

# 计算物理第二次作业第 6 题

姓名：姚星宇 学号：PB21000188 班级：2021 级少年班学院四班

2022 年 11 月 1 日

## 1 题目重述

Monte Carlo 方法研究二维平面上荷电粒子在正弦外电场中的随机行走。推导速度自相关函数的表达式，它随时间的变化是怎样的行为？能否模拟得到该自相关函数的曲线？是的话与理论曲线进行比较，否的话讨论理由。

## 2 题目分析

本作业使用 Python (Anaconda 3) 进行代码编写。

对于平面上的随机行走，为提高计算效率，本题采用网格偏压随机行走的模型进行计算。

编程上的问题是相对简单的。对于网格上的坐标，可采用两个整型数字来进行记录，并每隔一步就将其存入列表中方便绘图。

对于速度，由于采用网格行走，每一步的速度没有意义，故此处采用十步的速度评价来分析速度自相关函数。

对于速度自相关函数的理论推导如下：对于包含正弦驱动力的随机行走，有：

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau}v + A + \lambda \sin \omega t \quad (1)$$

方程解得：

$$v(t) = v(0)e^{-\frac{t}{\tau}} + \lambda'(\sin(\omega t + \phi) - \sin \phi) + A' \quad (2)$$

所以

$$C(t) = \frac{1}{3}(v(0)^2 e^{-\frac{t}{\tau}} + v(0)\lambda'(\sin(\omega t + \phi) - \sin \phi)) \quad (3)$$

即为指数函数与三角函数的叠加。

## 3 代码

```
1  #-*- coding: utf-8 -*-
2  import numpy as np
3  import matplotlib.pyplot as plt
4  import math as ma
5
6
7  def sch_random(N, M = 1, a = 16807, b = 0, m = 2**31 - 1, seed = 1):
8      #N 为生成个数, M 为生成间隔
```

```

9      q, r = m // a, m % a
10     #得到 p, r
11     while N>0:
12         N -= 1
13         for j in range(M):
14             seed = a * (seed % q) - r * (seed // q)
15             #进行 schrage 方法
16             if seed < 0:
17                 seed += m
18         yield seed/m
19     #单位化 schrage, 现在支持一次性生成可用无穷次的迭代了
20
21
22 def rw_sq(f_random = sch_random, n = 10000, seed = 114, r = [0,0], a =
23     lambda x:[0.25,0.25,0.25,0.25]):
24     res = []
25     temp = [r[0], r[1]]
26     res.append([r[0], r[1]])
27     random = f_random(ma.inf, seed = seed)
28     for i in range(n):
29         array = a(i)
30         ra = next(random)
31         for i in range(4):
32             ra -= array[i]
33             if ra < 0:
34                 break
35         if i<2:
36             temp[i]+=1
37         else:
38             temp[i-2]-=1
39         res.append([temp[0], temp[1]])
40     return np.array(res).T
41
42 def f(omega = 0.001, e = 0.1):
43     return lambda x:[0.25+e*ma.cos(omega*x), 0.25, 0.25-e*ma.cos(omega*x)
44         ,0.25]
45
46 if __name__ == '__main__':
47     fig, ax = plt.subplots(1, 1, figsize = (9,9))
48     r = [0,0]

```

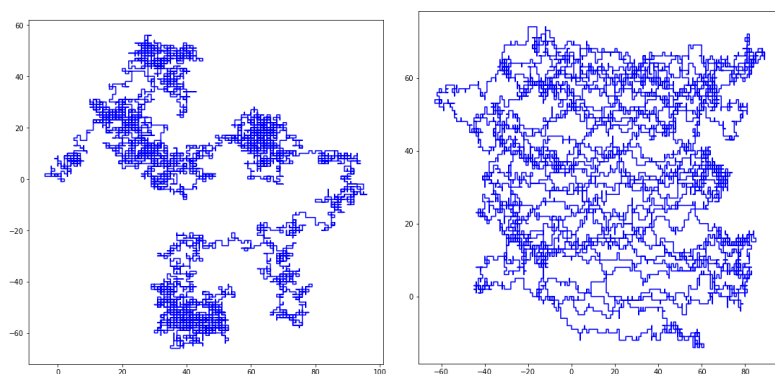


图 1: 无偏压与大偏压下的路径

```

46 path = rw_sq(sch_random, n = 10000, seed = 114, r = r, a = f(0.01, 0.1))
47 x1, y1 = path[0][:20], path[1][:20]
48 for i in range(1, len(x1)):
49     x1[-i] -= x1[-i-1]
50     y1[-i] -= y1[-i-1]
51 c = []
52 d = []
53 d += [0]
54 c += [((x1*x1).sum()+(y1*y1).sum())/(len(x1))]
55 for i in range(int(len(x1)/3)):
56     d += [i+1]
57     c += [((x1[i+1:]*x1[: -i-1]).sum()+(y1[i+1:]*y1[: -i-1]).sum())/(
58         len(x1)-i-1)]
59 ax.plot(d, c, color = 'b', linestyle = '-', marker = 'None')

```

## 4 结果

函数基本符合预测。但由于不知道  $\lambda$  和概率的定量关系，导致此处无法定量分析。

## 参考文献

[1] 丁泽军. 计算物理讲义 [M]

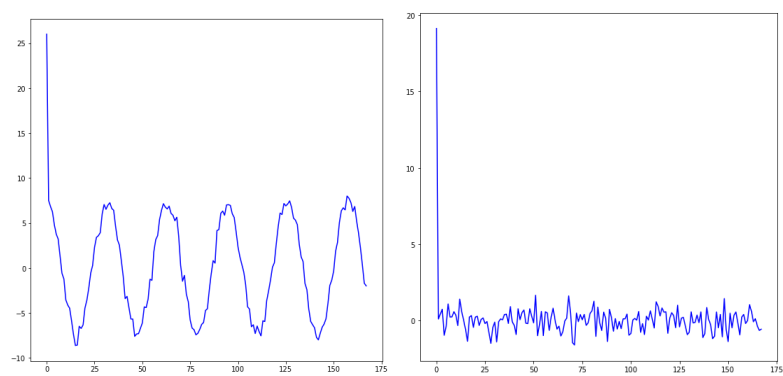


图 2: 偏压与无偏压下速度自相关函数对于时间的关系