计算物理第二次作业第8题

1 题目重述

用 Monte Carlo 方法计算如下积分,并讨论有效数字位数。

$$\int_0^5 dx \sqrt{x^2 + 2\sqrt{x}} \tag{1}$$

$$\int_0^{7/10} dx \int_0^{4/7} dy \int_0^{9/10} dz \int_0^2 du \int_0^{13/11} dv (5 + x^2 - y^2 + 3xy - z^2 + u^3 - v^3)$$
 (2)

2 题目分析

本作业使用 Python (Anaconda 3) 进行代码编写。

由于题给边界条件均为立方体型,故可直接同时抽取多个随机数进行 Monte Carlo 方法。似乎没有什么好分析的(边界条件比较简单),故直接给出代码。

3 代码

```
#-*- coding: utf-8 -*-
      import numpy as np
2
       def sch_random(N, M = 1, a = 16807, b = 0, m = 2**31 - 1, seed = 1):#N 为
3
          生成个数, M 为生成间隔
          q, r = m // a, m \% a
                                  #得到 p, r
           for i in range(N):
5
               for j in range(M):
6
                   seed = a * (seed % q) -r * (seed // q) #进行 schrage 方法
                   if seed < 0:
                       seed += m
               yield seed/m#单位化 schrage
10
11
12
      def MC_int(f_array_int,f_random,N,range_array,seed=14514):#这里的 mc 方法只
13
          适用于立方体型积分区域
           seed0=list (f_random(len(range_array), seed=seed))#生成种子序列
14
          a = []
15
           for i in range(len(range_array)):
16
```

```
In [10]: runfile('C:/Users/YXY/8.py', wdir='C:/Users/YXY')
5.669431496072182
15.437024522997596
```

图 1: 程序运行结果截图

```
a += [range_array[i][0]+(range_array[i][1]-range_array[i][0])*np
17
                                                                                                        . array(list(f_random(N,1, seed = seed0[i])))]#生成随机点坐
                                                             return f_array_int(a).sum()/N
18
19
20
                                       if __name__ =='__main__':
21
                                                              {\tt range\_array1} = [\,[\,0.\,0\,\,,0.\,7\,]\,\,,[\,0.\,0\,\,,4\,/\,7\,]\,\,,[\,0.\,0\,\,,0.\,9\,]\,\,,[\,0.\,0\,\,,2.\,0\,]\,\,,[\,0.\,0\,\,,13\,/\,11\,]\,]
22
                                                              range\_array2 = [[0.0, 5.0]]
23
                                                              print (MC_i) (lambda \ a:5+a[0]**2-a[1]**2+3*a[0]*a[1]-a[2]**2+a[3]**3-a[1]**2+a[1]**2+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a[1]**3+a
24
                                                                                a[4]**3, sch_random, 1000000, range_array1))
                                                              \mathbf{print} \left( \mathbf{MC}_{\mathbf{int}} \left( \mathbf{lambda} \ a : \mathbf{np.} \ \mathbf{sqrt} \left( \left( a \left[ 0 \right] * *2 + 2 * \mathbf{np.} \ \mathbf{sqrt} \left( a \left[ 0 \right] \right) \right) \right) \right), \ \mathbf{sch}_{\mathbf{random}} \right)
25
                                                                                 , 1000000, range_array2))
```

4 结果

对于第 1,2 个积分,解析算得精确结果:5.7762 与 15.435,相对误差 $\sim 10^{-3}$,与分析结果相符合。

参考文献

[1] 丁泽军. 计算物理讲义 [M]