 $K=3, M=8, L=100$ 和 $\text{SNR} = 25\text{dB}$ 。从图12.4.2中可以很明显地看出本节算法可以有效地工作。

我们将本节提出的算法与ESPRIT算法、三线性分解算法和CRB进行比较。图12.4.3~图12.4.5显示了在 $K=3, M=8$ 和 $L=100$ 下的算法性能比较。从图12.4.3~图12.4.5我们可以看出本节算法的DOA和极化估计性能优于ESPRIT算法和三线性分解算法。

图 12.4.6~图 12.4.8 显示了两个相距很近信源的 DOA 和极化估计性能，其中 $M=8, L=100$ 。两个相距很近信源的 DOA 分别为 10° 和 13° 。从图 12.4.6~图 12.4.8 我们可以看出本节算法在信源相距很近的场合下也能有效地工作。

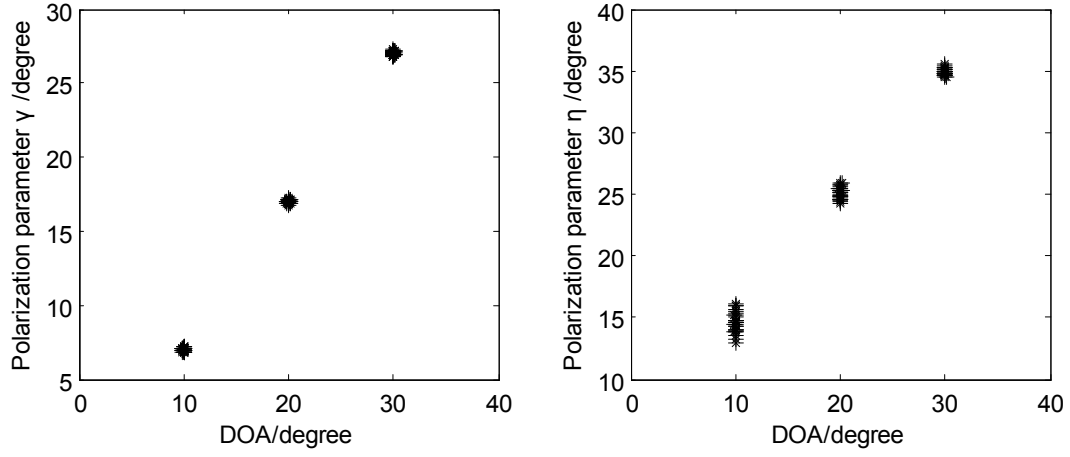


图 12.4.2 $L=100$ 与 $\text{SNR}=25\text{dB}$ 下的 DOA 和极化估计

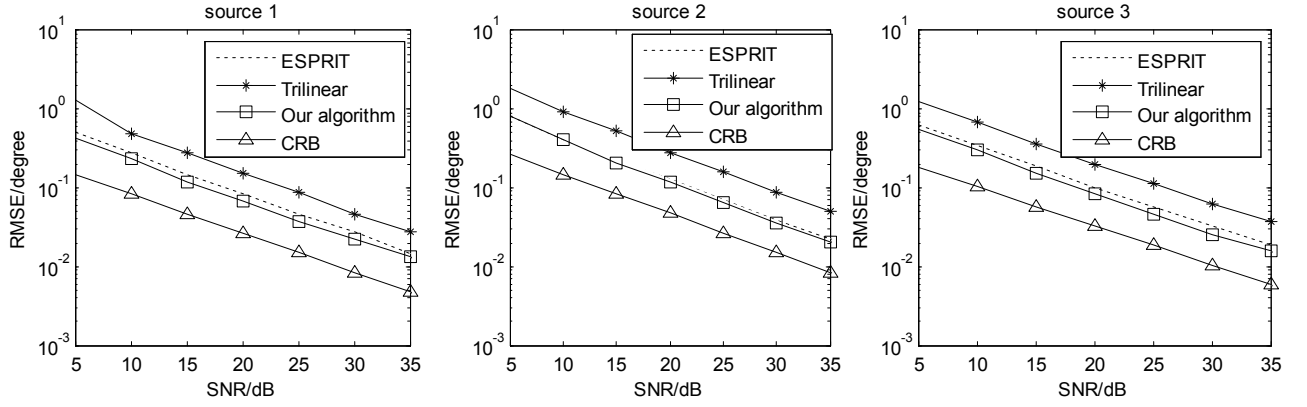


图12.4.3 $K=3$, $M=8$ 和 $L=100$ 下的DOA估计性能比较

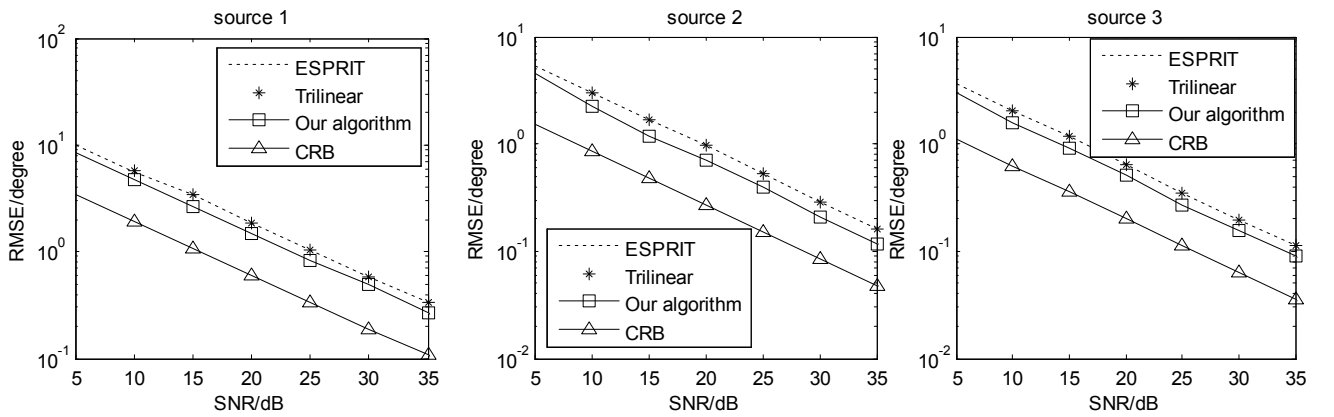


图12.4.4 $K=3$, $M=8$ 和 $L=100$ 下的极化参数 η 估计性能比较

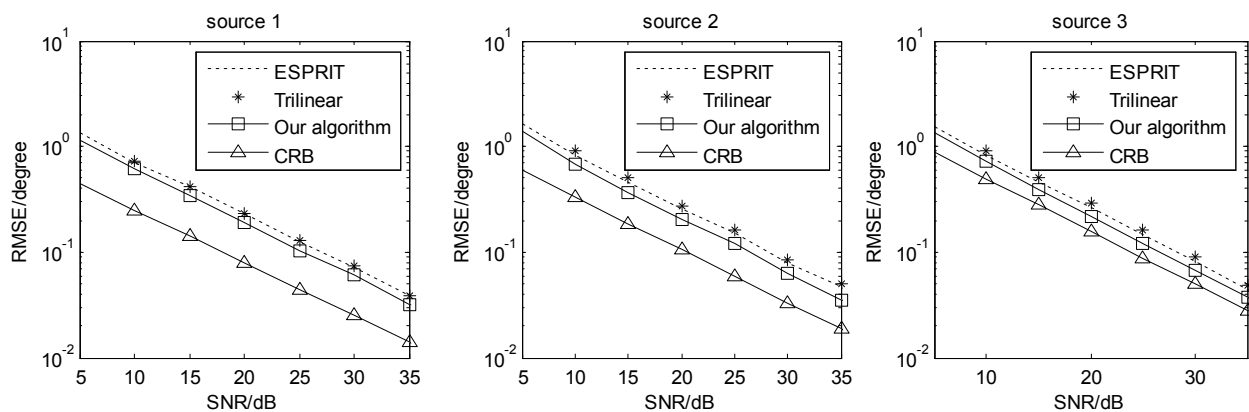


图12.4.5 $K=3, M=8$ 和 $L=100$ 下的极化参数 γ 估计性能比较

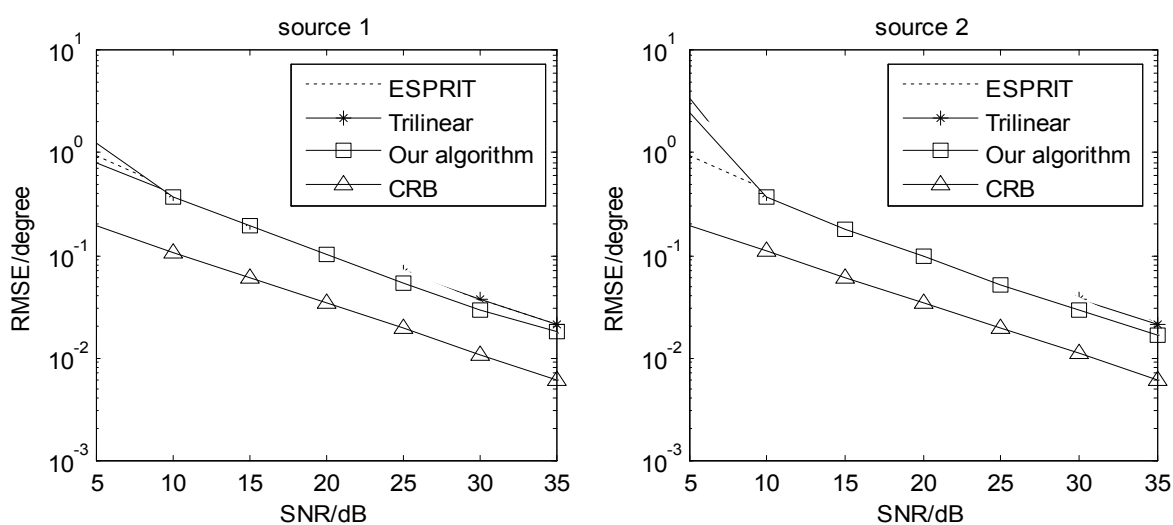


图12.4.6 相距很近的两个信号的DOA 估计性能比较

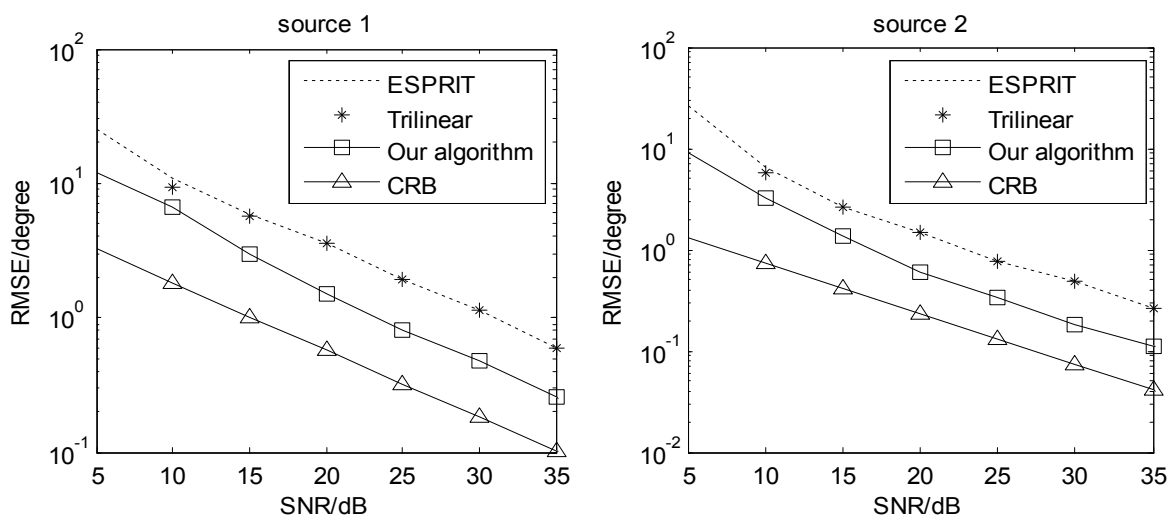


图12.4.7 相距很近的两个信号的极化参数 η 估计性能比较

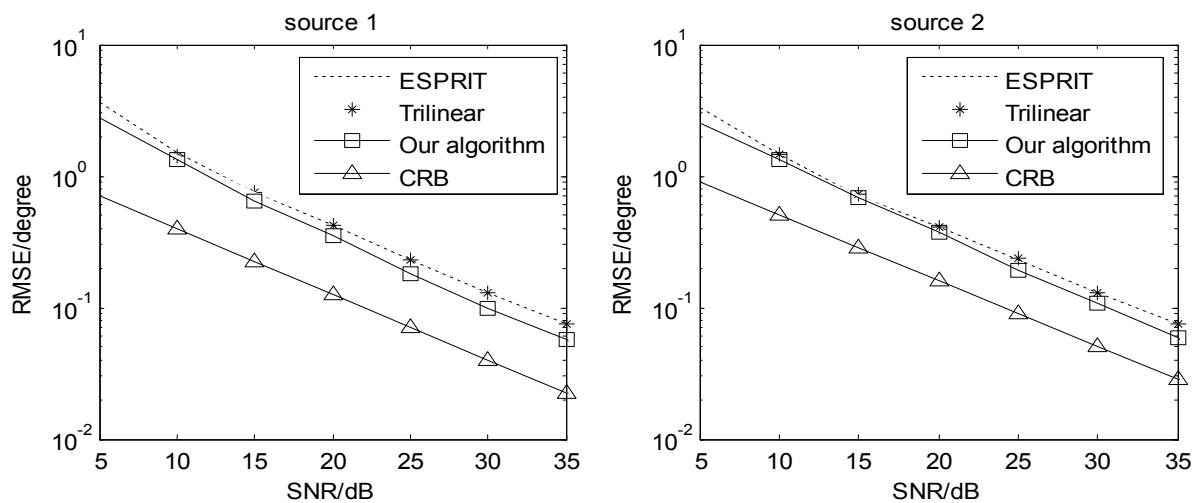


图12.4.8 相距很近的两个信源的极化参数 γ 估计性能比较